

УДК 539.3

ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ЗАПОЛНЕНИЯ ДЕФЕКТОВ В СТЕРЖНЯХ И ПЛАСТИНАХ

© 2021 г. И. М. Лебедев^а, М. Н. Перельмутер^а, А. Л. Попов^{а,*},
Д. А. Челобеев^а, Е. И. Шифрин^а

^а *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**e-mail: popov@iptmnet.ru*

Поступила в редакцию 25.04.2020 г.

После доработки 25.07.2020 г.

Принята к публикации 07.08.2020 г.

Диагностика дефектов является первым шагом к их “залечиванию” — частичному или полному устранению влияния дефектов на напряженно-деформированное состояние конструкции. В работе рассмотрено “залечивание” полостных дефектов путем заполнения различными материалами. Оценка эффективности такого залечивания производится по виброакустическим критериям на примерах кольцевых дефектов в стержне и малого отверстия в пластине.

Ключевые слова: стержень, пластина, дефект, заполнение, продольные колебания, спектр, концентрация напряжений

DOI: 10.31857/S0572329921020112

1. Введение. Актуальным для разных областей техники является не только диагностика дефектов в конструкциях, но и их “залечивание”, например, путем заполнения различными материалами. Очевидно, что полноценное заполнение полостных дефектов основным материалом не создает концентрации напряжений в месте залечивания, однако некоторые способы такого заполнения, такие как сварка или наплавка, повреждают окрестность исправляемого дефекта, создавая ослабленную зону и тем самым фактически расширяя дефект. Ликвидировать ослабленную зону можно только применив термическую обработку всей конструкции в целом. Более щадящие способы заполнения, такие как пайка и клеивание, часто не позволяют использовать для заполнения основной материал конструкции. Подбор альтернативного материала должен осуществляться с учетом условия минимизации концентрации напряжений после залечивания. В статье рассматривается эффективность такого залечивания на примере кольцевых дефектов в стержне и малого отверстия в пластине по виброакустическим критериям на основе спектров частот продольных колебаний стержня и концентрации напряжений по контуру дефекта в пластине при прохождении по ней плоской изгибающей волны.

2. Дефекты в виде кольцевых проточек в стержне круглого поперечного сечения. В качестве первой модели для залечивания дефектов рассмотрим металлический стержень круглого поперечного сечения с искусственно созданными дефектами — кольцевыми проточками малой протяженности и глубины. На рис. 1,а приведен эскиз этого стержня с размерами в мм и обозначениями мест расположения проточек, а на рис. 1,б — фото одной из проточек протяженностью 0.6 мм и глубиной 1 мм.

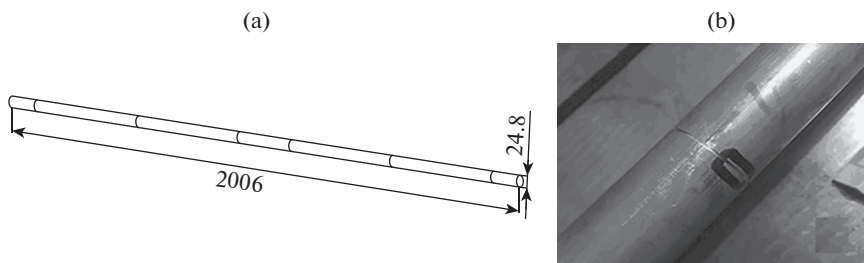


Рис. 1

Возбуждение продольных колебаний стержня осуществлялось ударом шарика из закаленной стали по одному из торцов подвешенного на двух нитях стержня. Регистрация колебаний производилась бесконтактно микрофоном по звукоизлучению с другого торца стержня. Аналоговый сигнал с микрофона, пропорциональный среднему акустическому давлению на площади мембраны микрофона, подавался на спектроанализатор, а с него – в компьютер, где сохранялся в форме оцифрованных амплитудно-временной и амплитудно-частотной зависимостей (АЧЗ). На рис. 2,а показана схема экспериментальной установки (1 – стержень, 2 – шарик, 3 – нити подвесов, 4 – измерительный микрофон, 5 – спектроанализатор А19-У2, 6 – персональный компьютер), а на рис. 2,б,с – графические отображения характерных временной (б) и амплитудно-частотной (с) зависимостей колебаний стержня из алюминиевого сплава Д16, построенные программным обеспечением ZETLAB спектроанализатора. Значения t по оси абсцисс на рис. 2,б – секунды, значения f на рис. 2,с – в Гц; значения U по осям ординат отложены в мВ электрического сигнала, передаваемого с микрофона. На рис. 2,б виден момент начала регистрации сигнала после ударного воздействия и фрагмент его в записи на протяжении 0.2 с. Из рис. 2,с видно, что расстояния между пиками в спектре частот колебаний стержня практически одинаковы, что характерно для спектра свободных продольных колебаний стержня [1].

При наличии небольших дефектов измеренный спектр продольных колебаний стержня визуально повторяет картину, изображенную на рис. 2,с. Для оценки отличий частот колебаний стержня с дефектами от частот бездефектного стержня приведена табл. 1, в которой сопоставлены 14 первых, наиболее заметных, частот соответствующих спектров. В первой строке табл. 1 приведены номера частот n в порядке возрастания, во второй – значения частот бездефектного стержня, в третьей строке – значения частот стержня с тремя парами кольцевых проточек протяженностью 0.6 мм, расположенных симметрично середины оси стержня на расстояниях 100, 500 и 900 мм от торцов стержня. Проточки, находящиеся на расстояниях 100 и 900 мм от торцов стержня, были сделаны глубиной 1 мм, а проточки, находящиеся на расстояниях 500 мм от торцов стержня, – глубиной 1.5 мм. Такое расположение дефектов позволило из спектра собственных частот стержня со свободными концами выделить собственные частоты для свободного и жестко-свободного стержня половинной длины, используемые в примененном методе диагностики множественных дефектов по двум спектрам продольных колебаний стержня.

О наличии малых дефектов в стержне можно судить по присутствующим в табл. 1 небольшим отличиям в распределениях частот бездефектного стержня и стержня с дефектами. Так как эти отличия на фоне 10-килогерцовых частот малозаметны, то введены были их комбинации, показывающие, во-первых, отличие в распределении частот от равномерного с шагом, равным удвоенной первой частоте консольного стерж-

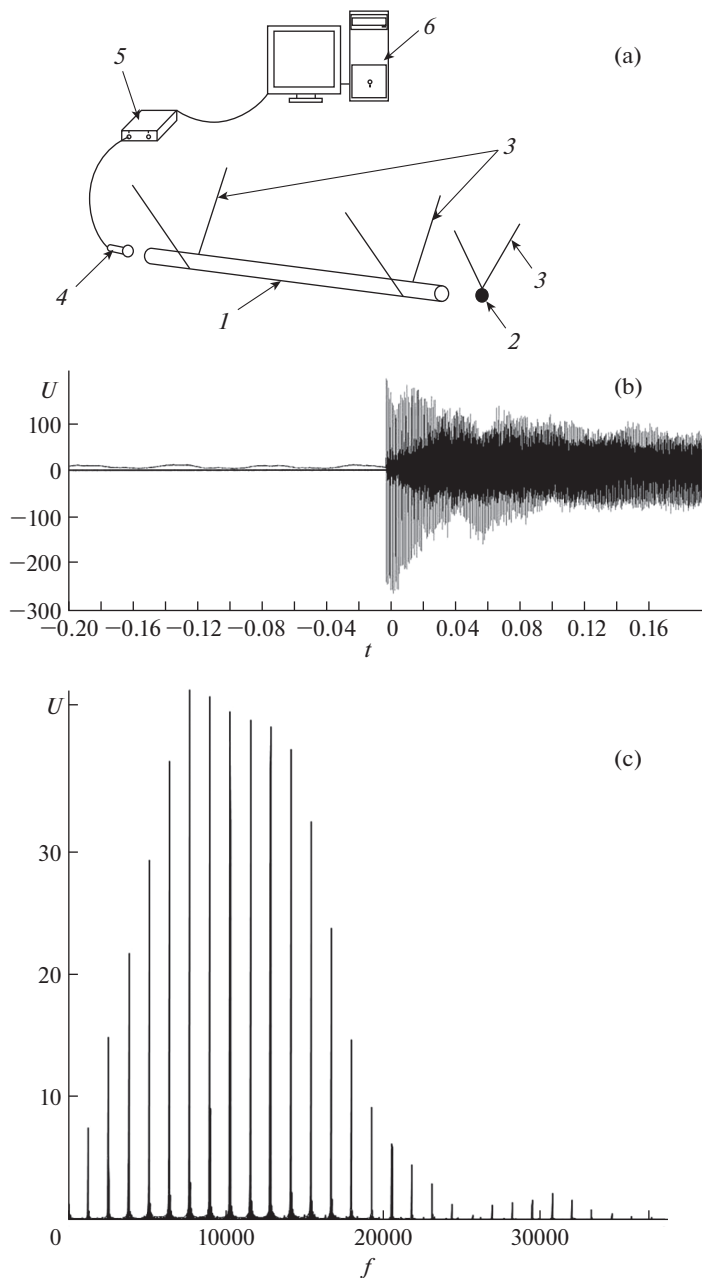


Рис. 2

ня половинной длины, а, во-вторых, изменения в этих отличиях, вызванные наличием дефектов. Данные комбинации задавались формулами:

$$\delta_k = f_1(2k - 1) - f_{2k-1}, \quad \eta_k = f_2k - f_{2k}, \quad k = 1, 2, \dots$$

первая из которых характеризовала отличия в частотах консольного стержня половинной длины, а вторая – в частотах стержня половинной длины со свободными краями.

Таблица 1

n	1	2	3	4	5	6	7
$f_{0n}/\Gamma_{\text{ц}}$	1297.8	2595.0	3893.2	5191.1	6488.5	7785.0	9080.9
$f_{dn}/\Gamma_{\text{ц}}$	1295.7	2591.8	3887.1	5188.6	6479.4	7765.9	9069.3
n	8	9	10	11	12	13	14
$f_{0n}/\Gamma_{\text{ц}}$	10377.1	11672.1	12965.3	14260.0	15551.0	16842.8	18133.0
$f_{dn}/\Gamma_{\text{ц}}$	10363.7	11658.8	12927.6	14242.5	15532.2	16821.3	18090.6

На рис. 3 показаны эти отличия (верхняя кривая на рис. 3 слева и пилообразная кривая на рис. 3 справа – для консольного стержня, нижние кривые слева и справа – для стержня со свободными краями): слева – для стержня без дефектов, справа – для стержня с тремя дефектами. Видно, что на частотах консольного стержня наличие дефектов почти не отразилось, в то время как распределение частот стержня со свободными краями превратилось из гладкой функции в пилообразную.

Отмеченный признак характеризует только факт наличия дефектов. Для нахождения их положения вдоль оси стержня используется алгоритм, разработанный в [2].

Основные идеи предложенного алгоритма состоят в следующем. Рассматривается конечно-элементная модель стержня. Предполагается, что дефект снижает жесткость содержащего ее элемента, но не влияет на плотность. Такое предположение является общепринятым в случае трещиноподобных и других локализованных дефектов [2]. Предполагается, что в результате эксперимента определены собственные значения λ_m^* и μ_m^* , $m = 1, \dots, M$, соответствующие свободным и жестко-свободным условиям на концах стержня. Собственные значения связаны с круговой частотой ω соотношением $\lambda = \rho\omega^2/E$, где ρ – плотность, E – модуль Юнга материала стержня, λ равно λ_m^* или μ_m^* в зависимости от рассматриваемых условий на концах стержня. Стержень разбивается на N элементов. Эти элементы могут не совпадать с конечными элементами, а содержать несколько конечных элементов. Модуль Юнга k -го элемента обозначим E_k .

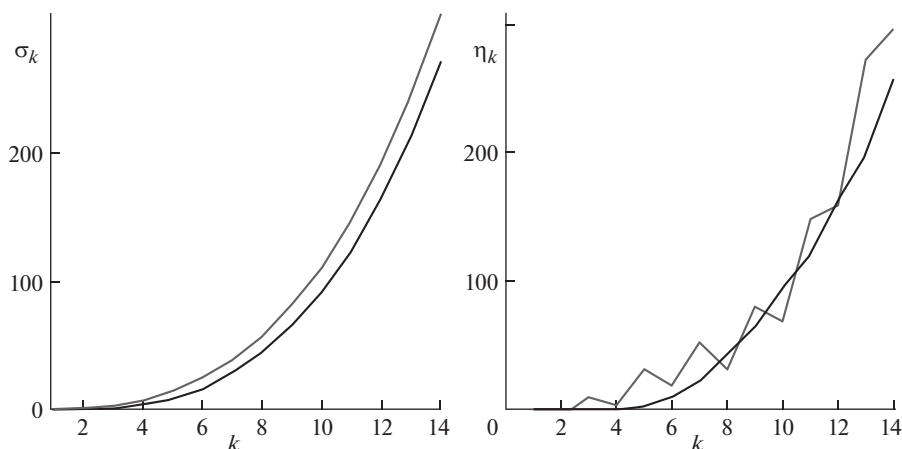


Рис. 3

Далее рассматривается последовательность минимизационных задач с целевыми функциями $F_N(\mathbf{p})$, где $N \leq M$, $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_K)$, $p_k = E_k/E$, $K \leq N$.

$$F_N(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^N \left[\left(\frac{\lambda_k(\mathbf{p}) - \lambda_k^*}{\lambda_k^*} \right)^2 + \left(\frac{\mu_k(\mathbf{p}) - \mu_k^*}{\mu_k^*} \right)^2 \right]$$

Здесь $\lambda_k(\mathbf{p})$ и $\mu_k(\mathbf{p})$ – собственные числа, получаемые в результате конечно-элементного расчета для стержня со свободными и жестко-свободными концами, соответственно.

Минимизация функции $F_N(\mathbf{p})$ осуществляется с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта. В качестве начального приближения берется $\mathbf{p} = \mathbf{p}^0 = (1, \dots, 1)$, что соответствует неповрежденному стержню. Поврежденными считаются элементы, у которых полученные в результате минимизации значения p_k оказываются меньше единицы. Для уточнения положения дефектов количество элементов удваивается, но переменными считаются только p_k , относящиеся к новым элементам, находящимся внутри старых элементов, которые на предыдущем шаге были определены как поврежденные. Процедура продолжается до стабилизации результатов по определению положения дефектов. В большинстве случаев при начальном количестве элементов равно $N = 10$, процедура продолжалась до использования 80 элементов.

Для расчета использовались спектры продольных колебаний стержня длиной 1003 мм со свободно-свободными и свободно-закрепленными концами (табл. 1). Эти спектры были извлечены из спектра колебаний стержня длиной 2006 мм со свободно-свободными концами. Как и ожидалось, численный расчет по алгоритму поиска дефектов не выявил дефектов. По первой собственной частоте было определено отношение модуля Юнга к плотности, которое использовалось в дальнейшем.

На рис. 4 представлены результаты идентификации описанных выше дефектов на стержне половинной длины. По оси абсцисс отложены номера элементов, а по оси ординат – величины $1 - p_k$, соответствующие податливостям элементов. Эти величины в местах обнаружения дефектов изображены черными столбиками. Помимо мест нахождения дефектов, виден большой всплеск у правого (свободного) конца стержня связанный со скачком жесткости на этом конце.

“Залечивание” дефектов состояло в закладке в проточки стального, алюминиевого и медного колец, полученных расплющиванием проволок из этих материалов до толщины 0.55 мм, затягиванием их в проточках и фиксации эпоксидной смолой. На рис. 5 приведены фотографии “залеченных” дефектов.

По спектрам частот продольных колебаний стержня с “залеченными” дефектами была проведена их идентификация на основе описанного выше алгоритма. Результаты идентификации представлены на рис. 6. Видно, что крайние дефекты перестали опознаваться.

Единственный всплеск на диаграмме рис. 6 сохранился у среднего, наиболее глубокого дефекта, “залеченного” материалом с иными свойствами (медью), чем алюминиевый сплав Д16.

Таким образом, заполнение дефектов металлическими вставками оказалось достаточно эффективным средством “залечивания” дефектов с точки зрения акустической регистрации изменений в спектре продольных колебаний стержня, вызванных дефектами, и диагностики на их основе мест расположения дефектов.

2. Дефект в виде отверстия в пластине. Второй моделью дефекта и его залечивания может служить задача о дефекте в виде отверстия в плоской пластине, заполняемого упругим материалом с теми же, или отличными от пластины механическими характеристиками. В статической постановке эта задача была рассмотрена в [3]. Задача о ди-

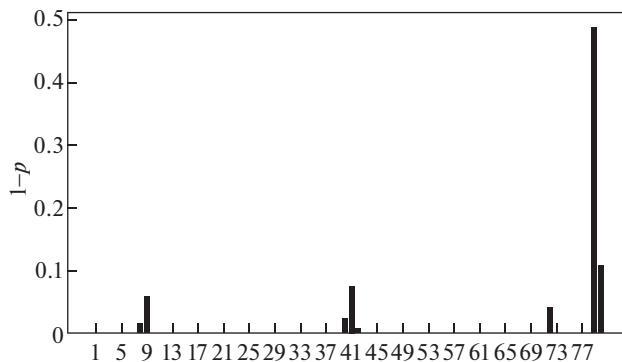


Рис. 4

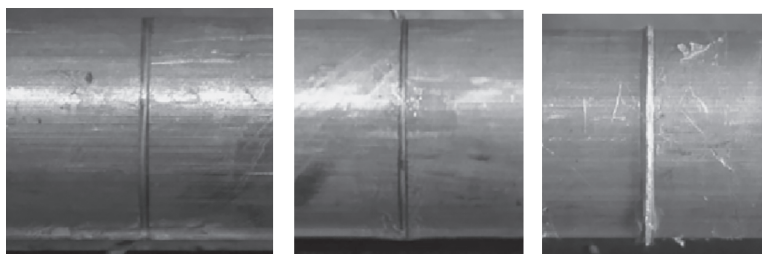


Рис. 5

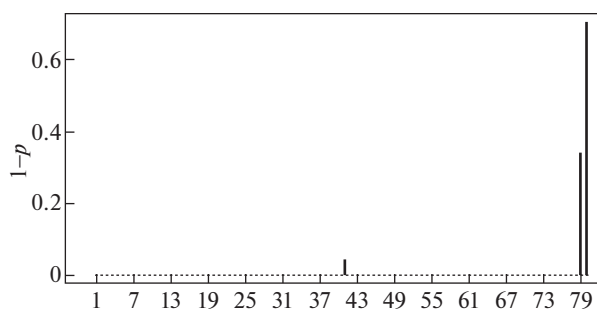


Рис. 6

фракции изгибной волны на круговом препятствии в пластине рассмотрена в [4]. Звуковое поле в акустической среде, контактирующей с пластиной, восстановленное по полю изгибных волн в пластине с включением, без учета обратной реакции среды на колебания пластины, рассмотрена в [5].

Установившиеся изгибные колебания основной пластины и включения толщины h описываются уравнениями

$$\Delta^2 W_j - s_j^4 W_j = 0, \quad s_j^4 = \frac{\rho_j \omega^2 h}{D_j}, \quad j = 1, 2$$

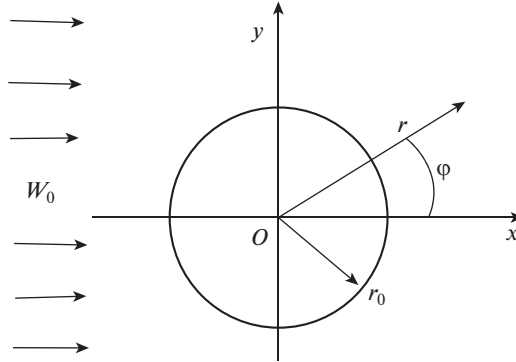


Рис. 7

где Δ – оператор Лапласа, ω – круговая частота, D_j , W_j , ρ_j – соответственно, цилиндрическая жесткость, амплитуда прогиба и плотность основной пластины ($j = 1$) и заполнения ($j = 2$).

Пусть по основной пластине распространяется изгибная волна (рис. 7):

$$W_0 = Ae^{is_1r \cos \varphi}$$

где r , φ – полярные координаты, A – заданная амплитуда.

Рассеянное поле ищется в виде суммы расходящихся и быстрозатухающих волн:

$$W_s = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\alpha_n H_n^{(1)}(s_1 r) + \beta_n K_n(s_1 r)] e^{in\varphi}$$

где $H_n^{(1)}(\xi)$ – функция Ханкеля 1-го рода, $K_n(\xi)$ – функция Макдональда n -го порядка.

Поле в упругом заполнителе представляется в виде

$$W_2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\gamma_n J_n(s_2 r) + \eta_n I_n(s_2 r)] e^{in\varphi}$$

где $J_n(\xi)$, $I_n(\xi)$ – соответственно, функция Бесселя и модифицированная функция Бесселя n -го порядка.

Постоянные α_n , β_n , γ_n , η_n определяются решением системы из четырех уравнений, полученных из граничных условий при $r = r_0$:

$$W_1 = W_2, \quad \frac{\partial}{\partial r} W_1 = \frac{\partial}{\partial r} W_2$$

$$D_1 M_1 = D_2 M_2, \quad D_1 L_1 = D_2 L_2$$

где $W_1 = W_0 + W_s$ – суммарное поле вне включения,

$$M_j = -D_j \left[\frac{\partial^2 W_j}{\partial r^2} + \nu_j \left(\frac{1}{r} \frac{\partial W_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W_j}{\partial \varphi^2} \right) \right]$$

$$L_j = \frac{\partial}{\partial r} \nabla^2 W_j + (1 - \nu_j) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 W_j}{\partial \varphi^2}, \quad D_j = \frac{E_j h^3}{12(1 - \nu_j)}, \quad j = 1, 2$$

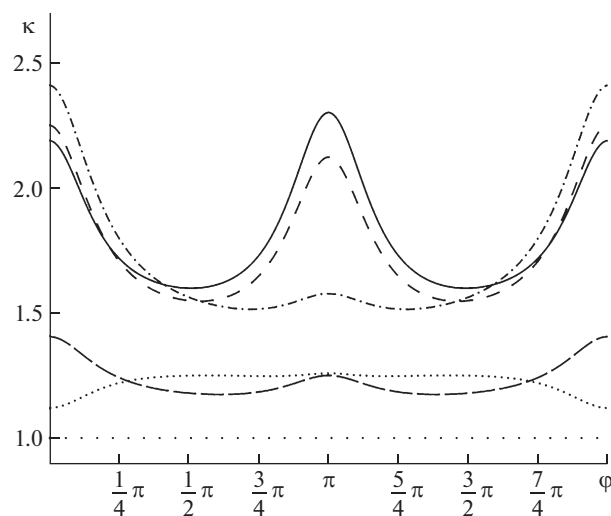


Рис. 8

Эти условия означают непрерывность функции прогиба, угла поворота, радиальной компоненты изгибающего момента и приведенной перерезывающей силы на окружности контакта основной пластины и заполнения.

В качестве условия залечивания примем снижение концентрации напряжений вокруг отверстия при его заполнении материалами с разными свойствами. Об этом можно судить по величине коэффициента концентрации напряжений, равного отношению окружного момента

$$M_t = -D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right)$$

на кромке заполненного отверстия (при $r = r_0$) к окружному моменту в том же месте пластины без отверстия.

Расчеты проводились для случая пластины толщиной $h = 1$ мм с круглым отверстием радиуса $r_0 = 10$ мм при падающей волне с частотой 1000 Гц. Длина изгибной волны в пластине при этих параметрах составляет около 100 мм.

На рис. 8 представлены кривые распределения по контуру отверстия коэффициента концентрации напряжений K при заполнении отверстия различными материалами: для стальной пластины и пустого отверстия (сплошная линия), при заполнении сталью (редкий пунктир), алюминием (частый пунктир), висмутом (штрих-пунктир), пластиком (короткие штрихи) и медью (длинные штрихи).

Как видно из рис. 8, максимальные коэффициенты концентрации имеют место в точках входа ($\varphi = 0$) и выхода падающей волны ($\varphi = \pi$). Численные значения приведены в табл. 2.

Как следует из табл. 2, при свободном отверстии максимум $K = 2.3$. Наименьшее значение коэффициента концентрации напряжений (исключая заполнение сталью) получается при заполнении отверстия в стали алюминием ($K = 1.26$) и медью ($K = 1.4$). При заполнении висмутом концентрация напряжений даже усиливается ($K = 2.5$). Заполнение легким материалом (пластик) влияет на концентрацию напряжений незначительно.

Таблица 2

Материал заполнения	φ	
	0	π
Незаполненное отверстие	2.19	2.30
Сталь	1.00	1.00
Алюминий	1.12	1.26
Висмут	2.41	1.58
Пластик	2.25	2.12
Медь	1.40	1.25

На рис. 9 показано распределение коэффициента концентрации напряжений K для аналогичной пластины из алюминия для тех же условий, что и на рис. 8. Обозначения те же, что на рис. 8.

Численные значения максимальных коэффициентов концентрации напряжений приведены в табл. 3.

Видно, что в случае алюминиевой пластины при свободном отверстии $K = 2.2$. Наименьшее значение коэффициента концентрации напряжений (не считая заполнения алюминием) получается при заполнении отверстия сталью ($K = 1.37$) и медью ($K = 1.75$). При заполнении висмутом и пластиком концентрация напряжений усиливается ($K = 2.64$ для висмута и $K = 2.45$ для пластика).

Таким образом, подбирая физические и механические характеристики материала заполнения – плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона, можно значительно снизить концентрацию напряжений в окрестности дефекта. При этом остается некоторая свобода в выборе типа материала, которую можно использовать для улучшения

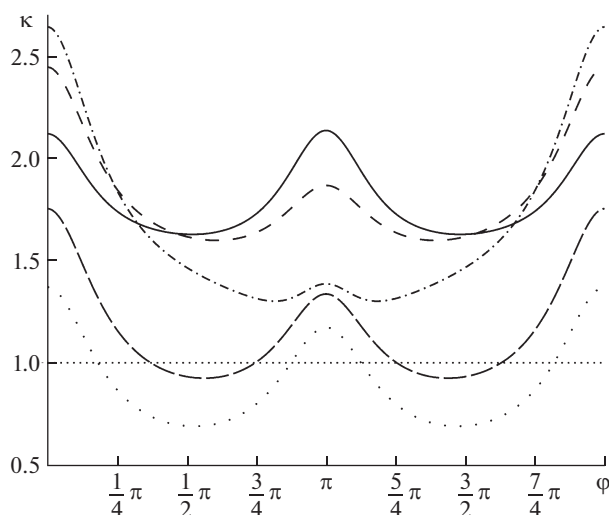


Рис. 9

Таблица 3

Материал заполнения	φ	
	0	π
Незаполненное отверстие	2.12	2.14
Сталь	1.37	1.17
Алюминий	1.00	1.00
Висмут	2.64	1.39
Пластик	2.45	1.87
Медь	1.75	1.34

технологической и эксплуатационной совместимости материалов основы и заполнителя.

Исследование И.М. Лебедева, М.Н. Перельмутера, А.Л. Попова и Д.А. Челюбеева выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00616).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967. 444 с.
2. Лебедев И.М., Шифрин Е.И. Решение обратной спектральной задачи для стержня, ослабленного поперечными трещинами, с помощью оптимизационного алгоритма Левенберга-Марквардта // Изв. РАН. МТТ. 2019. № 4. С. 8–26.
3. Перельмутер М.Н., Попов А.Л., Челюбеев Д.А., Бухалов В.И. Анализ эффективности зазачивания дефектов при их заполнении различными материалами // Актуальн. пробл. прикл. матем., информат. и механ.: Сб. тр. Междунар. научн. конф., Воронеж, 11–13 ноября 2019 г. Воронеж: Научно-исслед. публ., 2020. С. 1488–1492.
4. Коненков Ю.К. Дифракция изгибной волны на круговом препятствии в пластине // Акустический журнал. 1964. Т. 10. С. 186–190.
5. Боровиков В.А., Попов А.Л., Челюбеев Д.А. Звуковое поле, возбужденное изгибными колебаниями упругой пластины с круглым включением // Акустический журнал. 2007. Т. 53. № 6. С. 749–759.