

УДК 532.517.4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И ДВИЖЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ВИХРЕВЫХ ОБЛАКОВ

© 2023 г. М. А. Засимова^{а,*}, В. В. Рис^а, Н. Г. Иванов^а

^аСанкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: zasimova_ma@spbstu.ru

Поступила в редакцию 01.02.2023 г.

После доработки 25.05.2023 г.

Принята к публикации 06.06.2023 г.

Представлены результаты численного моделирования формирования и движения турбулентных вихревых облаков, возникающих в результате выдува импульсных струй с различными начальными скоростями и длительностью. Принята модель осесимметричного турбулентного течения, описываемого нестационарными уравнениями Рейнольдса. Показано, что независимо от начальных условий через один и тот же промежуток безразмерного времени от момента начала истечения струи возникает вихревое облако, которое имеет форму, близкую к сферической. Наведенное вихрем течение в остальном пространстве близко к потенциальному. Установлено, что профили скорости в вихрях в осевом и поперечном направлениях близки к автомодельным и схожи для различных условий истечения импульсных струй. Приведены и проанализированы зависимости от времени геометрических и кинематических характеристик вихревых облаков: положения центра облака (точки с максимальной скоростью) и радиуса сферы, эквивалентной по объему вихревому облаку, а также максимальной и средней скоростей. Для исследованных условий истечения струй характеристики вихревых облаков оказываются сходными.

Ключевые слова: импульсная струя, турбулентное вихревое облако, автомодельность, численное моделирование

DOI: 10.31857/S1024708423600100, **EDN:** YUIZZD

Задачи динамики турбулентных, свободно конвективных или движущихся вынужденно под воздействием начального импульса компактных вихревых облаков (англ. — ruff) на протяжении длительного времени служили предметом исследования при изучении процессов горения и атмосферных явлений. В последнее время пандемийный характер распространения вирусных заболеваний сделал остроактуальными задачи аэродинамики переноса инфекции при обычных (дыхание, разговор, пение) и острых (кашель, чихание) респираторных явлениях [1, 2]. Последние относятся к наиболее опасным, так как сопровождаются образованием вихревых облаков и повышенным выбросом вирусосодержащей капельной среды.

В результате экспериментальных исследований были определены время выдыхания воздуха при однократном кашле (типичная величина — 0.7 с) и временная зависимость расхода выдыхаемого воздуха, которая имеет несимметричную колоколообразную форму с максимумом при скорости истечения около 20 м/с и передним фронтом, более крутым по сравнению с задним [3]. При однократном кашле формируется импульсная турбулентная струя (число Рейнольдса, определенное по максимальной скорости, имеет порядок 10^4), трансформирующаяся в турбулентное вихревое облако, которое может распространяться в покоящейся среде на значительное, до семи метров, расстояние [4]. Это свойство вихревых облаков, сопровождающих острые респираторные явления, противоречит рекомендациям ВОЗ о социальной дистанции 1.5–2 м и служит побудительным мотивом к продолжению исследований, в том числе с использованием современных технологий прямого численного моделирования (DNS, Direct Numerical Simulation) [5–7]. Отметим, что расчетами на основе подхода DNS получены поля случайных характеристик только для однократного воспроизведения острого респираторного явления при пониженных числах Рейнольдса (порядка 10^3) и, что весьма существенно, для коротких промежутков времени, превосходящих время истечения струи не более, чем в 5 раз.

Течение, формирующееся в результате импульсного выдува из отверстия диаметром d , характеризуют величиной параметра $P = (L_0/d)^{1/3}$ (англ. — piston ratio), в котором $L_0 = V_0 T_0$ — протяженность “воздушного поршня” при выдуве, T_0 и V_0 — время выдува и средняя за это время скорость среды в отверстии [8]. Если величину L_0/d представить как отношение объемов “воздушного поршня” $Vol = L_0 \cdot (\pi/4) \cdot d^2$ и цилиндра $(\pi/4) \cdot d^3$, высота которого равна диаметру, то параметр P приобретает смысл отнесенного к диаметру отверстия линейного масштаба объема, добавленного импульсной струей во внешнюю среду. Принято считать [8], что вихревые облака образуются, если значения параметра P находятся в диапазоне $1.6 < P < 8$, который соответствует условиям выдоха при острых респираторных явлениях. При меньших значениях P образуются вихревые кольца, а при больших — нестационарные струи. Вихревые кольца сплюснены в продольном направлении, а нестационарные струи заметно вытянуты в продольном направлении. Таким образом, турбулентные вихревые облака занимают промежуточное положение между вихревыми кольцами [9, 10] и нестационарными струями [11]. Главное отличие вихревых облаков от других типов течения состоит в том, что их продольные и поперечные (относительно направления движения импульсной струи) размеры сопоставимы, а форма близка к сферической.

Следуя [12–15], покажем, что для вихревого облака из условия сохранения количества движения вытекают свойства автомодельности. Пусть в момент времени T_0 импульсное струйное истечение со скоростью V_0 закончилось, и образовавшееся облако с количеством движения $I_0/\rho = Vol V_0$ распространяется в направлении, заданном струей. Текущий объем облака выразим через его характерный размер $Vol \sim R(t)^3$. Экспериментально установлено, что существует линейная связь между пройденным облаком расстоянием $L(t)$ и его размером $R(t)$ [13–15]. В частности, в [14] получено $R(t) = 0.18L(t)$, откуда следует $Vol \sim L(t)^3$. Если порядок скорости движения облака определить как $V(t) \sim L(t)/t$, то из условия $I_0/\rho = \text{const}$ следует, что пройденное облаком расстояние отвечает степенной зависимости $L(t) \sim t^{1/4}$, а размер и скорость облака — зависимостям $R(t) \sim t^{1/4}$ и $V(t) \sim t^{-3/4} \sim L(t)^{-3}$ [14].

Результаты DNS-моделирования [5] показали, что течение, образовавшееся после выдува импульсной струи, вполне удовлетворяет масштабным соотношениям для $R(t)$ и $V(t)$. В [6, 7] адекватность DNS-моделирования, проведенного для начального периода формирования вихревого облака вплоть до 180 характерных времен d/V_0 , демонстрируется путем сравнения с экспериментом зависимости $L(t)$ и линейной связи между $R(t)$ и $L(t)$, близкой к приведенной в [14]. В работах [16–19] нами представлены результаты численного моделирования импульсной струи и вихревого облака в тех же условиях, что и в [6, 7], полученные методом моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) и на основе решения нестационарных уравнений Рейнольдса (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes, URANS). Мотивацию этих работ определила возможность моделирования вихревых облаков на протяжении значительно большего времени по сравнению с временем, которое достигнуто моделированием на основе DNS-подхода. Мгновенные картины течения, полученные методом LES, в общих чертах совпадают с картинами, представленными в [6]. Картины течения, полученные методом URANS, на этапе формирования и движения вихревого облака при $t > T_0$ оказались похожими на полученные методом LES.

Задача настоящего исследования заключалась в получении методом URANS количественных характеристик вихревых облаков на безразмерных временных интервалах $tV_0/d > 10^3$, значительно превосходящих время истечения струи $tV_0/d \approx 10^2$. Также изучалась чувствительность характеристик вихревых облаков к условиям подачи импульсной струи: ее скорости и времени истечения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассматривается течение несжимаемой среды в полупространстве, ограниченном непроницаемой твердой стенкой. На стенке расположено круглое отверстие диаметром d , из которого по нормали к поверхности вытекает импульсная струя. Принимается модель в среднем нестационарного, осредненного по Рейнольдсу, осесимметричного турбулентного течения. Начало цилиндрической системы координат расположим в центре отверстия, а ось z направим в пространство по нормали к ограничивающей стенке. Для определения напряжений Рейнольдса воспользуемся гипотезой Буссинеска; систему уравнений задачи представим в виде

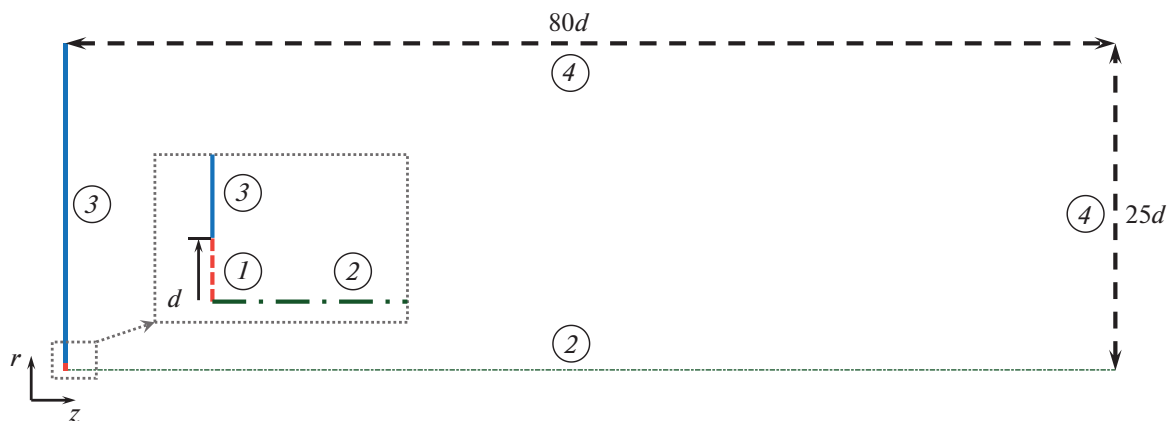


Рис. 1. Схема расчетной области. 1 – входное отверстие, 2 – ось симметрии, 3 – непроницаемая стенка, 4 – проницаемая граница.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad r \frac{\partial V_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (rV_r^2) + \frac{\partial}{\partial z} (rV_z V_r) = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[r(v + v_t) \frac{\partial V_r}{\partial r} \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(v + v_t) \frac{\partial V_r}{\partial z} \right] - \frac{V_r}{r} (v + v_t) + r \frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial V_r}{\partial r} + r \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial r}, \\ r \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (rV_z V_r) + \frac{\partial}{\partial z} (rV_z^2) = -\frac{r}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} \left[r(v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[r(v + v_t) \frac{\partial V_z}{\partial z} \right] + r \frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial V_r}{\partial z} + r \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial V_z}{\partial z}. \end{aligned}$$

Здесь $V_r(r, z, t)$ и $V_z(r, z, t)$ – радиальная и осевая компоненты вектора осредненной скорости, $p^* = p + 2/3\rho k$ – модифицированное осредненное давление, k – кинетическая энергия турбулентности, $\rho, v = \text{const}$ и v_t – плотность, кинематические коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости соответственно.

В начальный момент времени ($t = 0$) среда в полупространстве покоится: $V_r(r, z, 0) = V_z(r, z, 0) = 0$. В промежуток времени $0 \leq t \leq T_0$ из отверстия вытекает среда со скоростью $V_0(t) = V_z(r \leq d/2, 0, t)$.

Течение, отвечающее поставленной задаче, характеризуется двумя безразмерными параметрами [8]: числом Рейнольдса $Re = V_0 d / \nu$ и параметром $P = (V_0 T_0 / d)^{1/3}$.

Задача решалась численным методом с использованием гидродинамического пакета ANSYS Fluent (версия 2019r1). Осесимметричное течение, вызванное выдувом импульсной струи из центрального отверстия диаметром d , рассчитывалось в области радиусом $r = 25d$ и протяженностью $z = 80d$, область показана на рис. 1. Граничные и начальные условия приведены в табл. 1, здесь V_n и V_τ – нормальная и касательная компоненты скорости. Согласно методике, реализованной в использованном вычислительном пакете, на проницаемых границах расчетной области на участках, где жидкость выходит из области, давление полагается заданным и постоянным, а на участках, где поток массы направлен внутрь области, задается постоянное полное давление, и для расчета давления используется аналог соотношения Бернулли. Значение скорости на проницаемых границах находилось путем экстраполяции изнутри расчетной области, при этом на участках входа задается нормальное к поверхности направление скорости втекания. Область численного интегрирования и сформулированные для нее граничные условия выбраны нами такими же, как и в работах [6, 7, 16–19].

Турбулентная вязкость, $\bar{\nu}_t$, находится с помощью k - ϵ RNG-модели турбулентности [20]. Согласно k - ϵ RNG-модели, поле турбулентной вязкости определяется из дифференциального уравнения:

$$d \left(\frac{k}{\sqrt{\epsilon \nu}} \right) = 1.72 \frac{(v + v_t) / \nu}{\sqrt{[(v + v_t) / \nu]^3 - 1 + C_v}} d [(v + v_t) / \nu],$$

где $C_v = 100$. Кинетическая энергия турбулентности k и скорость диссипации ε определяются решением уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + V_r \frac{\partial k}{\partial r} + V_z \frac{\partial k}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\alpha_k (v + v_t) \frac{\partial k}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\alpha_k (v + v_t) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + P_k - \varepsilon, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V_r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[\alpha_\varepsilon (v + v_t) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\alpha_\varepsilon (v + v_t) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon. \end{aligned}$$

Здесь $P_k = v_r S$ – генерационное слагаемое, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ – модуль тензора скоростей деформаций, $C_{1\varepsilon} = 1.42$, $C_{2\varepsilon} = 1.68$. Обратные турбулентные числа Прандтля принимаются равными $\alpha_k = \alpha_\varepsilon = \alpha$, и согласно теории ренормализационной группы (RNG-теории) рассчитываются из уравнения:

$$\left| \frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929} \right|^{0.6321} \left| \frac{\alpha - 2.3929}{\alpha_0 - 2.3929} \right|^{0.3679} = \frac{v}{v + v_t}.$$

Последнее слагаемое в уравнении для ε определяется по следующей формуле:

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 k},$$

где $\eta = Sk/\varepsilon$, $\eta_0 = 4.38$, $\beta = 0.012$, $C_\mu = 0.0845$.

Настройка k – ε RNG модели турбулентности проводилась, в том числе, при расчете модельных сдвиговых течений [21]. Основное отличие k – ε RNG-модели от стандартной k – ε модели, отработанной в том числе и для моделирования осесимметричных струйных течений, состоит в способе определения турбулентной вязкости и в дополнении уравнения переноса скорости диссипации источником членом R_ε , полученным в результате приложения метода ренормализационной группы к описанию однородной изотропной турбулентности и турбулентности в слое с однородным сдвигом. В работе [21] показано, что для струйных течений k – ε RNG модель турбулентности дает несколько лучшие результаты моделирования по сравнению со стандартной моделью и ее модификациями.

На входе в расчетную область задавались постоянные значения турбулентной вязкости ($v_{t0}/v = 10$) и интенсивности турбулентности ($I_0 = 5\%$), которые в коде пересчитываются во входные значения k и ε . Эти условия соответствуют умеренному уровню турбулентности вблизи входного отверстия, существенно меньшему уровню $I \approx 60\%$, полученного в наших расчетах в слое смешения импульсной струи. Ниже, в разделе, описывающем формирование и движение вихревого облака, показано, что изменение входных значений v_{t0}/v и I_0 в очень широком диапазоне влияет только на начальную стадию течения, близкую по продолжительности к времени истечения импульсной струи.

При проведении настоящих расчетов в пакете ANSYS Fluent активировались схемы дискретизации второго порядка точности по пространству и времени. В расчетах использовались сетки с прямоугольными элементами, размерность базовой расчетной сетки составила $N_r \times N_z = 85 \times 102$ ячеек. Проведено исследование сеточной чувствительности решения, для этого базовая сетка была измельчена по обоим координатным направлениям в два и четыре раза. Решения, полученные на разных сетках, оказались практически тождественными, что позволило сделать заключение о слабой сеточной зависимости.

ФОРМИРОВАНИЕ И ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕВОГО ОБЛАКА

Особенности формирования и движения вихревого облака рассматриваются на примере базового варианта расчета со значениями определяющих параметров $P = 3.63$ и $Re = 3000$. На рис. 2 и 3 представлены картины течения в начальной фазе формирования вихревого облака. Показаны цветные карты полей безразмерной продольной компоненты скорости V_z/V_c и безразмерного модуля завихренности Ω/Ω_{\max} для разных моментов безразмерного времени $t' = tV_0/d$ от начала истечения струи: $t' = 24, 72$ и 120 (в рассматриваемом варианте выпуск струи оканчивается при $t' = 48$). Локальные масштабы осевой скорости и завихренности определены следующим образом. Скорость V_c – максимальная продольная скорость для данного момента времени; ей соответствует точка $C(0, z_c)$, которую будем считать центром вихревого облака. Величина

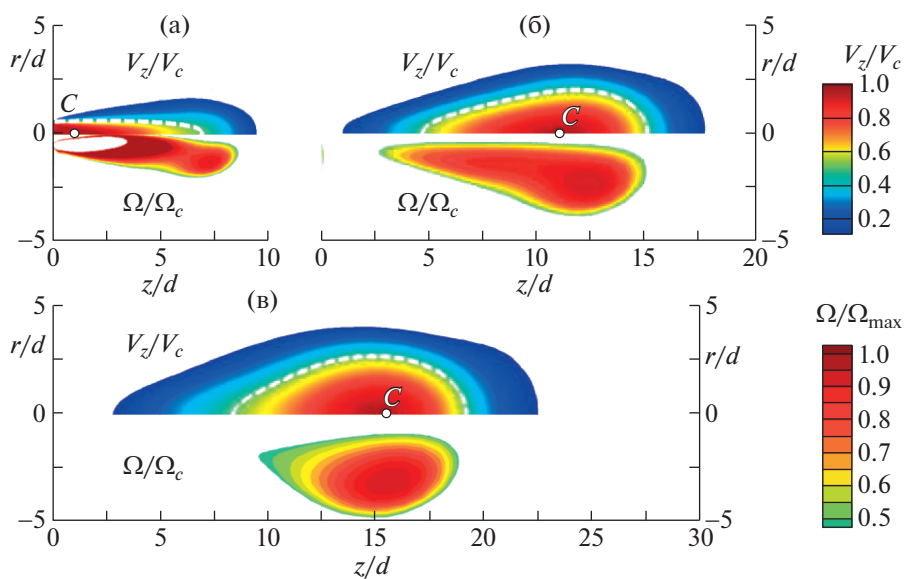


Рис. 2. Поля продольной скорости и завихренности в различные моменты времени: (а) $t' = 24$, (б) $t' = 72$ и (в) $t' = 120$.

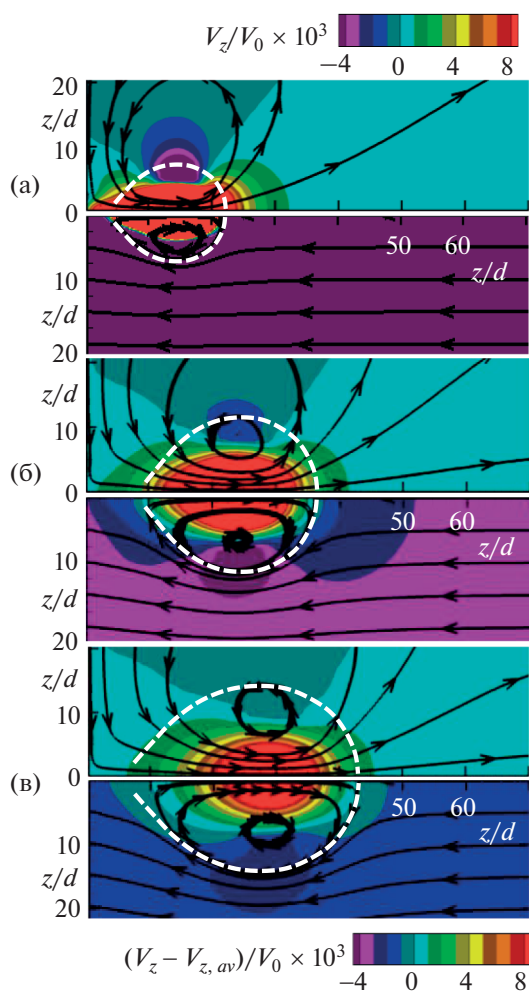


Рис. 3. Картины течения в абсолютной (сверху) и относительной (снизу) системах координат в различные моменты времени: (а) $t' = 120$, (б) $t' = 600$ и (в) $t' = 1200$.

Таблица 1. Начальные и граничные условия

Переменные		p^*	V_r	V_z	k	ε
Начальные условия		$p^* = 0$	$V_r = 0$	$V_z = 0$	$k = 0$	$\varepsilon = 0$
Граничные условия	1	–	$V_r = 0$	$V_z = V_0(t)$	$k = 3/2(V_0 I_0)^2$	$\varepsilon = C_\mu k^2 / \nu (v_l / \nu)$
	2	–	$V_r = 0$	$\partial V_z / \partial r = 0$	$\partial k / \partial r = 0$	$\partial \varepsilon / \partial r = 0$
	3	–	$\partial V_r / \partial z = 0$	$V_z = 0$	$\partial k / \partial z = 0$	$\partial \varepsilon / \partial z = 0$
	4	Вход	$p^* = -\rho V_n^2 / 2$	$\partial V_n / \partial n = 0, V_\tau = 0$		$k = 3/2(V I_0)^2$
	Выход	$p^* = 0$	$\partial V_n / \partial n = 0, \partial V_\tau / \partial n = 0$		$\partial k / \partial n = 0$	$\partial \varepsilon / \partial n = 0$

Таблица 2. Входные значения характеристик турбулентности

№	$I_0, \%$	v_{10}/ν	k_0/V_0^2	$\varepsilon_0 d/V_0^3$
1	0.5	0.1	3.8×10^{-5}	3.8×10^{-6}
2	5	10	3.8×10^{-3}	3.8×10^{-4}
3	10	50	1.5×10^{-2}	1.2×10^{-3}

$\Omega_{\max} = (\partial V_z / \partial r - \partial V_r / \partial z)_{\max}$ – максимальная по модулю завихренность для этого же времени. Пунктирной линией на рисунках отмечена изотаха $V_z = V_c/2$.

В осредненном турбулентном течении, индуцированном импульсной струей, вихревое облако локализуется в области, где достаточно велика окружная компонента завихренности. Картина поля скорости во время истечения импульсной струи ($t' = 24$) соответствует картине истечения нестационарных струй и содержит области ядра и зону смешения. В зоне смешения видны две области повышенной завихренности: вытянутая область (слой смешения) и пятно в зоне торможения струи, которое можно трактовать как зародыш вихревого облака, имеющего форму вихревого кольца (рис. 2а). По завершении истечения струи ($t' = 72$) (рис. 2б) область завихренности, произведенной зоной смешения, смыкается с вихревым кольцом, срединная аксиальная плоскость которого приближается к точке C с максимальной продольной скоростью V_c . К моменту времени $t' = 120$ вихревое облако приобретает форму вихревого кольца (рис. 2в), сечение которого имеет сопоставимые размеры, приблизительно 10×10 безразмерных единиц.

Представляет интерес проанализировать, насколько начальный период формирования вихревого облака подвержен влиянию входных значений турбулентных характеристик импульсной струи, произвольно заданных при постановке задачи. В табл. 2 приведены три набора значений турбулентных характеристик, из которых второй соответствует поставленной выше задаче, а первый и третий – низкому и высокому уровням турбулентности во входном сечении. В таблице приведены параметры I_0 и v_{10}/ν , которые задаются при постановке задачи, и соответствующие безразмерные значения кинетической энергии турбулентности k_0 и скорости диссипации ε_0 , с которыми оперирует вычислительный код.

На рис. 4 показаны распределения интенсивности турбулентности, турбулентной вязкости и продольной скорости в начальный период течения – в период формирования вихревого облака, полученные для разных входных значений характеристик турбулентности. Видно, что многократное, почти на три порядка, изменение начальных характеристик турбулентности оказывает заметное локальное влияние только во время истечения струи ($t' = 24$). Влияние на характеристики турбулентности (рис. 4 а,б) ограничено в пространстве областью $z/d < 10$, а влияния на поле скорости даже в этой, близкой к источнику области, практически отсутствует (рис. 4в). После истечения струи ($t' = 72$) влияние входных значений характеристик турбулентности не прослеживается.

Рисунок 3 представляет картины течения в основной фазе движения сформированного вихревого облака. Представлены три момента времени: $t' = 120, 600$ и 1200 . Цветные карты даны для скоростей, отнесенных к скорости истечения струи, что позволяет наглядно оценить затухание продольной скорости во времени и в пространстве. Карты скорости и линии тока представлены в двух системах координат: в неподвижной системе (верхние половины каждого рисунка) и в си-

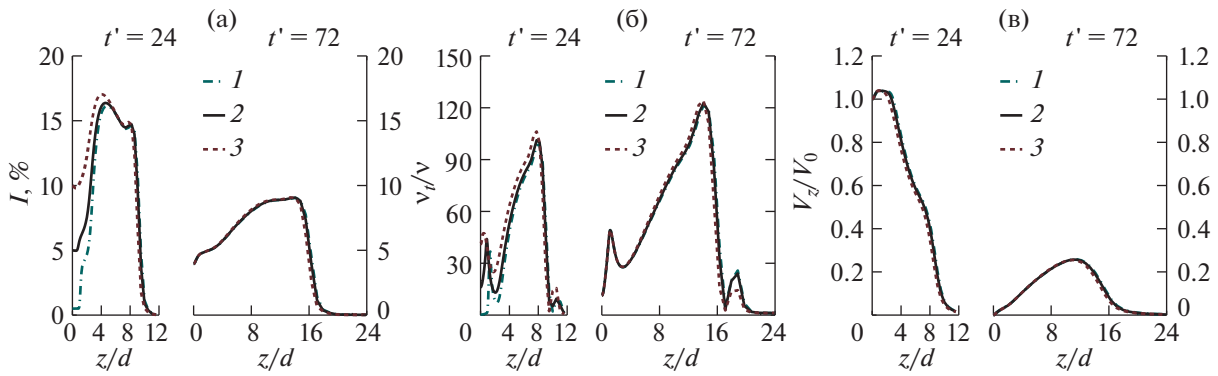


Рис. 4. Распределения параметров потока вдоль оси течения в различные моменты времени ($t' = 24$ и 72): (а) – интенсивность турбулентности, (б) – турбулентная вязкость, (в) – продольная скорость; 1–3 – варианты в табл. 2.

стеме координат, движущейся со средней для каждого момента времени продольной скоростью $V_{z,av}$ (нижние половины). Скорость $V_{z,av}$ определяется в каждый момент времени как средняя по объему, внутри которого выполняется условие $|V_z| > 0.01 V_c$.

Линии тока (напомним, из-за нестационарности течения они не совпадают с траекториями) в относительном движении демонстрируют картину обтекания тороидального вихря набегающим однородным потоком. Нулевая линия тока в относительном движении (штриховая линия, продублированная и на верхние половины каждого рисунка) указывает на то, что форма завихренной области течения близка к сферической [22]. Внешнее течение, наведенное вихрем, в относительной системе выглядит как потенциальное, завихренность в этой части потока в относительных единицах не превосходит 10^{-3} . Это позволяет назвать наведенное вихрем течение квази-потенциальным.

Для фазы движения сформированного вихревого облака профили безразмерной продольной скорости V_z/V_c для трех моментов времени показаны на рис. 5. Профили скорости построены вдоль линий А–А и В–В. Линия А–А, перпендикулярная продольной оси z , начинается в точке $C(0, z_c)$, линия В–В расположена на оси вихря. Масштабом для получения безразмерных значений координат в каждый момент времени служит величина $r_s = r_{0,5}(t)$, для которой $V_z(r_s, t) = V_c(t)/2$.

Отметим для всех моментов времени высокую степень совпадения профилей безразмерной скорости вдоль линии А–А и вдоль линии В–В на отрезке от $0 \leq (z - z_c)/r_{0,5} < 4$. На отрезке $-6 < (z - z_c)/r_{0,5} \leq 0$ профиль скорости в момент $t' = 120$ сильно отличается от профилей в моменты $t' = 600$ и 1200 . Профили в моменты $t' = 600$ и $t' = 1200$ отличаются слабо, что свидетельствует о практическом завершении формирования поля скорости в вихревом облаке к моменту $t' = 600$. Это наблюдение согласуется с показанными на рис. 3 формами вихревого облака. В относительном движении наветренная сторона вихря очень близка по форме к сфере, а подветренная сторона вытянута в продольном направлении. Эта вытянутость является следствием формирования вихревого облака в начальной фазе (рис. 2).

На профилях продольной скорости вдоль линии А–А (рис. 5а) можно отметить область возвратного течения, в которой значения скорости V_z отрицательные. По данным рис. 5а центры вихрей, в которых $V_z/V_c = 0$, находятся на одинаковом расстоянии $r/r_{0,5} \cong 1.63$ от продольной оси.

Установленное для основной фазы движения турбулентного вихревого облака подобие полей продольной скорости в переменных $r/r_{0,5}(t)$, $(z - z_c)/r_{0,5}(t)$ и $V_z/V_c(t)$ позволяет говорить об автомодельности вихревого облака во времени и назвать основную фазу его движения фазой автомодельности.

Как было показано во введении, из условия сохранения внесенного в среду струей количества движения следует, что пройденное вихревым облаком расстояние должно отвечать зависимости $L(t) \sim t^{1/4}$. Так как точка с максимальной скоростью $z_c(t)$ находится в центре вихря (рис. 2), ее движение должно отвечать той же зависимости.

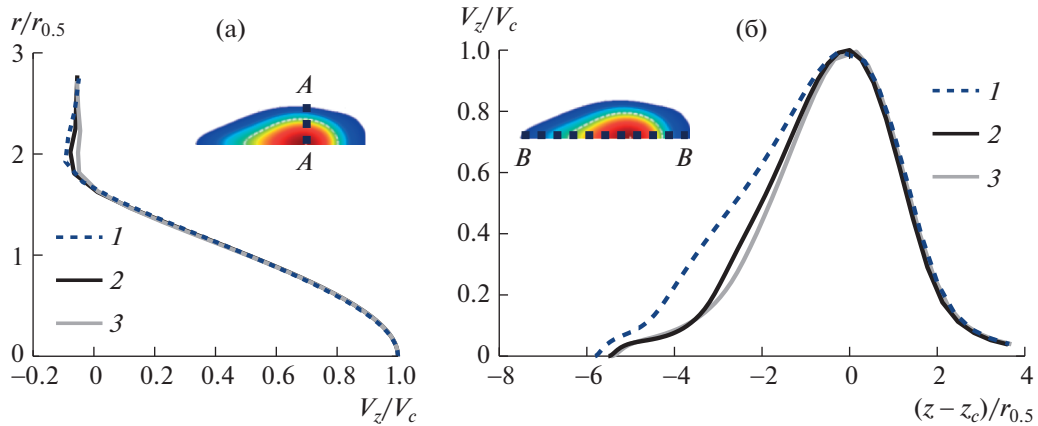


Рис. 5. Профили продольной скорости вдоль линий А–А и В–В в моменты времени: (1) $t' = 120$, (2) $t' = 600$ и (3) $t' = 1200$.

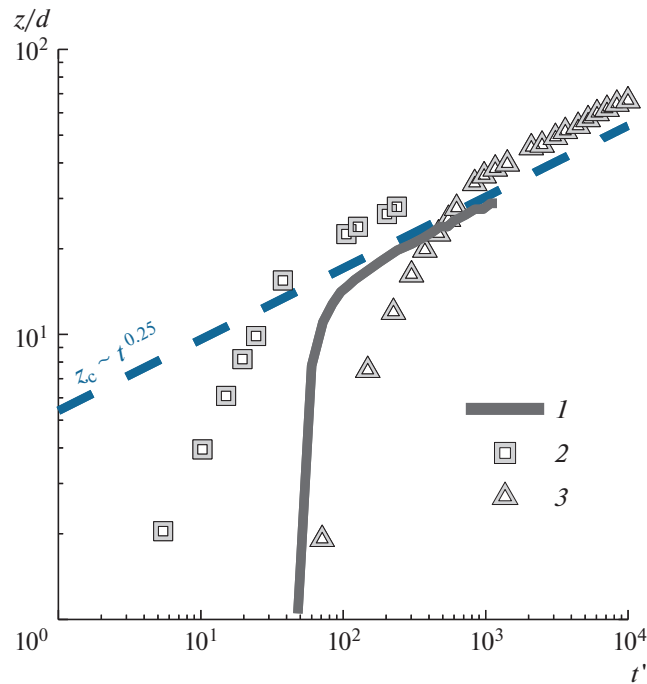


Рис. 6. Изменение во времени положения максимума продольной скорости z_c/d (1 – расчетные данные) и экспериментально отмеченные положения переднего фронта вихревого облака z_f/d [14] (2 – $Re = 3000$ и $P = 4$, 3 – $Re = 12000$ и $P = 5.8$).

На рис. 6 сплошная линия, полученная в расчете, – зависимость положения точки $C(0, z_c)$ от времени. Линия начинается при $t' \cong 50$, когда только что закончилось струйное истечение, и максимум скорости находится вблизи отверстия ($z_c/d = 1$). При $t' \cong 120$ быстрое удаление точки z_c от источника прекращается, и зависимость $z_c(t)$ становится степенной с показателем 0.25. Поведение зависимости $z_c(t)$ позволяет вполне определенно выделить начальную фазу формирования турбулентного облака и фазу автомодельности. Временная граница между фазами для принятых в расчете условий составляет $t' \cong 120$ с момента начала струйного выдува. Действительно, в этот момент на рис. 3 а виден сформировавшийся вихрь, а на рис. 5 профили скорости для $t' = 120$ подобны профилям для $t' = 600$ и $t' = 1200$.

Символы на рис. 6 – экспериментальные данные работы [14], где представлены результаты фоторегистрации распространения фронта (z_f) окрашенного вихревого облака в покоящейся

среде. Данные приведены для условий одного из экспериментов, близких к принятым в настоящей работе: $Re = 3000$ и $P = 4$ (квадратные символы), и для условий $Re = 12000$ и $P = 5.76$ (треугольные символы). Эти значения охватывают весь диапазон, представленный в [14]. Видно, что в фазе автомодельности экспериментальная точка $(0, z_f)$ и расчетная $(0, z_c)$ движутся синхронно по закону $t^{1/4}$, при этом всегда выполняется очевидное неравенство $z_f > z_c$. Увеличение со временем расстояния между этими характерными точками можно связать с увеличением размера вихревого облака ($R(t) \sim t^{1/4}$), что получено в эксперименте и в наших расчетах (рис. 3).

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ВИХРЕВОГО ОБЛАКА К ОПРЕДЕЛЯЮЩИМ ПАРАМЕТРАМ ИМПУЛЬСНОЙ СТРУИ

Значения безразмерных параметров P и Re определяют основные черты течений, формирующихся при импульсном выдуве струй. В зависимости от значения параметра P может сформироваться вихревое кольцо, вихревое облако (*puff*) или нестационарная струя. В зависимости от значения числа Рейнольдса эти течения могут быть ламинарными или турбулентными. Для базового варианта были выбраны такие значения параметров ($P = 3.63$ и $Re = 3000$), которые позволили проанализировать течение, классифицированное как турбулентное вихревое облако. Анализ течения проводился в безразмерной постановке. Представляется вместе с тем целесообразным дополнить результаты анализа данными, которые будут описывать свойства турбулентного вихревого облака в зависимости от изменения как безразмерных, так и размерных параметров импульсных струй: времени истечения T_0 и скорости истечения V_0 , что позволит непосредственно осуществить перенос полученных результатов на конкретную задачу о выдыхании человеком воздуха при однократном кашле. Варьирование условий истечения выполнено таким образом, чтобы значения P и Re не выходили за пределы, которыми ограничена область существования турбулентных вихревых облаков. Такой же подход реализовывался и в экспериментальных исследованиях [14], но в силу понятных причин численное моделирование предоставляет более широкие возможности для многопараметрического исследования по сравнению с экспериментом.

Ниже представлены результаты параметрических расчетов для пяти вариантов с различными начальными условиями формирования вихревого облака (табл. 3). Вариант 1 – базовый, на примере которого выше были рассмотрены особенности формирования и движения вихревого облака. Варианты 2–5 иллюстрируют влияние числа Рейнольдса и условий выдува струи на исследуемое течение. В них параметр P принимает близкие к варианту 1 значения ($3 \leq P \leq 3.8$), значения Re находятся в диапазоне $(3 \dots 12) \times 10^3$, см. табл. 3. Для формулировки конкретной размерной постановки приведенные в табл. 3 размерные величины (T_0 и V_0), характеризующие импульсные струи, следует дополнить величинами вязкости среды ($\nu = 1.6 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$) и диаметра отверстия ($d = 0.02 \text{ м}$). Приведенный в таблице импульс струи определен как $I_0/\rho = 0.25\pi d^2 L_0 V_0$ [23]. Для варианта 2 скорость истечения зависит от времени $V_0 = f(t)$ так, как было принято в серии работ [6, 7, 16–19], выполненных по теме моделирования острых респираторных явлений. Функция $f(t)$ приближенно описывает зависимость скорости воздуха, вытекающего из рта человека при однократном кашле. В период от 0 до 0.15 с $f(t) = 32t$, т.е. скорость увеличивается от 0 до 4.8 м/с, далее в период от 0.15 с до $T_0 = 0.4$ с скорость уменьшается $f(t) = 4.8 \cdot (1 - 4 \cdot (t - 0.15))$ и при $t \geq T_0$ $f(t) = 0$. В этом варианте среднее значение скорости за время T_0 равно 2.4 м/с, т.е. такое же, как и для варианта 1, в котором скорость постоянна. Время истечения ($T_0 = 0.4$ с) в вариантах 1 и 2 одинаковое. Скорость истечения принята постоянной и для вариантов 3–5. Обратим внимание, что для вариантов 1, 2 и 3 величина $L_0 = V_0 T_0$ одинакова (0.96 м, объем вытекающего воздуха 0.3 л), при этом время истечения T_0 для вариантов 1 и 3 отличается в четыре раза. Для варианта 4 скорость истечения V_0 несколько увеличена по сравнению с вариантом 1. Для варианта 5 величина I_0/ρ такая же, как для варианта 4, при увеличенной скорости истечения и уменьшенном времени. В целом каждый из размерных параметров импульсной струи изменяется в четыре раза по сравнению с базовым вариантом 1.

На рис. 7 показаны безразмерные профили продольной скорости для момента времени $t' = 600$ и всех рассчитанных вариантов. Видно, что для всех вариантов к этому моменту времени наступила фаза автомодельности. В автомодельных переменных профили $V_z/V_c(r/r_{0.5})$ практически идентичны, а профили $V_z/V_c((z - z_c)/r_{0.5})$ несколько различаются на подветренной в относительном движении стороне вихревого облака, и это различие вызвано влиянием фактической продолжительности и скорости истечения импульсных струй. Почти полное подобие профилей

Таблица 3. Безразмерные и размерные параметры импульсных струй

Вариант	P	$Re_d \times 10^{-3}$	V_0 , м/с	T_0 , с	L_0 , м	$(I_0/\rho) \times 10^4$, М ⁴ /с
1	3.63	3	2.4	0.4	0.96	7.235
2	3.63	3	$f(t)$	0.4	0.96	7.235
3	3.63	12	9.6	0.1	0.96	29
4	3.8	3.46	2.77	0.4	1.108	9.64
5	3	6.93	5.54	0.1	0.554	9.64

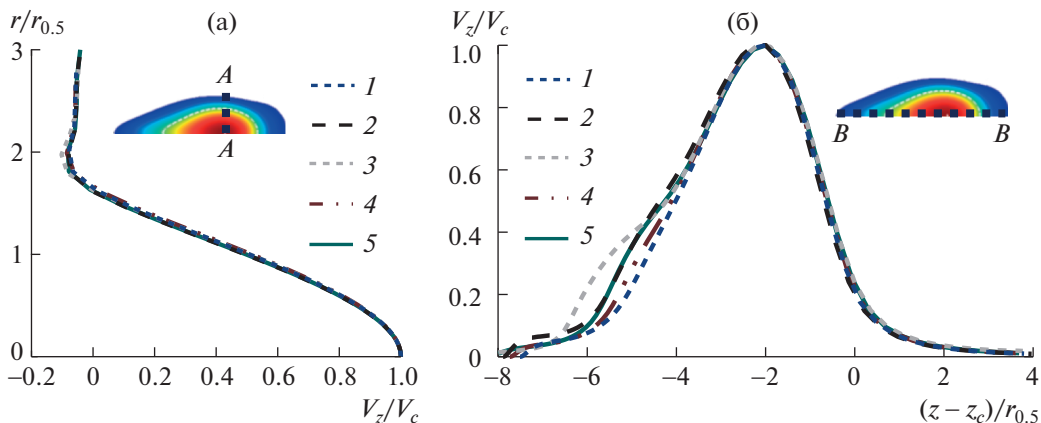
продольной скорости для всех рассчитанных вариантов позволяет считать, что основу структуры турбулентных вихревых облаков составляют тороидальные вихри, форма которых в относительном движении приближена к сферической.

На рис. 8 показаны полученные в расчетах зависимости от времени геометрических характеристик вихревых облаков: положения точки с максимальной скоростью $(0, z_c)$ (рис. 8а) и радиуса сферы R (рис. 8б), эквивалентной по объему области, внутри которой модуль продольной скорости больше $0.01V_c$. Масштабом радиуса R служит величина $R_0 = (3d^2L_0/16)^{1/3} = d \cdot P$, которая определена из объема среды, выпущенной импульсной струей.

На рис. 9 приведены расчетные данные зависимости от времени максимальной и средней скорости распространения вихревого облака. На каждом рисунке штриховыми прямыми линиями изображены степенные зависимости с показателями 0.25 для линейных величин и -0.75 для скоростей, которые аппроксимируют расчетные зависимости на преобладающем отрезке рассчитанного интервала физического времени, для всех вариантов равного 10 с. Для начального времени $t' = O(10^2)$ поведение расчетных зависимостей отлично от степенного закона, так как при малых временах течение носит переходный характер от импульсной струи к вихревому облаку.

Аппроксимирующим линиям на рис. 8 отвечают уравнения $R/R_0 = t'^{0.25}$ и $z_c/d = 5.4t'^{0.25}$, из которых следует, что $R/R_0 = 0.185(z_c/d)$. Обработка данных для всех вариантов позволила получить соотношение $R/z_c = 0.75$, которое справедливо в диапазоне $10 < z_c/d < 50$.

Данным для скоростей на рис. 9 удовлетворяют степенные зависимости $V_{z,av}/V_0 = 0.4t'^{-0.75}$ и $V_c/V_0 = 3.2t'^{-0.75}$, из которых следует, что на основном временном интервале $V_c/V_{z,av} = 8$. Постоянство соотношения между максимальными и средними скоростями в каждый момент времени согласуется с подобием профилей скорости, продемонстрированным на рис. 5 и 7. На основном участке, при $t' > 100$ положение точки, где скорость максимальна, и значение этой скорости связаны приближенной формулой $(z_c/d)^3(V_c/V_0) \approx 500$.

Рис. 7. Варианты 1–5: профили продольной скорости вдоль линий А–А (а) и В–В (б) для $t' = 600$.

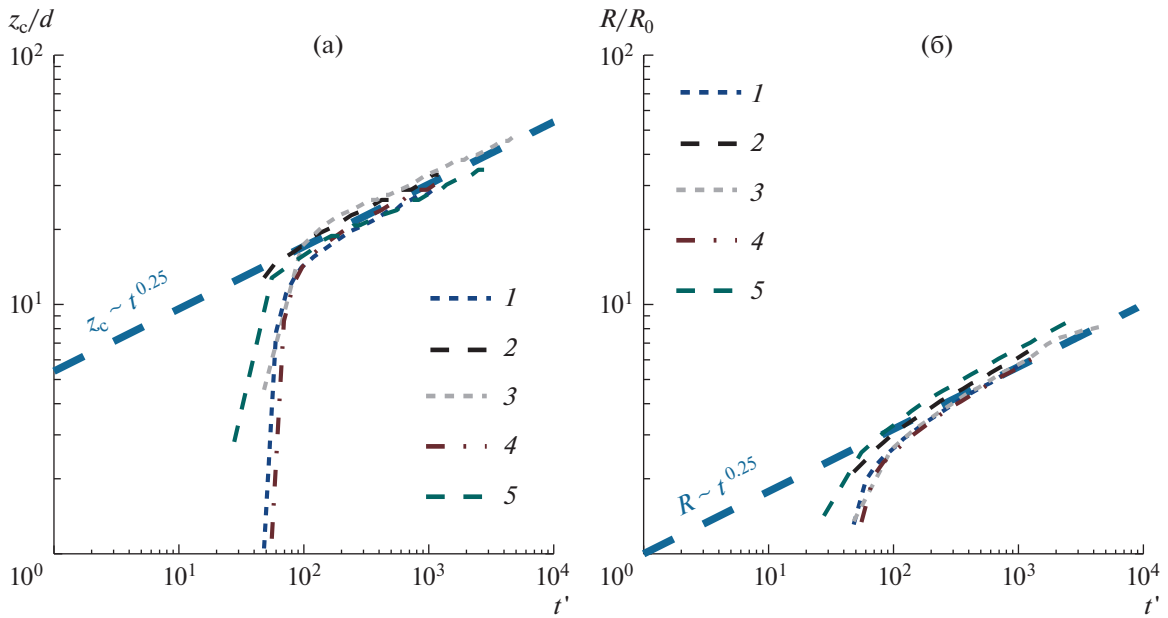


Рис. 8. Изменение во времени положения максимума продольной скорости и эквивалентного радиуса вихревого облака, 1...5 – расчетные варианты.

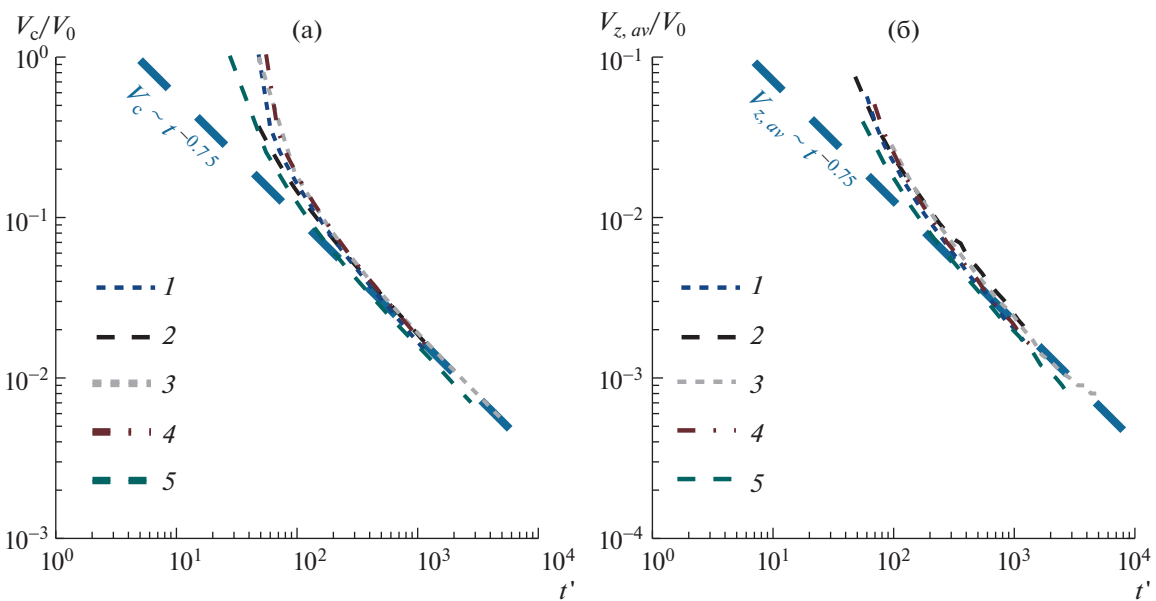


Рис. 9. Изменения во времени максимальной и средней продольной скорости, 1...5 – расчетные варианты.

Вариация условий истечения импульсных струй (табл. 3) не оказала существенного с практической точки зрения влияния на характеристики течения при значениях безразмерного времени в диапазоне $t' \sim O(10^2 \dots 10^3)$. В рассчитанных вариантах для характеристик (z_c/d , R/R_0 , V_c/V_0 и $V_{z,av}/V_0$), показанных на рис. 8 и 9, различие в величинах от варианта к варианту не превосходит 25%.

В табл. 4 для всех вариантов сведены параметры, которые характеризуют течение по прошествии десяти секунд после начала выдува струй.

Сопоставляя данные табл. 3 и 4, можно заключить, что размерные характеристики вихревых облаков в табл. 4 коррелируют с динамическими параметрами импульсных струй: скоростью ис-

Таблица 4. Характеристики течения при $t = 10$ с

Вариант	z_c , м	R , м	V_c , см/с	$V_{z, av}$, см/с
1	0.58	0.47	3.4	0.4
2	0.66	0.51	3.9	0.5
3	0.95	0.64	5.5	0.7
4	0.63	0.51	3.8	0.4
5	0.69	0.53	3.9	0.4

течения и импульсом. Скорость истечения может играть даже превалирующую роль, что следует из сопоставления вариантов 1 и 2. Для обоих вариантов средние за время истечения скорости равны, но для варианта 2, в котором максимальная скорость составляет 4.8 м/с, все характеристики течения (табл. 4) выше, чем для варианта 1. В целом можно отметить, что существенное изменение начальных условий от варианта к варианту приводит к различиям размерных характеристик вихревого облака через десять секунд после начала истечения импульсной струи ($t' \geq 10^3$), не превышающим 40%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты численного моделирования турбулентного вихревого облака, возникшего в результате выдува импульсной струи с различной скоростью и продолжительностью выдува. В рамках принятой модели в среднем нестационарного осесимметричного течения с изотропной турбулентной вязкостью определены две фазы течения: начальная фаза и фаза автомодельности. Продолжительность начальной фазы составили время истечения струи и время образования вихревого турбулентного облака. В относительном движении со скоростью, равной мгновенной осредненной по объему скорости вихревого облака, структуру облака можно представить состоящей из тороидального вихря с формой, близкой к сферической, и наведенного вихрем почти потенциального потока. Для принятых условий нормированная длительность начальной фазы составила величину $O(10^2)$, длительность фазы автомодельности — $O(10^3)$. Для фазы автомодельности определены переменные подобия $r/r_{0.5}(t)$, $(z - z_c)/r_{0.5}(t)$ и $V_z/V_c(t)$. На протяжении этой фазы поля продольной скорости $V_z/V_c(t)$ в вихревом облаке практически идентичны при всех рассмотренных наборах параметров импульсной струи. В фазе автомодельности расчетные данные, определяющие характерный размер вихревого облака $R(t)$, положение точки с максимумом скорости в облаке $z_c(t)$, изменение во времени максимальной $V_c(t)$ и средней $V_{z, av}(t)$ скорости облака, согласуются со степенными законами, вытекающими из условия сохранения количества движения, внесенного импульсной струей.

Авторы благодарят профессора Е.М. Смирнова за ценные советы и замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nazaroff W.W.* Indoor aerosol science aspects of SARS-CoV-2 transmission // *Indoor Air*. 2022. V. 32. № 1. P. 1–13.
<https://doi.org/10.1111/ina.12970>
2. *Bu Y., Ooka R., Kikumoto H., Oh W.* Recent research on expiratory particles in respiratory viral infection and control strategies: A review // *Sustainable Cities and Society*, 2021. V. 73. P. 1–16.
<https://doi.org/10.1016/j.scs.2021.103106>
3. *Gupta J.K., Lin C.-H., Chen Q.* Flow dynamics and characterization of a cough // *Indoor Air*. 2009. V. 19. № 6. P. 517–525.
<https://doi.org/10.1111/j.1600-0668.2009.00619.x>
4. *Bourouiba L.* The fluid dynamics of disease transmission // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2021. V. 53. P. 473–508.
<https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-060220-113712>
5. *Mazzino A., Rosti M.E.* Unraveling the secrets of turbulence in a fluid puff // *Phys. Rev. Lett.* 2021. V. 127. № 9. P. 1–6.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.094501>

6. *Fabregat A., Gisbert F., Vernet A., Dutta S., Mittal K., Pallarès J.* Direct numerical simulation of the turbulent flow generated during a violent expiratory event // *Physics of Fluids*. 2021. V. 33. P. 1–12.
<https://doi.org/10.1063/5.0042086>
7. *Fabregat A., Gisbert F., Vernet A., Ferré J.A., Mittal K., Dutta S., Pallarès J.* Direct numerical simulation of turbulent dispersion of evaporative aerosol clouds produced by an intense expiratory event // *Physics of Fluids*. 2021. V. 33. P. 1–13.
<https://doi.org/10.1063/5.0045416>
8. *Ghaem-Maghami E., Johari H.* Concentration field measurements within isolated turbulent puffs // *ASME. J. Fluids Eng.* 2007. V. 129. P. 194–199.
<https://doi.org/10.1115/1.2409348>
9. *Ахметов Д.Г.* Вихревые кольца. Ин-т гидродинамики СО РАН. Новосибирск. Академ. изд-во “Гео”. 2007. 151 с.
10. *Никулин В.В.* Массообмен между атмосферой турбулентного вихревого кольца и окружающей средой // *Изв. РАН. МЖГ*. 2021. № 4. С. 33–40.
<https://doi.org/10.31857/S0568528121040101>
11. *Andriani R., Coghe A., Cossali G.E.* Near-field entrainment in unsteady gas jets and diesel sprays: A comparative study // *Symposium (International) on Combustion*. 1996. V. 26. № 2. P. 2549–2556.
[https://doi.org/10.1016/s0082-0784\(96\)80087-7](https://doi.org/10.1016/s0082-0784(96)80087-7)
12. *Kovasznyai L.S.G., Fujita H., Lee R.L.* Unsteady Turbulent Puffs // *Adv. Geophys.* 1975. V. 18. Part B. P. 253–263.
[https://doi.org/10.1016/S0065-2687\(08\)60584-1](https://doi.org/10.1016/S0065-2687(08)60584-1)
13. *Richards J.M.* Puff motions in unstratified surroundings // *J. Fluid Mech.* 1965. V. 21. № 1. P. 97–106.
<https://doi.org/10.1017/S002211206500006X>
14. *Sangras R., Kwon O.C., Faeth G.M.* Self-preserving properties of unsteady round nonbuoyant turbulent starting jets and puffs in still fluids // *ASME. J. Heat Transfer*. 2002. V. 124. № 3. P. 460–469.
<https://doi.org/10.1115/1.1421047>
15. *Ghaem-Maghami E., Johari H.* Velocity field of isolated turbulent puffs // *Physics of Fluids*. 2010. V. 22. P. 1–13.
<https://doi.org/10.1063/1.3504378>
16. *Засимова М.А., Иванов Н.Г., Рус В.В.* Нестационарная диффузия вирусных частиц в импульсной струе, формируемой в процессе кашля // XVI Минский международный форум по тепло- и массообмену. Тез. докл. и сообщений. Минск: ИТМО им. А.В. Лыкова. 2022. С. 251–255.
17. *Zasimova M., Ris V., Ivanov N.* CFD modelling of a pulsed jet formed during an idealized isolated cough // *E3S Web of Conferences* 2022. V. 356. P. 1–4.
<https://doi.org/10.1051/e3sconf/202235605024>
18. *Засимова М.А., Иванов Н.Г., Рус В.В.* URANS и LES моделирование начальной стадии распространения каплесодержащей воздушной струи, характерной для острых респираторных явлений // М.: Изд. МЭИ. Материалы 8-ой РНКТ. 2022. Т. 1. С. 435–438.
19. *Pallarès J., Fabregat A., Lavrinenko A., et al.* Numerical simulations of the flow and aerosol dispersion in a violent expiratory event: Outcomes of the “2022 International Computational Fluid Dynamics Challenge on violent expiratory events” // *Physics of Fluids*. 2023. V. 35. P. 1–22.
<https://doi.org/10.1063/5.0143795>
20. *Yakhot V., Orszag S.A.* Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory // *Journal of Scientific Computing*. 1986. V. 1. P. 3–51.
<https://doi.org/10.1007/BF01061452>
21. *Yakhot V., Orszag S.A., Thangam S., Gatski T.B., Speziale C.G.* Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique // *Physics of Fluids*. 1992. V. 4. P. 1510–1520.
<https://doi.org/10.1063/1.858424>
22. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. Пер. с англ. М.: изд-во “Мир”. 1973. 760 с.
23. *Glezer A., Coles D.* An experimental study of a turbulent vortex ring // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 211. P. 243–283.
<https://doi.org/10.1017/S0022112090001562>