

УДК 532.138:539.32:666.1

ЭФФЕКТИВНЫЙ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И ПАРАМЕТР ГРЮНАЙЗЕНА ХАЛЬКОГЕНИДНЫХ СТЕКОЛ СИСТЕМЫ As–P–S

© 2019 г. Д. С. Сандитов^{1,2, *}, М. В. Дармаев^{1, **}

¹Бурятский государственный университет, Россия, 670000 Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а

²Институт физического материаловедения СО Российской академии наук, Россия, 670047 Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

*e-mail: sanditov@bsu.ru

**e-mail: darmaev@bsu.ru

Поступила в редакцию 20.06.2018 г.

После доработки 25.12.2018 г.

Принята к публикации 27.12.2018 г.

Произведение плотности твердого тела на квадрат средней квадратичной скорости волн деформации, обладающее характерными для упругих модулей признаками, названо эффективным модулем упругости. Показано, что у бескислородных халькогенидных стекол отношение модуля объемного сжатия к эффективному модулю упругости является однозначной функцией коэффициента Пуассона, как и у оксидных стекол. Эффективный модуль упругости тесно связан с параметром Грюнайзена, служащим мерой ангармонизма. На основе однозначной связи коэффициента Пуассона с параметром Грюнайзена обсуждается природа взаимосвязи гармонических (линейных) и ангармонических (нелинейных) величин.

Ключевые слова: взаимосвязь линейных и нелинейных свойств, коэффициент Пуассона, ангармонизм

DOI: 10.1134/S0002337X19060150

ВВЕДЕНИЕ

Для кубических кристаллов квадрат среднеквадратичной скорости волн деформации v_k^2 является инвариантом суммы квадратов скоростей распространения продольных (v_l) и поперечных (v_s) акустических волн [1, 2]

$$v_k^2 = \frac{v_l^2 + 2v_s^2}{3}. \quad (1)$$

Это соотношение оказалось оправданным не только для кристаллов с другими решетками, но и для оксидных неорганических стекол [2, 3]. Произведение плотности ρ на квадрат среднеквадратичной скорости v_k^2 было названо усредненным модулем упругости [3]

$$K = \rho v_k^2. \quad (2)$$

Это название не совсем удачно, поскольку известные упругие модули E , G и B также относятся к усредненным величинам. Поэтому предлагаем назвать K эффективным (или характерным) модулем упругости.

Настоящая работа посвящена исследованию природы величины K и установлению ее связи с

упругими модулями и коэффициентом Пуассона применительно к бескислородным халькогенидным стеклам на примере стекол системы As–P–S, для которых известны необходимые экспериментальные данные об акустических и упругих свойствах [4] (табл. 1). Представляет интерес проверка применимости полученных ранее разработок [3] к халькогенидным стеклообразным твердым телам.

Поскольку эффективный модуль упругости связан с параметром Грюнайзена и в свою очередь параметр Грюнайзена является однозначной функцией коэффициента Пуассона (см. далее), нами обсуждается проблема взаимосвязи линейных (гармонических) и нелинейных (ангармонических) характеристик твердых тел.

ЭФФЕКТИВНЫЙ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ, МОДУЛЬ ОБЪЕМНОГО СЖАТИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ ПУАССОНА

Из формулы модуля объемного сжатия B кубических кристаллов

$$B = \frac{C_{11} + 2C_{12}}{3}, \quad (3)$$

Таблица 1. Плотность (ρ), скорости распространения продольных (v_l) и поперечных (v_s) акустических волн, упругие постоянные (μ , G , B) [4] и рассчитанные из них параметр Грюнайзена (γ_D) и эффективный модуль упругости (K) для стекол составов $x\text{As}_2\text{S}_3 \cdot (1-x)\text{Pb}_2\text{S}$

Состав стекла	Pb_2S , мол. %	ρ , г/м ³	v_l , м/с	v_s , м/с	μ	$G \times 10^{-8}$, Н/м ²	$B \times 10^{-8}$, Н/м ²	γ_D (12)	γ_D (13)	$K \times 10^{-8}$, Н/м ²
As_2S_3	0	3.187	2650	1400	0.306	62	139	1.80	1.81	116
$\text{AsS}_{1.57}\text{Pb}_{0.14}$	12.3	3.765	2680	1420	0.309	76	174	1.85	1.83	141
$\text{AsS}_{1.65}\text{Pb}_{0.3}$	23.1	4.24	2580	1350	0.311	77	178	1.83	1.84	146
$\text{AsS}_{1.7}\text{Pb}_{0.4}$	28.6	4.474	2550	1320	0.317	78	187	1.88	1.88	149
$\text{AsS}_{1.74}\text{Pb}_{0.48}$	32.4	4.72	2510	1280	0.324	77	193	1.92	1.93	151
$\text{AsS}_{1.85}\text{Pb}_{0.7}$	41.2	5.04	2440	1210	0.337	74	202	2.03	2.03	149
AsS_2Pb	50	5.36	2320	1130	0.344	68	195	2.07	2.08	142

а также из соотношения для произведения плотности и квадрата среднеквадратичной скорости звука v_k^2 [2]

$$\rho v_k^2 = \frac{C_{11} + 2C_{44}}{3}, \quad (4)$$

видно, что при выполнении условия Коши $C_{12} = C_{44}$, когда между однородно деформированными областями кубической решетки действуют центральные силы, величина $K = \rho v_k^2$ совпадает с модулем объемного сжатия $K = B$. Во всех других случаях произведение ρv_k^2 отлично от B . Здесь C_{11} , C_{12} и C_{44} – упругие постоянные 2-го порядка.

Убедимся, что так же, как и отношение модуля сдвига G к модулю объемного сжатия B [5]

$$\frac{G}{B} = \frac{3}{2} \left(\frac{1 - 2\mu}{1 + \mu} \right), \quad (5)$$

величины G/K и B/K являются однозначными функциями коэффициента Пуассона μ .

Разделив $G = \rho v_s^2$ на $K = \rho v_k^2$, получаем соотношение

$$\frac{G}{K} = \frac{v_s^2}{v_k^2}. \quad (6)$$

С помощью формулы (1) правую часть этого равенства выразим через квадраты продольной и поперечной скоростей звука

$$\frac{v_s^2}{v_k^2} = 3 \left(\frac{v_l^2}{v_s^2} + 2 \right)^{-1}. \quad (7)$$

В теории упругости отношение (v_l^2/v_s^2) у изотропных тел является функцией коэффициента Пуассона [5]

$$\frac{v_l^2}{v_s^2} = 2 \left(\frac{1 - \mu}{1 - 2\mu} \right). \quad (8)$$

Подставив (8) в выражение (7), а затем (7) в соотношение (6), приходим к заключению, что отношение G/K является функцией только коэффициента Пуассона

$$\frac{G}{K} = \frac{3}{2} \left(\frac{1 - 2\mu}{2 - 3\mu} \right). \quad (9)$$

Из комбинации данной формулы с равенством (5) следует, что отношение B/K также есть однозначная функция μ

$$\frac{B}{K} = \frac{1 + \mu}{2 - 3\mu}. \quad (10)$$

Этот результат был получен ранее иным способом [3] (с помощью более сложных выкладок с привлечением уравнений Леонтьева [2] и Беломестных–Теслевой [6], а также с использованием искусственного приема и некоторого ограничения).

Таким образом, во-первых, как и модуль сдвига, величина $K = \rho v_k^2$ выражается через произведение плотности на квадрат скорости звука и, во-вторых, при выполнении условия Коши она совпадает с модулем объемного сжатия. В-третьих, так же, как и отношения упругих модулей, величины G/K и B/K являются однозначными функциями коэффициента Пуассона. Поэтому произведение ρv_k^2 названо эффективным модулем упругости.

При установлении зависимости B/K от коэффициента Пуассона в виде (10) были использованы соотношения для изотропных кристаллов с кубическими решетками. Тем не менее, ранее было показано, что зависимость (10) применима к оксидным стеклам [3]. Рассмотрим применение выражения (10) к бескислородным халькогенидным стеклам мышьяк–сера–таллий.

Как видно из рис. 1, зависимость отношения B/K от функции коэффициента Пуассона $(1 + \mu)/(2 - 3\mu)$ является линейной, причем в соот-

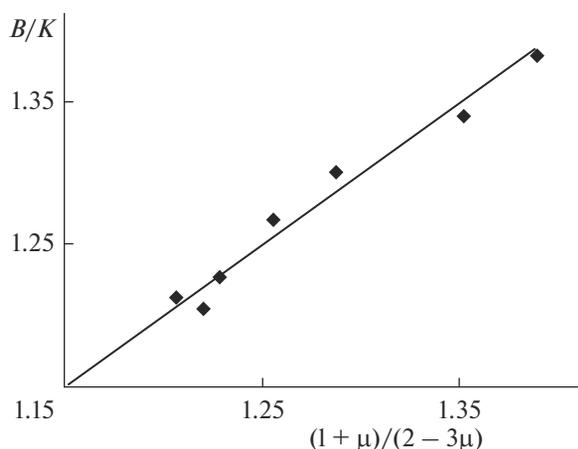


Рис. 1. Зависимость отношения модуля объемного сжатия к эффективному модулю упругости (B/K) от функции коэффициента Пуассона $(1 + \mu)/(2 - 3\mu)$ для халькогенидных стекол мышьяк–сера–галлий при различных содержаниях компонентов (использованы данные [4]).

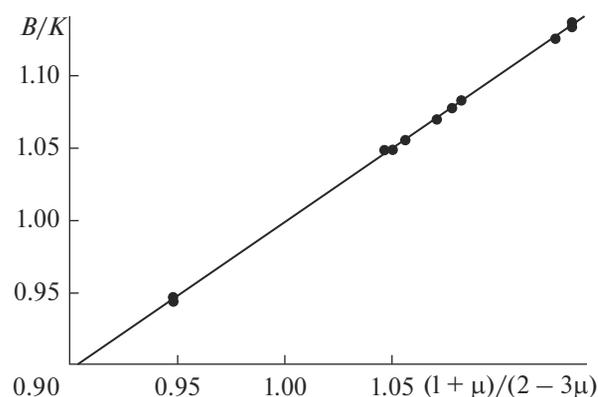


Рис. 2. Линейная корреляция между B/K и $(1 + \mu)/(2 - 3\mu)$ для стеклообразных метафосфатов щелочноземельных металлов $MO-P_2O_5$ при различных содержаниях MO ($M = Mg, Ca, Sr, Ba$) (использованы данные [8]).

ветствии с равенством (10) прямая проходит через начало координат с наклоном, равным единице, что подтверждает справедливость формулы (10) для рассматриваемых халькогенидных стекол. Необходимые экспериментальные данные взяты из работы [4] (табл. 1). Справедливость равенства (10) была установлена для силикатных стекол [3, 7]. Представляет интерес применимость зависимости (10) к другим оксидным неорганическим стеклам. Как видно из рис. 2, эта зависимость хо-

рошо выполняется для метафосфатов щелочноземельных металлов (по данным [8], табл. 2).

ЭФФЕКТИВНЫЙ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И АНГАРМОНИЗМ КОЛЕБАНИЙ РЕШЕТКИ

Одной из особенностей величины $K = \rho v_k^2$ является ее связь с параметром Грюнайзена γ_D , который служит характеристикой нелинейности силы межатомного взаимодействия и ангармонизма колебаний решетки. Параметр Грюнайзена выражает изменение частоты нормальных ко-

Таблица 2. Физико-механические характеристики [8] и рассчитанные из них параметр Грюнайзена γ_D и эффективный модуль упругости K для стеклообразных метафосфатов щелочноземельных металлов $MO-P_2O_5$, где $M = Mg, Ca, Sr, Ba$

Состав стекла по синтезу	ρ , г/м ³	v_l , м/с	v_s , м/с	$G \times 10^{-8}$, Н/м ²	$B \times 10^{-8}$, Н/м ²	μ	γ_D		$K \times 10^{-8}$, Н/м ²
							(12)	(13)	
0.51MgO · 0.49P ₂ O ₅	2.475	5267	3110	239	367	0.233	1.42	1.42	388
0.50MgO · 0.50P ₂ O ₅	2.474	5264	3108	239	367	0.233	1.42	1.42	388
0.49MgO · 0.51P ₂ O ₅	2.477	5289	3121	241	371	0.233	1.42	1.42	392
0.51CaO · 0.49P ₂ O ₅	2.604	5051	2858	213	381	0.264	1.57	1.57	363
0.50CaO · 0.50P ₂ O ₅	2.618	5086	2869	216	390	0.267	1.58	1.59	369
0.49CaO · 0.51P ₂ O ₅	2.604	5051	2857	213	381	0.265	1.57	1.57	363
0.51SrO · 0.49P ₂ O ₅	3.048	4603	2568	201	378	0.274	1.62	1.62	349
0.50SrO · 0.50P ₂ O ₅	3.030	4610	2577	201	376	0.273	1.62	1.62	349
0.49SrO · 0.51P ₂ O ₅	3.020	4612	2584	202	373	0.271	1.61	1.61	349
0.51BaO · 0.49P ₂ O ₅	3.411	4160	2269	176	356	0.288	1.70	1.70	314
0.50BaO · 0.50P ₂ O ₅	3.413	4178	2278	177	360	0.288	1.71	1.70	317
0.49BaO · 0.51P ₂ O ₅	3.385	4186	2291	177	356	0.286	1.69	1.69	316

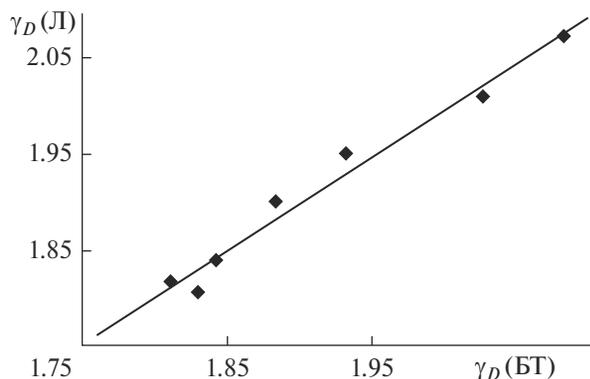


Рис. 3. Корреляция между значениями параметра Грюнайзена, рассчитанными по формулам Леонтьева γ_D (Д) и Беломестных–Теслевой γ_D (БТ), для халькогенидных стекол мышьяк–сера–галлий при различных содержаниях компонентов (использованы данные [4]).

лебаний решетки в зависимости от изменения объема системы и вычисляется по уравнению

$$\gamma_D = \frac{\beta VB}{C_V}, \quad (11)$$

где β – коэффициент объемного теплового расширения, C_V и V – молярные теплоемкость и объем, B – изотермический модуль объемного сжатия. Наряду с уравнением Грюнайзена (11) для расчета γ_D используются другие соотношения. Заслуживают внимания, например, формулы Леонтьева [2]

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left(\frac{B}{\rho v_k^2} \right) \quad (12)$$

и Беломестных–Теслевой [6]

$$\gamma_D = \frac{3}{2} \left(\frac{1 + \mu}{2 - 3\mu} \right). \quad (13)$$

Примечательно то обстоятельство, что соотношения (12) и (13) находятся в согласии с уравнением Грюнайзена (11) для металлов, ионных и молекулярных кристаллов [3, 6]. Рис. 3 подтверждает согласие между уравнениями (12) и (13)

Таблица 3. Параметр Грюнайзена и коэффициент Пуассона натриево-силикатных стекол $\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ [9]

Состав, мол. %		μ	γ_D
SiO_2	Na_2O		
100	—	0.17	1.2
85	15	0.20	1.3
75	25	0.23	1.4
65	35	0.25	1.5

применительно к рассматриваемым халькогенидным стеклам (табл. 1).

Из сравнения соотношения (10) с формулой Беломестных–Теслевой (13) следует взаимосвязь эффективного модуля упругости K и параметра Грюнайзена γ_D

$$K = \frac{3}{2} \left(\frac{B}{\gamma_D} \right). \quad (14)$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе [4] показано (табл. 1), что при увеличении содержания сульфида галлия Tl_2S у стекол в системе $\text{As}-\text{S}-\text{Tl}$ по сечению $\text{As}_2\text{S}-\text{Tl}_2\text{S}$ наблюдается непрерывное возрастание коэффициента Пуассона от $\mu = 0.306$ до $\mu = 0.344$; соответственно, согласно формуле (13), так же непрерывно и монотонно возрастает и параметр Грюнайзена, от $\gamma_D = 1.8$ до $\gamma_D = 2.1$. Это указывает на ослабление каркаса стекол и разрыхление их структуры, что согласуется со снижением энергии активации вязкого течения [4]. Здесь наблюдается некоторая аналогия с щелочно-силикатными стеклами. Известно, что при росте содержания ионов щелочных металлов R^+ (содержания R_2O , $\text{R} = \text{Li}, \text{Na}, \text{K}$) в щелочно-силикатных стеклах $\text{R}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ возрастает степень ионности межатомных связей и происходит переход от сетчатой структуры (у кварцевого стекла SiO_2) с направленными силами межатомного взаимодействия к преимущественно ионной разветвленной цепочечной структуре (у стекол $\text{R}_2\text{O}-\text{SiO}_2$). Например, у натриево-силикатных стекол $\text{Na}_2\text{O}-\text{SiO}_2$ при увеличении содержания Na_2O (ионов Na^+) от 0 до 35 мол. % μ и γ_D возрастают от $\mu = 0.17$ и $\gamma_D = 1.2$ до значений $\mu = 0.25$ и $\gamma_D = 1.5$ (табл. 3) [9], характерных для центральных сил взаимодействия ансамбля частиц. При этом у них убывает энергия активации вязкого течения.

Формула Беломестных–Теслевой (13) однозначно связывает гармоническую (линейную) μ и ангармоническую (нелинейную) γ_D характеристики. Встречаются другие подобные корреляции [10–12], например, известное эмпирическое правило Баркера [9], выражающее связь модуля упругости E с коэффициентом теплового расширения β : $\beta^2 E \cong \text{const}$. Однако в настоящее время природа этого явления остается во многом неясной. Известны лишь попытки качественного приближенного объяснения данного факта [11–13].

В рамках одномерной модели твердого тела потенциальная энергия межатомного взаимодействия двух смежных атомов записывается в виде

$$U = \frac{ax^2}{2} - \frac{bx^3}{6},$$

где $a = (d^2U/dx^2)_{r=r_0}$ – гармонический, $b = -(1/2) \times (d^3U/dx^3)_{r=r_0}$ – ангармонический коэффициент в разложении функции $U(x)$ в ряд по смещениям атомов из равновесного положения $x = r - r_0$. Используя в приведенных производных уравнение Ми: $U = -Ar^{-m} + Br^{-n}$, Конторова [11] получает следующую взаимосвязь гармонического и ангармонического коэффициентов

$$b = \left(\frac{m+n+3}{2r_0} \right) a \quad (15)$$

и устанавливает функциональную зависимость β , E и подобных свойств от коэффициентов a и b . И отсюда объясняет обсуждаемое явление наличием связи между a и b типа (15) и зависимостью от них линейных и нелинейных величин.

Таким образом, подход Конторовой указывает на принципиальную возможность реализации корреляции между, казалось бы, совершенно различными по своей природе физическими свойствами, в том числе между гармоническими и ангармоническими характеристиками твердых тел. Представляет интерес теория Пинеды [12], в рамках которой интерпретируются согласованные изменения коэффициента Пуассона μ и параметра Грюнайзена γ_D в опытах по структурной релаксации и всестороннему сжатию металлических стекол.

Тем не менее продолжает оставаться не совсем ясной природа однозначной связи параметра линейной теории упругости μ с мерой нелинейности силы межатомного взаимодействия γ_D .

Среди работ, посвященных природе коэффициента Пуассона (коэффициента поперечной деформации, как иногда называют), заслуживает внимания подход Берлина, Ротенбурга и Басерста [14], где предложена модель случайно упакованных сфер, взаимодействующих друг с другом в месте контакта двумя видами сил: перпендикулярных к плоскости контакта (центральных сил) и тангенциальных (сил трения), действующих по касательной к данной плоскости. Предполагается, что нормальные f_n и тангенциальные f_t силы пропорциональны соответствующим смещениям x_n и x_t

$$f_n = a_n x_n, \quad f_t = a_t x_t,$$

где a_n и a_t – нормальная и тангенциальная жесткости. Из модели следует, что коэффициент Пуассона определяется отношением этих (сдвиговых и изгибных) жесткостей $\lambda = a_t/a_n$ [14]

$$\mu = \frac{1-\lambda}{4+\lambda}. \quad (16)$$

При $\lambda = 0$ ($a_n \gg a_t$) имеем $\mu = 0.25$, что соответствует ансамблю частиц с центральными силами. С ростом λ величина μ уменьшается, и при

$\lambda = 1$ $\mu = 0$. Интересно отметить, что формула (16) предсказывает нижний предел коэффициента Пуассона $\mu = -1$ при $\lambda \rightarrow \infty$ ($a_t \gg a_n$). В самом деле, по теории упругости, как показали Ландау и Лифшиц [5], величина μ может меняться в пределах: $-1 \leq \mu \leq 0.5$.

Поскольку тангенциальная жесткость a_t связана с силой трения (с диссипацией энергии деформирования), можно ожидать зависимости параметра $\lambda = a_t/a_n$ от нелинейных эффектов, в частности, от ангармонизма. В самом деле, зависимость $\lambda(\gamma_D)$ следует из соотношений (13) и (16)

$$\lambda = \frac{(1.5 - \gamma_D)}{\gamma_D}. \quad (17)$$

Это означает, что в формуле (16) в неявном виде заложена зависимость коэффициента Пуассона μ от ангармонизма, мерой которого служит параметр Грюнайзена γ_D .

Ангармонизм колебаний решетки и нелинейность силы межатомного взаимодействия проявляются в пластической деформации стеклообразных твердых тел [15, 16], что вполне естественно. Предел текучести σ_y – напряжение, выше которого наблюдается пластичность стекла, – определяется отношением модуля упругости к параметру Грюнайзена [16]

$$\sigma_y = \frac{1}{6} \left(\frac{E}{\gamma_D} \right). \quad (18)$$

Обращает на себя внимание аналогичное отношение (B/γ_D) в формуле для величины K (14). В процессе пластической деформации, например стеклообразных полимеров, усиливается ангармонизм (растет γ_D) и снижаются потенциальные барьеры межмолекулярного происхождения в сравнении с недеформированным состоянием, которое характеризуется межмолекулярным взаимодействием, определяемым модулем упругости E [15, 16].

Из соотношений (14) и (18) с привлечением известной формулы для B следует, что у стеклообразных материалов одного типа, у которых $\mu \approx \text{const}$, предел текучести пропорционален эффективному модулю упругости K

$$\sigma_y = \left(\frac{1-2\mu}{3} \right) K. \quad (19)$$

По формулам (12)–(14) и (18) можно вычислять параметр Грюнайзена на основе данных только механических испытаний, тогда как по известному уравнению Грюнайзена (11) величина γ_D рассчитывается главным образом по данным о теплотехнических характеристиках. Приведенные выше примеры могут оказаться полезными при анализе механических свойств стекол с учетом ангармонизма [15, 16].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен эффективный модуль упругости K халькогенидных стекол системы мышьяк–сера–таллий. Установлено, что у исследованных стекол отношение модуля объемного сжатия к эффективному модулю упругости K является однозначной функцией коэффициента Пуассона. У стеклообразных твердых тел одного класса с одинаковыми (близкими) коэффициентами Пуассона предел текучести пропорционален эффективному модулю упругости. Особенностью величины K является его тесная связь с параметром Грюнайзена. В связи с однозначной зависимостью коэффициента Пуассона от параметра Грюнайзена поднимается вопрос о природе корреляции между гармоническими и ангармоническими величинами. На данном этапе приходится допускать зависимость коэффициента Пуассона от ангармонизма, что требует в дальнейшем детального обоснования.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (грант № 3.5406.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Физматгиз, 1962. 270 с.
2. Леонтьев К.Л. О связи упругих и тепловых свойств веществ // Акуст. журн. 1981. Т. 27. Вып. 4. С. 554–561.
3. Сандитов Д.С., Беломестных В.Н. Взаимосвязь параметров теории упругости и усредненный модуль объемного сжатия твердых тел // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 11. С. 77–81.
4. Шукина Н.Е., Орлова Г.М., Чалабян Г.А. Вязкость и упругие свойства стекол системы мышьяк–сера–таллий // Физика и химия стекла. 1979. Т. 5. № 2. С. 223–228.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
6. Беломестных В.Н., Теслева Е.П. Взаимосвязь ангармонизма и поперечной деформации квазиизотропных поликристаллических тел // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 140–142.
7. Сандитов Д.С., Дармаев М.В. Коэффициент Пуассона и упругие модули многокомпонентных оптических стекол // Вестн. Бурятского госуниверситета. Химия. Физика. 2014. Вып. 3. С. 136–139.
8. Гурович Е.А., Ильин А.А., Пронкин А.А., Стржалковский М.Е. Скорость звука в стеклообразных метафосфатных щелочноземельных металлов // Физика и химия стекла. 1979. Т. 5. № 3. С. 383–384.
9. Сандитов Д.С. О природе коэффициента Пуассона органических аморфных полимеров и неорганических стекол // Высокомолек. соединения. Сер. А. 2016. Т. 58. № 5. С. 112–128.
10. Barker R. An Approximate Relation between Elastic Module and Thermal Expansivities // J. Appl. Phys. 1963. V. 34. № 1. P. 107–116.
11. Конторова Т.А. О связи между механическими и тепловыми характеристиками кристаллов // Некоторые проблемы прочности твердых тел. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 99–107.
12. Pineda E. Theoretical Approach to Poisson Ratio Behavior during Structural Changes in Metallic Glasses // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. P. 104109-1–104109-6.
13. Кузьменко В.А. Новые схемы деформирования твердых тел. Киев: Наукова думка, 1973. 200 с.
14. Берлин А.А., Ротенбург Л., Басэрст Р. Структура изотропных материалов с отрицательным коэффициентом Пуассона // Высокомолек. соед. Сер. Б. 1991. Т. 33. № 8. С. 619–621.
15. Сандитов Д.С., Козлов Г.В. Ангармонизм межатомных и межмолекулярных связей и физико-механические свойства стеклообразных систем // Физ. и хим. стекла. 1995. Т. 21. № 6. С. 549–578.
16. Козлов Г.В., Сандитов Д.С. Ангармонические эффекты и физико-механические свойства полимеров. Новосибирск: Наука, 1994. 261 с.