УДК 539.199:541.64

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЕРЕХОДА НАТРИЕВОГЕРМАНАТНЫХ СТЕКОЛ ИЗ ЖИДКОГО В СТЕКЛООБРАЗНОЕ СОСТОЯНИЕ

© 2022 г. Д. С. Сандитов^{1, 2}, А. А. Машанов^{1, *}

¹Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, ул. Смолина, 24а, Улан-Удэ, 670000 Россия ²Институт физического материаловедения СО Российской академии наук, ул. Сахьяновой, 6, Улан-Удэ, 670047 Россия

*e-mail: Mashanov@bsu.ru Поступила в редакцию 14.01.2022 г. После доработки 11.03.2022 г. Принята к публикации 15.03.2022 г.

Настоящая работа посвящена исследованию температурной зависимости вязкости натриево-германатных стекол с разным содержанием оксида натрия и обсуждению на их основе некоторых аспектов перехода жидкость-стекло, в частности, кинетического критерия стеклования. По данным о параметрах уравнения Вильямса-Ландела-Ферри (ВЛФ) проведен расчет полосы температур, характеризующей область стеклования, а также время релаксации структуры при температуре стеклования исследуемых стекол. Предлагается обобщение и обоснование кинетического критерия стеклования Шмельцера.

Ключевые слова: вязкость, критерии стеклования, натриевогерманатные стекла, переход жидкостьстекло

DOI: 10.31857/S0002337X22060112

введение

У разных классов аморфных веществ в области стеклования замораживается подвижность различных кинетических единиц, связанных с различным характером взаимодействия между частицами. Однако примечательно то обстоятельство, что основные закономерности перехода жидкость—стекло в качественном отношении оказываются одинаковыми для различных стеклующихся систем независимо от их природы, что подтверждается наличием для области стеклования универсальных правил и уравнений [1, 2].

При охлаждении стеклообразующих расплавов в области стеклования резко возрастает их вязкость. В первом приближении они стеклуются при достижении одной и той же предельной вязкости $\eta_g = \eta(T_g)$

$$\eta_{\sigma} \approx \text{const} \approx 10^{12} \,\,\Pi \text{a c.}$$
 (1)

Это соотношение представляет собой широко распространенное приближенное правило постоянства вязкости при температуре стеклования T_g . Из обзора и детального анализа Мазурина [3] следует, что у большинства исследованных до сих пор стекол T_g соответствует температурам, при которых значения вязкости η_g находятся в преде-

лах от 10^{11} до 10^{12} Па с, т.е. колеблются в области приближенного значения 10^{12} Па с (1) с заметным разбросом. Постоянство η_g лучше выполняется для стеклообразных систем одного класса.

Температурная зависимость вязкости простых маловязких жидкостей описывается известным уравнением Френкеля [1, 4]

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{U}{RT}\right),\tag{2}$$

с постоянной энергией активации $U = \text{const} (\eta_0 - \text{высокотемпературный предел вязкости)}$. В отличие от них у стеклообразующих расплавов энергия активации вязкого течения в области стеклования довольно сильно (практически экспоненциально) зависит от температуры: U = U(T). В связи с этим предложены эмпирические уравнения вязкости, которые учитывают эту зависимость (часто в неявном виде). Среди них широкое распространение получило соотношение Вильямса-Ландела-Ферри (уравнение **ВЛФ**) [5]

$$\ln a_T = -C_1 \frac{T - T_g}{T - T_g + C_2},$$

$$a_T = \frac{\eta(T)}{\eta(T_g)} \cong \frac{\tau(T)}{\tau(T_g)},$$
(3)

N⁰	Na ₂ O, мол. %	C_1	<i>C</i> ₂ , K	T_g , K	δT_g , K	f_g	$C_g \times 10^3$	τ_g, c
1	15	36	430	782	12	0.028	7.8	240
2	20	36	390	759	11	0.028	7.8	220
3	25	35	355	739	10	0.028	7.8	200
4	30	35	322	721	9	0.028	7.8	180
5	33	35	304	712	9	0.028	7.8	180
6	35	35	291	705	8	0.028	7.8	160

Таблица 1. Параметры уравнения ВЛФ (3) C_1 и C_2 для натриевосиликатных стекол Na₂O–SiO₂ и характеристики процесса стеклования [6, 7]

Примечание. $\delta T_g = C_2/C_1, f_g = 1/C_1, C_g = f_g/\ln(1/f_g), \tau_g = C_2/C_1q.$

Таблица 2. Температурная зависимость вязкости $\eta(T)$ натриевогерманатных стекол [8]

N⁰	Na ₂ O,	lgη [Π3]												
	мол. %	1 K	2 K	3 K	4 K	5 K	6 K	7 K	8 K	9 K	10 K	11 K	12 K	13 K
1	15	1513	1351	1235	1147	1078	1023	977	938	905	876	850	827	807
2	20	1464	1294	1178	1092	1026	974	931	895	865	839	816	796	778
3	25	1405	1239	1126	1044	982	933	893	860	832	808	788	769	753
4	30	1323	1175	1073	998	942	897	860	830	804	782	763	746	731

где τ — время структурной релаксации. Оправданность этого уравнения для различных стеклующихся жидкостей показана во многих работах (см. ссылки в книгах [1, 5]). В качестве примера в табл. 1 приводятся значения параметров данного уравнения C_1 и C_2 и рассчитанные на их основе характеристики процесса образования натриевосиликатных стекол [6, 7].

Настоящая работа посвящена исследованию стеклования натриевогерманатных стекол и обсуждению на их основе некоторых аспектов пере-



Рис. 1. Температурная зависимость вязкости натриевогерманатных стекол в координатах, соответствующих уравнению ВЛФ (использованы данные [8], содержание Na_2O 15 мол. %).

хода жидкость-стекло, в частности кинетического критерия стеклования.

ПРИМЕНИМОСТЬ УРАВНЕНИЯ ВЛФ К НАТРИЕВОГЕРМАНАТНЫМ СТЕКЛАМ

Представим соотношение ВЛФ (3) в виде уравнения прямой

$$\ln a_T = -C_1 \frac{T - T_g}{T - T_g + C_2},$$

и проверим линейность зависимости $y = -(T - T_g)/\ln a_T$ от $x = (T - T_g)$. Мы использовали экспериментальные данные о температурной зависимости вязкости стекол Na₂O-GeO₂, приведенные в электронном справочнике SciGlass [8] (табл. 2).

Из рис. 1 видно, что для одного из составов этих стекол указанная зависимость y(x) в области стеклования является линейной, что подтверждает применимость уравнения ВЛФ. Аналогичные прямые получены для других составов исследуемых натриевогерманатных стекол. Из прямых y-x определены значения параметров уравнения ВЛФ C_1 и C_2 (табл. 3).

О ПРИРОДЕ ПАРАМЕТРА УРАВНЕНИЯ ВЛФ *С*₁

При рассмотрении данных табл. 1 и 3 обращает на себя внимание слабая зависимость параметра уравнения ВЛФ C_1 от природы стекол, как и у других стеклообразных систем [6, 9]. У натриево-

N⁰	Na ₂ O, мол. %	C_1	<i>C</i> ₂ , K	T_g , K	δT_g , K	f_g	$C_g \times 10^3$	τ_g, c
1	15	41	342	807	8.3	0.024	6.5	167
2	20	39	290	778	7.4	0.026	7.2	149
3	25	39	252	753	6.5	0.026	7.2	129
4	30	39	240	731	6.1	0.026	7.2	123

Таблица 3. Параметры уравнения ВЛФ (3) C_1 и C_2 для натриевогерманатных стекол Na₂O–GeO₂ и рассчитанные на их основе характеристики процесса стеклования

силикатных и натриевогерманатных стекол с разным содержанием компонентов величина C_1 в первом приближении оказывается практически постоянной

$$C_1 \approx \text{const} \approx 36-40.$$
 (4)

Хотя известно, что уравнение Френкеля (2) с постоянной энергией активации "не работает" в области стеклования, тем не менее, рассмотрим вывод соотношений (3) с его привлечением:

$$\ln a_T = -\left(\frac{U}{RT_g}\right)\frac{T - T_g}{T},$$

$$\left(-T_g + C_2\right) = 0,$$

$$C_1 = \frac{U}{RT_g},$$
(5)

$$C_2 = T_g. (6)$$

Равенство (6) не соответствует действительности, т.к. реальное значение C_2 заметно ниже температуры стеклования: $C_2 < T_g$ (табл. 1 и 3). В отличие от равенства (6) выражение (5) для параметра C_1 , оказывается, имеет вполне определенный физический смысл. Убедимся в этом.

Из уравнения Френкеля (2) при $T = T_g$ следует соотношение

$$\frac{U}{RT_g} = \ln\left(\frac{\eta_g}{\eta_0}\right),$$

сравнение которого с выражением (5) приводит к заключению о том, что величина C_1 определяется логарифмом отношения предельных вязкостей η_g и η_0

$$C_1 = \ln\left(\frac{\eta_g}{\eta_0}\right). \tag{7}$$

Подставив в равенство (7) приближенные значения $\eta_g \approx 10^{12} \Pi a c \mu \eta_0 \approx 10^{-3} - 10^{-5} \Pi a c [1-3]$, получаем оценку

$$C_1 = \ln\left(\frac{\eta_g}{\eta_0}\right) \approx 35 - 39$$

НЕОРГАНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ том 58 № 6 2022

которая находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными (4), полученными непосредственно из уравнения ВЛФ.

Таким образом, из приведенных выкладок вытекает, что слабая зависимость C_1 от природы стекол объясняется приближенным постоянством вязкости при температуре стеклования $\eta_g \approx$ const и постоянством ее высокотемпературного предела $\eta_0 \approx$ const.

Из интерпретации уравнения ВЛФ в рамках модели делокализованных атомов [6, 9, 10] следует, что параметр C_1 является обратной величиной доли флуктуационного объема f_g , замороженной при температуре стеклования,

$$C_1 = \frac{1}{f_g}.$$
 (8)

Флуктуационный объем аморфного вещества ΔV_e обусловлен тепловыми смещениями атомов (кинетических единиц) [9, 10]

$$\Delta V_e = N_e \Delta v_e,$$

где N_e — число делокализованных атомов, Δv_e — элементарный флуктуационный объем, необходимый для делокализации атома — его предельного смещения из локального равновесного положения. Объемная доля флуктуационного объема f_g , полученная по данным о параметре C_1 , естественно, слабо зависит от природы аморфных веществ [6, 9] (табл. 1, 3)

$$f_g = \left(\frac{\Delta V_e}{V}\right)_{T=T_g} \approx \text{const} \approx 0.020 - 0.030.$$

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ АСПЕКТЫ ПЕРЕХОДА ЖИДКОСТЬ–СТЕКЛО

В области стеклования молекулярные перегруппировки становятся настолько медленными, что изменения структуры расплава при охлаждении не успевают следовать за изменением температуры. При этом, как и вязкость, резко возрастает время релаксации структуры $\tau(T)$, которое тесно связано со скоростью охлаждения жидкости q = (dT/dt). В 1951 году Бартенев [11], исходя из общих соображений, предложил следующую связь



Рис. 2. Линейная корреляция между полосой температур δT_g , характеризующей интервал стеклования, и температурой стеклования T_g натриевогерманатных стекол Na₂O–GeO₂; содержание Na₂O, мол. %: 15 (1), 20 (2), 25 (3), 30 (4).

между этими величинами (кинетический критерий стеклования)

$$q\tau_g = C, \tag{9}$$

где τ_g — время структурной релаксации при температуре стеклования T_g , C — эмпирический параметр с размерностью температуры. Здесь и далее под q следует понимать абсолютную величину скорости изменения температуры |q| при охлаждении расплава или при нагревании стекла.

Волькенштейн и Птицын [12] разработали релаксационную теорию, в соответствии с которой частицы стеклующейся системы могут находиться в двух состояниях (в основном и возбужденном), разделенных энергетическим барьером. Решение составленного кинетического уравнения приводит к заключению о том, что при некоторой температуре T_g происходит замораживание доли частиц в возбужденном состоянии, что означает стеклование системы (прекращаются переходы частиц между указанными двумя состояниями). Температура T_g отвечает условию

$$\left(\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}T}\right)_{T=T_g} = -\frac{1}{q}.$$
 (10)

В данной теории кинетическим критерием перехода жидкость—стекло служит уравнение стеклования [10]

$$q\tau_g = \delta T_g. \tag{11}$$

Обозначение правой части этого равенства через δT_g предложено Немиловым [13]. Величина δT_g характеризует температурный интервал перехода от жидкости к стеклу при охлаждении. Параметр уравнения Бартенева *С* в теории Волькенштейна-Птицына приобретает смысл полосы температур δT_g .

Остановимся на оценке параметра уравнения стеклования δT_g для исследуемых натриевогерманатных стекол.

Подстановка зависимости $\tau(T)$ из уравнения ВЛФ (3) в соотношение (10) приводит к равенству

$$q\tau_g = \frac{C_2}{C_1},\tag{12}$$

сравнение которого с уравнением стеклования (11) позволяет получить формулу для расчета полосы температур δT_g по данным о параметрах уравнения ВЛФ

$$\delta T_g = \frac{C_2}{C_1}.$$
 (13)

Для натриевогерманатных стекол (табл. 3) величина δT_g составляет $\delta T_g = 6-8$ К, что по порядку величины совпадает с данными для натриевосиликатных стекол (табл. 1).

Второй параметр уравнения ВЛФ C_2 равен отношению f_g к коэффициенту теплового расширения флуктуационного объема при температуре стеклования β_f [9]

$$C_2 = \frac{f_g}{\beta_f},\tag{14}$$

причем произведение $\beta_f T_g$ является однозначной функцией f_g

$$\beta_f T_g = f_g \ln\left(1/f_g\right). \tag{15}$$

Из равенств (8), (13) и (14) с учетом (15) следует, что параметр уравнения стеклования (11) δT_g определяется температурой стеклования и долей флуктуационного объема f_g

$$\delta T_g = \frac{f_g}{\ln\left(1/f_g\right)} T_g. \tag{16}$$

Поскольку у стекол одного класса $f_g \approx \text{const}$, можно ожидать линейной корреляции между величинами δT_g и T_g . В самом деле, как видно из рис. 2, у натриевогерманатных стекол полоса температур δT_g , в пределах которой происходит переход от жидкости к стеклу, линейно зависит от температуры стеклования T_g , как и у натриевосиликатных стекол (рис. 3).

НЕОРГАНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ том 58 № 6 2022

ОБОСНОВАНИЕ И ОБОБЩЕНИЕ КРИТЕРИЯ СТЕКЛОВАНИЯ ШМЕЛЬЦЕРА

Шмельцер [14, 15] вводит характерное время изменения температуры: $\tau_T = T/q$. При $\tau \ll \tau_T$ жидкость находится в состоянии термодинамического равновесия, а при $\tau \gg \tau_T$ — в замороженном стеклообразном состоянии. Предполагается, что переход жидкость-стекло соответствует условию $\tau \approx \tau_T$. Исходя из этих соображений Шмельцер сформулировал следующий кинетический критерий стеклования [14, 15]:

$$\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\right)\tau\right]_{T=T_g} = C_3, \quad C_3 \approx 1.$$
(17)

Уравнение стеклования (11) с учетом выражения (16) для полосы температур δT_g получает следующую интерпретацию:

$$q\tau_g = \frac{f_g}{\ln\left(1/f_g\right)} T_g.$$
 (18)

Разделив обе части этого равенства на температуру стеклования T_g , при усредненном значение $f_g \approx 0.025$ приходим к обобщенному варианту кинетического критерия стеклования

$$\frac{q\tau_g}{T_g} = C_g = \frac{f_g}{\ln\left(1/f_g\right)} \approx 7 \times 10^{-3},$$
(19)

который с учетом q = (dT/dt) можно записать в виде выражения для определения температуры перехода T_g

$$\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}\right)\tau\right]_{T=T_g} = C_g, \quad C_g \approx 7 \times 10^{-3}.$$
 (20)

Данное соотношение можно рассматривать как обоснование и обобщение критерия стеклования Шмельцера (17). При этом постоянная C_3 приобретает определенный физический смысл и другое численное значение

$$C_3 = C_g = \frac{f_g}{\ln\left(1/f_g\right)} \approx \text{const} \approx 7 \times 10^{-3}.$$
 (21)

Этим самым устраняется недостаток критерия Шмельцера (17), сводящийся к приравниванию постоянной C_3 и единице: $C_3 \approx 1$, причем фактически в виде постулата, без особого обоснования.

Легко видеть, что критерий Шмельцера (17) приводит к ошибочному равенству

$$q\tau_g \approx T_g,$$

которое противоречит уравнению стеклования (11), следующему из классической теории Волькенштейна-Птицына [12]. Например, у силикатных и германатных стекол при $T_g \approx 800$ K, согласно критерию Шмельцера, произведение $q\tau_g$ равно ≈ 800 K

НЕОРГАНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ том 58 № 6 2022



Рис. 3. Линейная корреляция между δT_g и T_g для натриевосиликатных стекол; содержание Na₂O, мол. %: 15 (1), 20 (2), 25 (3), 30 (4), 33 (5), 35 (6).

[13], тогда как типичные значения произведения $q\tau_g$ у этих стекол составляют лишь около 5–10 К [6].

Обобщенный кинетический критерий стеклования (20) для $q\tau_g$ применительно к указанным стеклам ($T_g \approx 700-800$ K) приводит к значениям

$$q\tau_g \approx C_g T_g \approx 5-6$$
 K,

которые находятся в согласии с типичными данными для произведения $q\tau_g$.

Значение $C_g \approx 7 \times 10^{-3}$ в равенствах (19) и (21) получено при усредненной величине $f_g \approx 0.025$. Хотя величина f_g меняется в небольших пределах у различных аморфных веществ, тем не менее она не является универсальной постоянной [6, 9, 10]. Это же замечание относится и к параметру C_g в обобщенном кинетическом критерии стеклования (20). Постоянство C_g наблюдается у стекла одного класса. Из соотношений (7) и (8) следует, что величина f_g (как и C_g) определяется вязкостью $\eta_g \approx \text{const}$ при T_g и высокотемпературным пределом вязкости $\eta_0 \approx \text{const}$

$$\frac{1}{f_g} = \ln\left(\frac{\eta_g}{\eta_0}\right). \tag{22}$$

В отличие от подходов Бартенева (1), Волькенштейна-Птицына (11) и Шмельцера (17) в обобщенном кинетическом критерии (19) появляются температура стеклования и практически универсальная безразмерная постоянная, которая определяется долей флуктуационного объема, замороженной при температуре стеклования.

Предлагаемый обобщенный критерий (19) можно сформулировать следующим образом:

жидкость переходит в замороженное стеклообразное состояние, когда скорость охлаждения q достигает определенной постоянной доли C_g от характерной скорости охлаждения $q = (T_g/\tau_g)$, тесно связанной со временем релаксации структуры τ_g при температуре стеклования T_g ,

$$\frac{q}{q_g} = \frac{q}{(T_g/\tau_g)} = C_g \approx \text{const} \approx 7 \times 10^{-3}.$$
 (23)

Возможна аналогичная, но несколько другая формулировка: жидкость стеклуется при достижении времени структурной релаксации τ_g значения, соответствующего постоянной доли C_g от характерного времени изменения температуры $\tau_T = (T_g/q)$, тесно связанного с температурой стеклования T_g и скоростью охлаждения расплава q,

$$\frac{\tau_g}{\tau_T} = \frac{\tau_g}{(T_g/q)} = C_g \approx \text{const} \approx 7 \times 10^{-3}.$$
 (24)

РАСЧЕТ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ СТРУКТУРЫ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ СТЕКЛОВАНИЯ

Температура стеклования хотя и слабо, но зависит от скорости охлаждения расплава *q*. Температура, при которой достигается вязкость $\eta_g \approx 10^{12}$ Па с, названа стандартной температурой стеклования T_g , а соответствующая скорость охлаждения

$$q = 3 \text{ K/Muh} = 0.05 \text{ K/c},$$
 (25)

принимается за стандартную скорость охлаждения [1, 3, 16, 17]. В дилатометрии стекол и полимеров практически во всех странах мира используют как правило примерно такую же скорость охлаждения (25). Ввиду слабой (логарифмической) зависимости T_g от q небольшие колебания qоколо стандартного значения (25) не оказывают влияния на величину T_g . Поэтому обычно полагают, что подавляющее большинство имеющихся данных о T_g относится фактически к стандартной скорости охлаждения. Для других скоростей q мало данных.

По формуле (12) при стандартной скорости охлаждения q = 0.05 К/с по данным о параметрах уравнения ВЛФ C_1 и C_2 рассчитали время структурной релаксации τ_g натриевогерманатных стекол при температуре стеклования (табл. 3)

$$\tau_g = \frac{C_2}{qC_1} \approx 123 - 149 \text{ c.}$$
(26)

По порядку величины полученные значения совпадают с данными для натриевосиликатных стекол (табл. 1).

Примерно к таким же результатам приводит известная формула Максвелла: $\tau = \eta/G$, где G –

модуль сдвига. У большинства оксидных неорганических стекол, в том числе силикатных и германатных, мгновенный модуль сдвига G_{∞} составляет около (20–25) × 10^9 Па и мало изменяется с температурой. При $T = T_o$ он всего лишь на 3-5%меньше, чем при комнатной температуре. У большой совокупности оксидных неорганических стекол при стандартной скорости охлаждения q == 0.05 K/c логарифм вязкости lg η_g [Па c] при температуре стеклования составляет 12.76 \pm 0.26. По-видимому, при стандартной скорости охлаждения приблизительно постоянное значение вязкости при температуре стеклования составляет $\eta_g \approx 10^{12}$ —10¹³ Па с. Из данных о величинах G_{∞} и η_g на уровне качественных оценок имеем [3, 13, 16.181

$$\tau_g = \frac{\eta_g}{G_{\infty}} \approx 10^2 \text{ c},$$

что по порядку величины совпадает с результатами расчета по формуле (26) по данным о параметрах уравнения ВЛФ C_1 и C_2 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере оксидных натриевогерманатных стекол рассмотрены закономерности перехода жидкости в стеклообразное состояние. В результате модифицированы условия стеклования Шмельцера и предложен обобщенный кинетический критерий перехода жидкость—стекло, согласно которому жидкость стеклуется при достижении времени структурной релаксации τ_g до постоянной доли C_g от характерного времени изменения температуры $\tau_T = T_g/q$, тесно связанного с температурой стеклования и со скоростью охлаждения расплава q.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при финансовой поддержке ФГБОУ ВО "Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова" (грант № 22-06-0502).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сандитов Д.С., Бартенев Г.М. Физические свойства неупорядоченных структур. Новосибирск: Наука, 1982. 259 с.
- 2. Ростиашвили В.Г., Иржак В.И., Розенберг Б.А. Стеклование полимеров. Л.: Химия, 1987. 192 с.
- Мазурин О.В. Проблемы обеспечения совместимости значений температур стеклования, публикуемых в мировой литературе // Физика и химия стекла. 2007. Т. 33. № 1. С. 34–55.
- 4. *Френкель Я.И.* Введение в теорию металлов. Л.-М.: Гостехиздат, 1948. 291 с.

- 5. *Ферри Дж.* Вязкоупругие свойства полимеров. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 535 с.
- Сандитов Д.С. О природе уравнения перехода жидкость-стекло // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. Вып. 3(9). С. 501–515.
- 7. Сандитов Д.С., Бадмаев С.С. Стеклование жидкости и замороженная деформация стекол // Неорган. материалы. 2019. Т. 55. № 10. С. 1108–1115.
- 8. MDL ® SciGlass 7.8 Institute of Theoretical Chemistry, Shrewsbury, MA, 2012.
- Сандитов Д.С. Модель делокализованных атомов в физике стеклообразного состояния // ЖЭТФ. 2012. Т. 142. Вып. 1(7). С. 123–137.
- 10. Сандитов Д.С., Бадмаев С.С. Модель делокализованных атомов и свойства сульфатно-фосфатных стекол // Неорган. материалы. 2019. Т. 55. № 1. С. 99–100.
- 11. Бартенев Г.М. О зависимости между температурой стеклования силикатного стекла и скоростью охлаждения или нагревания // ДАН. 1951. Т. 76. № 2. С. 227–230.

- Волькенштейн М.В., Птицын О.Б. Релаксационная теория стеклования // ЖТФ. 1956. Т. 26. № 10. С. 2204–2222.
- Немилов С.В. Уравнение Максвелла и классические теории стеклования как основа прямого расчета вязкости при температуре стеклования // Физика и химия стекла. 2013. Т. 39. № 6. С. 857–878.
- Schmelzer J.W.P. Kinetic Criteria of Glass Formation and the Pressure Dependence of the Glass Transition Temperature // J. Chem. Phys. 2012. V. 36. P. 074512. https://doi.org/10.1063/1.3685510
- Тропин Т.В., Шмельцер Ю.В.П., Аксенов В.Л. Современные аспекты кинетической теории стеклования // Успехи физ. наук. 2016. Т. 186. № 1. С. 47–73.
- 16. Бартенев Г.М. Строение и механические свойства неорганических стекол. М.: Стройиздат, 1966. 216 с.
- 17. Бартенев Г.М., Лукьянов И.А. Зависимость температуры стеклования аморфных веществ от скорости нагревания и связь температуры стеклования с энергией активации // Журн. физ. химии. 1955. Т. 29. № 8. С. 1486–1498.
- Ojovan M.I. Viscosity and Glass Transition in Amorphous Oxides // Adv. Cond. Matter. Phys. 2008. Article ID 817829. 23 p.