ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА, 2023, № 5, с. 37–46

УДК 532.5: 533.6.011.5

АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, ДВИЖУЩЕЙСЯ К ЦЕНТРУ ИЛИ К ОСИ СИММЕТРИИ

© 2023 г. Х. Ф. Валиев[a], А. Н. Крайко[a,*]

[a]Центральный институт авиационного моторостроения (ЦИАМ) им. П.И. Баранова, Москва, Россия

*E-mail: akraiko@ciam.ru

Поступила в редакцию 04.06.2023 г.
После доработки 06.06.2023 г.
Принята к публикации 06.06.2023 г.

Изучаются одномерные течения идеального (невязкого и нетеплопроводного) совершенного газа с показателем адиабаты γ за ударной волной, движущейся к центру ($\nu = 3$) или к оси ($\nu = 2$) симметрии по неподвижному холодному газу. Допускаются течения с отраженной ударной волной и течения, заканчивающиеся при одновременном приходе в центр симметрии ударной волны и поршня, сжавшего газ в точку или в линию.

Ключевые слова: центр (ось) симметрии, поршни и ударные волны, огибающая C^--характеристик, неавтомодельные ударные волны, автомодельные течения сжатия в точку (в линию)

DOI: 10.31857/S1024708423700060, **EDN:** YNXIMR

Первое автомодельное решение с отраженной ударной волной нашел К. Гудерлей. В его решении показатель автомодельности $n = n_*(\nu, \gamma) < 1$ находится из условия существования изучаемого течения. При $n = n_*(\nu, \gamma)$ возможны также не рассматривавшиеся ранее автомодельные течения с поршнем, расширяющимся из центра симметрии после прихода в него сходящейся ударной волны. Внимание к течениям с $n \neq n_*(\nu, \gamma)$ в 2015–2017 гг. привлекли В. Куропатенко с коллегами. Выполненный ниже анализ этих течений показал, что построенные для $n > n_*(\nu, \gamma)$ течения с отражением ударной волны автомодельны лишь в криволинейном треугольнике плоскости координата-время. Одна из его сторон – отрезок тректории автомодельной ударной волны, не дошедшей до центра симметрии. При $n < n_*(\nu, \gamma)$ получаются построенные В. Куропатенко полностью автомодельные течения сжатия газа в точку.

1. АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ОБ ОТРАЖЕНИИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ОСИ ИЛИ ЦЕНТРА СИММЕТРИИ

В 1942 г. К. Гудерлей [1] (см. также [2, 3]) решил задачу об отражении ударной волны (УВ) от оси или от центра симметрии (ниже, – от “центра симметрии – ЦС”). При приближении УВ к ЦС ее интенсивность растет неограниченно. Возможно, поэтому в [1] искались автомодельные решения с сильной УВ IS, движущейся по неподвижному холодному газу со скоростью $D = D(t) < 0$ с началом отсчета времени t в момент прихода УВ IS в ЦС. Для совершенного газа его радиальная скорость u, скорость звука a, плотность ρ и давление p за сильной УВ равны [2–5]:

$$u = \frac{2}{\gamma+1}D, \quad a = -\frac{\sqrt{2\gamma(\gamma-1)}}{\gamma+1}D, \quad \rho = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0, \quad p = \frac{2}{\gamma+1}\rho_0 D^2 \qquad (1.1)$$

При радиальной координате r параметры течения представляются в одной из двух эквивалентных форм с автомодельной переменной ξ или τ:

$$\xi = Cr \times \begin{cases} (-t)^{-n}, & t \le 0, \\ t^{-n}, & t > 0; \end{cases} \quad \tau = \frac{Ct}{r^k}, \quad k = \frac{1}{n}$$
$$u = n\frac{r}{t}U, \quad a = n\frac{r}{t}A, \quad \rho = \rho_0 R, \quad p = \rho_0 n^2 \frac{r^2}{t^2}P, \quad P = \frac{R}{\gamma}A^2 \tag{1.2}$$

В решении К. Гудерлея показатель степени n подлежит определению, U, A и R – функции ξ или τ, а константа C произвольна. К. Гудерлей работал с переменной ξ, конечной на УВ IS, бесконечной на оси r и равной нулю на полуоси $t > 0$. Единая для всех t переменная τ с $C > 0$ монотонно растет от отрицательной величины на УВ IS до нуля на оси r и до бесконечности на полуоси $t > 0$.

Обыкновенные дифференциальные уравнения, которые получаются при подстановке представлений (1.2) с переменной τ в уравнения, описывающие нестационарные течения идеального совершенного газа с единственной ненулевой r-компонентой вектора скорости u, сводятся к системе

$$\frac{dA}{dU} = \frac{Af_2}{2(1-U)f_1}, \quad \frac{d\tau}{dU} = \gamma k\frac{\tau f}{f_1}, \quad \frac{d\ln R}{dU} = \frac{f_3}{(1-U)f_1}$$
$$f = (1-U)^2 - A^2, \quad f_1 = \gamma(1-U)(k-U)U + (2k - 2 - \nu\gamma U)A^2 \tag{1.3}$$
$$f_2 = \gamma[2(k-U) - \nu(\gamma-1)U]f + (\gamma-1)f_1, \quad f_3 = f_1 - \nu\gamma U f$$

Подстановка тех же представлений в условия (1.1), в которых в силу этих представлений $D = r_{IS}/(kt) = nr_{IS}/t$, дает

$$U_{IS} \equiv U(\tau_{IS}) = \frac{2}{\gamma+1}, \quad A_{IS} = -\frac{\sqrt{2\gamma(\gamma-1)}}{\gamma+1}, \quad R_{IS} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \tag{1.4}$$

Не входящую в уравнения (1.3) и в условия (1.4) константу C можно выбрать такой, чтобы величина τ_{IS} была равна любому числу, например, -1. Представление УВ IS степенной кривой $r^{k>1} = -Ct$, приходящей при $t = 0$ в ЦС, не гарантирует существования такого течения. Понять это поможет анализ интегральных кривых и особых точек первого уравнения (1.3). На оси r при $r > 0$ переменная $\tau = 0$, а u и a конечны. Согласно (1.2) такое возможно только при $U(0) = A(0) = 0$. Поэтому для любых $k > 1$ интегральные кривые решений, содержащих ось r или ее конечный отрезок, из точки IS с U и A из (1.4) должны прийти в начало координат $A = U = 0$ плоскости UA. Но точка IS лежит под данной на рис. 1 штрихами “звуковой” прямой: $A = U - 1$. На ней равна нулю функция f из второго уравнения (1.3), а идущая из точки IS интегральная кривая должна ее пересечь. При произвольном k в точке пересечения интегральной кривой со звуковой прямой функция $f_1 \neq 0$, и у τ вместо монотонного роста возникает локальный максимум $\tau = \tau_{0*}$, исключающий продолжение решения на $\tau > \tau_{0*}$. На рис. 1 и далее стрелки на интегральных кривых указывают направление роста переменной τ, а на красной кривой равна нулю функция $f_1(U, A)$.

Каждой точке прямой: $A = U - 1$ плоскости UA в плоскости rt отвечает кривая с $dr/dt = u - a$, как у C^--характеристик. Эти кривые, однако, – не C^--характеристики, а их огибающие, поскольку при $f_1 \neq 0$ на них не выполняется условие совместности для C^--характеристик. Огибающая становится C^--характеристикой, если в точке пересечения выполнятся два равенства: $f = 0$ и $f_1 = 0$. Их следствие – равенство $f_2 = 0$ делает точку пересечения особой точкой (седлом – SP или узлом – NP) первого уравнения (1.3). По интегральной кривой, совпадающей с одной из сепаратрис седла или с главным усом узла, переход через звуковую прямую становится возможным, а выбор $n = n_*(\nu, \gamma)$ позволяет интегральной кривой соединить особую точку с точкой IS. Для $\nu = 3$ и $\gamma = 5/3$ именно такая ситуация с седлом SP и $n_* = 0.68838$ изображена на рис. 1. Начало координат $A = U = 0$ – узел первого уравнения (1.3) с пришедшей в него жирной интегральной кривой, пересекшей звуковую прямую. Для $\nu = 2$ и 3 и нескольких значений γ величины $n_* = n_*(\nu, \gamma)$ приведены в табл. 1.

При $k = k_* = 1/n_* > 1$ за УВ IS в момент ее прихода в ЦС бесконечны p и энтропийная функция $S = \gamma p/\rho^\gamma$. При любом увеличении в отраженной УВ RS функция S в ЦС (при $r = 0$ и $t > 0$) остается бесконечной. Но газ с $p = \infty$ мгновенно расширяется до конечного давления и нулевой плотности, которые, сохранив $S = \infty$, обращают в бесконечность скорость звука $a = (\gamma p/\rho)^{1/2} =$

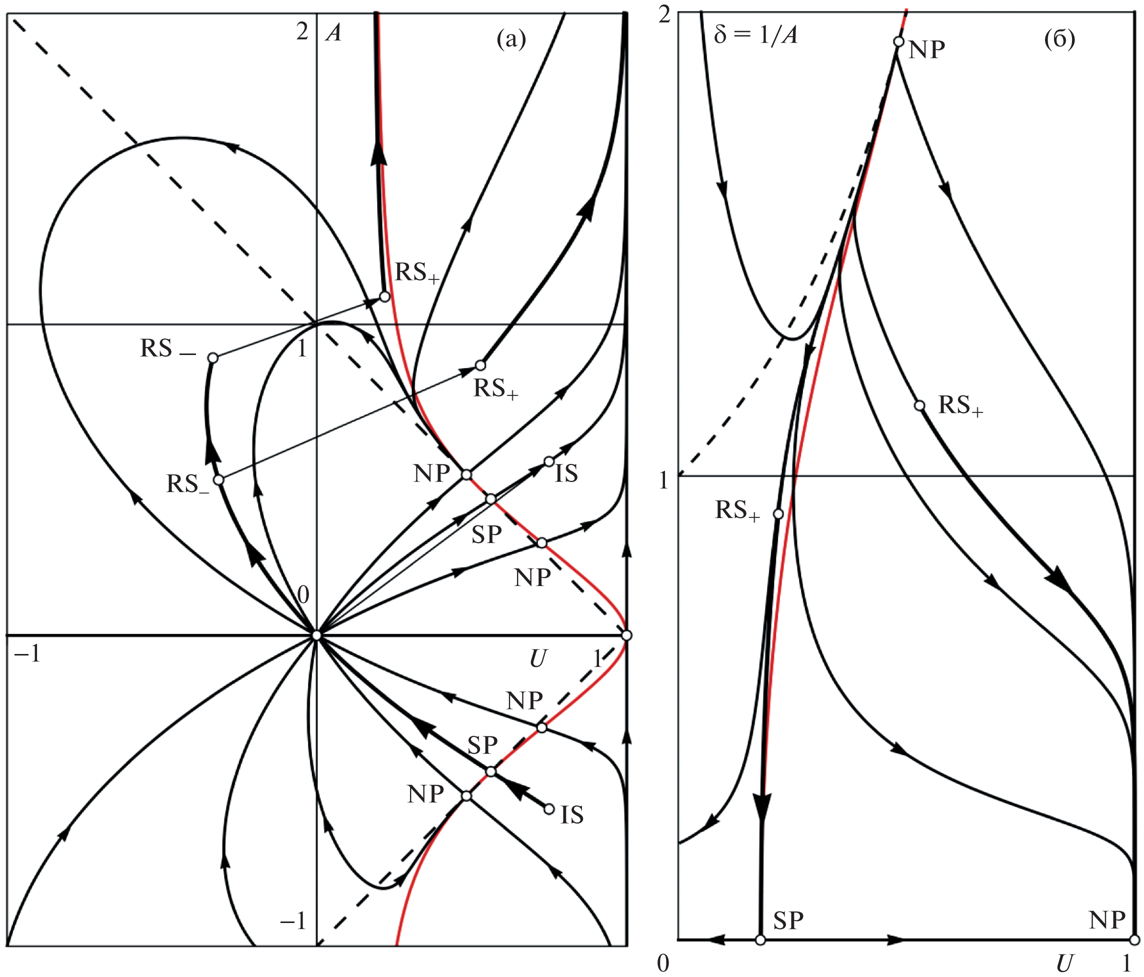

Рис. 1. Интегральные кривые, особые точки, “звуковые” прямые: $f = 0$ и УВ RS (верхняя стрелка) решения К. Гудерлея для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n_* = 0.68838$.

$= n_*(r/t)A = \infty$ на полуоси $t > 0$. Значит, $A(\tau = \infty) = \infty$, и переход от A к переменной $\delta = 1/A$ приводит к уравнениям

$$\frac{d\delta}{dU} = \frac{\delta f_2}{2(U-1)f_1}, \quad \frac{d\tau}{dU} = \gamma k_* \frac{\tau f}{f_1}$$
$$f = (1-U)^2\delta^2 - 1, \quad f_1 = \gamma(1-U)(k_* - U)U\delta^2 + 2(k_* - 1) - \nu\gamma U \tag{1.5}$$
$$f_2 = (\gamma-1)f_1 + \gamma[2(k_* - U) - \nu(\gamma-1)U]f$$

Ось U, на которой $\delta = 0$, – интегральная кривая первого уравнения (1.5). Иные интегральные кривые прийти на эту ось могут только в ее особые точки: $\delta = 0$, $U = 1$ и $\delta = 0$, $U = 2(k_* - 1)/(\nu\gamma)$. На рис. 1б первая из них – узел, а вторая – седло. В узле в силу второго уравнения (1.5) переменная τ конечна, а в седле $\tau = \infty$. Поэтому часть искомой интегральной кривой – отрезок сепаратрисы седла. В точку RS_+ сепаратрисы решение попадает скачком (верхней стрелкой на рис. 1а) из точки RS_-, причем для U_+ и A_+ за отраженной УВ RS верны формулы [5]:

$$U_+ = 1 - \frac{2A_-^2 + (\gamma-1)(1-U_-)^2}{(\gamma+1)(1-U_-)}$$
$$A_+ = \frac{\sqrt{2(\gamma-1)[\gamma(1-U_-)^4 - A_-^4] + (6\gamma - \gamma^2 - 1)A_-^2(1-U_-)^2}}{(\gamma+1)(1-U_-)} \tag{1.6}$$

Таблица 1. Показатели степени $n_0 = n_0(\nu, \gamma)$ и $n_* = n_*(\nu, \gamma)$

ν	γ	n_0	n_*
2	3	0.33333	0.77567
2	5/3	0.60000	0.81562
2	7/5	0.71429	0.83532
2	4/3	0.75000	0.84226
2	6/5	0.83333	0.86116
3	3	0.25000	0.63641
3	5/3	0.50000	0.68838
3	7/5	0.62500	0.71717
3	4/3	0.66667	0.72769
3	6/5	0.76923	0.75714

При построении решения точка RS_- с U_- и A_- на пришедшей из точки IS интегральной кривой выбирается так, чтобы в согласии с равенствами (1.6) точка RS_+ попала на идущую на рис. 1б сверху сепаратрису седла первого уравнения (1.5).

В большем масштабе 4-й квадрант рис. 1а и часть rt-диаграммы, которая, отвечая жирному отрезку интегральной кривой, соединившей точку IS с началом координат $U = A = 0$, представлены на рис. 2. На рис. 2б левая (правая) вышедшая из точки *1* жирная кривая – УВ IS (траектория поршня), а соединяющие их отрезки – C^--характеристики. Один из них, соединяющий точку 0^- с началом координат, – C^--характеристика, отвечающая седлу SP на звуковой прямой рис. 2а. На не показанной на rt-диаграмме полуоси $t > 0$ скорость газа $u = n_* rU/t = 0$, как и должно быть в ЦС.

При том, что решением К. Гудерлея занимались многие исследователи, наиболее полные и надежные результаты получены авторами данной статьи [5–8]. Правда, все, начиная с К. Гудерлея, прошли мимо автомодельных решений с поршнем, начавшим расширение из ЦС в момент прихода туда УВ IS решения К. Гудерлея. Восполним этот пробел.

Положив в (1.6) $A_- = U_- = 0$, придем к значениям

$$U_+ = U_{IS} = \frac{2}{\gamma+1}, \quad A_+ = A_{IS} = \frac{\sqrt{2\gamma(\gamma-1)}}{\gamma+1} \tag{1.7}$$

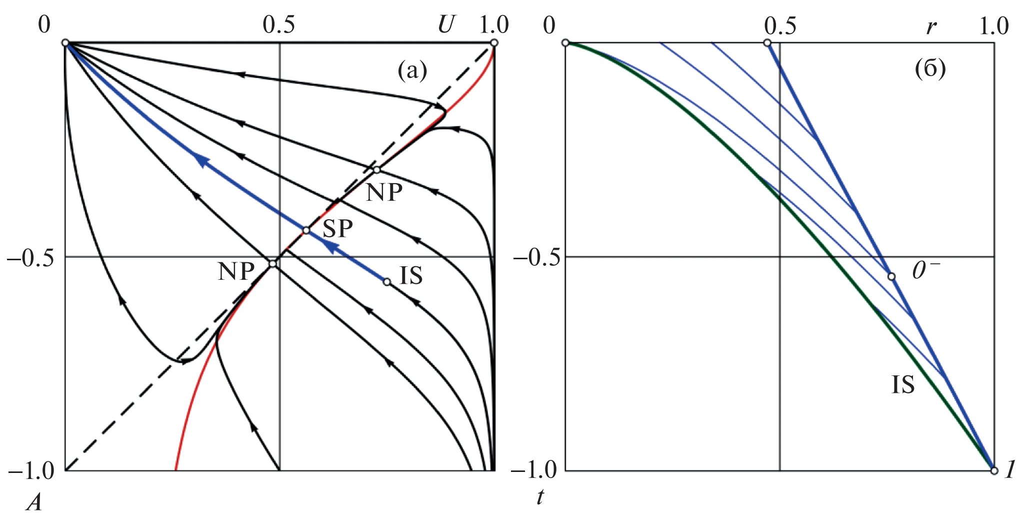

Рис. 2. Квадрант IV плоскости UA (а) и часть rt-диаграммы (б) решения К. Гудерлея с отражением УВ от ЦС для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n_* = 0.68838$.

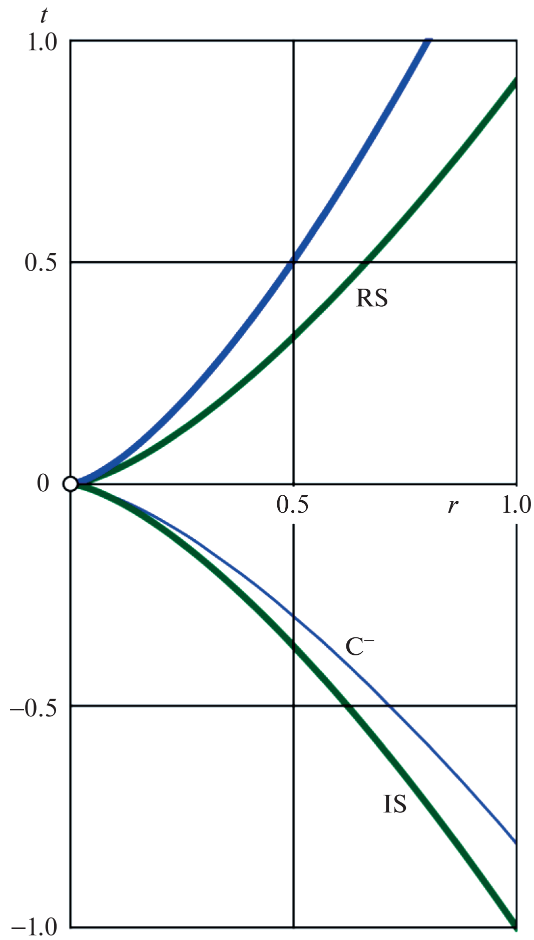

Рис. 3. *rt*-Диаграмма автомодельного течения с поршнем, начавшим расширяться из ЦС при приходе в него УВ IS, для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n = n_* = 0.68838$.

за движущейся от ЦС сильной УВ, показанной на рис. 1а стрелкой между началом координат и верхней точкой IS. УВ с U_{IS} и A_{IS} из (1.7) – самая интенсивная из множества УВ, значения U_- и A_- которых отвечают точкам отрезка жирной интегральной кривой из 2-го квадранта рис. 1а. Интегральные кривые, дающие изменения U и A от УВ до поршня, заканчиваются в узле $U = 1$, $\delta = 0$ рис. 1б. На рис. 3 приведена *rt*-диаграмма одного из таких автомодельных течений с прежними ν, γ и n_*, но с $U_- \approx -0.32$ и $A_- = 0.50$ и еще одной стрелкой на рис. 1а. Левая верхняя кривая на рис. 3 – траектория поршня, расширяющегося при $t \geq 0$ из ЦС.

2. АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В. КУРОПАТЕНКО С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, ИДУЩЕЙ К ОСИ ИЛИ К ЦЕНТРУ СИММЕТРИИ

Продолжим изучение течений с УВ, движущейся к ЦС при показателях автомодельности $1 < k \neq k_* = 1/n_*$. Их изучал В. Куропатенко с коллегами [9–13], используя наряду с r массовую лагранжеву переменную m, при которой показателем автомодельности служит не n, а $l = \nu n$. Далее принималось, что изучаемые течения с движущейся по холодному неподвижному газу сильной УВ порождает поршень, движущийся из точки *1* с $r = r_1$, $m = m_1$, и $t = t_1 < 0$ к ЦС. При этом плотность и скорость газа ρ и u и координата r искались разделением переменных с привлечением условий (1.1), справедливых для сильных УВ, в форме

$$\xi = \frac{m}{m_1}\left(\frac{t_1}{t}\right)^l, \quad \rho = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_0\delta(\xi), \quad r^{\nu-1}u = r_1^{\nu-1}u_1\left(\frac{t}{t_1}\right)^{l-1}Z(\xi)$$
$$r^\nu = r_1^\nu\left(\frac{t}{t_1}\right)^l X(\xi), \quad \frac{1}{t_1} = \nu\frac{\gamma+1}{2lr_1}u_1 \tag{2.1}$$

$$\delta(1) = Z(1) = X(1) = 1 \tag{2.2}$$

Здесь u_1 – скорость газа за УВ IS в точке *1*.

Подстановка выражений (2.1) в уравнения Эйлера, описывающие изучаемые течения в переменных t и m, приводит к обыкновенным дифференциальным уравнениям (“штрих” – дифференцирование по $\xi \geq 1$)

$$G\delta' = H, \quad GZ' = \frac{\gamma-1}{2\delta^2}\xi H, \quad \xi X' = X - \frac{2Z}{\gamma+1}, \quad G = \frac{\gamma\delta^{\gamma-1}X^{2-2/\nu}}{\xi^{2/l-2/\nu}} - \frac{\gamma-1}{2\delta^2}\xi^2$$
$$H = 2\frac{(\nu-l)\delta^\gamma X^{2-2/\nu}}{\nu l\xi^{1+2/l-2/\nu}} - \frac{l-1}{l}Z + \frac{2(\nu-1)Z^2}{\nu(\gamma+1)X} \tag{2.3}$$

В [9–13] решение задачи Коши для уравнений (2.3) с начальными условиями (2.2) приводило к разным результатам для n (или $l = \nu n$), больших и меньших n_* (или $l_* = \nu n_*$). Для $n > n_*$ при некотором $\xi_{0*} > 1$ всегда обращалась в нуль функция G_{0*} при в общем случае отличной от нуля функции H_{0*}. Утверждение авторов [8–12], что в таком случае приходящая в ЦС кривая: $m/m_1 = \xi_{0*}(t/t_1)^l$ – C^--характеристика, ошибочно. Равенство $G_{0*} = 0$ означает, что на указанной кривой $dr/dt = u - a$, т.е. ее C^--характеристики всего лишь касаются. C^--характеристикой она будет только, если на ней наряду с $G_{0*} = 0$ выполнится равенство $H_{0*} = 0$, эквивалентное условию совместности для C^--характеристик. При $H_{0*} \neq 0$ она – их огибающая, делающая невозможным построение автомодельной траектории поршня на $\xi > \xi_{0*}$ и $t > t_{0*}$ и свидетельствующая о возникновении в точке 0_* неавтомодельной УВ – третьего отрезка границы не доходящей до ЦС треугольной в плоскости rt области автомодельного течения.

Найденные в [9–13] показатели $n_*(\nu, \gamma)$, при которых одновременно равны нулю функции G_{0*} и H_{0*}, для всех рассмотренных ν и γ не отличаются от найденных в [1, 2, 5–8]. С учетом этого, правда, не отмеченного в [9–13] обстоятельства и большей простоты привычного автомодельного подхода, анализ решений для $n \neq n_*$ продолжим в рамках уравнений и условий (1.2)–(1.4), приняв вслед за В. Куропатенко, что изучаемые течения реализует поршень, начинающий движение к ЦС из точки *1* плоскости rt на УВ IS. На траектории поршня: $dr/dt = u$ в силу формул (1.2) и уравнений (1.3) выполняются равенства

$$\frac{dt}{t} = \frac{1}{1-U}\frac{d\tau}{\tau}, \quad \frac{dr}{r} = \frac{U/k}{1-U}\frac{d\tau}{\tau} \tag{2.4}$$

Согласно им при $0 < U < 1$ изменения времени и координаты траектории поршня аналогичны изменению переменной τ. Так, если $|\tau_0| > 0$ в конце интегральной кривой, то $|t_0| > 0$ и $r_0 > 0$, т.е. поршень до ЦС не доходит. Если же $\tau_0 = 0$, то $t_0 = r_0 = 0$, и такие решения описывают сжатие газа в точку.

Течения с $|\tau_0| > 0$ реализуются, если, начавшись в точке IS, интегральная кривая первого уравнения (1.3) приходит в точку 0_* прямой: $A = U - 1$ плоскости UA с $f_1(U_{0*}, A_{0*}) \neq 0$. Величина $\tau_{0*} < 0$ достигает в этой точке локального максимума, из-за чего продолжение автомодельного решения на значения τ, превышающие τ_{0*}, оказывается невозможным. Как и в [9–13], такая ситуация всегда имеет место при $1 > n > n_*(\nu, \gamma)$. Типичное поле интегральных кривых и особых точек первого уравнения (1.3) в 4-м квадранте плоскости UA и неполная rt-диаграмма для этого случая приведены на рис. 4.

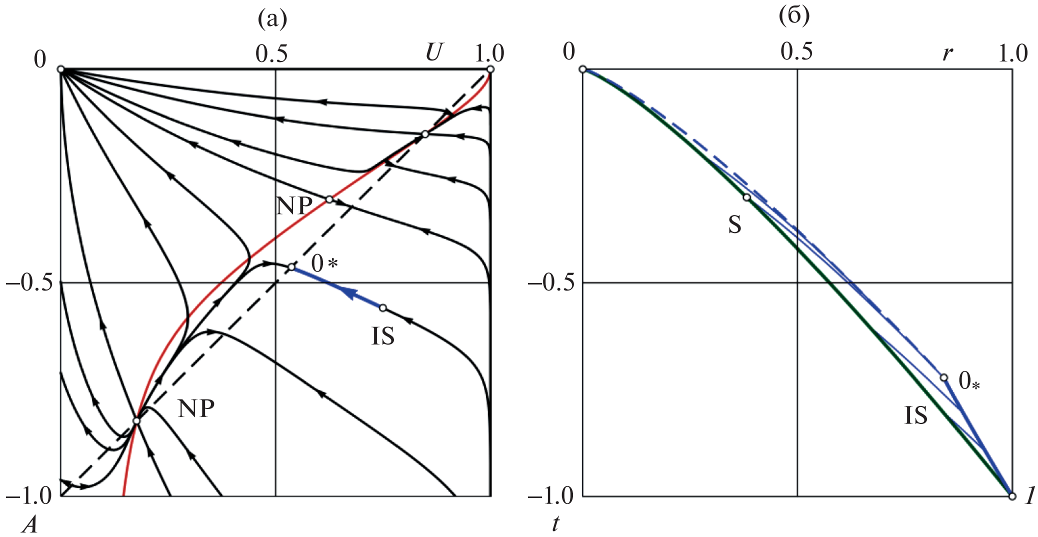

Рис. 4. Плоскость UA (а) и неполная rt-диаграмма (б) течения с УВ, движущейся к ЦС, для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n = 0.8 > n_* = 0.68838$.

Как уже отмечалось, при $f_1 \neq 0$ точке 0_* интегральной кривой, пришедшей на звуковую прямую плоскости UA, на рис. 4б rt-диаграммы отвечает данная штрихами огибающая C^--характеристик: $Ct = r^k\tau_{0*}$. Последняя, как и вышедшая из точки *1* одновременно с поршнем автомодельная УВ IS с уравнением траектории: $Ct = - r^k$, на первый взгляд, в ЦС прийти может. Этого, однако, не случится, ибо появление огибающей – свидетельство возникновения неавтомодельной УВ в точке 0_* траектории поршня. Обгоняя и ликвидируя при этом C^--характеристику 0_*–S, возникшая УВ при $t < t_S$ догонит автомодельную УВ IS до ее прихода в ЦС. Следовательно, при $n > n_*$ автомодельное решение удастся реализовать лишь в удаленном от ЦС криволинейном треугольнике плоскости rt, ограниченном траекторией поршня *1*–0_* и отрезками автомодельной УВ IS и догнавшей ее неавтомодельной УВ, возникшей в точке 0_* траектории поршня. В много меньшей окрестности ЦС движущаяся по холодному газу неавтомодельная УВ станет автомодельной УВ решения К. Гудерлея с $n = n_*(\nu, \gamma)$.

При показателях $n < n_*(\nu, \gamma)$ получаются более интересные автмодельные решения с УВ IS, приходящей в ЦС, и с поршнем, сжимающим газ в точку. Для $n_* > n > n_0$ с $n_0 = n_0(\nu, \gamma)$, определенным ниже (ряд значений n_0 приведен в таблице), решение дает отрезок интегральной кривой первого уравнения (1.3) с началом в точке IS с U и A из (1.4) и концом в узле под звуковой прямой 4-го квадранта плоскости UA. Значения U и A в узле определяют уравнения $f_1(U, A) = 0$ и $f_2(U, A) = 0$. Согласно им для таких n справедливы равенства и неравенства

$$n_*(\nu,\gamma) > n > n_0 = \frac{2}{2+\nu(\gamma-1)}, \quad U = \frac{n_0}{n} < 1$$
$$A^2 = B \equiv \frac{\gamma(1-U)(1-nU)U}{(2+\nu\gamma U)n-2} > 0, \quad A = -\sqrt{B}$$

Величина τ в узле оказывается нулевой, приводя в силу равенств (2.4) к $t = 0$ и $r = 0$, т.е. к автомодельному течению с поршнем и сильной УВ, сжимающими газ в точку. Сказанное выше иллюстрирует рис. 5. Смысл приведенных на нем линий и точек такой же, как на рис. 1–4. Так, на рис. 5б тонкие отрезки – C^--характеристики, идущие с траектории поршня на УВ IS.

При еще меньших показателях степени $0 < n < n_0 < n_*$ особой точкой, в которую приходит интегральная кривая первого уравнения (1.3) с началом в точке IS с U и A из (1.4), становится вырожденная особая точка $U = 1$ и $A = 0$. В согласии с [14] и выполненными расчетами дающая ре-

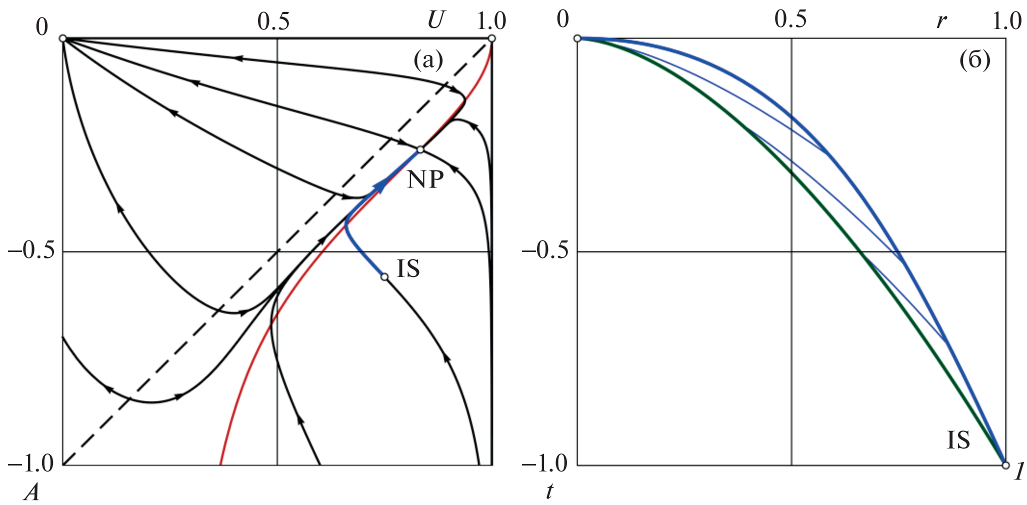

Рис. 5. Плоскость UA (а) и rt-диаграмма (б) течения с поршнем и УВ, сжимающими газ в точку, для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n_0 = 0.5 < n = 0.6 < n_* = 0.68838$.

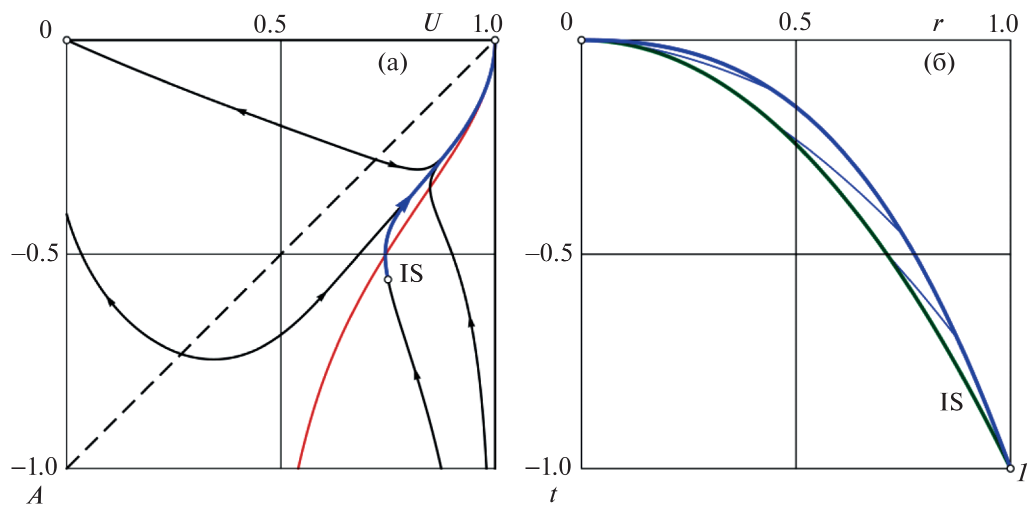

Рис. 6. Плоскость UA (а) и rt-диаграмма (б) течения с поршнем и УВ, сжимающими газ в точку, для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n = 0.49 < n_0 = 0.5 < n_* = 0.68838$.

шение интегральная кривая входит в эту особую точку, касаясь вертикальной интегральной прямой $U = 1$ и реализуя, как и в случае рис. 5, автомодельное решение ударного сжатия газа в точку ($r = t = 0$). В окрестности этой особой точки

$$U \approx 1 - KA^2 < 1, \quad \tau \approx \tau_0\left[1 + \frac{\gamma K/(1-n)}{2-\gamma(\gamma-1)K}A^2\right], \quad 0 < K < \frac{2}{\gamma(\gamma-1)}$$

с постоянной интегрирования K.

Результаты расчетов, выполненных для двух таких значений n, приведены на рис. 6 и 7, близких к рис. 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Автомодельные решения с $n = n_*$ и поршнем, начинающим расширение из ЦС при приходе в него УВ IS, и получающиеся при $1 > n > n_*$ автомодельные решения в криволинейном треуголь-

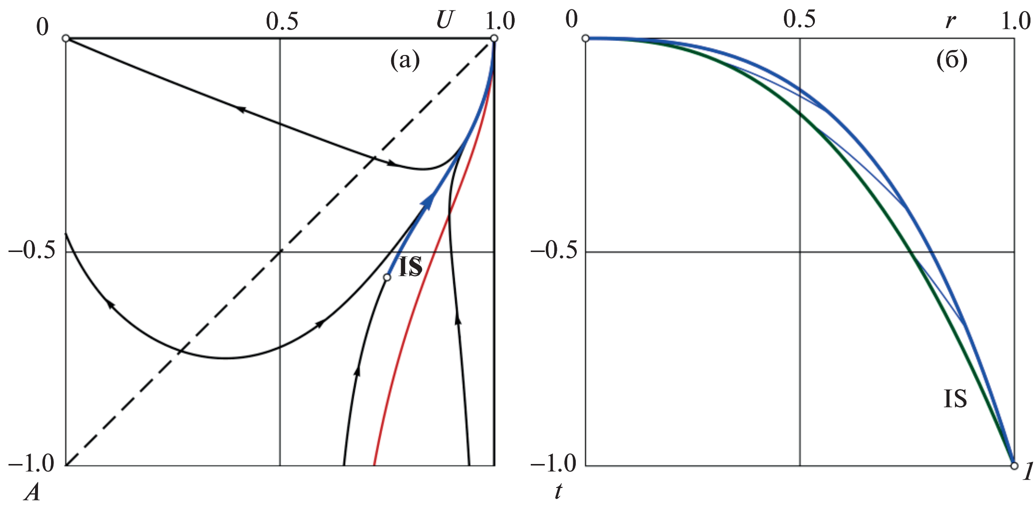

Рис. 7. Плоскость *UA* (а) и *rt*-диаграмма (б) течения с поршнем и УВ, сжимающими газ в точку, для $\nu = 3$, $\gamma = 5/3$ и $n = 0.4 < n_0 = 0.5 < n_* = 0.68838$.

нике плоскости *rt* с $r > 0$ интересны исключительно для теории. В основном для теории интересны и получающиеся при $n_* > n > 0$ автомодельные решения ударного сжатия газа в точку, поскольку для них большая часть работы поршня, а при $n_0 > n$ вся его работа идет на увеличение кинетической энергии сжатого газа.

В связи с решениями для $n \neq n_*$ выполненное исследование, уточнив некоторые моменты [9—13], продемонстрировало применимость и большую простоту привычного автомодельного подхода с одним уравнением из (1.3) и качественным анализом интегральных кривых в плоскости *UA* в сравнении с разделением переменных и решением системы трех уравнений (2.3). При этом главная заслуга В. Куропатенко с коллегами в том, что они нашли новые автомодельные решения, описывающие сжатие неподвижного холодного газа в точку.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (20-01-00100).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Guderley G.* Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse // Luftfartforschung. 1942. Bd. 19. Lfg. 9. S. 302—312.
2. *Брушлинский К.В., Каждан Я.М.* Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики // УМН. 1963. Т. 18. Вып. 2. С. 3—23.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
4. *Черный Г.Г.* Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
5. *Крайко А.Н.* Теоретическая газовая динамика: классика и современность. М.: Торус Пресс, 2010.
6. *Крайко А.Н., Тилляева Н.И.* Автомодельное сжатие идеального газа плоским, цилиндрическим или сферическим поршнем // ТВТ. 1998. Т. 36. № 1. С. 120—128.
7. *Валиев Х.Ф.* Отражение ударной волны от центра или оси симметрии при показателях адиабаты от 1.2 до 3 // ПММ. 2009. Т. 73. Вып. 3. С. 397—407.
8. *Валиев Х.Ф., Крайко А.Н.* Цилиндрически и сферически симметричное быстрое сильное сжатие идеального совершенного газа с показателями адиабаты от 1.001 до 3 // ПММ. 2011. Т. 75. Вып. 2. С. 314—326.
9. *Куропатенко В.Ф., Шестаковская Е.С., Якимова М.Н.* Динамическое сжатие холодного газового шара // Доклады РАН. 2015. Т. 461. № 5. С. 530—532.
10. *Куропатенко В.Ф., Шестаковская Е.С., Якимова М.Н.* Ударная волна в газовом шаре // Вестник ЮУрГУ. Математическое моделирование и программирование. 2016. Т. 9. № 1. С. 5—19.

11. *Куропатенко В.Ф., Магазов Ф.Г., Шестаковская Е.С.* Аналитическое решение задачи о сходящейся ударной волне в газе в одномерном случае // Вестник ЮУрГУ. Математика. Механика. Физика. 2017. Т. 9. № 4. С. 52–58.

12. *Куропатенко В.Ф., Магазов Ф.Г.* О фокусировке цилиндрически симметричной ударной волны в газе // Сб. материалов Международной конференции "XIII Забабахинские научные чтения". Снежинск: Издательство РФЯЦ-ВНИИТФ, 2017. 424 с. С. 39–40.

13. *Куропатенко В.Ф., Шестаковская Е.С.* О сходящейся ударной волне в газе для больших значений показателя автомодельности // Сб. материалов Международной конференции "XIII Забабахинские научные чтения". Снежинск: Издательство РФЯЦ-ВНИИТФ, 2017. 424 с. С. 55–56.

14. *Богоявленский О.И.* Методы качественной теории динамических систем в астрофизике и газовой динамике. М.: Наука, 1980.