

УДК 551.465

О СЕЗОННОМ МЕРИДИОНАЛЬНОМ СМЕЩЕНИИ СТРУЙНОЙ СТРУКТУРЫ АНТАРКТИЧЕСКОГО ЦИРКУМПОЛЯРНОГО ТЕЧЕНИЯ К ЮГУ ОТ АФРИКИ

© 2023 г. Р. Ю. Тараканов*

*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН,
Нахимовский просп., 36, Москва, 117997 Россия***e-mail: rtarakanov@gmail.com*

Поступила в редакцию 20.12.2021 г.

После доработки 11.03.2022 г.

Принята к публикации 13.07.2022 г.

В настоящей работе изложена методика анализа сезонной изменчивости струйной структуры квазизональных течений на основе данных спутниковой альтиметрии по абсолютной динамической топографии (АДТ). Под этой структурой понимается чередование в меридиональном направлении зон повышенных значений модуля градиента АДТ и зон их пониженных значений, т.е. струй и межструйных промежутков. Методика использует линейный и гармонический регрессионный анализы и позволяет рассчитать амплитуды и фазы стационарных гармонических колебаний, аппроксимирующих сезонные ходы модуля градиента АДТ и меридионального смещения указанной структуры, а также дать оценку стандартной ошибки расчетов. На основе этой методики сделаны соответствующие расчеты для полосы Антарктического циркумполярного течения (АЦТ) к югу от Африки (от 10° з.д. до 25° в.д.). В частности, амплитуда сезонного меридионального сдвига градиентного поля АДТ для АЦТ в целом составила $0.009 \pm 0.013^\circ$ ш. с максимальным сдвигом на север в декабре. При этом внутри полосы АЦТ имеются зоны, где эта амплитуда достигает 0.12° ш., 0.16° ш. и 0.28° ш. Амплитуда сдвига указанного поля относительно шкалы самой АДТ внутри полосы АЦТ на разных масштабах составляет 0.6–2.5 см. Показано, что этот сдвиг обусловлен, главным образом, сезонным ходом АДТ в географических точках. Амплитуда сезонного изменения модуля градиента АДТ относительно как широты, так и шкалы АДТ возрастает от 1×10^{-3} см/км в центральной части АЦТ до $6-7 \times 10^{-3}$ см/км на южной и северной перифериях.

Ключевые слова: динамическая топография, спутниковая альтиметрия, струи, Антарктическое циркумполярное течение

DOI: 10.31857/S003015742301015X, **EDN:** FASQUP

1. ВВЕДЕНИЕ

Антарктическое циркумполярное течение (АЦТ) – самое мощное геострофическое течение Мирового океана, которое с запада на восток опоясывает антарктический континент. АЦТ разделяется на струи [1, 12], т.е. зоны, характеризующиеся на поверхности океана повышенными скоростями течения, что соответствует увеличенному наклону абсолютной динамической топографии (АДТ, ζ). Изолинии АДТ (изогипсы) являются линиями тока геострофического течения на этой поверхности. В Южном полушарии большие значения АДТ остаются слева от направления течения, в Северном – справа. Соответственно смещения изогипс (зоны увеличенных градиентов АДТ, $\nabla\zeta$) на картах АДТ соответствуют струям. В толще океана геострофические струи проявляются увеличенным наклоном изопикнических поверхностей.

В соответствии с представлениями [12], считающимися на сегодняшний день классическими, в зоне АЦТ во всем циркумполярном круге выделяется три струи (в терминологии авторов этой работы): Субантарктический фронт, Полярный фронт и Южный фронт АЦТ. Следуя работе [2], эти струи мы будем называть Субантарктическим (САТ), Южным полярным (ЮПТ) и Южным антарктическим (ЮАТ) течениями соответственно. С наступлением и развитием эры спутниковых наблюдений за поверхностью океана объем данных для исследования струйной структуры АЦТ вырос на порядки. На основе этих данных, в частности, данных спутниковой альтиметрии, стали выделять до 9 одновременно существующих струй в полосе АЦТ во всем циркумполярном круге [14] и до 12 в региональных исследованиях [3–5].

Согласно выводам [15], струи АЦТ во всем циркумполярном круге и во времени привязыва-

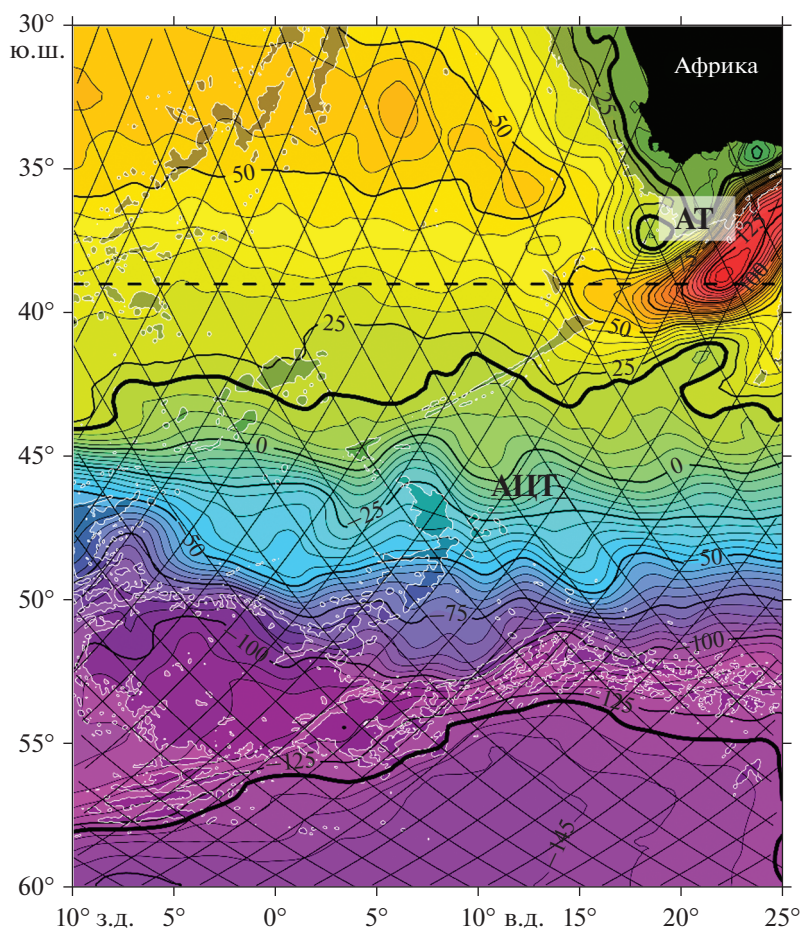


Рис. 1. Средняя динамическая топография (изолинии и заливка цветом) в районе к югу от Африки. Жирные изолинии -130 и 20 см показывают ориентировочные границы АЦТ. АГ – Агульясское течение, в котором значения АДТ также попадают в диапазон, характерный для АЦТ. Затемненные области, оконтуренные белыми линиями, соответствуют районам океана с глубинами менее 3000 м. Косыми линиями показаны основные треки спутников Т/Р, Jason-1, -2, -3. Штриховая линия на 39° ю.ш. показывает ограничение с севера для расчета кривых зависимости $\langle |\nabla \zeta| \rangle$ от ζ .

ются к одним и тем же изогипсам. Естественно, что в условиях роста уровня океана, составившего за 22 года (1993–2014 гг.) спутниковых альтиметрических наблюдений в среднем 7.5 см [6], такая привязка должна приводить к меридиональному смещению полосы АЦТ к югу. Однако большая часть современных исследований не обнаруживает систематического долгосрочного меридионального смещения струй АЦТ (см. обзор в [8], а также в [16]). Кроме того, на сегодняшний день ряд исследований [7, 10, 17] не свидетельствует о том, что какой-либо один фронт поддерживает непрерывную структуру на всем протяжении АЦТ.

В работе [16] автором настоящей статьи на основе оригинальной методики, опирающейся на линейный регрессионный анализ, было проведено исследование долгосрочного линейного меридионального сдвига струйной структуры АЦТ в

секторе Южного океана к югу от Африки (от 10° з.д. до 25° в.д.) (рис. 1) за период с середины 1993 до середины 2018 гг. Причем под этой структурой понимается чередование в меридиональном направлении зон повышенных и пониженных значений модуля градиента АДТ, $|\nabla \zeta|$. Отметим, что расчет именно меридионального сдвига связан с тем, что струи АЦТ в этом секторе квазисезональны (рис. 1). В работе [16], в частности, было показано смещение всей полосы АЦТ на север на 0.05°, которое, однако, не превышает ошибку расчетов. Вместе с тем для отдельных зон в полосе АЦТ сдвиг оказывается значимым, достигая 0.4° на юг внутри САТ и 1.5° на север внутри ЮПТ. Показано смещение струйной структуры АЦТ относительно шкалы АДТ, составившее за указанный выше период 8.3 ± 1.0 см, что хорошо согласуется со средней оценкой роста уровня океана.

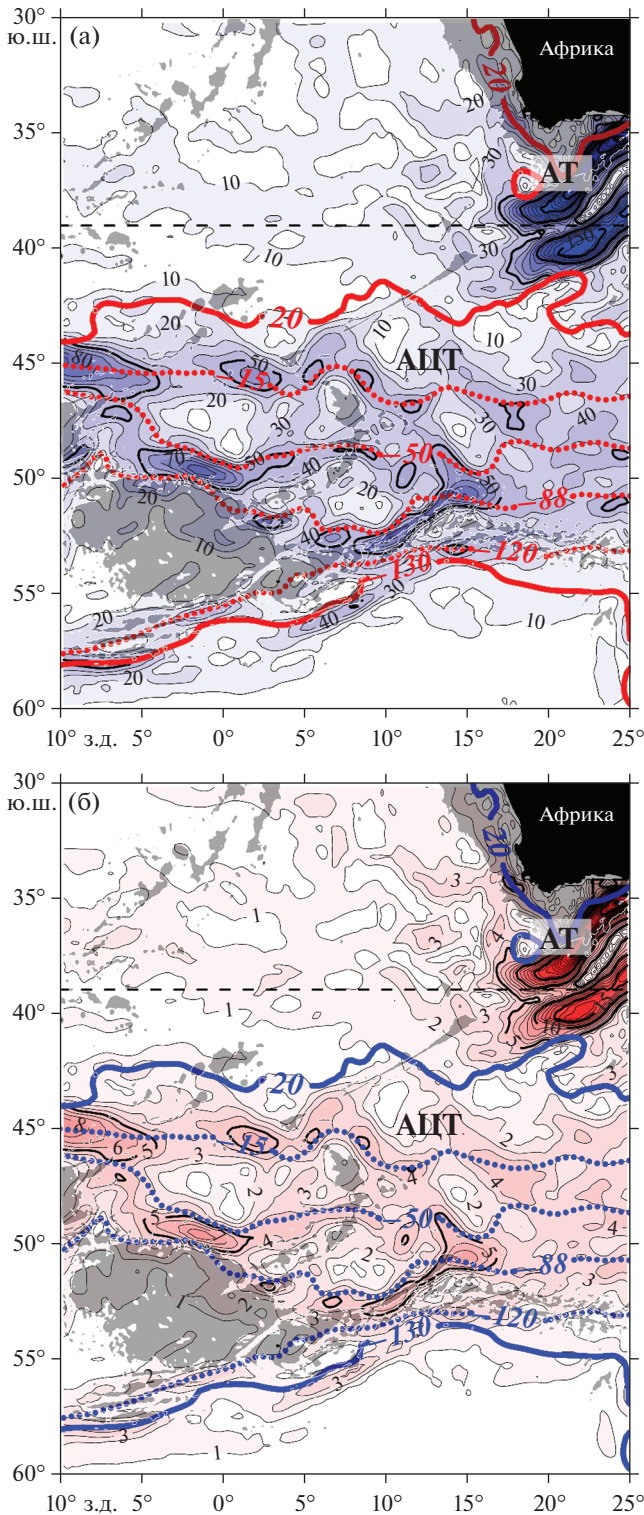


Рис. 2. Распределения в районе к югу от Африки модуля градиента АДТ (в 10^{-3} см/км) (а) и абсолютной геострофической скорости течения (в см/с) на поверхности океана (б), соответствующих средней динамической топографии, показанной на рис. 1. Цветные жирные сплошные и пунктирные линии – изолинии АДТ, соответствующие условным границам АЦТ и ориентировочно ядрам зон повышенных градиентов АДТ.

Струйная структура течений, помимо данного выше определения, вполне может пониматься и как чередование зон повышенных значений модулей геострофических скоростей $u = \left| \frac{g}{f} \nabla \zeta \right|$ (g – ускорение свободного падения, f – параметр Кориолиса) или удельных кинетических энергий $u^2/2$ на поверхности океана. Однако для этих физических величин, в силу их обратной пропорциональности параметру Кориолиса и его квадрату соответственно, расчеты дадут иные количественные оценки сдвигов струй. Сопоставление этих оценок требует дополнительного отдельного исследования. Исходя из того, что настоящая работа использует результаты статьи [16], далее мы под струйной структурой будем понимать, как и в [16], чередование зон повышенных и пониженных значений $|\nabla \zeta|$.

Настоящая работа продолжает начатое в [16] исследование временной изменчивости меридионального смещения струйной структуры АЦТ к югу от Африки. В настоящей работе рассматривается сезонный ход этого смещения. При этом анализируется смещение струйной структуры АЦТ не только в меридиональном направлении, но и относительно шкалы АДТ. В последнем случае количественно оценивается справедливость утверждения о долговременной привязке строжней струй (т.е. линий максимумов $|\nabla \zeta|$ на поверхности океана) к определенным изогипсам в отношении годового периода колебаний. В разделе 2 описаны данные, на основе которых выполнен анализ, в разделе 3 – метод анализа данных, в разделе 4 обсуждаются результаты расчетов, в разделе 5 приводятся основные выводы работы, а в Приложениях 1 и 2 описана методика оценки ошибок расчетов.

2. ДАННЫЕ

Как и в [16], в настоящей работе использовались ежедневные данные по АДТ с сеткой $1/4^\circ \times 1/4^\circ$ из продукта SEALEVEL_GLO_PHY_L4_REP_OBSERVATIONS_008_047, который производится и распространяется Службой мониторинга морской и окружающей среды Copernicus (CMEMS) (<http://marine.copernicus.eu>). Пример карты АДТ, построенной по этим данным, показан на рис. 1, а на рис. 2 приведены соответствующие ей карты $|\nabla \zeta|$ и модуля абсолютной геострофической скорости на поверхности океана. Синоптическая (мгновенная, т.е. в определенный момент времени) АДТ представляет собой сумму средней (по времени) АДТ и мгновенной аномалии уровня океана (АУО), определяемой на основе измерений спутниковых альтиметров. В указанном выше продукте использована версия средней АДТ

MDT CNES-CLS18 [11], которая рассчитывается на основе данных измерений температуры и солености в толще океана, измерений скорости течений дрейфующими буями, данных спутниковых альтиметрических наблюдений, модели геоида, построенной по данным спутниковых измерений, модели средней уровневой поверхности моря и данных реанализа ветра, а данные АУО интерполированы с треков спутников, прописываемых на поверхности Земли, на регулярную сетку для каждых суток. На рис. 1 приведена схема расположения в районе к югу от Африки так называемых основных треков спутников TOPEX/Poseidon (Т/Р) и Jason-1, -2, -3 с альтиметрами, которые повторяются с периодичностью $\tau \approx 10$ сут в течение всего периода спутниковых альтиметрических наблюдений. Дополнительные треки располагаются посередине между основными, т.е. вся сетка дополнительных треков сдвинута на полшага по пространству в зональном направлении относительно основных треков, а также на $\approx \tau/2$ суток по времени. Измерения вдоль них проводятся только в периоды полета одновременно двух указанных спутников с альтиметрами.

3. МЕТОДИКА

3.1. Оценка сезонного хода структуры градиента АДТ

Основой для оценки сезонного хода структуры градиентного поля АДТ служат методы линейного и гармонического регрессионных анализов. Анализируется два набора из 12-ти среднемноголетних для каждого месяца кривых зависимости модуля градиента АДТ, $\langle \nabla \zeta \rangle$ (угловые скобки обозначают осреднение за промежуток времени и по некоторому направлению на поверхности океана) от широты (ϕ) и АДТ (ζ). Вначале для их расчета для каждой цифровой карты для каждой даты для каждого четверть-градусного квадрата по значениям ζ в его вершинах рассчитывается значение $|\nabla \zeta|$. Далее проводится осреднение $|\nabla \zeta|$ для каждого значения ϕ , соответствующего середине шага сетки по широте. Таким образом получают кривые зависимости $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ϕ . Для расчета кривых зависимостей $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ζ выполняется осреднение вдоль изогипс; шаг интерполяции $\Delta \zeta$, как и в [16], выбран равным 0.2 см. Поскольку изогипсы, по сути, представляют собой криволинейные координаты, в этой процедуре каждый квадрат исходной сетки, в пределы которого попадает коридор значений $\zeta_i \pm \Delta \zeta/2$ вокруг интерполяционного значения ζ_i , при суммировании взвешивается пропорционально площади фигуры, ограниченной этими изогипсами внутри квадрата. Для определения таких площадей проводится билинейная интерполяция ζ на более

мелкую географическую сетку. При этом значения $|\nabla \zeta|$ из центра каждого квадрата исходной сетки приписываются всем ячейкам более мелкой сетки, попавшим внутрь этого квадрата. Более детально способ расчета этих кривых описан в работе [16].

Для района к югу от Африки расчет кривых зависимости $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ϕ и ζ , как и в [16], ограничивается с севера 39° ю.ш. с целью отсека северной периферии Агульясского течения и его циклонических вихрей, значения ζ в которых попадают в диапазон, характерный для АЦТ (рис. 1). Отметим, что при расчете зависимости $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ϕ из-за незональности струй и их меандрирования может происходить размывание и даже исчезновение минимумов и максимумов $\langle \nabla \zeta \rangle$; последние, как показано в [4], привязываются по крайней мере на промежутках времени до года и по пространству к одним и тем же достаточно узким диапазонам АДТ. Такому размыванию в меньшей степени подвержен расчет зависимости $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ζ .

Методика разделяется на четыре этапа:

1. Для каждого значения аргумента a_i (т.е. ϕ_i или ζ_i) и каждого l -го месяца ($l = 1, 12$) рассчитываются среднемноголетние значения модуля градиента АДТ, $h_{i,l} = \langle \nabla \zeta \rangle_{i,l}$, а также среднее за весь период наблюдений значение \bar{h}_i ; черта сверху обозначает осреднение по 12-ти месяцам. При расчете кривых зависимостей $\langle \nabla \zeta \rangle$ от ζ предварительно учитывается линейный сдвиг структуры градиента АДТ относительно шкалы ζ , составляющий, согласно [16], для полосы АЦТ 8.3 ± 1.0 см за 26 лет наблюдений. При этом весь ряд кривых $\langle \nabla \zeta \rangle$, ζ (здесь и далее функция и аргумент для удобства читаемости могут приводиться через запятую) приводится к шкале ζ' , соответствующей середине временного интервала 1993–2012 гг., в свою очередь, соответствующего интервалу осреднения средней динамической топографии MDT CNES–CLS18.

2. На основе рассчитанных на первом этапе данных вычисляются значения аномалии модуля градиента АДТ для каждого l -го месяца и каждого i -го значения аргумента:

$$y_{i,l} = h_{i,l} - \bar{h}_i \quad (1)$$

и производной по a от распределения модуля градиента АДТ, которое является средним между среднемноголетним месячным и осредненным за все время наблюдений:

$$x_{i,l} = \frac{X_{i+1,l} - X_{i-1,l}}{2\Delta a}, \quad (2a)$$

где

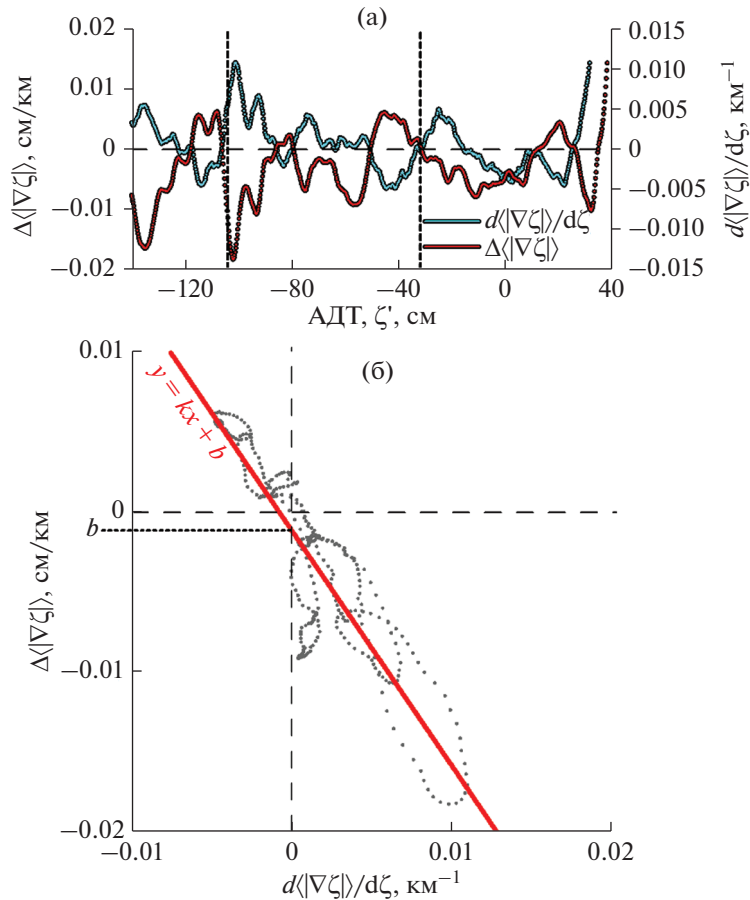


Рис. 3. (а) – среднемноголетние (за 26 лет) кривые $\Delta \langle \nabla \zeta \rangle, \zeta'$ и $d \langle \nabla \zeta \rangle / d \zeta, \zeta'$ для ноября; вертикальные штриховые линии обозначают условные границы Южного полярного течения (ЮПТ), для которого приведен расчет на рис. 3б; (б) – распределение $\Delta \langle \nabla \zeta \rangle, d \langle \nabla \zeta \rangle / d \zeta$ с параметрической зависимостью от ζ' и линейная аппроксимация этого распределения, рассчитанная по набору точек, попадающих в пределы ЮПТ.

$$X_{i,l} = \frac{1}{2}(h_{i,l} + \bar{h}_i). \tag{26}$$

относительно ее среднего положения за весь период наблюдений:

В формуле (2а) для $i = 1$ необходимо заменить $i - 1$ на 1, а для $i = N$ заменить $i + 1$ на N , где N – общее число значений аргумента a , $2\Delta a$ заменяется на Δa . Примеры кривых $\Delta \langle \nabla \zeta \rangle, \zeta'$ и $d \langle \nabla \zeta \rangle / d \zeta, \zeta'$ показаны на рис. 3а.

$$k_l(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^N (y_{i,l} - \tilde{y}_l)(x_{i,l} - \tilde{x}_l) w_{i,l}}{\sum_{i=1}^N (x_{i,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{i,l}}, \tag{4а}$$

3. Распределения $x_{i,l}$ и $y_{i,l}$ ($i = 1, N$) могут быть представлены на одной плоскости с параметрической зависимостью от a (пример на рис. 3б); при этом x соответствует оси абсцисс, а y – оси ординат. Для выбранного диапазона a для каждого месяца проводится линейризация каждого из полученных распределений $y(x)$:

а свободный член – среднемноголетнему месячному изменению модуля градиента АДТ относительно среднего значения:

$$b_l(x, y) = \tilde{y}_l - k_l(x, y) \tilde{x}_l. \tag{4б}$$

$$y = k_l x + b_l. \tag{3}$$

Знак “тильда” сверху обозначает осреднение по индексу i ; $w_{i,l}$ – весовые коэффициенты; при этом $\sum_{i=1}^N w_{i,l} = 1$. В рамках настоящей работы мы принимаем $w_{i,l} = 1/N$ для a , соответствующей широте, и $w_{i,l} = s_{i,l} / \sum_{j=1}^N s_{j,l}$ для a , соответствующей ζ ;

При этом коэффициент линейного регресса с обратным знаком соответствует среднемноголетнему месячному сдвигу структуры градиента АДТ

здесь $s_{i,l}$ – оценка площади участков карт, соответствующих l -му месяцу и ограниченных изогипсами $\zeta_i \pm \Delta\zeta/2$. Таким образом получается набор из 12 оценок двух указанных параметров, характеризующий сезонный ход для выбранного диапазона a (рис. 4).

4. Амплитуда \mathcal{H} сезонного изменчивости сдвига оценивается как коэффициент синусоидальной аппроксимации годового набора соответствующих месячных значений k_l , полученных на третьем этапе:

$$k = \mathcal{H} \sin t_l + \bar{k}, \tag{5}$$

$$\mathcal{H}(t, k) = \frac{\sum_{l=1}^L (k_l - \bar{k}) \sin(t_l - \bar{t})}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}. \tag{6}$$

Временные отсчеты для $L = 12$ месяцев принимаются в интервале приведенного к 2π времени t от $-\pi(1 - 1/L)$ до $\pi(1 - 1/L)$ с шагом $2\pi/L$. Таким образом, \bar{t} в данном случае равно 0. Сдвигая стартовую точку расчета последовательно на 1 месяц, получаем 12 оценок $\mathcal{H}(t, k)$. Из полученного набора оценок выбирается та, для которой величина дисперсии остатка наименьшая. Таким образом, определяется еще и фаза сезонного хода, в качестве которой принимается точка максимума t_{\max} гармонической функции (рис. 4). Мы полагаем t_{\max} соответствующим 1-му числу следующего месяца; t_{\max} в примере на рис. 4 соответствует 1 декабря, t_0 – стартовая точка синусоиды. Для амплитуды сезонного хода изменения градиента АДТ (\mathfrak{B}) формулы полностью аналогичны (5) и (6) с заменой k на b и \mathcal{H} на \mathfrak{B} .

Процедура оценки ошибки расчета синусоидальной аппроксимации описана в Приложении 1. По сравнению с работой [16] иным способом учтена ошибка средней АДТ, что снизило оценку общей величины ошибки примерно в 1.5–2 раза.

3.2. Оценка сезонного хода АДТ в географических точках

Для оценки сезонного хода АДТ предварительно в каждой географической точке удаляется линейный сдвиг АДТ в соответствии с расчетами, выполненными в [16]. Затем также для каждой географической точки для каждого месяца года рассчитываются среднемесячные значения АДТ. Таким образом, для каждой точки получается набор из 12 значений АДТ, соответствующих календарному месяцу года. Амплитуда сезонного хода оценивается как коэффициент k синусоидальной

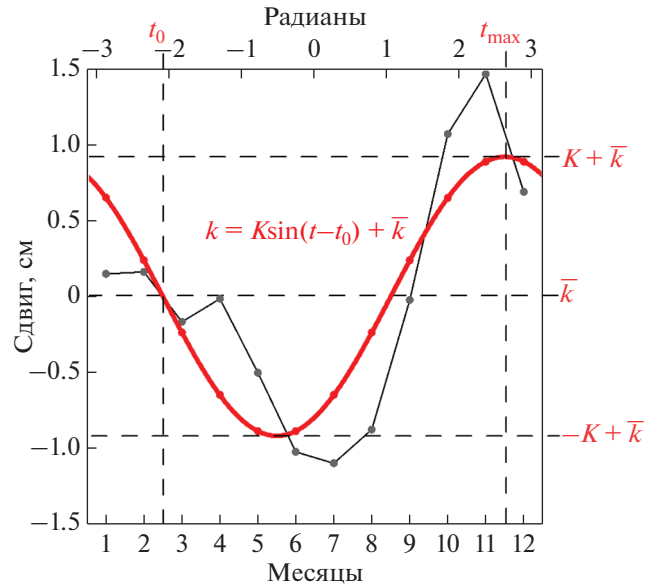


Рис. 4. Сезонный ход (в см) сдвига структуры градиентного поля АДТ в границах, соответствующих ЮПТ, как показано на рис. 3, и синусоидальная аппроксимация этого хода; t_0 – стартовая точка синусоиды, t_{\max} – точка максимума синусоиды, принимаемая в качестве фазы сезонного хода.

аппроксимации годового набора соответствующих месячных значений:

$$\zeta_l = k(t, \zeta) \sin t_l + \bar{\zeta}, \tag{7}$$

$$k(t, \zeta) = \frac{\sum_{l=1}^L (\zeta_l - \bar{\zeta}) \sin(t_l - \bar{t})}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}. \tag{8}$$

Временные отсчеты для $L = 12$ месяцев принимаются в интервале от $-\pi(1 - 1/L)$ до $\pi(1 - 1/L)$ с шагом $2\pi/L$. Таким образом, \bar{t} в данном случае равно 0. Сдвигая стартовую точку расчета последовательно на 1 месяц, получаем 12 оценок $k(t, \zeta)$. Из полученного набора оценок выбирается та, для которой величина дисперсии остатка наименьшая. Таким образом, определяется еще и фаза сезонного хода, в качестве которой принимается точка максимума гармонической функции. Процедура оценки ошибки расчета амплитуды описана в Приложении 2.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 5 приведен годовой ряд среднесезонных (за 26 лет) месячных распределений $\langle |\nabla \zeta| \rangle$, ϕ , оценка амплитуды, ошибки и фаза (месяц, в котором наблюдается максимальный сдвиг на север) сезонного меридионального хода структуры

Таблица 1. Оценки амплитуд сезонных изменчивостей сдвига структуры градиентного поля АДТ и модуля градиента АДТ в полосе АЦТ за 26 лет наблюдений относительно широты и АДТ, приведенной к середине интервала 1993–2012 гг.

Струя АЦТ	Условные границы, ° ю.ш.	Амплитуда сдвига структуры градиентного поля АДТ ± ст. ошибка, ° ш., в широтных границах струи (фаза: 1-е число месяца)	Амплитуда изменения абсолютных значений градиента АДТ ± ст. ошибка, 10^{-3} см/км, в широтных границах струи (фаза: 1-е число месяца)	Условные границы, см	Амплитуда сдвига структуры градиентного поля АДТ ± ст. ошибка, см, в границах струи в изогипсах (фаза: 1-е число месяца)	Амплитуда изменения абсолютных значений градиента АДТ ± ст. ошибка, 10^{-3} см/км, в границах струи в изогипсах (фаза: 1-е число месяца)
САТ	42...47.5	0.011 ± 0.024 (октябрь)	3.80 ± 0.14 (апрель)	-32...20	1.28 ± 0.37 (февраль)	3.77 ± 0.63 (май)
ЮПТ	47.5...54.5	0.005 ± 0.019 (сентябрь)	1.24 ± 0.31 (май)	-104...-32	0.87 ± 0.18 (декабрь)	2.20 ± 0.35 (апрель)
ЮАТ	54.5...57	0.095 ± 0.023 (ноябрь)	2.60 ± 0.11 (май)	-130...-104	1.02 ± 0.29 (ноябрь)	2.07 ± 0.26 (май)
АЦТ в целом	42...57	0.009 ± 0.013 (декабрь)	2.33 ± 0.15 (апрель)	-130...20	0.78 ± 0.17 (январь)	3.07 ± 0.33 (апрель)

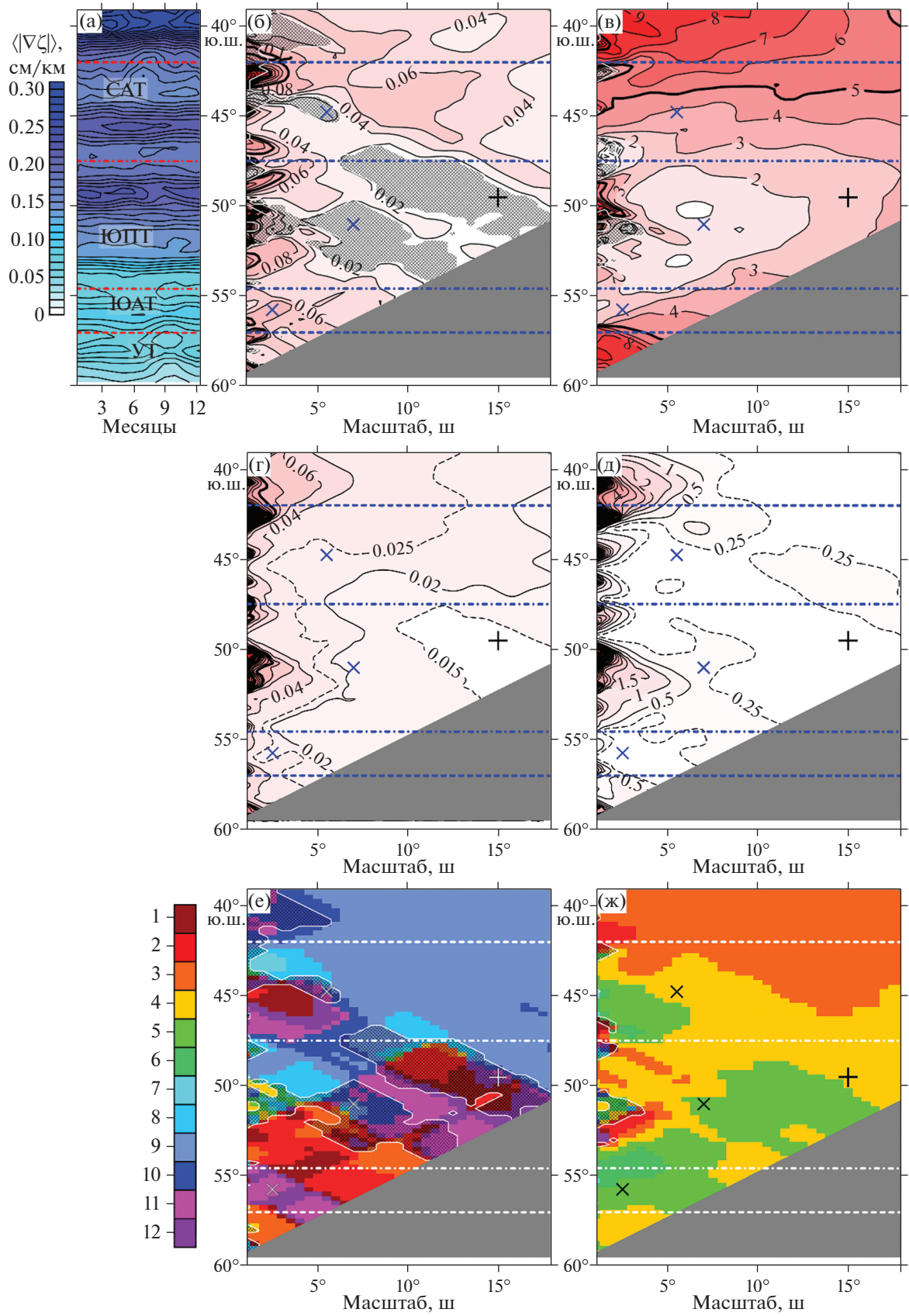
градиентов АДТ, а также амплитуда и фаза (месяц, в котором наблюдается максимальное увеличение модуля градиента АДТ) сезонного изменения модуля градиента АДТ в зависимости от широты и масштаба расчета. Расчет проводился с шагом 0.5° ш. по оси масштабов и 0.25° ш. по широте. Каждой точке на диаграммах 5б–5ж соответствует один расчет, выполненный по методике, описанной в п. 2.1. При этом полученная величина рассчитанного параметра приписывается середине интервала между пределами расчета. Например, для АЦТ северная и южная границы условно принимаются равными 42° ю.ш. и 57° ю.ш. Тогда расчет для полосы АЦТ на указанных диаграммах соответствует 15° ш. по оси масштабов и 49.5° ю.ш. по оси АДТ.

На рис. 5а в полосе АЦТ можно выделить три зоны повышенных значений абсолютного градиента АДТ на 45° – 46° ю.ш., 48° – 50° ю.ш. и 55° – 57° ю.ш. Это те же зоны, которые выделялись в 26-летнем ряду среднегодовых значений модуля градиента АДТ при расчете линейного меридионального сдвига структуры градиентного поля

АДТ [16]. Соответственно, как и в работе [16], полосы АДТ, охватывающие эти зоны, мы условно будем называть Субантарктическим (САТ), Южным полярным (ЮПТ) и Южным антарктическим течениями (ЮАТ), а зоны повышенных значений $\langle |\nabla \zeta| \rangle$ – ядрами этих течений. Зону повышенных значений $\langle |\nabla \zeta| \rangle$, наблюдающуюся к югу от полосы АЦТ примерно на 57° – 58° ю.ш., также условно будем называть течением Уэдделла (УТ), а к северу на 37° – 41° ю.ш. – Агульясским течением (АТ).

Амплитуда сезонного меридионального хода структуры градиентного поля АДТ (рис. 5б) на значительной части полосы АЦТ превышает ошибку расчета (рис. 5г). Характерные значения амплитуды на двухградусном масштабе составляют 0.04° – 0.08° ш. В среднем по полосам САТ, ЮПТ и в целом АЦТ величина амплитуды меньше ошибки расчета, и только для ЮАТ существенно ее превышает (табл. 1). Для АЦТ амплитуда сезонного хода градиентного поля АДТ составляет $0.01^\circ \pm 0.01^\circ$ ш. с фазой, соответствующей декабрю. Максимальных значений с превышени-

Рис. 5. (а) – Годовой ряд среднееголетних месячных распределений $\langle |\nabla \zeta| \rangle, \phi$ для полосы АЦТ к югу от Африки; (б) и (в) – амплитуды сезонного хода ($^\circ$ ш.) структуры градиентного поля АДТ и изменения модуля градиента АДТ ($\text{см/км} \cdot 10^{-3}$) в зависимости от широты и масштаба расчета, заштрихованы области с оценкой сдвига и изменения модуля градиента АДТ, меньшими стандартной ошибки расчета; (г) и (д) – оценки ошибок соответствующих расчетов; (е) и (ж) – фазы сезонного хода структуры градиента АДТ и изменения модуля градиента АДТ соответственно. Кресты на рис. 5б, 5в, 5г, 5д, 5е и 5ж обозначают точки, соответствующие полосам САТ, ЮПТ и ЮАТ, а также АЦТ в целом. Аббревиатуры на рис. 5а: САТ – Субантарктическое течение, ЮПТ – Южное полярное течение, ЮАТ – Южное антарктическое течение, УТ – течение Уэдделла.



ем ошибки расчета амплитуда достигает на северной периферии САТ (0.28° ш.), на южной периферии САТ и северной периферии ЮПТ (0.16° ш.), а также на южных перифериях ЮПТ и ЮАТ (0.12° ш.). Фаза сезонного хода на малых масштабах расчета меняется поперек полосы АЦТ очень резко от июля—августа на северной периферии САТ до декабря—января в его ядре и до октября на южной периферии САТ (рис. 5е). В северной половине полосы ЮПТ фаза сезонного хода соответствует августу—сентябрю, меняясь на январь—февраль в южной части. В полосе ЮАТ фаза сезонного хода соответствует ноябрю—декабрю. Мы не приводим в статье распределений составляющих ошибок расчетов. Однако отметим, что полная дисперсия ошибки расчетов (рис. 5г) почти полностью исчерпывается тремя составляющими: ошибкой расчета среднегодовоелетних месячных модулей градиента АДТ по исходным ежедневным данным (60–98%), ошибкой данных средней динамической топографии (5–40%) с максимальными значениями на малых масштабах в южной части ЮПТ и ошибкой расчета сдвига среднегодовоелетней структуры градиентного поля за каждый месяц по отношению к среднему положению за весь период наблюдений (до 10%) с ростом весов в сторону больших масштабов.

Амплитуда сезонного изменения модуля градиента АДТ (рис. 5в) в координатах широты и масштаба расчета по φ почти на всех масштабах многократно превышает ошибку расчета (рис. 5д). Исключения составляют всего несколько участков на малых масштабах до 3–4-х градусов на северной и южной перифериях САТ, на северной периферии ЮПТ и к югу от ядра ЮПТ. В полосе ЮПТ амплитуда минимальна (около 1.0×10^{-3} см/км) и растет к южной и северной перифериям АЦТ до $6-7 \times 10^{-3}$ см/км. Указанные величины составляют 0.4–3.5% от характерных значений модуля градиента АДТ, приведенных на рис. 5а. Отметим, что на исследуемых широтах модуль градиента АДТ 1.0×10^{-3} см/км соответствует скоростям геострофического течения примерно 0.08–0.13 см/с с нарастанием их величин в направлении к экватору. Локальное соответствие $|\nabla\zeta|$ и абсолютной геострофической скорости иллюстрируется рис. 2. В среднем по полосе АЦТ амплитуда модуля градиента АДТ составляет $2.3 \pm 1.5 \times 10^{-3}$ см/км с фазой, соответствующей апрелю. На более мелких масштабах фаза меняется в основном от февраля до июня (рис. 5ж). Полная дисперсия ошибки расчетов (рис. 5д) почти полностью исчерпывается тремя составляющими: ошибкой расчета среднегодовоелетних месячных модулей градиента АДТ по исходным ежедневным данным (5–98%), ошибкой данных средней динамической топографии (5–40%) и ошибкой расчета изменения среднегодовоелетнего модуля градиента

АДТ за каждый месяц по отношению к среднему значению за весь период наблюдений (3–95%).

На рис. 6 приведен годовой ряд среднемесячных распределений $\langle |\nabla\zeta| \rangle$, ζ' , оценка амплитуды, ошибки и фаза сезонного хода относительно ζ' структуры градиента АДТ, а также амплитуда и фаза сезонного изменения модуля градиента АДТ в зависимости от ζ' и масштаба расчета. В ряду $\langle |\nabla\zeta| \rangle$, ζ' (рис. 6а) отмечаются те же четыре зоны повышенных градиентов ζ' , которые были выявлены в 26-летнем ряду средне-годовых распределений [16]. Дополнительная по отношению к ряду $\langle |\nabla\zeta| \rangle$, φ четвертая зона наблюдается в южной половине ЮПТ (рис. 6а).

Характерные значения амплитуды сезонного хода структуры градиентного поля АДТ относительно шкалы ζ' составляют 0.6–2.5 см (рис. 6б), на средних и больших масштабах многократно превышая ошибку расчета (рис. 6г). Фаза сезонного хода на этих масштабах постепенно меняется от ноября—декабря на южной периферии АЦТ до февраля—марта на северной. На мелких масштабах фаза сезонного хода с амплитудой большей ошибки расчета меняется примерно так же. Включения с фазами в другие месяцы соответствуют колебаниям с амплитудой меньшей ошибки расчета (рис. 6е). Наибольшая амплитуда, 2.5 см, наблюдается в ядре ЮАТ на масштабе расчета 20 см, с фазой, соответствующей ноябрю. В целом по АЦТ амплитуда сезонного хода оценивается в 0.78 ± 0.17 см с максимальным сдвигом на север в январе (табл.), а по отдельным зонам: САТ — 1.28 ± 0.37 см (1 февраля), ЮПТ — 0.87 ± 0.18 см (1 декабря), ЮАТ — 1.02 ± 0.29 см (1 ноября). Полная дисперсия ошибки расчетов (рис. 6г) почти полностью исчерпывается тремя составляющими: ошибкой расчета среднегодовоелетних месячных модулей градиента АДТ по исходным ежедневным данным (30–85%) с максимальными весами на масштабах 20–40 см и их уменьшением с увеличением и уменьшением масштаба, ошибкой данных средней динамической топографии (10–70%) с максимальными весами на малых масштабах, и ошибкой расчета сдвига среднегодовоелетней структуры градиентного поля за каждый месяц по отношению к среднему положению за весь период наблюдений (1–40%) с постепенным ростом веса от минимальных масштабов к максимальным.

Амплитуда сезонного изменения модуля градиента АДТ в координатах (ζ' , масштаб расчета по ζ) (рис. 6в), как и в координатах (φ , масштаб расчета по φ) почти повсеместно превышает ошибку расчета (рис. 6е). В средней части полосы АЦТ амплитуда характеризуется значениями $0.4-2.5 \times 10^{-3}$ см/км и существенно растет до 5.0×10^{-3} см/км на южном краю ЮАТ. На северной

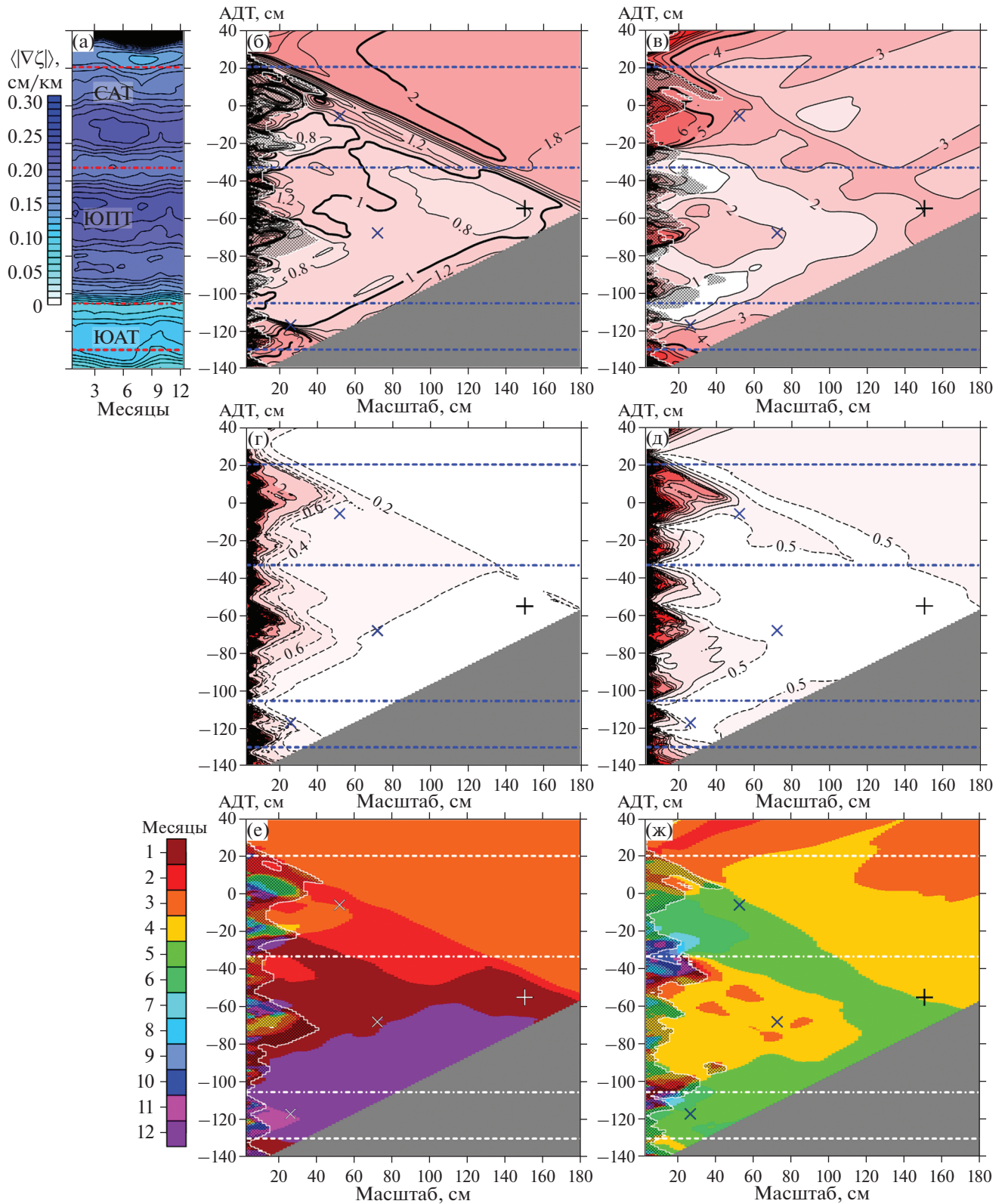


Рис. 6. (а) – годовой ряд среднемноголетних месячных распределений $\langle |\nabla \zeta| \rangle, \zeta'$ для полосы АЦТ к югу от Африки; (б) и (в) – амплитуды сезонного хода (см) относительно ζ' структуры градиентного поля АДТ и изменения модуля градиента АДТ ($\text{см/км} \cdot 10^{-3}$) в зависимости от ζ' и масштаба расчета, заштрихованы области с оценкой сдвига и изменения модуля градиента АДТ, меньшими стандартной ошибки расчета; (г) и (д) – оценки ошибок соответствующих расчетов; (е) и (ж) – фазы сезонных ходов структуры градиента АДТ и изменения модуля градиента АДТ, соответственно. Остальное – как на рис. 5.

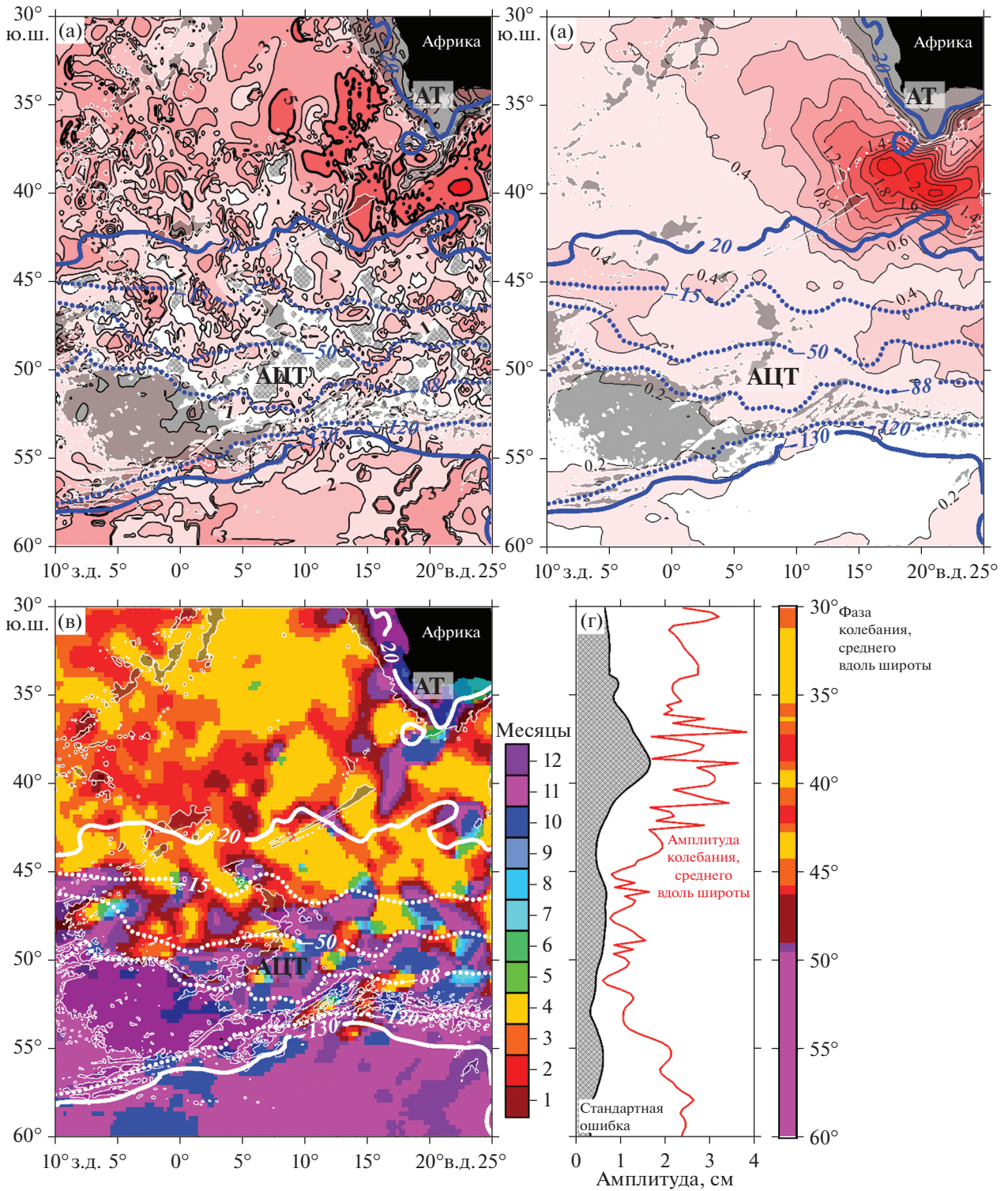


Рис. 7. (а) – Амплитуда сезонного хода АДТ (см) в географических точках в секторе Южного океана к югу от Африки, заштрихованы области с оценкой амплитуды, меньшей ошибки расчета; (б) – оценки ошибок соответствующих расчетов; (в) – фаза сезонного хода АДТ, соответствующая максимальным значениям АДТ. (г) – амплитуда, стандартная ошибка и фаза сезонного хода АДТ для средних вдоль широты значений. Жирные сплошные и пунктирные линии – изолинии АДТ, соответствующие условным границам АЦТ и ориентировочно ядрам зон повышенных градиентов АДТ, представленных на рис. 6б. Остальное – как на рис. 1.

периферии АЦТ она достигает 7.0×10^{-3} см/км в ядре САТ и в зоне между двумя ядрами ЮПТ на 20-сантиметровом масштабе. В среднем по АЦТ амплитуда сезонного изменения модуля градиента АДТ оценивается в $3.07 \pm 0.33 \times 10^{-3}$ см/км с максимумом в апреле (табл.). Распределение фаз в координатах (ζ' , масштаб расчета по ζ) (рис. 6ж) вполне ожидаемо аналогично распределению в координатах (ϕ , масштаб расчета по ϕ) (рис. 5ж). Полная дисперсия ошибки расчетов (рис. 6д) почти полностью исчерпывается тремя составляющими: ошибкой расчета среднесезонных месячных модулей градиента АДТ по исходным ежедневным данным (2–75%) с максимальными весами на масштабах 20–40 см, ошибкой данных средней динамической топографии (1–70%) с максимальными весами на малых масштабах и ошибкой расчета изменения среднесезонного модуля градиента АДТ за каждый месяц по отношению к среднему за весь период наблюдений (1–98%) с ростом весов в сторону больших масштабов.

На рис. 7 приведена оценка амплитуды, ошибки расчета и фазы сезонного хода АДТ в географических точках, а также для значений АДТ осредненных вдоль широты. Величина амплитуды на большей части полосы АЦТ составляет 1–2 см (рис. 7а, 7г). На северной и южной перифериях АЦТ отмечаются районы с амплитудой до 3–4 см. Указанные величины соответствуют по абсолютному значению амплитуде сезонного хода структуры градиента АДТ в поле (ζ' , масштаб расчета по ζ). Фаза сезонного хода АДТ (рис. 7в) также очень сходна с фазой сезонного хода структуры градиента АДТ в координатах (ζ' , масштаб расчета по ζ) (рис. 6е) и существенно отличается, за исключением полосы ЮАТ, от фаз в координатах (ϕ , масштаб расчета по ϕ) (рис. 5е). Для северной половины АЦТ фаза сезонного хода АДТ соответствует в основном январю – марту, для южной – в основном ноябрю (рис. 7в, 7г). Такое сочетание фаз и амплитуд в указанных распределениях указывает на то, что сезонный ход структуры градиента АДТ в координатах (ζ' , масштаб расчета по ζ) обусловлен, главным образом, сезонным ходом АДТ в географических точках, а не ходом меридионального сдвига в координатах (ϕ , масштаб расчета по ϕ). Ошибка расчета сезонного хода АДТ в полосе АЦТ составляет 0.2–1.0 см (рис. 7б).

Отметим, что приведенные в статье оценки амплитуд и фаз относятся к стационарным гармоническим колебаниям, аппроксимирующим сезонные ходы меридионального сдвига структуры градиентного поля АДТ и модуля градиента АДТ. При этом реальный сезонный ход зачастую оказывается существенно несимметричным (рис. 3), что приводит к занижению амплитуд и некоторому искажению фаз, оцениваемых таким спосо-

бом. В частности, в примере на рис. 3 оценка амплитуды гармоническим колебанием занижена на 25–30%.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изложена методика анализа сезонной изменчивости структуры градиентного поля АДТ по данным спутниковой альтиметрии, распространяемым на сайте <https://marine.copernicus.eu>. Под этой структурой понимается чередование в меридиональном направлении зон повышенных значений модуля градиента АДТ $|\nabla\zeta|$ (струй) и зон их пониженных значений (межструйных промежутков). Методика использует линейный и гармонический регрессионный анализы и является развитием работы [16], в которой исследовался линейный многолетний меридиональный сдвиг структуры градиентного поля АДТ в полосе АЦТ к югу от Африки. Методика позволяет рассчитать амплитуды и фазы стационарных гармонических колебаний, аппроксимирующих сезонные ходы меридионального сдвига структуры градиентного поля АДТ и модуля градиента АДТ, а также дать оценку ошибки расчетов.

Для района к югу от Африки (от 10° з.д. до 25° в.д.) на основе разработанной методики получены следующие основные результаты:

1. Амплитуда сезонного хода меридионального смещения структуры градиентного поля АДТ на значительной части полосы АЦТ превышает ошибку расчета. Характерные значения амплитуды на двухградусном масштабе составляют 0.04 – 0.08° ш. При этом внутри полосы АЦТ имеются зоны, где эта амплитуда достигает 0.12° ш., 0.16° ш. и 0.28° ш. Фаза сезонного хода меняется попеременно неоднократно и очень резко от июля–августа до января–февраля. В среднем по отдельным зонам оценки амплитуд и фаз составляют: САТ – $0.011 \pm 0.024^\circ$ ш. с максимальным сдвигом на север 1 октября, ЮПТ – $0.005 \pm 0.019^\circ$ ш. (1 сентября), ЮАТ – $0.095 \pm 0.023^\circ$ ш. (1 ноября). Для АЦТ в целом амплитуда сезонного хода градиентного поля АДТ составляет $0.009^\circ \pm 0.013^\circ$ ш. с фазой, соответствующей 1 декабря.

2. Характерные значения амплитуды сезонного хода структуры градиентного поля АДТ относительно шкалы самой АДТ составляют 0.6 – 2.5 см, на средних и больших масштабах многократно превышая ошибку расчета. Фаза сезонного хода постепенно меняется от ноября–декабря на южной периферии АЦТ до февраля–марта на северной. В среднем по отдельным зонам оценки амплитуд и фаз составляют: САТ – 1.28 ± 0.37 см с максимальным сдвигом на север 1 февраля, ЮПТ – 0.87 ± 0.18 см (1 декабря), ЮАТ – 1.02 ± 0.29 см (1 ноября). Для АЦТ в целом амплитуда сезонного хода градиентного поля АДТ составля-

ет 0.78 ± 0.17 см с фазой, соответствующей 1 января. Сопоставление фаз и амплитуд рассчитанных в настоящей работе характеристик показывает, что указанный ход обусловлен главным образом сезонным ходом АДТ в географических точках, а не сезонным ходом структуры градиентного поля АДТ по широте.

3. Амплитуда сезонного изменения модуля градиента АДТ в координатах (ϕ , масштаб расчета по ϕ) возрастает от 1×10^{-3} см/км в центральной части АЦТ до $6-7 \times 10^{-3}$ см/км на южной и северной перифериях. Амплитуда сезонного изменения относительно АДТ характеризуется теми же значениями, но с дополнительными локальными максимумами в ядре САТ и между двумя ядрами ЮПТ до 7×10^{-3} см/км на 20-сантиметровом масштабе. Фазы сезонного хода в координатах (ϕ , масштаб расчета по ϕ) и (ζ' , масштаб расчета по ζ) сходны.

В дальнейшем предполагается провести анализ межгодовой изменчивости структуры градиента АДТ в полосе АЦТ к югу от Африки, а также обобщить исследование на весь циркумполярный круг.

Источники финансирования. Настоящая работа поддержана темой госзадания 0128-2021-0002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурков В.А. Антарктические струи // *Океанология*. 1994. Т. 34. № 2. С. 169–177.
2. Кошляков М.Н., Гладышев С.В., Тараканов Р.Ю., Федоров Д.А. Течения в западной части пролива Дрейка по данным наблюдений в январе 2010 г. // *Океанология*. 2011. Т. 51. № 2. С. 197–209.
3. Тараканов Р.Ю., Гриценко А.М. Структура струй и фронтов к югу от Африки по данным разреза SR02 в декабре 2009 г. // *Океанология*. 2014. Т. 54. № 4. С. 437–450.
4. Тараканов Р.Ю., Гриценко А.М. Тонкая струйная структура Антарктического циркумполярного течения к югу от Африки // *Океанология*. 2014. Т. 54. № 6. С. 725–736.
5. Тараканов Р.Ю., Гриценко А.М. Струи Антарктического циркумполярного течения в проливе Дрейка по данным гидрофизических разрезов // *Океанология*. 2018. Т. 58. № 4. С. 541–555.
6. Ablain M., Legeais J.F., Prandi P. et al. Satellite altimetry-based sea level at global and regional scales // *Surv. Geophys.* 2017. V. 38. P. 7–31.
7. Chapman C.C. New perspectives on frontal variability in the Southern Ocean // *J. Phys. Oceanogr.* 2017. V. 47. P. 1151–1168.
8. Chapman C.C., Lea M.A., Meyer A. et al. Defining Southern Ocean fronts and their influence on biological and physical processes in a changing climate // *Nat. Clim. Change*. 2020. V. 10. P. 210–219. <https://doi.org/10.1038/s41558-020-0705-4>
9. Ducet N., Le Traon P.Y., Reverdin G. Global high-resolution mapping of ocean circulation from TOPEX/Poseidon and ERS-1 and -2 // *J. Geophys. Res.* 2000. V. 105. № C8. P. 19477–19498.
10. Graham R.M., de Boer A.M., Heywood K.J. et al. Southern Ocean fronts: controlled by wind or topography? // *J. Geophys. Res. Oceans*. 2012. V. 117. <https://doi.org/10.1029/2012JC007887>
11. Mulet S., Rio M.-H., Etienne H. et al. New CNES-CLS18 Mean dynamic topography // *Ocean Sci.* 2021. V. 17. № 6. P. 789–808.
12. Orsi A.H., Whitworth Th. III, Nowlin W.D. Jr. On the meridional extent and fronts of the Antarctic Circumpolar Current // *Deep-Sea Res.* 1995. V. 42. № 5. P. 641–673.
13. Rio M.-H., Guinehut S., Larnicol G. New CNES-CLS09 global mean dynamic topography computed from the combination of GRACE data, altimetry, and in situ measurements // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116. № C07018. <https://doi.org/10.1029/2010JC006505>
14. Sokolov S., Rintoul S.R. The circumpolar structure and distribution of the Antarctic Circumpolar Current fronts. Part A: Mean circumpolar paths // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114. № C11018. <https://doi.org/10.1029/2008JC005108>
15. Sokolov S., Rintoul S.R. The circumpolar structure and distribution of the Antarctic Circumpolar Current fronts. Part B: Variability and relationship to sea surface height // *J. Geophys. Res.* 2009. V. 114. № C11019. <https://doi.org/10.1029/2008JC005248>
16. Tarakanov R.Yu. On the long-term linear meridional shift of the jet structure of the Antarctic Circumpolar Current south of Africa // *Oceanology*. 2021. V. 61. № 6. P. 815–829.
17. Thompson A.F., Haynes P.H., Wilson C., Richards K.J. Rapid Southern Ocean front transitions in an eddy-resolving ocean GCM // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. № 23. L23602.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Оценка ошибок расчетов сезонного хода структуры градиента АДТ

Полная ошибка расчетов складывается из ошибки процедуры вычислений и ошибок данных. Для выведения формул для оценок полных ошибок расчетов амплитуд сдвига структуры $\mathcal{H}(t, k)$ и абсолютных величин $\mathcal{B}(t, b)$ градиента АДТ рассмотрим их как функции от $N \times L$ независимых переменных $h_{i,l} = \langle \nabla \zeta \rangle_{i,l}$. Квадрат полной ошибки расчетов амплитуды \mathcal{H} можно представить в виде нескольких слагаемых, соответствующих этапам расчетов распределений x по данным h , далее k по данным x , этапу итогового расчета \mathcal{H} по распределениям k и t , а также вкладу ошибок данных и расчетов $h_{i,l}$ по исходным ежедневным данным и данным средней динамической топо-

графию. Полный квадрат ошибки расчетов амплитуды \mathcal{H} представляется в виде:

$$\delta^2(\mathcal{H}) = \delta_{\mathcal{H}t}^2 + \delta_{\mathcal{H}k}^2 + \delta_{\mathcal{H}\bar{h}}^2 + \delta_{\mathcal{H}e}^2 + \delta_{\mathcal{H}h}^2 + \delta_{\mathcal{H}\bar{h}_i}^2, \quad (\text{П1.1})$$

где

$$\delta_{\mathcal{H}t}^2 = \frac{1}{LN \frac{\Delta T \Delta a}{\tau A} - 2} \times \sum_{l=1}^L (k_l - \bar{k} - \mathcal{H}(t, k) \sin(t_l - \bar{t}))^2 \times \frac{1}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}, \quad (\text{П1.2})$$

$$\delta_{\mathcal{H}k}^2 = \sum_{l=1}^L \mathcal{H}_{k_l}^2 \left(\delta_{k_l}^2 + \frac{\tau A}{\Delta T \Delta a} \sum_{i=1}^N k_{l x_i}^2 \delta_{x_{i,l}}^2 \right), \quad (\text{П1.3})$$

$$\delta_{\mathcal{H}\bar{h}}^2 = \frac{A}{\Delta a} \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{\bar{h}_i}^2 \delta_{\bar{h}_i}^2, \quad (\text{П1.4})$$

$$\delta_{\mathcal{H}e}^2 = \frac{A}{\Delta a} \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{h_{i,l}}^2 \delta_{e_{i,l}}^2, \quad (\text{П1.5})$$

$$\delta_{\mathcal{H}h}^2 = \frac{A}{\Delta a} \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{h_{i,l}}^2 \delta_{h_{i,l}}^2, \quad (\text{П1.6})$$

$$\delta_{\mathcal{H}\bar{h}_i}^2 = \frac{A}{\Delta a} \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{\bar{h}_i}^2 \delta_{\bar{h}_i}^2. \quad (\text{П1.7})$$

В формуле (П1.2) $\delta_{\mathcal{H}t}$ – стандартная ошибка процедуры расчета \mathcal{H} по распределениям t и k , которая основывается на оценке дисперсии остатка; верхняя черта обозначает осреднение по индексу l .

В формуле (П1.3) $\delta_{\mathcal{H}k}^2$ – вклад ошибок процедур расчета \mathcal{H} по данным k_l и k_l по данным $x_{i,l}$ в полную дисперсию; $\delta_{k_l}^2$ и $\delta_{x_{i,l}}^2$ – оценки этих ошибок; \mathcal{H}_{k_l} – частная производная от \mathcal{H} по k_l ; $k_{l x_i}$ – частная производная от k_l по переменной $x_{i,l}$. В формуле (П1.4) $\delta_{\mathcal{H}\bar{h}}^2$ – вклад ошибки процедур расчета средних по индексу l величин \bar{h}_i в целом, а $\delta_{\bar{h}_i}$ – ошибка среднего для каждого i . В формуле (П1.5) $\delta_{\mathcal{H}e}^2$ – вклад ошибки процедур расчета $h_{i,l}$ по исходным ежедневным данным; $\delta_{e_{i,l}}$ – оценка этой ошибки для каждой пары i, l , которая соответствует среднемуголетнему средне-квадратичному отклонению модуля градиента АДТ за конкретный месяц. В формуле (П1.6) $\delta_{\mathcal{H}h}^2$ – вклад ошибки модуля градиента аномалии уровня океана; $\delta_{h_{i,l}}$ – оценка этой ошибки для каждой пары i, l ; $\mathcal{H}_{h_{i,l}}$ –

частная производная от \mathcal{H} по $h_{i,l}$. В формуле (П1.7) $\delta_{\mathcal{H}\bar{h}_i}^2$ – вклад ошибки модуля градиента средней динамической топографии; $\delta_{\bar{h}_i}$ – оценка этой ошибки для каждого i . Масштабы A и τ соответствуют единичному измерению по оси аргумента и по времени, соответственно, Δa – шаг по оси аргумента, $\Delta T = 365.25 \times Y/L$ – количество суток, эквивалентное шагу по оси приведенного времени t ; для $L = 12$ месяцев и $Y = 26$ лет получаем $\Delta T = 791.375$ сут. На карте участок единичного измерения соответствует “квадрату”, образованному соседними треками спутника (рис. 1 в основном теле статьи). Если M – количество “квадратов”, попадающих на карте в полосу течения, то, при осреднении по какому-либо направлению (вдоль широты или вдоль изогипсы), масштаб единичного измерения A по оси аргумента оценивается как отношение ширины этой полосы к M . Таким образом, число $LN\Delta T\Delta a/\tau A$ – общее количество единичных измерений в полосе течения. Для исследуемого сектора Южного океана, согласно [16], шаг $\Delta a = 0.25^\circ$ ш. и масштаб $A = 0.1^\circ$ ш. для $a = \varphi$; шаг $\Delta a = 0.2$ см и масштаб $A = 1$ см для $a = \zeta$. Формулы для расчета $\delta^2(\mathfrak{B})$ полностью аналогичны формулам (П1.1–П1.7) с заменой \mathcal{H} на \mathfrak{B} и k на b .

Для амплитуд \mathcal{H} и \mathfrak{B} производные по k_l и b_l , соответственно:

$$\mathcal{H}_{k_l} \equiv \mathfrak{B}_{b_l} = \frac{\sin(t_l - \bar{t})}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}, \quad (\text{П1.8})$$

$\delta_{k_l}^2$ и $\delta_{b_l}^2$ – дисперсии остатков, соответствующие ошибкам процедур расчетов k_l и b_l по распределениям x и y :

$$\delta_{k_l}^2 = \frac{1}{N \frac{\Delta T \Delta a}{\tau A} - 2} \times \sum_{i=1}^N (y_{i,l} - k_l(x, y) x_{i,l} - b_l(x, y))^2 w_{i,l} \times \frac{1}{\sum_{i=1}^N (x_{i,l} - \bar{x}_l)^2 w_{i,l}}, \quad (\text{П1.9})$$

$$\delta_{b_l}^2 = \delta_{k_l}^2 \sum_{i=1}^N x_{i,l}^2 w_{i,l}, \quad (\text{П1.10})$$

где $N\Delta T\Delta a/\tau A$ – общее число единичных измерений в полосе течения за весь период наблюдений для конкретного месяца. $\delta_{x_{i,l}}^2$ – оценка дисперсии среднего (за временной интервал между соседними отсчетами) модуля градиента АДТ:

$$\delta_{x_{i,l}}^2 = \left(\frac{h_{i+1,l} - h_{i-1,l} - \bar{h}_{i+1} + \bar{h}_{i-1}}{2\Delta a} \right)^2. \quad (\text{П1.11})$$

В этой формуле, если $i = 1$, то $i - 1$ необходимо заменить на 1, а если $i = N$, то заменить $i + 1$ на N , где N – общее число значений аргумента a , $2\Delta a$ заменяется на Δa . Аналогичным образом следует поступать и для остальных приведенных ниже формул, когда индекс i выходит на края множества.

Для вывода формулы расчета вклада суммарной ошибки данных запишем полный дифференциал коэффициента k_l через полные дифференциалы переменных $x_{i,l}$ и $y_{i,l}$, принимаемых независимыми:

$$dk_l(x, y) = \sum_{i=1}^N k_{lx_i} dx_{i,l} + \sum_{i=1}^N k_{ly_i} dy_{i,l}, \quad (\text{П1.12})$$

где k_{lx_i} и k_{ly_i} – частные производные от k_l по этим переменным:

$$k_{lx_i} = \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times ((y_{i,l} - \tilde{y}_l) - 2k_l(x_{i,l} - \tilde{x}_l)), \quad (\text{П1.13})$$

$$k_{ly_i} = \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} (x_{i,l} - \tilde{x}_l). \quad (\text{П1.14})$$

Дифференциалы $dx_{i,l}$ и $dy_{i,l}$ можно записать через дифференциалы единичного измерения АДТ:

$$dx_{i,l} = \frac{dh_{i+1,l} - dh_{i-1,l}}{4\Delta a} + \frac{d\bar{h}_{i+1} - d\bar{h}_{i-1}}{4\Delta a}, \quad (\text{П1.15})$$

$$dy_{i,l} = dh_{i,l} - d\bar{h}_i, \quad (\text{П1.16})$$

Тогда

$$dk_l(x, y) = \sum_{i=1}^N \left(k_{lx_i} \left(\frac{dh_{i+1,l} - dh_{i-1,l}}{4\Delta a} + \frac{d\bar{h}_{i+1} - d\bar{h}_{i-1}}{4\Delta a} \right) + k_{ly_i} (dh_{i,l} - d\bar{h}_i) \right). \quad (\text{П1.17})$$

Выражение под знаками сумм в П1.17 для каждого i зависит от dh на трех последовательных шагах $i - 1, i, i + 1$. Для приведения П1.17 к виду, зависящему на каждом шаге i только от $dh_{i,l}$, учтем, что для произвольных переменных u и v в дискретном представлении справедливо равенство $\sum_{i=-\infty}^{+\infty} u_i (v_{i+1} - v_{i-1}) \equiv -\sum_{i=-\infty}^{+\infty} (u_{i+1} - u_{i-1}) v_i$. Тогда для конечного множества можно записать, пренебрегая невязкой на краях множества и переходя к полному дифференциалу $d\mathcal{H}$:

$$d\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L \mathcal{H}_{k_l} \times \left((k_{lx_{i-1}} - k_{lx_{i+1}}) \frac{dh_{i,l} + d\bar{h}_i}{4\Delta a} + k_{ly_i} (dh_{i,l} - d\bar{h}_i) \right). \quad (\text{П1.18})$$

Выражение под знаками сумм в П1.18 для каждого l зависит от $d\bar{h}_i$, т.е. от dh на всех шагах по l . Приведем эту формулу к виду, зависящему только от $dh_{i,l}$:

$$d\mathcal{H} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \left(\mathcal{H}_{k_l} \left(\frac{k_{lx_{i-1}} - k_{lx_{i+1}}}{4\Delta a} + k_{ly_i} \right) + \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \mathcal{H}_{k_m} \left(\frac{k_{mx_{i-1}} - k_{mx_{i+1}}}{4\Delta a} - k_{my_i} \right) \right) dh_{i,l}. \quad (\text{П1.19})$$

Приводя к зависимости от $x_{i,l}$ и $y_{i,l}$, получаем:

$$d\mathcal{H} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \mathcal{H}_{h_{i,l}} dh_{i,l}, \quad (\text{П1.20})$$

где

$$\mathcal{H}_{h_{i,l}} = \mathcal{H}_{k_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \left(\frac{2k_l(x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{4\Delta a} + (x_{i,l} - \tilde{x}_l) \right) + \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \mathcal{H}_{k_m} \frac{w_{i,m}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,m} - \tilde{x}_m)^2 w_{j,m}} \times \left(\frac{2k_m(x_{i+1,m} - x_{i-1,m}) - (y_{i+1,m} - y_{i-1,m})}{4\Delta a} - (x_{i,m} - \tilde{x}_m) \right). \quad (\text{П1.21})$$

Учтем теперь, что переменные $h_{i,l}$ являются зависимыми в той части, которая определяется независимой от времени средней АДТ. Полный дифференциал $dh_{i,l}$ соответствует ошибке, квадрат которой можно записать в виде суммы трех слагаемых:

$$\delta^2 h_{i,l} = \delta^2 e_{i,l} + \delta^2 h'_{i,l} + \delta^2 \hat{h}_i, \quad (\text{П1.22})$$

где $\delta e_{i,l}$ – ошибка процедуры расчета $h_{i,l}$ по исходным ежедневным данным, $\delta h'_{i,l}$ и $\delta \hat{h}_i$ – ошибки данных по градиентам аномалии уровня океана и средней АДТ. Отсюда получаем формулу (П1.5). Поскольку $\delta \hat{h}_i$ не зависит от времени, величина $\mathcal{H}_{\hat{h}_i}$ в формуле (1.7) получается путем суммирования $\mathcal{H}_{h_{i,l}}$ по индексу l :

$$\mathcal{H}_{\tilde{h}_i} = \sum_{l=1}^L \mathcal{H}_{k_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \frac{2k_l (x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{2\Delta a} \quad (\text{П1.23})$$

Для вывода формулы (П1.4), т.е. вклада стандартной ошибки среднего модуля градиента АДТ для каждого i в полную ошибку, положим в формуле (П1.18) $d\tilde{h}_i$ независимым. Сбрав все слагаемые перед $d\tilde{h}_i$ и переходя к переменным $x_{i,l}$ и $y_{i,l}$, получим:

$$\mathcal{H}_{\tilde{h}_i} = \sum_{l=1}^L \mathcal{H}_{k_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \left(\frac{2k_l (x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{4\Delta a} - (x_{i,l} - \tilde{x}_l) \right). \quad (\text{П1.24})$$

Для вывода зависимости ошибки расчета амплитуды \mathfrak{B} от ошибок данных запишем частные производные от b_i :

$$b_{l x_i} = -k_{l x_i} \tilde{x}_l - k_{l y_i} w_{i,l}, \quad (\text{П1.25})$$

$$b_{l y_i} = w_{i,l} - k_{l y_i} \tilde{x}_l. \quad (\text{П1.26})$$

Пренебрегая различиями между весовыми коэффициентами w на последовательных шагах $i - 1$, i , $i + 1$, а также l и $l + 1$, получаем

$$db_l = \tilde{x}_l dk_l. \quad (\text{П1.27})$$

Тогда

$$\delta_{\mathfrak{B}_h}^2 = \frac{A}{\Delta a} \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \mathfrak{B}_{h_{i,l}}^2 \delta_{h_{i,l}}^2, \quad (\text{П1.28})$$

где

$$\mathfrak{B}_{h_{i,l}} = \tilde{x}_l \mathfrak{B}_{b_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \left(\frac{2k_l (x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{4\Delta a} + (x_{i,l} - \tilde{x}_l) \right) + \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L \tilde{x}_m \mathfrak{B}_{b_m} \frac{w_{i,m}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,m} - \tilde{x}_m)^2 w_{j,m}} \times \left(\frac{2k_m (x_{i+1,m} - x_{i-1,m}) - (y_{i+1,m} - y_{i-1,m})}{4\Delta a} - (x_{i,m} - \tilde{x}_m) \right). \quad (\text{П1.29})$$

Вклад ошибки градиента средней АДТ для \mathfrak{B} :

$$\delta_{\mathfrak{B}_h}^2 = \frac{A}{\Delta a} \sum_{i=1}^N \mathfrak{B}_{\tilde{h}_i}^2 \delta_{\tilde{h}_i}^2, \quad (\text{П1.30})$$

где

$$\mathfrak{B}_{\tilde{h}_i} = \sum_{l=1}^L \tilde{x}_l \mathfrak{B}_{b_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \frac{2k_l (x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{2\Delta a}. \quad (\text{П1.31})$$

Для $\mathfrak{B}_{\tilde{h}_i}$ формула отличается от (1.23) также дополнительным множителем \tilde{x}_l перед слагаемыми под знаком суммы:

$$\mathfrak{B}_{\tilde{h}_i} = \sum_{l=1}^L \tilde{x}_l \mathfrak{B}_{b_l} \frac{w_{i,l}}{\sum_{j=1}^N (x_{j,l} - \tilde{x}_l)^2 w_{j,l}} \times \left(\frac{2k_l (x_{i+1,l} - x_{i-1,l}) - (y_{i+1,l} - y_{i-1,l})}{4\Delta a} - (x_{i,l} - \tilde{x}_l) \right). \quad (\text{П1.32})$$

Выведенные выше формулы справедливы, если шаг по оси a не меньше шага по широте исходной географической сетки. Тем не менее, эти формулы могут быть также вполне применимы и для меньшего шага по оси a , если минимизировать дополнительную дисперсию возмущений в распределениях $h_{i,l}$, возникающую при интерполяции на более мелкую сетку. Это можно сделать, например, путем мелкомасштабного сглаживания распределений $h_{i,l}$, хотя такой подход и приводит к некоторому завышению оценок ошибок. В частности, в рамках настоящей работы распределения зависимостей h от ζ сглаживались по оси ζ скользящим косинус-фильтром (фильтром Тьюки) с базой 2.5 см. Данный масштаб в нашем случае примерно эквивалентен шагу по широте 0.25° исходной географической сетки.

Предполагая постоянство по всему исследуемому району ошибки данных по аномалии уровня океана, под которой мы понимаем формальную ошибку картирования $\delta\zeta'$, получаем в (1.6) для ошибки единичного измерения градиента аномалии уровня океана $\delta_{h_{i,l}}$:

$$\delta_{h_{i,l}} = \frac{\delta\zeta'}{R}, \quad (\text{П1.33})$$

где R – линейный масштаб независимого единичного измерения на карте, который оценивается для полосы АЦТ к югу от Африки в 167 км. Согласно [9], $\delta\zeta'$ составляет менее 10% дисперсии

сигнала (<2 см для Южного океана). Именно эту оценку мы принимаем для расчета $\delta_{h,i}$.

Также предполагая постоянство ошибки средней АДТ, δ_{ζ} , получаем в (1.7) для ошибки градиента средней АДТ:

$$\delta_{\hat{h}} = \frac{\delta_{\zeta}}{R}. \quad (\text{П1.34})$$

Для версии средней АДТ CNES-CLS09 величина δ_{ζ} оценивается в Южном океане в 1–2 см. (рис. 13 в [13]). Исходя из этого, можно принять δ_{ζ} в среднем по поверхности равным 1.5 см.

Отметим, что форма записи формул (П1.6) и (П1.7) выбрана лишь в целях их унификации вместе с формулами (П1.2–П1.5). Эти формулы с учетом (П1.33) и (П1.34), можно записать в виде:

$$\delta_{\mathcal{J}k_h}^2 = \frac{A}{R^2} \frac{\tau}{\Delta T} \frac{1}{\Delta a} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \mathcal{J}k_{h,i}^2 \delta_{\zeta_{i,l}}^2, \quad (\text{П1.35})$$

$$\delta_{\mathcal{J}k_h}^2 = \frac{A}{R^2} \frac{1}{\Delta a} \sum_{i=1}^N \mathcal{J}k_{h,i}^2 \delta_{\zeta_i}^2. \quad (\text{П1.36})$$

Размерный коэффициент A/R^2 представляет собой отношение масштабов единичного измерения на оси a и на карте и определяется исключительно конфигурацией исследуемой области и выбором a . Оставшиеся части формул (П1.35) и (П1.36) в их правой части зависят по оси a только от шага расчета. Таким образом, вклады ошибок данных вообще не зависят от абсолютных масштабов пространственного единичного измерения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Оценка ошибок расчетов сезонного хода АДТ

Оценку ошибки аппроксимации сезонного хода АДТ синусоидой можно представить в виде трех слагаемых:

$$\delta^2(k(t, \zeta)) = \delta_k^2 + \delta_{k_e}^2 + \delta_{k_{\zeta}}^2, \quad (\text{П2.1})$$

где

$$\delta_k^2 = \frac{1}{L} \frac{\Delta T}{\tau} - 2 \frac{\sum_{l=1}^L (\zeta_l - k(t, \zeta) \sin(t_l - \bar{t}) - \bar{\zeta})^2}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}, \quad (\text{П2.2})$$

$$\delta_{k_e}^2 = \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{l=1}^L k_{\zeta_l}^2 \delta_{e_l}^2, \quad (\text{П2.3})$$

$$\delta_{k_{\zeta}}^2 = \frac{\tau}{\Delta T} \sum_{l=1}^L k_{\zeta_l}^2 \delta_{\zeta_l}^2. \quad (\text{П2.4})$$

В формуле (П2.2) δ_k – стандартная ошибка процедуры расчета, основанная на оценке дисперсии остатка. В формуле (П2.3) $\delta_{k_e}^2$ – оценка вклада процедуры расчета средних за 26 лет значений ζ для каждого месяца по исходным ежедневным данным; δ_{e_l} – среднеквадратичное отклонение АДТ за 26 лет наблюдений для каждого месяца. k_{ζ_l} – частная производная от k по ζ_l :

$$k_{\zeta_l} = \frac{\sin(t_l - \bar{t})}{\sum_{l=1}^L \sin^2(t_l - \bar{t})}. \quad (\text{П2.5})$$

В формуле (П2.4) $\delta_{k_{\zeta}}^2$ – оценка вклада ошибки данных (формальной ошибки картирования); δ_{ζ_l} – формальная ошибка картирования. Поскольку расчет производится в географических точках, рассчитываемое изменение АДТ не зависит от средней динамической топографии. Таким образом, ошибка единичного измерения определяется только формальной ошибкой картирования, оценка которой для Южного океана, как было указано в Приложении 1, составляет менее 2 см. Исходя из этого, для ошибки расчета изменения АДТ принимается $\delta_{\zeta_l} = 2$ см.

Seasonal Meridional Displacement of the Jet Structure of the Antarctic Circumpolar Current South of Africa

R. Yu. Tarakanov[#]

P.P. Shirshov Institute of Oceanology RAS, Nakhimovskiy pr-t, 36, Moscow, 117997 Russia

[#]*e-mail: rtarakanov@gmail.com*

This paper describes a method for analyzing the seasonal variability of the structure of the gradient field of Absolute Dynamic Topography (ADT) based on the satellite altimetry data. This structure is understood as the alternation in the meridional direction of the zones of increased values of the absolute values of the ADT gradient and the zones of their lower values, i.e. jets and inter-jet gaps. The technique uses linear and harmonic regression analyzes and makes it possible to calculate the amplitudes and phases of stationary harmon-

ic oscillations that approximate the seasonal variations in the meridional shift of the structure of the ADT gradient field and in the absolute values of the ADT gradient, as well as to estimate the calculation error. Based on this technique, corresponding calculations were made for the Antarctic Circumpolar Current (ACC) band south of Africa (from 10° W to 25° E). In particular, the amplitude of the seasonal variation of the meridional shift of the ADT gradient field for the ACC as a whole was $0.009 \pm 0.013^{\circ}$ latitude with a maximum northward shift in December. At the same time, there are zones within the ACC band where this amplitude reaches 0.12° , 0.16° and 0.28° latitude. The amplitude of the shift of the indicated field relative to the scale of the ADT itself within the ACC band at different scales is 0.6–2.5 cm. It is shown that this shift is mainly due to the seasonal variation of the ADT at geographic points. The amplitude of the seasonal variation of the ADT gradient modulus relative to both latitude and the ADT scales increases from 1×10^{-3} cm/km in the central part of the ACC to $6-7 \times 10^{-3}$ cm/km at the southern and northern peripheries.

Keywords: dynamic topography, satellite altimetry, jets, Antarctic Circumpolar Current