

УДК 539.3

УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ ИЗГИБА БАЛКИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МЕТОДУ ЗАЛИПШЕГО КАНТИЛЕВЕРА

© 2022 г. И. А. Солдатенков^{a,*}, А. А. Яковенко^a, В. Б. Световой^b

^a Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

^b Институт физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина РАН, Москва, Россия

*e-mail: iasoldat@hotmail.com

Поступила в редакцию 14.02.2022 г.

После доработки 20.03.2022 г.

Принята к публикации 21.03.2022 г.

Предложена математическая модель, описывающая изгиб кантилевера и с учетом факторов его неидеальности (исходный прогиб, изменение толщины), а также податливости подложки применительно к методу залипшего кантилевера. На основе предложенной модели выполнен численный анализ изгиба кантилевера и даны оценки энергии адгезии. Полученные результаты свидетельствуют о важности учета факторов неидеальности кантилевера, а также податливости подложки.

Ключевые слова: контактная задача, упругая балка, дисперсионные силы, адгезия

DOI: 10.31857/S0572329922060162

Введение. В последние десятилетия значительно повысился интерес к изучению адгезионного взаимодействия твердых тел, что обусловлено, в частности, широким применением микроэлектромеханических систем (MEMS) [1, 2]. Адгезионное взаимодействие тел обуславливается силами различной природы (электростатической, капиллярной, химической и др.), среди которых выделяются дисперсионные силы (ДС). Эти силы действуют между незаряженными телами и их существование связано с флуктуациями электромагнитного поля [3]. На расстояниях между телами $h \sim 1$ нм ДС носят название ван-дер-ваальсовых сил, при больших расстояниях (свыше 10 нм), когда существенным становится запаздывание электромагнитных волн, они называются силами Казимира. Общая макроскопическая теория ДС была построена Лифшицем с коллегами [4].

С увеличением расстояния h между телами ДС быстро убывают ($\sim h^{-\alpha}$, $\alpha = 3-4$). Однако, несмотря на это, ДС играют важную роль в производстве и функционировании различных микромеханических устройств, т.к. они являются причиной крайне нежелательного явления – адгезионного залипания подвижных элементов подобных устройств [5]. В отличие от других сил (например, электростатических или капиллярных), ДС не могут быть устранены выбором материалов, модификацией поверхности и т.п., поскольку природа ДС связана с фундаментальными свойствами электромагнитного поля.

Указанные обстоятельства обуславливают актуальность задачи измерения ДС. Использование для этого традиционных систем с упругим подвесом представляется проблематичным из-за потери устойчивости и спонтанного залипания. Особенно остро такая проблема стоит для диапазона расстояний $3 \text{ нм} < h < 30 \text{ нм}$, характерного для многих микромеханических устройств. Предложенный ранее метод залипшего канти-

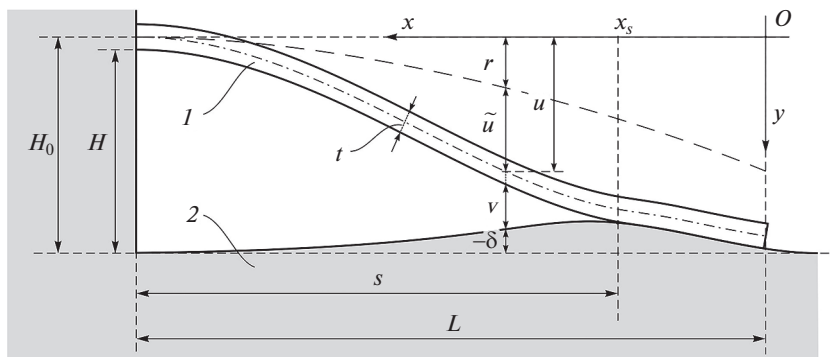


Рис. 1. Схема взаимодействия кантилевера 1 с подложкой 2 в МЗК.

левера (МЗК) лишен подобного недостатка, при этом МЗК позволяет измерять также и энергию адгезии исследуемых поверхностей [6–9].

МЗК предполагает использование упругой балки (кантилевера), один конец которой консольно закреплен на высоте H над подложкой. Характерная длина и толщина кантилевера составляют $L \sim 10$ мм и $t \sim 10$ мкм, высота крепления кантилевера $H \sim 10$ мкм. Свободный конец кантилевера приводится в контакт с подложкой, в результате чего происходит адгезионное залипание части кантилевера (рис. 1). Остальная (свободная) часть кантилевера находится под действием ДС, которые вызывают изменение прогиба кантилевера относительно его классической формы. Как показывают оценки, подобное изменение составляет ~ 100 нм. Оно может быть измерено при помощи сканирующего интерферометра с точностью ~ 1 нм и служит в качестве исходных данных для оценки ДС с привлечением теории изгиба балок [10, 11].

Для экспериментальных исследований обычно используется кремниевый кантилевер, а на подложку наносится покрытие. Это обусловлено тем, что стандартная технология производства микромеханических устройств предполагает использование кремния, как базового материала, и тонких покрытий, для нанесения которых применяются известные способы – магнетронное напыление, термическое осаждение и др. [12]. Как показывают эксперименты [13, 14], получаемая в результате шероховатость покрытия часто описывается негауссовым распределением и характеризуется значительным числом неровностей (пиков), которые имеют высоту ~ 10 нм, существенно превышающую среднеквадратичное отклонение шероховатости ~ 1 нм. Такое избыточное количество высоких пиков приводит к ощутимой податливости подложки, что, в свою очередь, оказывает влияние на измеряемый прогиб кантилевера.

Вследствие погрешностей технологии изготовления, форма кантилевера не является идеальной. Это проявляется в существовании исходного (остаточного) прогиба кантилевера и отклонения его толщины от постоянного значения [15]. Указанные факторы неидеальности кантилевера также влияют на его прогиб и требуют учета.

Следует отметить существование и других факторов, влияющих на изгиб кантилевера. Примерами тому служат факторы капиллярных явлений и растяжения кантилевера [16] или податливости консольного закрепления кантилевера, которая исследовалась применительно к атомно-силовому микроскопу [17].

В данной работе предлагается модель изгиба кантилевера, учитывающая исходный прогиб и изменение толщины кантилевера, а также податливость подложки применительно к МЗК. Предложенная модель позволяет производить уточненный расчет прогиба кантилевера и энергии адгезии кантилевера к подложке. Целью работы является анализ влияния факторов неидеальности кантилевера (исходный прогиб, изменение

толщины) и податливости подложки на результирующий прогиб кантилевера и оцен-
ку энергии адгезии применительно к МЗК.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим изгиб балки (кантилевера) длины L и ширины w в поле ДС при ее консольном закреплении на расстоянии H_0 от подложки и наличии участка $[0, x_s]$ адгезионного сцепления с подложкой (участок залипания) (рис. 1). Здесь и далее $x_s = L - s$, причем длина s свободного (незалипшего) участка считается заданной. Рассмотрение проводится на макромасштабе, что позволяет пренебречь шероховатостью кантилевера и подложки на микро- и наноуровне. На свободном участке $(x_s, L]$ кантилевер и подложка разделены положительным зазором v . Прогиб кантилевера задается ординатой u его оси в системе координат Oxu . Допускаются существование исходного (до залипания) прогиба r кантилевера и изменение толщины t кантилевера по его длине. Подложка считается податливой (деформируемой), что обуславливает существование перемещения δ ее границы. Между указанными величинами имеет место соотношение (рис. 1):

$$v(x) = H_0 - u(x) - t(x)/2 + \delta(x), \quad x \in [0, L] \quad (1.1)$$

Используя положения теории изгиба балок со слабоизменяющейся толщиной, можно вывести следующее соотношение между прогибом u балки и внешней нагрузкой q , распределенной по длине балки [10, 11]:

$$[EJ(x)u''(x)]'' = q(x) \quad (1.2)$$

где $J(x) = wt^3(x)/12$ – момент инерции сечения балки, E – модуль упругости, штрих у символа функции означает производную по координате x . Для слабоискривленной в исходном состоянии балки величину u в равенстве (1.2) следует заменить разностью $\tilde{u} = u - r$ [10, 11].

Принимая во внимание вышесказанное, можно прийти к следующему дифференциальному уравнению, описывающему прогиб кантилевера:

$$\mathcal{H}(\tilde{u})(x) \equiv [D(x)\tilde{u}''(x)]'' = \beta(x), \quad x \in [0, L] \quad (1.3)$$

в котором $\beta = q/w$ – внешнее изгибающее напряжение, $D(x) = Et^3(x)/12$.

Для описания деформационного поведения подложки будет использоваться модель Винклера [18, 19]:

$$\delta(x) = -A\sigma_y(x), \quad x \in [0, L] \quad (1.4)$$

где $\sigma_y(x)$ – граничное напряжение, $0 < A$ – коэффициент податливости, который определяется деформационными свойствами шероховатого контакта кантилевера и подложки [15, 20].

Присутствующее в уравнении (1.3) изгибающее напряжение β обусловлено реакцией подложки (участок залипания) или действием ДС (свободный участок), однако в любом случае справедливо равенство

$$\beta(x) = \sigma_y(x), \quad x \in [0, L] \quad (1.5)$$

Исключив из этого равенства напряжение σ_y с помощью равенств (1.1) и (1.4), можно получить следующее выражение:

$$\beta(x) = A^{-1} [H_0 - u(x) - t(x)/2 - v(x)], \quad x \in [0, L] \quad (1.6)$$

На участке залипания имеем $v(x) = 0$, поэтому из выражения (1.6) следует, что

$$\beta(x) = \beta_1 (u(x) + t(x)/2), \quad x \in [0, x_s] \quad (1.7)$$

причем

$$\beta_1(X) = A^{-1}(H_0 - X) \quad (1.8)$$

На свободном участке зазор v отличен от нуля, поэтому справедливо равенство

$$\beta(x) = \Pi(v(x)), \quad x \in (x_s, L] \quad (1.9)$$

в котором функция Π – удельная сила притяжения друг к другу поверхностей кантилевера и подложки, обусловленная наличием ДС. Для рассматриваемого случая можно использовать выражение

$$\Pi(v) = \Pi_0 (h_0/(h_0 + v))^\alpha \quad (1.10)$$

в котором параметр Π_0 задает силу притяжения при $v = 0$, а величина h_0 характеризует равновесный зазор шероховатого контакта кантилевера и подложки на наноуровне [20, 21].

Если, с помощью цепочки равенств (1.4), (1.5), выразить в правой части соотношения (1.1) величину δ через β и подставить полученное выражение для зазора v в правую часть равенства (1.9), то можно получить алгебраическое уравнение для изгибающего напряжения на свободном участке:

$$\beta(x) = \Pi(H_0 - u(x) - t(x)/2 - A\beta(x)), \quad x \in (x_s, L] \quad (1.11)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\beta(x) = \beta_2(u(x) + t(x)/2), \quad x \in (x_s, L] \quad (1.12)$$

при условии, что функция $\beta_2(X)$ удовлетворяет уравнению

$$\beta_2(X) = \Pi(H_0 - X - A\beta_2(X)) \quad (1.13)$$

Отметим, что уравнение (1.11) отвечает самосогласованному по Дерягину подходу к постановке контактной задачи для деформируемых тел при наличии межмолекулярного взаимодействия [22]. Действительно, это уравнение предполагает существование зазора v между телами (кантилевер и подложка), величина которого обеспечивает равенство ДС и сил деформации подложки.

Подставим полученные выражения (1.7), (1.12) в правую часть уравнения (1.3) и заменим в нем перемещение \tilde{u} разностью $u - r$. В результате придем к следующему дифференциальному уравнению для прогиба u рассматриваемого кантилевера:

$$\mathcal{H}(u)(x) = \beta_r(x) + \begin{cases} \beta_1(u(x) + t(x)/2), & x \in [0, x_s] \\ \beta_2(u(x) + t(x)/2), & x \in (x_s, L] \end{cases} \quad (1.14)$$

причем $\beta_r(x) = \mathcal{H}(r)(x)$, оператор \mathcal{H} имеет вид (1.3), а функции $\beta_1(X)$ и $\beta_2(X)$ определяются равенствами (1.8) и (1.13). Отметим, что комплекс $u(x) + t(x)/2$ в правой части уравнения (1.14) задает прогиб нижней грани кантилевера.

Граничные условия для уравнения (1.14) имеют вид

$$u''(0) = r''(0), \quad u'''(0) = r'''(0), \quad u(L) = 0, \quad u'(L) = r'(L) \quad (1.15)$$

из которых первые два отвечают отсутствию изгибающего момента и поперечной силы на свободном конце кантилевера ($\tilde{u}''(0) = \tilde{u}'''(0) = 0$), а два последних – консольному закреплению кантилевера.

Замечание 1. В работе [15] использовалось дополнительное условие относительно способа консольного закрепления кантилевера (рис. 1). А именно, считалось, что его нижняя грань при $x > L$ сцеплена с горизонтальной плоскостью ступеньки высотой H . В этом случае имеет место равенство $r'(L) = -t'(L)/2$ и, поэтому, последнее граничное условие (1.15) принимает вид [15]: $u'(L) = -t'(L)/2$.

Прогиб кантилевера $u(x)$, полученный в результате решения краевой задачи (1.14), (1.15), позволяет с помощью цепочки равенств (1.4), (1.5), (1.7), (1.12) найти граничные напряжения $\sigma_y(x)$ и перемещение $\delta(x)$ на отрезке $[0, L]$. После этого, воспользовавшись соотношением (1.1), можно определить зазор $v(x)$.

Конкретизируем краевую задачу (1.14), (1.15) для двух частных случаев рассмотренной выше постановки задачи об изгибе кантилевера.

1. Случай абсолютно жесткой подложки описывается представленными выше формулами, если в них выполнить предельный переход $A \rightarrow 0$ и положить $\delta(x) \equiv 0$.

На участке залипания прогиб u кантилевера известен и определяется по формуле

$$u(x) = H_0 - t(x)/2, \quad x \in [0, x_s] \quad (1.16)$$

вытекающей из соотношения (1.1) при $v(x) = \delta(x) = 0$.

На свободном участке прогиб кантилевера описывается уравнением

$$\mathcal{K}(u)(x) = \beta_r(x) + \Pi(H_0 - u(x) - t(x)/2), \quad x \in (x_s, L] \quad (1.17)$$

которое получается из уравнения (1.14), если учесть, что при $A = 0$: $\beta_2(X) = \Pi(H_0 - X)$.

Граничные условия для уравнения (1.17) имеют вид

$$u(x_s) = H_0 - t(x_s)/2, \quad u'(x_s) = -t'(x_s)/2, \quad u(L) = 0, \quad u'(L) = r'(L) \quad (1.18)$$

причем первые два равенства являются следствием равенства (1.16) для гладкой функции $u(x)$, а два последних повторяют прежние условия (1.15).

Пример. Допустим, что ДС пренебрежимо малы ($\Pi(v) = 0$), а кантилевер имеет постоянную толщину ($t(x) = \text{const}$). Тогда решение краевой задачи (1.17), (1.18) представляется выражением

$$u(x) = H + a_3 \xi^3 + a_2 \xi^2 - r'(x_s) s \xi + r(x) - r(x_s) \quad (1.19)$$

в котором

$$a_3 = 2H - 2r(x_s) - r'(x_s)s, \quad a_2 = -3H + 3r(x_s) + 2r'(x_s)s, \quad \xi = x'/s$$

$x' = x - x_s$ – координата, отсчитываемая от точки x_s разъединения кантилевера и подложки (рис. 1). При отсутствии исходного прогиба ($r(x) = 0$) решение (1.19) принимает известный вид [8]

$$u(x) = H[1 + 2\xi^3 - 3\xi^2] \quad (1.20)$$

Отметим, что решение (1.20) остается в силе и при наличии исходного прогиба, описываемого степенными функциями

$$r(x) = k_2(L - x)^2, \quad r(x) = k_3(L - x)^3 \quad (1.21)$$

– в этом нетрудно убедиться прямой подстановкой выражений (1.21) в решение (1.19).

2. Случай деформируемой подложки и идеального кантилевера описывается приведенными выше общими формулами, если в них положить $r(x) = 0$, $t(x) = \text{const}$. В этом случае имеет место соотношение $H = H_0 - t/2$ (рис. 1), поэтому уравнению (1.14) и граничным условиям (1.15) можно придать следующий вид:

$$Du^{(IV)}(x) = \begin{cases} b_1(u(x)), & x \in [0, x_s] \\ b_2(u(x)), & x \in (x_s, L] \end{cases} \quad (1.22)$$

$$u''(0) = u'''(0) = 0, \quad u(L) = u'(L) = 0 \quad (1.23)$$

при этом функции $b_1(X)$ и $b_2(X)$ определяются равенствами (ср. с (1.8) и (1.13)):

$$b_1(X) = A^{-1}(H - X), \quad b_2(X) = \Pi(H - X - Ab_2(X))$$

На участке $[0, x_s]$ решение уравнения (1.22), удовлетворяющее первой паре граничных условий (1.23), находится в аналитическом виде [11]

$$u(x) = H + e^{kx} (a \cos kx + b \sin kx) + e^{-kx} ((a - 2b) \cos kx + b \sin kx), \quad (1.24)$$

$$x \in [0, x_s]$$

где $k = (4AD)^{-1/4}$, a и b – произвольные параметры.

На участке $[x_s, L]$ решение уравнения (1.22) строится численно с начальными условиями (задача Коши)

$$u^{(n)}(x_s) = u^{(n)}(x_s - 0), \quad n = 0, 1, 2, 3$$

в которых значения $u^{(n)}(x_s - 0)$ определяются с помощью выражения (1.24), при этом параметры a и b подбираются таким образом, чтобы удовлетворить второй паре граничных условий (1.23).

2. Энергетические аспекты МЗК. Данный раздел посвящен выводу формулы, связывающей энергию адгезии Γ с состоянием рассматриваемой системы кантилевер–подложка. Для этого введем в рассмотрение полную энергию \mathcal{E} этой системы, которая складывается из потенциальных энергий U_1 и U_2 изогнутого кантилевера и деформированной подложки, а также из энергии U_3 межмолекулярного взаимодействия кантилевера и подложки:

$$\mathcal{E} = U_1 + U_2 + U_3 \quad (2.1)$$

Определим вклады U_1, U_2, U_3 в полную энергию \mathcal{E} .

Согласно теории изгиба балок [10, 11]

$$U_1 = \int_0^L \frac{M^2(x) dx}{2EJ(x)} = \frac{w}{2} \int_0^L D(x) [u''(x) - r''(x)]^2 dx \quad (2.2)$$

причем последнее равенство получается с учетом известного соотношения $(EJ)^{-1}M = u'' - r''$ и данных выше определений величин J и D .

Энергия U_2 определяется работой напряжения σ_y при перемещении границы подложки на величину δ . С учетом соотношения (1.4), это позволяет установить, что

$$U_2 = \frac{w}{2A} \int_0^L \delta^2(x) dx \quad (2.3)$$

Энергия U_3 определяется работой, которую надо совершить для разведения записанных поверхностей кантилевера и подложки на расстояние $v(x)$, $x \in [x_s, L]$ (рис. 1). При подсчете этой работы необходимо учитывать, что, наряду с ДС вида (1.10), между кантилевером и подложкой могут действовать короткодействующие силы, обусловленные, например, перекрытием электронных облаков или капиллярными эффектами. Короткодействующий характер таких сил позволяет представить работу по их преодолению при разведении кантилевера и подложки на расстояние $v(x)$ в виде произведения $w s \Gamma_{sf}$, где Γ_{sf} – энергия адгезии короткодействующих сил. Учитывая указанные обстоятельства, для энергии U_3 можно получить выражение:

$$U_3 = U_{df}^+ + C_0 s + w \Gamma_{sf} s \quad (2.4)$$

в котором первые два слагаемых представляют энергию ДС, последнее слагаемое – энергию короткодействующих сил,

$$U_{df}^+ = -C_0 \int_{x_s}^L \left(\frac{h_0}{h_0 + v(x)} \right)^{\alpha-1} dx, \quad C_0 = \frac{wh_0\Pi_0}{\alpha - 1} \quad (2.5)$$

Нетрудно убедиться, что присутствующий в равенствах (2.4) и (2.5) коэффициент C_0 связан с энергией адгезии Γ_{df} ДС: $C_0 = w\Gamma_{df}$. Если принять это во внимание и учесть равенство

$$\Gamma = \Gamma_{df} + \Gamma_{sf}$$

то выражению (2.4) можно придать следующий вид:

$$U_3 = U_{df}^+ + w\Gamma s \quad (2.6)$$

Замена в соотношении (2.1) энергии U_3 правой частью равенства (2.6) приводит к выражению

$$\mathcal{E} = U^* + w\Gamma s \quad (2.7)$$

в котором

$$U^* = U_1 + U_2 + U_{df}^+ \quad (2.8)$$

К выражению (2.7) применима известная процедура определения величины Γ путем минимизации полной энергии \mathcal{E} по параметру s [7, 16]. В результате можно получить искомую формулу

$$\Gamma = -\frac{1}{w} \frac{dU^*}{ds} \quad (2.9)$$

Формула (2.9) используется для оценки энергии адгезии Γ в МЗК. Величина U^* в этой формуле определяется равенством (2.8), правая часть которого рассчитывается на основе формул (2.2), (2.3) и (2.5). Присутствующие в этих формулах функции $u(x)$, $v(x)$ и $\delta(x)$, как указывалось выше, известны из решения краевой задачи (1.14), (1.15). Отметим также, что правая часть равенства (2.9) не зависит от ширины w кантилевера – это непосредственно следует из определения (2.8) величины U^* и формул (2.2), (2.3) и (2.5).

В случае, когда ДС и податливость подложки пренебрежимо малы ($\Pi(v) = 0$, $A = 0$), а кантилевер является идеальным ($r(x) = 0$, $t(x) = \text{const}$), формула (2.9) приводит к известному выражению для энергии адгезии [7, 15]

$$\Gamma = 18DH^2/s^4 \quad (2.10)$$

Выражение (2.10) остается справедливым, если допустить существование исходного прогиба $r(x) = k_2(L - x)^2$. Несмотря на то, что в этом случае исходный прогиб не влияет на оценку энергии адгезии Γ , потенциальная энергия U_1 изогнутого кантилевера зависит от исходного прогиба – в силу равенств (1.20) и (2.2):

$$U_1 = wD[6H^2/s^3 + 2k_2^2L]$$

3. Расчеты. Выполним численный анализ поведения системы кантилевер – подложка на основе решения краевой задачи (1.14), (1.15). Это решение находилось при помощи метода стрельбы, предполагающего построение численного решения дифференциального уравнения (1.14) известными методами (Рунге–Кутты, Эйлера–Коши) [23].

Таблица 1. Оценки энергии адгезии Γ в мкДж/м² при разных значениях параметров C_R и C_T .

C_T C_R	-0.05	0	0.05
-0.05	111.8	262.8	482.9
0	142.7	$\Gamma^\circ = 297.2$	511.7
0.05	167.0	317.6	516.1

Энергия адгезии Γ рассчитывалась по формуле (2.9) с использованием найденного решения краевой задачи (1.14), (1.15).

Целью численного анализа является демонстрация возможного влияния неидеальной формы кантилевера (исходный прогиб, изменяющаяся толщина) и податливости подложки на результирующий прогиб кантилевера и оценку энергии адгезии. Для этого результаты расчетов сравниваются с референсными прогибом $u^\circ(x)$ и энергией адгезии Γ° , отвечающих случаю идеального кантилевера (отсутствие исходного прогиба, постоянная толщина) и абсолютно жесткой подложки при наличии ДС.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $L = 10$ мм, $s = 0.3L$, $H_0 = 15$ мкм, $E = 160$ ГПа, $\Pi_0 = 1.5577 \times 10^4$ Па, $h_0 = 10$ нм, $\alpha = 3.5$. Значения остальных параметров указываются ниже для каждого конкретного примера. Отметим, что среди указанных значений отсутствует значение ширины w кантилевера, т.к. этот параметр не влияет на решение краевой задачи (1.14), (1.15) и на величину энергии адгезии Γ , определяемой по формуле (2.9).

1. Случай абсолютно жесткой подложки, как указывалось выше (раздел 1), реализуется путем предельного перехода $A \rightarrow 0$ в уравнениях задачи. Для такого случая был рассмотрен неидеальный кантилевер, исходный прогиб и толщина которого имеют волнистую форму:

$$\begin{aligned} r(x) &= R_a \sin \omega_R(L - x), \quad t(x) = T_0 + T_a \sin \omega_T(L - x) \\ \omega_R &= 2\pi/L_R, \quad \omega_T = 2\pi/L_T \end{aligned} \quad (3.1)$$

где T_0 – толщина кантилевера в точке его консольного закрепления (рис. 1), смысл остальных параметров очевиден из выражений (3.1).

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $T_0 = 10$ мкм, $R_a = C_R H_0$, $T_a = C_T T_0$, $L_R = L_T = s = 0.3L$, причем значения коэффициентов C_R , C_T приводятся ниже для каждого примера. Для удобства представления результатов используется введенная ранее безразмерная координата $\xi = x'/s$, $x' = x - x_s$.

На рис. 2 изображен прогиб u кантилевера на свободном участке при разных значениях параметров C_R и C_T : 0 и 0 (0), -0.05 и -0.05 (1), 0.05 и -0.05 (2). Отметим, что нулевые значения параметров C_R и C_T (кривая 0) отвечают случаю идеального кантилевера, имеющего референсный прогиб u° . Как видно, имеет место существенное отличие прогиба u неидеального кантилевера (кривые 1 и 2) от прогиба u° .

Более наглядно эффекты неидеальности кантилевера демонстрирует рис. 3, на котором показано, как меняется разность $u - u^\circ$ на свободном участке при разных значениях параметров C_R и C_T : -0.05 и -0.05 (1), 0.05 и -0.05 (2), 0.05 и 0 (3).

Оценки энергии адгезии Γ при разных значениях параметров C_R , C_T представлены в табл. 1.

2. Случай деформируемой подложки и идеального кантилевера, рассмотренный в разделе 1, отвечает ненулевым значениям коэффициента податливости A и $r(x) = 0$, $t(x) = \text{const}$. В этом случае полагалось $t = 10$ мкм, а значение коэффициента A опреде-

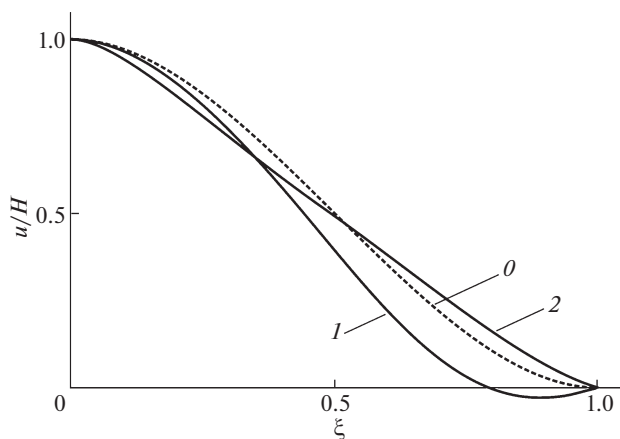


Рис. 2. Прогиб u кантилевера как функция координаты ξ при разных значениях параметров C_R и C_T : 0 и 0 (0), -0.05 и -0.05 (1), 0.05 и -0.05 (2). Кривая 0 отвечает референсному прогибу u^o .

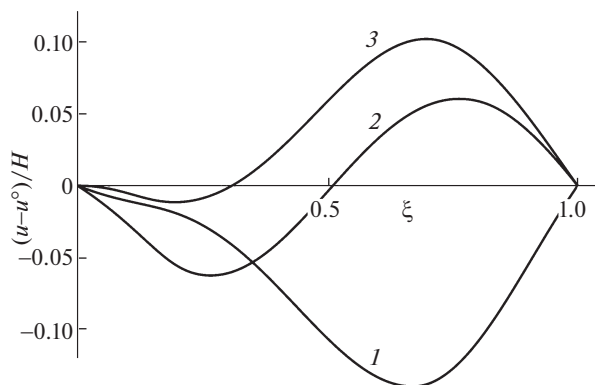


Рис. 3. Разность $u - u^o$ прогибов кантилевера как функция координаты ξ при разных значениях параметров C_R и C_T : -0.05 и -0.05 (1), 0.05 и -0.05 (2), 0.05 и 0 (3).

лялось на основе известной модели шероховатого контакта при наличии межмолекулярного взаимодействия [15, 20]. Для примера был взят контакт Si (кантилевер) – Au (покрытие подложки) с двумя вариантами распределения высот шероховатости покрытия: нормальное (гауссово) распределение и негауссово распределение, которое имеет место в реальном эксперименте и характеризуется значительным числом высоких неровностей [13]. Для этих вариантов расчетные значения коэффициента A составили 15.2 мкм/ГПа и 113 мкм/ГПа, соответственно.

Как видно, учет высоких неровностей шероховатости подложки (негауссово распределение) значительно увеличивает коэффициент податливости A , что, в свою очередь, приводит к существенному изменению прогиба u кантилевера (рис. 4 и 5).

Оценки энергии адгезии Γ при разных значениях коэффициента податливости A представлены в табл. 2.

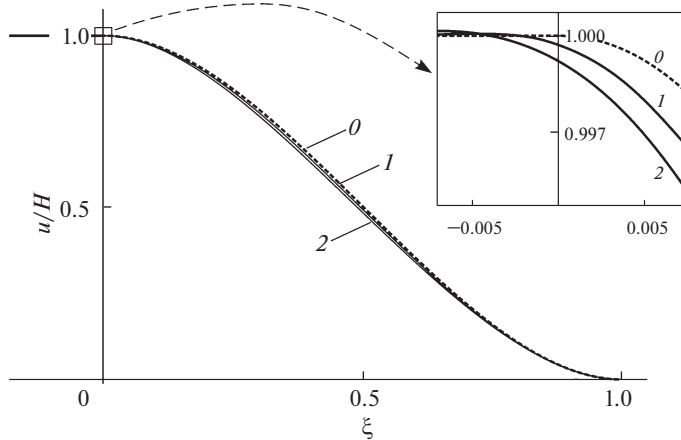


Рис. 4. Прогиб u кантилевера как функция координаты ξ при разных значениях параметра A , ГПа: 0 (0), 15.2 (1), 113 (2). Кривая 0 отвечает референсному прогибу u° .

4. Обсуждение результатов. Показанные на рис. 2 и 3 графики свидетельствуют о том, что форма изогнутого кантилевера может претерпевать существенные количественные и качественные изменения при учете факторов неидеальности кантилевера (исходный прогиб, изменение толщины). Обращает на себя внимание то, что влияние факторов неидеальности кантилевера на его прогиб носит неоднозначный характер – это выражается в изменении знака разности $u - u^\circ$ по длине кантилевера (рис. 3, кривые 2 и 3). Как и следовало ожидать, отрицательные значения параметра C_R приводят к появлению отрицательного прогиба кантилевера вблизи места его закрепления (рис. 2, кривая 1). Сравнение кривых 2 и 3 на рис. 3 позволяет установить, что при одинаковом исходном прогибе наличие фактора изменения толщины кантилевера приводит к росту величины $|u - u^\circ|$ при относительно малых значениях координаты ξ (~ 0.25), но уменьшает эту величину при больших ξ (~ 0.75).

Согласно рис. 4 и 5, учет податливости подложки приводит к изменению прогиба u кантилевера по всей его длине L , причем на свободном участке ($0 < \xi \leq 1$) прогиб уменьшается с увеличением коэффициента податливости A . Максимальное значение величина $|u - u^\circ|$ достигает в области значений $\xi \sim 0.3$.

Как показывают расчеты, отклонение прогиба u кантилевера от референсного прогиба u° может достигать величины $0.14 H = 1.4$ мкм при изменении амплитуд исходного прогиба и толщины кантилевера в пределах всего 5% от значений H_0 и T_0 , соответственно (рис. 3, кривая 1). Даже незначительная податливость подложки ($A = 15.2$ мкм/ГПа) приводит к разности прогибов u и u° в $0.009 H = 0.09$ мкм (рис. 5, кривая 1). Указанные величины (1.4 мкм и 0.09 мкм) отклонений измеряемого прогиба кантилевера за счет факторов его неидеальности и податливости подложки сравнимы с отклонением

Таблица 2. Оценки энергии адгезии Γ в мкДж/м² при разных значениях параметра A

$A = 0$	$A = 15.2$ мкм/ГПа	$A = 113$ мкм/ГПа
$\Gamma^\circ = 297.2$	285.3	277.9

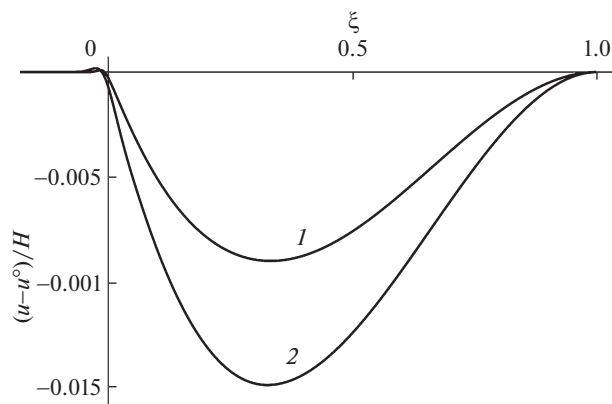


Рис. 5. Разность $u - u^0$ прогибов кантилевера как функция координаты ξ при разных значениях параметра A , ГПа: 15.2 (1), 113 (2).

~ 0.1 мкм кантилевера за счет ДС, поэтому эти факторы требуют учета при обработке экспериментальных данных в МЗК [9].

Согласно данным табл. 1 и 2, учет факторов неидеальности кантилевера и податливости подложки может приводить к существенному изменению оценки энергии адгезии Γ по сравнению с референсным значением Γ^0 . Особенно чувствительна эта оценка оказывается к фактору исходного прогиба кантилевера волнистой формы (3.1) – изменение амплитуды функции $r(x)$ в пределах всего 5% от значения H_0 может приводить к многократному изменению оценки энергии адгезии (табл. 1). Учет податливости подложки приводит к снижению оценки энергии адгезии (табл. 2).

Замечание 2. При реализации МЗК длина s свободного участка подлежит измерению, будучи зависимой от факторов исходного прогиба и изменения толщины кантилевера, а также от податливости подложки. Напротив, энергия адгезии Γ является свойством контактирующих поверхностей кантилевера и подложки и, поэтому, не зависит от указанных факторов. Тем не менее, полученные выше результаты представляют интерес для МЗК, т.к. они свидетельствуют о необходимости учета неидеальности формы кантилевера (исходный прогиб, изменяющаяся толщина) и податливости подложки при обработке экспериментальных данных в МЗК.

Выводы. 1. Предложена математическая модель, описывающая изгиб кантилевера и энергию адгезии при наличии ДС с учетом факторов неидеальности кантилевера (исходный прогиб, изменение толщины), а также податливости подложки применительно к МЗК.

2. На основе предложенной модели выполнен численный анализ изгиба кантилевера и даны оценки энергии адгезии. Полученные результаты свидетельствуют о важности учета реальной формы кантилевера, обладающей в общем случае исходным прогибом и изменяющейся толщиной, а также учета податливости подложки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 20-19-00214.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zhao Y.-P., Wang L.S., Yu T.X. Mechanics of adhesion in MEMS – a review // J. Adhesion Sci. Technol. 2003. V. 17. № 4. P. 519–546.
<https://doi.org/10.1163/15685610360554393>

2. *Mishra M.K., Dubey V., Mishra P.M., Khan I.* MEMS technology: a review // *J. Eng. Res. Rep.* 2019. V. 4. № 1. P. 1–24.
<https://doi.org/10.9734/jerr/2019/v4i116891>
3. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Статистическая физика. Часть 2. М.: Наука, 1978. 447 с.
4. *Дзялошинский И.Е., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Общая теория ван-дер-Ваальсовых сил // *УФН.* 1961. Т. 73. № 3. С. 381–422.
<https://doi.org/10.3367/UFNr.0073.196103b.0381>
5. *Tas N., Sonnenberg T., Jansen H., Legtenberg R., Elwenspoek M.* Stiction in surface micromachining // *J. Micromech. Microeng.* 1996. V. 6. P. 385–397.
<https://doi.org/10.1088/0960-1317/6/4/005>
6. *Maboudian R., Howe R.T.* Critical review: Adhesion in surface micromechanical structures // *J. Vacuum Sci. Technol. B.* 1997. V. 15. № 1. P. 1–20.
<https://doi.org/10.1116/1.589247>
7. *de Boer M.P., Michalske T. A.* Accurate method for determining adhesion of cantilever beams // *J. Appl. Phys.* 1999. V. 86. № 2. P. 817–827.
<https://doi.org/10.1063/1.370809>
8. *Svetovoy V.B., Melenev A.E., Lokhanin M.V., Palasantzas G.* Global consequences of a local Casimir force: Adhered cantilever // *Appl. Phys. Lett.* 2017. V. 111. P. 011603.
<https://doi.org/10.1063/1.4991968>
9. *Svetovoy V.B., Postnikov A.V., Uvarov I.V., Stepanov F.I., Palasantzas G.* Measuring the dispersion forces near the van der Waals–Casimir transition // *Phys. Rev. Appl.* 2020. V. 13. P. 064057.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.13.064057>
10. *Тимошенко С.П.* Курс теории упругости. Киев: Наукова думка, 1972. 506 с.
11. *Феодосьев В.И.* Сопроотивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.
12. *Gudmundsson J.T.* Physics and technology of magnetron sputtering discharges // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2020. V. 29. P. 113001.
<https://doi.org/10.1088/1361-6595/abb7bd>
13. *van Zwol P.J., Svetovoy V.B., Palasantzas G.* Distance upon contact: Determination from roughness profile // *Phys. Rev. B.* 2009. V. 80. P. 235401.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.80.235401>
14. *Muravyeva T.I., Uvarov I.V., Naumov V.V., Palasantzas G., Svetovoy V.B.* Excessive number of high asperities for sputtered rough films // *Phys. Rev. B.* 2021. V. 104. P. 035415.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.104.035415>
15. *Soldatenkov I.A., Yakovenko A.A., Svetovoy V.B.* Measuring the Casimir forces with an adhered cantilever: analysis of roughness and background effects // *Universe.* 2021. V. 7. № 3. P. 64.
<https://doi.org/10.3390/universe7030064>
16. *Mastrangelo C.H., Hsu C.H.* Mechanical stability and adhesion of microstructures under capillary forces. I. Basic theory // *J. Microelectromech. Syst.* 1993. V. 2. P. 33–43.
<https://doi.org/10.1109/84.232593>
17. *Устинов К.Б.* Об уточнении граничных условий для балочной модели кантилевера атомно-силового микроскопа и их влиянии на интерпретацию результатов измерений // *Изв. РАН. МТТ.* 2008. № 3. С. 182–188.
18. *Механика контактных взаимодействий / Под ред. И.И. Воровича и В.М. Александрова.* М.: Физматлит, 2001. 670 с.
19. *Dillard D.A., Mukherjee B., Karnal P., Batra R.C., Frechette J.* A review of Winkler’s foundation and its profound influence on adhesion and soft matter applications // *Soft Matter.* 2018. V. 14. № 19. P. 3669–3683.
<https://doi.org/10.1039/C7SM02062G>
20. *Soldatenkov I.A., Stepanov F.I., Svetovoy V.B.* Dispersion forces and equilibrium distance between deposited rough films in contact // *Phys. Rev. B.* 2022. V. 105. № 7. P. 075401.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.105.075401>
21. *Palasantzas G., Svetovoy V.B., van Zwol P.J.* Optical properties and kinetic roughening influence on dispersive Casimir and van der Waals forces // *Int. J. Modern Phys. B.* 2010. V. 24. № 31. P. 6013–6042.
<https://doi.org/10.1142/S0217979210057456>

-
22. *Muller V.M., Yushchenko V.S., Derjaguin B.V.* On the influence of molecular forces on the deformation of an elastic sphere and its sticking to a rigid plane // *J. Colloid Interface Sci.* 1980. V. 77. № 1. P. 91–101.
[https://doi.org/10.1016/0021-9797\(80\)90419-1](https://doi.org/10.1016/0021-9797(80)90419-1)
23. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.