ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2022, № 4, с. 85–89

УДК 539.3

СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ МИКРОДЕФЕКТОВ В РАСТЯГИВАЕМЫХ ОБРАЗЦАХ МАТЕРИАЛА

© 2022 г. Д. В. Бабич[a],*, Т. И. Дородных[b],**

[a] *Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, Украина*

[b] *Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого, Тула, Россия*

**e-mail: babich_dv@ukr.net*

***e-mail: tdortula@gmail.com*

Поступила в редакцию 26.05.2021 г.
После доработки 09.08.2021 г.
Принята к публикации 12.08.2021 г.

Разрушение материала является сложным, многоэтапным процессом, включающим рассеянные микроразрушения структурных элементов. Разрушение структурных элементов может происходить путем образования плоских микротрещин отрыва, сдвига или при наличии обоих механизмов. В работе приводятся методики определения концентрации микродефектов в повреждающемся материале на основании законов распределения пределов прочности (текучести) в структурных элементах материала и на основании экспериментальных данных по определению основных механических характеристик материала при растяжении стандартных образцов.

Ключевые слова: поврежденный материал, концентрация микродефектов, остаточные деформации

DOI: 10.31857/S0572329922040031

Введение. В процессе деформирования гетерогенных материалов образуются повреждения в виде микротрещин отрыва и сдвига либо в виде площадок текучести. Микроповреждения в материале существенно влияют на значения основных деформационных характеристик типа предел пропорциональности, предел пластичности, временное сопротивление и коэффициент поперечного сужения. Это обстоятельство сказывается на результатах расчетов на прочность, устойчивость и др. для реальных конструкций. Как правило, такие расчеты идут в запас прочности. Очевидно, в связи с этим указанный вопрос обсуждался недостаточно. В настоящее время существуют различные подходы к моделированию микроповреждаемости материалов [1–6, 14–17]. Есть подходы, где учитывается взаимодействие соседних структурных элементов в процессе деформирования, что приводит к изменению масштаба и типа структурных элементов. При взаимодействии микротрещин в материале возникает развитие регулярной структуры разрушения. Например, взаимодействие микротрещин в пористом теле при сжатии с образованием такой структуры разрушения, рассматривается в работе [7]. Следует отметить подходы с использованием метода минимизации целевой функции осуществляемого с помощью алгоритма Левенберга–Марквардта [8–10].

Структурно-вероятностная модель повреждаемости материала описана в работах [1, 3, 4]. Результаты исследований особенностей деформирования, разрушения конструкций, устойчивости тонкостенных конструкций, а также работы по электроупругим материалам, с учетом микроразрушений отражены в работах [1–6, 11].

В указанных работах для оценки степени поврежденности материала используется параметр $p = F_r/F_0$, где F_0 – исходная эффективная площадь сечений, F_r – разрушенная часть исходной площади. Для определения параметра p используются функции распределения случайных значений пределов прочности структурных элементов материала.

Концентрация микроразрушений p является одной из основных характеристик материала, поэтому поиск способов определения этой характеристики представляет теоретический и практический интерес. Наряду с аналитическим способом определения концентрации микроразрушений в образцах на основе функции распределения пределов прочности (текучести) в структурных элементах материала, приводится новый экспериментальный способ на основе замеров текущих значений удлинения образцов в макроэксперименте.

1. Экспериментальный способ. При растяжении экспериментальных образцов силой P образуется остаточная деформация

$$\varepsilon_0 = \varepsilon - \varepsilon_y \tag{1.1}$$

где $\varepsilon = \bar{\sigma}/\overline{E_c}$ – полная деформация; $\varepsilon_y = \bar{\sigma}/\overline{E_0}$ – упругая деформация; $\overline{E_c}$ – секущий модуль; $\overline{E_0}$ – модуль упругости растягиваемого образца. Истинные напряжения $\bar{\sigma}$ определяются выражением

$$\bar{\sigma} = P/(F_0 - F_\nu - F_r) = \sigma^{/}/(1 - p_\nu - p) \tag{1.2}$$

В (1.2) обозначено: F_ν, F_r – соответственно уменьшение эффективной площади сечения за счет эффекта Пуассона и микроразрушений в материале. p_ν, p – относительные доли F_ν, F_r; $\sigma^{/} = P/F_0$ – условные напряжения, в которых приводятся справочные данные об основных механических характеристиках материала; ($\sigma^{/}_{0.02}$ – условный предел пропорциональности; $\sigma^{/}_{0.2}$ – условный предел текучести).

В процессе деформирования образца эффективная площадь сечений с учетом эффекта Пуассона и микроразрушений в материале определяется выражением

$$F = F_0(1 - p)(1 - \nu\varepsilon)^2 \tag{1.3}$$

где ν– коэффициент поперечного сужения, изменяющийся в процессе деформирования. С учетом (1.2), (1.3) выражение (1.1) преобразуется к виду

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma^{/}}{\bar{\bar{E}}_c(1 - p)(1 - \nu\varepsilon)^2} - \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\bar{\bar{E}}_0(1 - p)(1 - \nu\varepsilon)^2} \tag{1.4}$$

С учетом, что первое слагаемое в (1.4) обозначает общую деформацию ε следует соотношение

$$p = 1 - \frac{\sigma^{/}}{\bar{\bar{E}}_0(\varepsilon - \varepsilon_0)(1 - \nu\varepsilon)^2} \tag{1.5}$$

С учетом малости $\nu\varepsilon \ll 1$ для конструкционных материалов типа сталей соотношение (1.5) принимает вид

$$p = 1 - \frac{\sigma^{/}}{\bar{\bar{E}}_0(\varepsilon - \varepsilon_0)} \tag{1.6}$$

В (1.6) выражение $\varepsilon_y^{/} = \dfrac{\sigma^{/}}{\overline{\overline{E}}_0}$ — обозначает условную упругую деформацию, $\overline{\varepsilon}_y = \varepsilon - \varepsilon_0$ обозначает истинную упругую деформацию, $\varepsilon_y^{/} = (1 - p) \cdot \overline{\varepsilon}_y$.

В абсолютно упругом теле $\varepsilon_0 = 0$, в частично упругом $\varepsilon_0 \neq 0$ [18]. При деформировании частично упругого материала в упругой области $0 < \sigma^{/} \leq \sigma_{0.02}^{/}$ имеет место выражение

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma^{/}}{\overline{\overline{E}}_0(1 - p)} - \frac{\sigma^{/}}{E_0} \tag{1.7}$$

где E_0 — модуль упругости сплошного материала, $\overline{E}_0$ — модуль упругости частично упругого материала. p — концентрация микродефектов отрыва. В случае малых остаточных деформаций $E_0 \approx \overline{E}_0 \approx E_-$, где E_- — модуль упругости при сжатии образца. Остаточная деформация при растяжении образца в упругой области в случае микроразрушений отрывом будет определяться разностью значений деформаций при растяжении ε_+ и сжатии $|\varepsilon_-|$.

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_+ - |\varepsilon_-| \tag{1.8}$$

Из (1.7) следует выражение для концентрации микротрещин отрыва

$$p = 1 - \frac{\varepsilon_+}{|\varepsilon_-| + \varepsilon_0} \tag{1.9}$$

Абсолютно упруго материал ведет себя в диапазоне напряжений $0 < \sigma^{/} \leq \sigma_{\text{ce}}^{/}$, где $\sigma_{ce}^{/}$ — минимальный предел прочности структурных элементов материала. Параметр $\sigma_{ce}^{/}$ представляет собой максимальное условное напряжение в образце, при котором $\varepsilon_0 = 0$.

Методика аналитического определения величин $E_+, \overline{E}_0, E_-$ изложена в [3]. В частично упругом материале предел пропорциональности является условной величиной, которая зависит от принимаемого в качестве приближенного значения ε_0, при котором материал в некотором приближении считается упругим.

2. Аналитический способ. Физическая суть параметра p состоит в том, что он представляет относительную долю площади пересекаемых структурных элементов, в которых локальные напряжения достигают уровня пределов прочности либо текучести. В [13] на основе анализа тонких срезов осадков в петрографии показано, что $p = \dfrac{N_0}{N}$, где N и N_0 соответственно общее число и число разрушенных структурных элементов. Существует несколько подходов к определению распределения пределов прочности (текучести). Для аппроксимации распределения прочностных свойств кристаллитов и зерен различной ориентации в микронеоднородных материалах предложены различные законы: степенной закон [4], нормальный закон распределения микропрочности [4], функция распределения Вейбулла [4], функция распределения Пирсона третьего рода [16] и др.

В качестве примера рассматривается степенной закон. Согласно этому закону плотность и интегральная функция распределения пределов прочности (текучести) структурных элементов имеют вид

$$f(\overline{\sigma}) = \frac{dp(\overline{\sigma})}{d\overline{\sigma}} = \alpha\left(\frac{1}{\overline{\sigma}_1 - \overline{\sigma}_0}\right)\left(\frac{\overline{\sigma} - \overline{\sigma}_0}{\overline{\sigma}_1 - \overline{\sigma}_0}\right)^{\alpha-1} \tag{2.1}$$

$$p(\overline{\sigma}) = \left(\frac{\overline{\sigma} - \overline{\sigma}_0}{\overline{\sigma}_1 - \overline{\sigma}_0}\right)^{\alpha} \tag{2.2}$$

В (2.1), (2.2) обозначено: $\overline{\sigma}$ – случайные значения пределов прочности (текучести) структурных элементов при растяжении; $\overline{\sigma}_0, \overline{\sigma}_1$ – соответственно минимальное и максимальное значения пределов прочности (текучести); α – коэффициент рассеивания пределов прочности.

В случае микродефектов сдвига в формулах (2.1), (2.2) следовало бы перейти к касательным напряжениям. Однако в этом нет необходимости, поскольку характерные сдвиговые параметры определяются через соответствующие параметры в нормальных напряжениях. Поэтому независимо от критериев текучести конечный результат (значение p) будет одинаковым. В случае касательных напряжений отсутствует эффект Пуассона, которым пренебрегается в конечных выражениях при нормальных напряжениях.

Способы определения параметров интегральной функции распределения $p(\overline{\sigma})$ изложены в [1, 6].

Очевидно, интенсивное разрушение либо текучесть в структурных элементах начинаются при напряжениях больших предела пропорциональности. Поэтому принимается $\overline{\sigma}_0 = \sigma_{0.02}$.

В дальнейшем в качестве примера микроразрушение в материале рассматривается в интервале напряжений $\overline{\sigma}_{0.02} < \overline{\sigma}^{/} \leq \overline{\sigma}_{0.2}$, где цифрами внизу обозначены значения остаточной деформации в долях процента. В указанном интервале параметры α и $\overline{\sigma}_1$ определяются выражениями [6]:

$$\alpha = -1 + (1/\mathrm{k})\sqrt{1 + \mathrm{k}^2}, \quad \mathrm{k} = \frac{w_{0.2}}{1 - \sigma^{/}_{0.02}/\sigma^{/}_{0.2}} \tag{2.3}$$

$$\overline{\sigma}_1 = \frac{(1 + \alpha)}{\alpha}(\overline{\sigma}_{0.2} - \sigma_{0.02}) + \sigma_{0.02} \tag{2.4}$$

Основанием для определения параметра α для истинного $\overline{\sigma}_{0.2}$ по формулам (2.3) является равенство дисперсии для случайных значений условного и истинного пределов текучести. Вследствие этого коэффициент вариации $w_{0.2}$ для условного ($\sigma^{/}_{0.2}$) и истинного ($\overline{\sigma}_{0.2}$) пределов текучести будет одинаковым. Выражение (2.2) с учетом (2.4) преобразуется к виду

$$p(\overline{\sigma}_{0.2}) = \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha}\right)^{\alpha} \tag{2.5}$$

По экспериментальным данным концентрация микродефектов определяется формулой (1.6). Соотношение (1.6) позволяет проверить достоверность выражения (2.5) в частном случае условного $\sigma^{/}_{0.2}$. В случае других условных пределов текучести $\sigma^{/}_x$ такая проверка возможна при известных значениях коэффициента вариации w_x для заданного $\sigma^{/}_x$.

3. Числовой пример. Проверка достоверности выражений (1.6), (2.5) проводится путем сравнения результатов расчета по этим формулам для стали 15 × 2МФА, стандартные характеристики для которой составляют [14]:

$$\sigma^{/}_{0.02} = 0.287 \times 10^9 \text{ Па}, \quad \sigma^{/}_{0.2} = 0.414 \times 10^9 \text{ Па}$$

$$w_{0.2} = 0.129 \quad \varepsilon_0 = 0.2 \times 10^{-2}, \quad \varepsilon = 0.584 \times 10^{-2}, \quad \overline{E_0} = 0.2 \times 10^{12} \text{Па}$$

Из формулы (2.3) для заданного $\sigma'_{0.2}$ следует $\alpha = 1.5813$. По формуле (2.5) $p = 0.4608$, а согласно (1.6) $p = 0.4901$. Значения концентраций микродефектов, рассчитанные по соотношениям (1.6), (2.5) согласуются в рамках допустимой точности.

Заключение. Изложены экспериментальный и структурно-вероятностный подходы к определению концентрации микроразрушений при растяжении повреждающихся образцов. Случай сжатия образцов требует отдельного рассмотрения. Показано, что остаточная деформация является следствием микроразрушений в материале. При отрывном микроразрушении образцов остаточная деформация определяется разностью значений деформации при растяжении и сжатии, поскольку при растяжении в материале образца происходят микроразрушения, а при сжатии материал ведет себя как сплошной. С учетом изложенного выше было бы полезно расширить список основных стандартных механических параметров типа предел пропорциональности, условный предел текучести, предел прочности, дополнив его соответствующими указанным параметрам значениями коэффициентов вариации, полной и остаточной деформациями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабич Д.В.* Моделирование связаного процесса деформирования и трещинообразования в упругохрупких материалах // Пробл. прочн. 2004. № 2. С. 96–105.
2. *Бабич Д.В.* Статистический критерий разрушения для хрупких материалов при статических и повторяющихся нагружениях // Теор. прикл. мех. 2011. № 7. С. 16–27.
3. *Бабич Д.В.* Влияние геометрии плоских микроповреждений материала на его деформационные свойства // Пробл. прочн. 2011. № 3. С. 160–174.
4. *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
5. *Бабич Д.В., Дородных Т.И.* Неоднозначность критической нагрузки для сферических оболочек при повреждаемости // Изв. РАН МТТ. 2016. № 1. С. 97–109.
6. *Бабич Д.В., Дородных Т.И.* Статистическая модель усталостного разрушения материалов // Изв. РАН МТТ. 2018. № 5. С. 133–144.
7. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* О модели разрушения структурированной среды в условиях сжатия // Изв. РАН МТТ. 2010. № 6. С. 86–97.
8. *Лебедев И.М., Шифрин Е.И.* Обнаружение множественных трещин в балке с помощью собственных частот поперечных колебаний // Вестн. ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Сер. мех. пред. сост . 2020. Т. 44. С. 19–26.
9. *Shifrin E.I.* Identification of small well-separated defects in an isotropic elastic body using boundary measurements // Mech. Sys. Signal Proc. 2016. V. 70. P. 613–624.
10. *Shifrin E.I., Popov A.L., Lebedev I.M., Chelyubeev D.A., Kozintsev V.M.* Numerical and experimental verification of a method of identification of localized damages in a rod by natural frequencies of longitudinal vibration // Acta Mech. 2021. V. 232. № 5. P. 1797–1808.
11. *Бабич Д.В., Дородных Т.И.* Структурно-вероятностная интерпретация деформационной теории пластичности // Мат. методи фiз.-мех. поля. 2018. Т. 61 № 2. С. 124–133.
12. *Канторова Т.А., Френкель Я.И.* Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов // Ж. тех. физ. 1941. Т. 11. Вып. 3. С. 173–183.
13. *Кендалл М., Моран П.* Геометрические вероятности. М.: Наука, 1972. 192 с.
14. *Махутов Н.А., Зацаринный В.В., Базарас Ж.М.* Статистические закономерности малоциклового нагружения. М.: Наука, 1989. 252 с.
15. *Салганик Р.Л.* Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 149–158.
16. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / Под Ред. *В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбан.* М.: Наука, 1985. 640 с
17. *Тамуж В.П., Куксенко В.С.* Микромеханика разрушения полимерных материалов. Рига: Зинатне, 1978. 294 с.
18. *Тимошенко С.П.* Сопротивление материалов. Т. 1. М.: Наука, 1966. 363 с.