

Об измерении формфакторов Сакса в процессах без переворота и с переворотом спина протона

М. В. Галынский¹⁾

Объединенный институт энергетических и ядерных исследований – Сосны НАНБ, 220109 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 5 октября 2018 г.

После переработки 15 октября 2018 г.

Принята к публикации 15 ноября 2018 г.

Установлен физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только квадраты формфакторов Сакса. Предложен новый метод их независимого измерения в упругом процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}'$ в случае, когда начальный покоящийся протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона.

DOI: 10.1134/S0370274X19010016

Введение. Эксперименты по изучению электрического (G_E) и магнитного (G_M) формфакторов протона (ФФП), так называемых формфакторов Сакса (ФФС), ведутся с середины 1950-х гг. в реакции упругого рассеяния электрона на протоне. В случае неполяризованных электронов и протонов все экспериментальные данные о поведении ФФП были получены с использованием формулы Розенблюта [1] для дифференциального сечения упругого процесса $ep \rightarrow ep$ в лабораторной системе отсчета (ЛСО), где начальный протон покоится:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \left(G_E^2 + \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right). \quad (1)$$

Здесь $\tau_p = Q^2/4M^2$, $Q^2 = -q^2 = 4E_1 E_2 \sin^2(\theta_e/2)$ – квадрат переданного протону импульса, M – масса протона; E_1 , E_2 , θ_e – соответственно, энергии начального и конечного электронов и угол рассеяния электрона в ЛСО; $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры; ε – степень линейной (поперечной) поляризации виртуального фотона [2, 3] с областью изменений $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $\varepsilon^{-1} = [1 + 2(1 + \tau_p) \tan^2(\theta_e/2)]$.

Формула Розенблюта (1) получена в приближении механизма однофотонного обмена, при этом масса электрона положена равной нулю.

С помощью формулы (1) было установлено, что экспериментальная зависимость ФФС от Q^2 вплоть до $Q^2 \approx 6 \text{ ГэВ}^2$ является дипольной, при этом для отношения $R \equiv \mu_p G_E/G_M$ справедливо $R \approx 1$, где μ_p – магнитный момент протона, $\mu_p = 2.79$.

В работе Ахиезера и Рекало [2] был предложен метод измерения отношения ФФС, основанный на

явлении передачи поляризации от продольно поляризованного начального электрона к конечному протону. Он основан на формуле, полученной в [2] для отношения формфакторов G_E и G_M через отношение степеней поперечной P_t и продольной P_l поляризаций рассеянного протона:

$$R \equiv \frac{\mu_p G_E}{G_M} = -\frac{P_t}{P_l} \frac{E_1 + E_2}{2M} \tan\left(\frac{\theta_e}{2}\right). \quad (2)$$

Прецизионные эксперименты, основанные на использовании формулы (2), были проведены в JLab [4–7] в области $0.5 \leq Q^2 \leq 8.5 \text{ ГэВ}^2$, в которой при $0.5 \leq Q^2 \leq 5.6 \text{ ГэВ}^2$, как оказалось, для отношения R с ростом Q^2 имеет место линейное убывание

$$R = 1 - 0.13(Q^2 - 0.04) \approx 1 - Q^2/8, \quad (3)$$

что свидетельствует о более быстром убывании формфактора G_E по сравнению с G_M .

Повторные, более точные измерения отношения R , основанные на использовании метода Ахиезера–Рекало [7] и метода Розенблюта [8], подтвердили наличие расхождений. Подробное изложение современного состояния этой проблемы имеется в обзоре [9].

Физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2 . В настоящей работе предложен новый метод экспериментального измерения квадратов ФФС с использованием процесса упругого рассеяния $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}'$, в котором G_E^2 и G_M^2 могут быть определены независимо друг от друга прямыми измерениями сечений процесса без переворота и с переворотом спина протона в случае, когда начальный (покоящийся) протон полностью поляризован в направлении движения рассеянного протона. Настоящая работа является развитием нашей работы [10].

¹⁾e-mail: galynski@sosny.bas-net.by

Рассмотрим спиновые 4-векторы s_1 и s_2 начального и конечного протонов с 4-импульсами q_1 и q_2 в произвольной системе отсчета (ПСО). Условия ортогональности ($s_i q_i = 0$) и нормировки ($s_i^2 = -1$) позволяют однозначно определить выражения для их временных (s_{i0}) и пространственных (\mathbf{s}_i) компонент $s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i)$ через их 4-скорости $v_i = q_i/M$, $v_i = (v_{i0}, \mathbf{v}_i)$ следующим образом:

$$s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i), \quad s_{i0} = \mathbf{v}_i \mathbf{c}_i, \quad \mathbf{s}_i = \mathbf{c}_i + \frac{(\mathbf{c}_i \mathbf{v}_i) \mathbf{v}_i}{1 + v_{i0}}, \quad (4)$$

где единичные трехмерные векторы \mathbf{c}_i ($\mathbf{c}_i^2 = 1$) называются осями спиновых проекций ($i = 1, 2$).

В ЛСО, где $q_1 = (M, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$, выберем оси спиновых проекций \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 так, чтобы они совпали с направлением движения конечного протона:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \quad (5)$$

Тогда спиновые 4-векторы начального (s_1) и конечного протонов (s_2) в ЛСО принимают вид:

$$s_1 = (0, \mathbf{n}_2), \quad s_2 = (|\mathbf{v}_2|, v_{20} \mathbf{n}_2), \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \quad (6)$$

Предлагаемый метод основан на выражении для дифференциального сечения процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в ЛСО, полученном в настоящей работе для случая, когда начальный и конечный протоны поляризованы и имеют общую ось спиновых проекций \mathbf{c} (5):

$$\frac{d\sigma_{\delta_1, \delta_2}}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \times \left(\frac{1 + \delta_1 \delta_2}{2} G_E^2 + \frac{1 - \delta_1 \delta_2}{2} \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right), \quad (7)$$

где $\delta_{1,2}$ – удвоенные значения проекций спина начального и конечного протонов на общую ось спиновых проекций \mathbf{c} (5); при этом $-1 \leq \delta_{1,2} \leq 1$.

Отметим, что формула (7) разбивается на сумму двух слагаемых, которые отвечают за вклады переходов без переворота ($\sim G_E^2$) и с переворотом спина протона ($\sim G_M^2$), что обеспечивают поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2 :

$$\omega_+ = (1 + \delta_1 \delta_2)/2, \quad \omega_- = (1 - \delta_1 \delta_2)/2. \quad (8)$$

Действительно, из выражения (7) следует, что если $e\vec{p}$ -рассеяние происходит без переворота спина протона ($\delta_1 = 1, \delta_2 = 1$), то в этом случае вклад в сечение дает только слагаемое, содержащее G_E^2 , поскольку поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2 равны единице ($\omega_+ = 1$) и нулю ($\omega_- = 0$). Если $e\vec{p}$ -рассеяние происходит с переворотом спина протона ($\delta_1 = 1, \delta_2 = -1$), то в этом случае вклад в сечение

дает только слагаемое, содержащее G_M^2 , при этом поляризационные множители ω_+ и ω_- при G_E^2 и G_M^2 равны нулю ($\omega_+ = 0$) и единице ($\omega_- = 1$). Это позволяет переписать сечение (7) процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$, выделив явным образом вклады сечений без переворота ($\sigma^{\uparrow\uparrow}$) и с переворотом ($\sigma^{\downarrow\uparrow}$) спина протона:

$$\frac{d\sigma_{\delta_1, \delta_2}}{d\Omega_e} = \omega_+ \sigma^{\uparrow\uparrow} + \omega_- \sigma^{\downarrow\uparrow}, \quad (9)$$

$$\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma_M G_E^2, \quad \sigma^{\downarrow\uparrow} = \sigma_M \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2, \quad (10)$$

где σ_M – выражение, стоящее перед скобками в (7).

Усредняя и суммируя выражение (9) по поляризациям начального и конечного протонов, для сечения Розенблюта (1), обозначаемого $\sigma_R = d\sigma/d\Omega_e$, получаем другое представление:

$$\sigma_R = \sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\uparrow}. \quad (11)$$

Следовательно, физический смысл разбиения формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2 , заключается в том, что оно является суммой сечений без переворота и с переворотом спина протона (11) в случае, когда начальный покоящийся протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона. При этом электрический G_E и магнитный G_M ФФС определяют вклады матричных элементов (МЭ) протонного тока в случае переходов протона без переворота и с переворотом спина.

В очевидности данной трактовки можно легко убедиться с помощью следующих простых рассуждений. Формулу Розенблюта (1) в случае неполяризованных частиц можно рассматривать (см. (28)) как сумму сечений без переворота и с переворотом спина начального протона, который должен быть полностью поляризован вдоль некоторого направления, определяемого кинематикой процесса. В ЛСО таким выделенным направлением может являться только направление движения рассеянного протона, поскольку других направлений просто нет.

Отметим, что в современной литературе, в том числе, и пособиях по физике элементарных частиц, как правило, утверждается (см. [11]), что использование ФФС является просто удобным, поскольку приводит к разбиению формулы Розенблюта на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2 , придавая ей простой и компактный вид. Поскольку такие формальные соображения о преимуществах ФФС содержатся, в том числе, и в известных монографиях [12, 13], то они не подвергаются сомнениям и воспроизводятся в литературе вплоть до настоящего времени, например, в диссертации [14].

Диагональный спиновый базис (ДСБ). В общем случае для системы двух частиц с разными импульсами $q_1 = (q_{10}, \mathbf{q}_1)$ (до взаимодействия) и $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$ (после взаимодействия) возможность одновременного проектирования спинов на одно общее направление в ПСО определяется трехмерным вектором [15]:

$$\mathbf{a} = \mathbf{q}_2/q_{20} - \mathbf{q}_1/q_{10}. \quad (12)$$

Этот результат был получен в рамках векторной параметризации малой группы Лоренца L_{q_1, q_2} , общей для системы двух частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 ($L_{q_1 q_2} q_1 = q_1, L_{q_1 q_2} q_2 = q_2$) [15]. В частности, как систему из двух частиц можно рассматривать начальную и конечную протоны в реакции $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$.

Отметим, что группа L_{q_1, q_2} реализуется в ДСБ [16], в котором спиновые 4-векторы частиц выражаются через их 4-импульсы (4-скорости). Поскольку трехмерный вектор \mathbf{a} (12) есть разность двух векторов, а геометрический образ разности двух векторов есть диагональ параллелограмма, то это и послужило причиной введения названия “ДСБ”.

Из выражения (12) следует, что в системе покоя начального протона, где $\mathbf{q}_1 = 0$, направление общей оси спиновых проекций определяется направлением движения конечного протона: $\mathbf{a} = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|$. Это подтверждает правильность сделанных выше простых рассуждений о выделенности направления движения конечного протона в ЛСО, которое может служить общей осью спиновых проекций.

Из выражения (12) следует, что в системе центра масс (СЦМ) сталкивающихся частиц ($\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = 0$), например, в системе Брейта (СБ) начального и конечного протонов, где $q_1 = (q_0, -\mathbf{q})$, $q_2 = (q_0, \mathbf{q})$, $q = q_2 - q_1 = (0, 2\mathbf{q})$, общей осью спиновых проекций, как и в ЛСО, является направление движения конечного протона: $\mathbf{a} = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2| = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$, совпадающее с направлением передаваемого импульса.

В ДСБ спиновые 4-векторы s_1 и s_2 начального и конечного протонов (фермионов) с 4-скоростями v_1 и v_2 ($s_i v_i = 0$, $v_i^2 = 1$, $s_i^2 = -1$) имеют вид [16]:

$$s_1 = -\frac{(v_1 v_2) v_1 - v_2}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}, \quad s_2 = \frac{(v_1 v_2) v_2 - v_1}{\sqrt{(v_1 v_2)^2 - 1}}. \quad (13)$$

Очевидно, что спиновые 4-векторы (13) не изменяются при преобразованиях малой группы Лоренца L_{q_1, q_2} , общей для частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 . Это позволяет использовать их для описания спиновых состояний системы из двух частиц в ПСО с помощью проекций спина на одно общее направление, определяемое 3-вектором (12). В частности, в ЛСО

спиновые 4-векторы s_1 и s_2 (13) принимают вид (6), им соответствуют оси спиновых проекций (5).

Совпадение малых групп Лоренца для частиц с 4-импульсами q_1 и q_2 в ДСБ (13) обуславливает ряд его замечательных свойств. Одно из них заключается в том, что в ДСБ (13) операторы проекции спина σ_1 и σ_2 , а также повышающие и понижающие спиновые операторы $\sigma_1^{\pm\delta}$ и $\sigma_2^{\pm\delta}$ для начальной и конечной частиц имеют одинаковый вид, т.е. совпадают [17]:

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \gamma^5 \hat{s}_1 \hat{v}_1 = \gamma^5 \hat{s}_2 \hat{v}_2 = \gamma^5 \hat{b}_0 \hat{b}_3, \quad (14)$$

$$\sigma^{\pm\delta} = \sigma_1^{\pm\delta} = \sigma_2^{\pm\delta} = -1/2 \gamma^5 \hat{b}_{\pm\delta}, \quad (15)$$

где произвольный 4-вектор со шляпкой \hat{a} есть свертка $\hat{a} = a_\mu \gamma^\mu$, γ^5 и γ^μ – матрицы Дирака; $b_{\pm\delta}$ – круговые 4-векторы, $b_{\pm\delta} = b_1 \pm i \delta b_2$, $b_{\pm\delta}^2 = 0$, $\delta = \pm 1$.

В выражениях (14), (15) для построения спиновых операторов использована тетрада ортонормированных 4-векторов b_A ($A = 0, 1, 2, 3$):

$$b_0 = q_+ / \sqrt{q_+^2}, \quad b_3 = q_- / \sqrt{-q_-^2}, \quad (16)$$

$$(b_1)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} b_0^\nu b_3^\kappa b_2^\sigma, \quad (b_2)_\mu = \varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma} q_1^\nu q_2^\kappa r^\sigma / \rho,$$

где $q_+ = q_2 + q_1$, $q_- = q_2 - q_1$, $\varepsilon_{\mu\nu\kappa\sigma}$ есть тензор Леви-Чивита ($\varepsilon_{1230} = 1$), r – 4-импульс частицы, участвующей в реакции, отличный от q_1 и q_2 (например, 4-импульс начального или конечного электрона в случае рассматриваемого процесса $e p \rightarrow e p$); ρ определяется из условий нормировки $b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = -b_0^2 = -1$. Совпадение спиновых операторов в ДСБ (13) позволяет в ковариантном виде разделить взаимодействия без переворота и с переворотом спина частиц, участвующих в реакции, и тем самым проследить за динамикой спинового взаимодействия.

Расчет МЭ процессов КЭД в ДСБ. Амплитуды процессов КЭД в канале рассеяния имеют вид

$$M^{\pm\delta, \delta} = \bar{u}^{\pm\delta}(q_2) Q_{in} u^\delta(q_1), \quad (17)$$

где $u^\delta(q_i) = u^\delta(q_i, s_i)$ – биспиноры начального и конечного состояний фермионов, нормированные условием $\bar{u}^\delta(q_i) u^\delta(q_i) = 2M$, $q_i^2 = M^2$ ($i = 1, 2$); Q_{in} – оператор взаимодействий.

Расчет МЭ вида (17) может быть сведен к операции вычисления шпура от произведения операторов:

$$M^{\pm\delta, \delta} = Tr(P_{21}^{\pm\delta, \delta} Q_{in}), \quad P_{21}^{\pm\delta, \delta} = u^\delta(q_1) \bar{u}^{\pm\delta}(q_2). \quad (18)$$

Для нахождения операторов $P_{21}^{\pm\delta, \delta}$ известен ряд методов [17, 18]. В используемом подходе Богуша-Федорова [17], в отличие, например, от [18], построение $P_{21}^{\pm\delta, \delta}$ сводится к нахождению оператора T_{21} , переводящего $u^\delta(q_1) \rightarrow u^\delta(q_2)$, $u^\delta(q_2) = T_{21} u^\delta(q_1)$.

Необходимо также знать и обратный к нему оператор $T_{12} = T_{21}^{-1}$, $T_{21}T_{12} = 1$. В ДСБ (13) операторы T_{21} и T_{12} имеют одинаковый вид [17]:

$$T_{21} = T_{12} = \hat{b}_0.$$

В результате для оператора $P_{21}^{\delta,\delta}$ (18) имеем:

$$P_{21}^{\delta,\delta} = u^\delta(q_1) \bar{u}^\delta(q_1) T_{12} = \tau_1^\delta T_{12} = T_{12} \tau_2^\delta, \quad (19)$$

где $\tau_i^\delta = u^\delta(q_i) \bar{u}^\delta(q_i)$ – проективные операторы состояний частиц с 4-импульсами q_i и спиновыми 4-векторами s_i ($q_i s_i = 0$, $s_i^2 = -1$, $i = 1, 2$):

$$\tau_i^\delta = 1/2 (\hat{q}_i + M) (1 - \delta \gamma^5 \hat{s}_i). \quad (20)$$

С помощью соотношений (14) операторы τ_i^δ (20) в ДСБ можно представить в виде [17]:

$$\tau_i^\delta = -1/4 (\hat{q}_i + M) \hat{b}_\delta \hat{b}_\delta^*, \quad (21)$$

где $b_\delta^* = b_{-\delta} = b_1 - i\delta b_2$, $b_\delta b_\delta^* = -2$, $b_\delta^2 = b_\delta^{*2} = 0$.

Оператор $P_{21}^{-\delta,\delta}$ (18) сводится к произведению операторов $\sigma^{+\delta}$ (15) и $P_{21}^{-\delta,-\delta}$ (19):

$$P_{21}^{-\delta,\delta} = \sigma^{+\delta} P_{21}^{-\delta,-\delta} = \sigma^{+\delta} \tau_1^{-\delta} T_{12} = \sigma^{+\delta} T_{12} \tau_2^{-\delta}. \quad (22)$$

В результате для операторов $P_{21}^{\pm\delta,\delta}$ (18) имеем компактные выражения [17]:

$$P_{21}^{\delta,\delta} = (\hat{q}_1 + M) \hat{b}_\delta \hat{b}_0 \hat{b}_\delta^*/4, \quad (23)$$

$$P_{21}^{-\delta,\delta} = \delta (\hat{q}_1 + M) \hat{b}_\delta \hat{b}_3/2. \quad (24)$$

Они позволяют провести расчет МЭ процессов КЭД в ДСБ, соответствующих переходам без переворота и с переворотом спина в случае произвольных Q_{in} .

Отметим, что общую структуру зависимости квадратов модулей МЭ (17) от поляризаций частиц можно установить из их общего вида, не производя вычислений. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим МЭ процессов КЭД (17) в самом общем виде

$$M(\delta_1, \delta_2) \equiv M^{\pm\delta_2, \delta_1} = \bar{u}^{\pm\delta_2}(q_2) Q_{in} u^{\delta_1}(q_1). \quad (25)$$

Используя свойства множителей ω_\pm (8) при $\delta_{1,2} = \pm 1$ ($\omega_\pm^2 = \omega_\pm$, $\omega_\pm \omega_\mp = 0$), получаем соотношения:

$$M(\delta_1, \delta_2) = \omega_+ M^{+\delta_2, \delta_1} + \omega_- M^{-\delta_2, \delta_1}, \quad (26)$$

$$|M(\delta_1, \delta_2)|^2 = \omega_+ |M^{+\delta_2, \delta_1}|^2 + \omega_- |M^{-\delta_2, \delta_1}|^2. \quad (27)$$

В рассматриваемом процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$, когда электроны неполяризованы, спиновые корреляции в (27), за исключением тех, что имеются в ω_\pm , должны отсутствовать. Это означает, что $|M^{\pm\delta_2, \delta_1}|^2$ не зависят от

δ_1 и δ_2 , а усредненный и просуммированный по поляризациям квадрат модуля МЭ (25) имеет вид:

$$\overline{|M(\delta_1, \delta_2)|^2} = |M^{\uparrow\uparrow}|^2 + |M^{\downarrow\downarrow}|^2. \quad (28)$$

Матричные элементы протонного тока и сечение процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$. В приближении однофотонного обмена МЭ процесса упругого $e\vec{p}$ -рассеяния

$$e(p_1) + p(q_1, s_1) \rightarrow e(p_2) + p(q_2, s_2) \quad (29)$$

есть произведение электронного и протонного токов

$$M_{ep \rightarrow ep} = 4\pi\alpha T/q^2, \quad T = (J_e)_\mu (J_p)^\mu. \quad (30)$$

Токи $(J_e)_\mu$ и $(J_p)^\mu$ имеют вид:

$$(J_e)_\mu = \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1), \quad (31)$$

$$(J_p)^\mu = \bar{u}(q_2) \Gamma_\mu(q^2) u(q_1), \quad (32)$$

$$\Gamma_\mu(q^2) = F_1 \gamma_\mu + \frac{F_2}{4M} (\hat{q} \gamma_\mu - \gamma_\mu \hat{q}), \quad (33)$$

где $u(p_i)$ и $u(q_i)$ – биспиноры электронов и протонов с 4-импульсами p_i и q_i , $p_i^2 = m^2$, $q_i^2 = M^2$, $\bar{u}(p_i)u(p_i) = 2m$, $\bar{u}(q_i)u(q_i) = 2M$ ($i = 1, 2$); F_1 и F_2 – дираковский и паулиевский ФФП, $q = q_- = q_2 - q_1$ – 4-импульс, переданный протону; s_1 и s_2 – 4-векторы поляризации начального и конечного протонов.

Дифференциальное сечение процесса имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2} \frac{|T|^2}{q^4}, \quad (34)$$

где $I^2 = (p_1 q_1)^2 - m^2 M^2$, $|t| = Q^2 = -q^2$.

МЭ протонного тока (32), вычисленные по формулам (18), (23), (24) в ДСБ (13), имеют вид [16]:

$$(J_p^{\delta,\delta})_\mu = 2M G_E (b_0)_\mu, \quad (35)$$

$$(J_p^{-\delta,\delta})_\mu = -2M \delta \sqrt{\tau_p} G_M (b_\delta)_\mu, \quad (36)$$

где G_E и G_M – формфакторы Сакса (ФФС):

$$G_E = F_1 - \tau_p F_2, \quad G_M = F_1 + F_2. \quad (37)$$

Следовательно, в МЭ протонного тока, отвечающих переходам без переворота (35) и с переворотом спина протона (36), в ДСБ имеет место факторизация ФФС G_E и G_M , что придает им фундаментальный физический смысл, как величинам, определяющим вероятность перехода протона без переворота и с переворотом спина в случае, когда оси спиновых проекций совпадают и имеют вид (12).

С помощью МЭ (35), (36) расчет величин $|T|^2$ ($T^{\pm\delta,\delta} = (J_e)^\mu (J_p^{\pm\delta,\delta})_\mu$), определяющих сечение процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ (34), сводится к вычислению шпуров:

$$|T^{+\delta, \delta}|^2 = 4M^2 G_E^2 \text{Tr}(\hat{p}_2 + m)\hat{b}_0(\hat{p}_1 + m)\hat{b}_0/2, \quad (38)$$

$$|T^{-\delta, \delta}|^2 = 4M^2 \tau_p G_M^2 \text{Tr}(\hat{p}_2 + m)\hat{b}_\delta(\hat{p}_1 + m)\hat{b}_\delta^*/2. \quad (39)$$

В результате простых вычислений имеем:

$$|T^{+\delta, \delta}|^2 = \frac{G_E^2}{1 + \tau_p} Y_1, \quad |T^{-\delta, \delta}|^2 = \frac{\tau_p G_M^2}{1 + \tau_p} Y_2, \quad (40)$$

$$Y_1 = (p_+ q_+)^2 + q_+^2 q_-^2, \quad (41)$$

$$Y_2 = (p_+ q_+)^2 - q_+^2 (q_-^2 + 4m^2), \quad (42)$$

где $p_+ = p_1 + p_2$, $q_+ = q_1 + q_2$, $q_- = q_2 - q_1 = q$.

Отметим, что, во-первых, величины $|T^{\pm\delta, \delta}|^2$ (40) не зависят от поляризаций протонов, что согласуется с вышесказанным. Во-вторых, происхождение знаменателей в (40) обусловлено нормировкой 4-вектора b_0 (16) и соотношением $q_+^2 = 4M^2(1 + \tau_p)$.

Величина $|T|^2$, определяющая сечение (34) процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в ДСБ (13), имеет вид (см. (27)):

$$|T_{\delta_1, \delta_2}|^2 = \omega_+ |T^{+\delta, \delta}|^2 + \omega_- |T^{-\delta, \delta}|^2. \quad (43)$$

Отметим, что расчет величины $|T_{\delta_1, \delta_2}|^2$ в ДСБ с использованием стандартных методов [12, 13], дает совпадающий с (43) результат.

В результате для дифференциального сечения процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в ДСБ в ПСО имеем

$$\frac{d\sigma_{\delta_1, \delta_2}}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2(1 + \tau_p)} (\omega_+ G_E^2 Y_1 + \omega_- \tau_p G_M^2 Y_2) \frac{1}{q^4}. \quad (44)$$

Полагая в формуле (44) $\delta_2 = 0$ и удваивая результат, получаем выражение для сечения процесса $ep \rightarrow ep$ в ПСО для случая, когда все участвующие в процессе частицы являются неполяризованными:

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{\pi\alpha^2}{4I^2(1 + \tau_p)} (G_E^2 Y_1 + \tau_p G_M^2 Y_2) \frac{1}{q^4}. \quad (45)$$

Это выражение совпадает с формулой (34.3.3) в [12].

Полученные выражения для $Y_{1,2}$ удобно выразить через переменные Манделштама: $s = (p_1 + q_1)^2$, $t = (q_2 - q_1)^2$, $u = (q_2 - p_1)^2$. Обращая связь, для скалярных произведений получим: $p_+ q_+ = s - u$, $q_+^2 = 4M^2 - t$, $q_-^2 = t$, $\tau_p = -t/4M^2$, откуда имеем

$$Y_1 = (s - u)^2 + (4M^2 - t)t, \quad (46)$$

$$Y_2 = (s - u)^2 - (4M^2 - t)(t + 4m^2). \quad (47)$$

Выражение $4I^2$ в (34) в переменных s, t, u имеет вид:

$$4I^2 = (s - (M + m)^2)(s - (M - m)^2) = \lambda(s, m^2, M^2),$$

где $\lambda(s, m^2, M^2)$ – функция Челлена.

Отметим, что в ЛСО выражение (44) принимает вид (7), если пренебречь массой электрона, а выражение (45), записанное в терминах s, t, u , совпадает с формулой (139.4) в [13].

Важно отметить также, что в литературе имеется достаточно информации для того, чтобы понять физический смысл не только разбиения формулы Розенблюта (1), но и самих ФФС. Толчком к достижению такого понимания могло бы послужить упражнение (8.7) в [11], где приводится явный вид спиральных амплитуд протонного тока $J_p^{\pm\lambda, \lambda}$ в СБ, где $q_1 = (q_0, -\mathbf{q})$, $q_2 = (q_0, \mathbf{q})$, $q = q_2 - q_1 = (0, 2\mathbf{q})$.

Амплитуды $J_p^{\pm\lambda, \lambda}$, приведенные в [11], имеют вид:

$$J_p^{-\lambda, \lambda} = 2MG_E b_0, \quad J_p^{\lambda, \lambda} = -2\lambda|\mathbf{q}| G_M b_\lambda, \quad (48)$$

где M – масса протона, $2|\mathbf{q}| = \sqrt{Q^2}$, $Q^2 = -q^2$, b_λ – круговой 4-вектор, $b_\lambda = b_1 + i\lambda b_2$, $\lambda = \pm 1$,

$$\begin{aligned} (b_0)^\mu &= (1, 0, 0, 0), (b_1)^\mu = (0, 1, 0, 0), \\ (b_2)^\mu &= (0, 0, 1, 0), (b_3)^\mu = (0, 0, 0, 1). \end{aligned} \quad (49)$$

Поскольку в СБ направления импульсов начального и конечного протонов противоположны, то переход протона с сохранением знака спиральности является переходом с переворотом спина протона ($J_\mu^{\lambda, \lambda} = J_\mu^{\uparrow\downarrow} = J_\mu^{\delta, -\delta}$), а переход протона с изменением знака спиральности есть переход без переворота спина протона ($J_\mu^{-\lambda, \lambda} = J_\mu^{\downarrow\uparrow} = J_\mu^{-\delta, -\delta}$). В этом легко убедиться с помощью рис. 1.

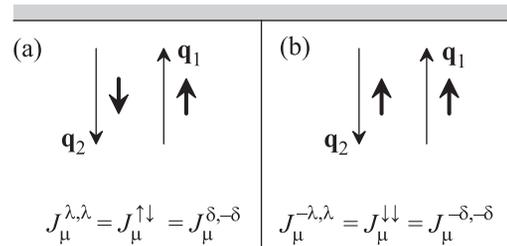


Рис. 1. Система Брейта начального и конечного протонов, где $\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 = 0$. Длинные (короткие) стрелки изображают импульсы (спины) протонов. Левый рисунок (а) соответствует переходу с сохранением спиральности ($\lambda_2 = \lambda_1 = +1$), при котором спин у протона переворачивается. Правый рисунок (б) соответствует переходу протона с изменением знака спиральности ($\lambda_1 = +1, \lambda_2 = -1$), при котором спин протона не переворачивается

В литературе переходы с сохранением спиральности довольно часто называют переходами без переворота спина. Пример СБ показывает, что такие утверждения могут быть ошибочными.

Сказанное выше позволяет переписать МЭ (48) в терминах амплитуд $J_p^{\pm\delta, \delta}$ ($\delta = \pm 1$), соответствующих переходам протона без переворота и с переворотом спина в случае, когда спины начального и

конечного протона проектируются на одно общее направление, совпадающее с направлением движения конечного протона в СБ:

$$J_p^{\delta,\delta} = 2MG_E b_0, \quad J_p^{-\delta,\delta} = -2\delta M\sqrt{\tau_p} G_M b_\delta. \quad (50)$$

Отметим, во-первых, что МЭ (50) являются более удобными по сравнению со спиральными амплитудами (48), например, в случае перехода от СБ к ЛСО, в которой понятие спиральности для начального протона неприменимо. Во-вторых, явный вид МЭ (50) и МЭ (35), (36) в ДСБ (справедливых в ПСО) совпадает, при этом амплитуды (50) являются частным случаем МЭ (35), (36). Чтобы это показать, достаточно убедиться в том, что тетрада 4-векторов (16) переходит в СБ в тетраду единичных 4-векторов (49). Мы ограничим свое рассмотрение 4-векторами b_0 и b_3 в (16) и в (49). Действительно, поскольку 4-векторы b_0 и b_3 в (16) являются нормированными на единицу сумму $(q_+/\sqrt{q_+^2})$ и разность $(q_-/\sqrt{-q_-^2})$ 4-импульсов протонов, то для них в СБ при выборе направления движения конечного протона вдоль третьей оси имеем: $q_+ = q_1 + q_2 = (2q_0, 0, 0, 0)$, $q_- = q_2 - q_1 = (0, 0, 0, 2|\mathbf{q}|)$. В результате нормировки 4-векторы b_0 и b_3 в (16) переходят в СБ в единичные 4-векторы $b_0 = (1, 0, 0, 0)$ и $b_3 = (0, 0, 0, 1)$. Аналогично можно показать и переход 4-векторов b_1 и b_2 в (16) в соответствующие 4-векторы тетрады (49) в СБ.

Для обратного перехода от спиральных (48) или диагональных амплитуд (50) в СБ к МЭ протонного тока в ДСБ (35), (36) достаточно выразить тетраду (49), векторы которой входят в амплитуды протонного тока $J_\mu^{\pm\delta,\delta}$ (50), через 4-импульсы частиц, участвующих в реакции, используя алгоритм построения тетрады 4-векторов (16). При этом нет необходимости применять преобразования Лоренца для получения выражений, справедливых в ПСО.

Таким образом, содержащийся в [11] пример рассмотрения МЭ протонного тока в СБ однозначно является подсказкой к пониманию физического смысла как ФФС, так и разбиения формулы Розенблюта, но она, к сожалению, читателями [11] была не замечена.

Поскольку 4-векторы $J_\mu^{-\lambda,\lambda}$ и $J_\mu^{\lambda,\lambda}$ в (48) имеют отличные от нуля только временную и пространственные компоненты, то на этом основании в [11] их ошибочно объединяют в единый 4-вектор, т.е. пишут $J^\mu = (\rho, \mathbf{J})$, где $\rho = (J^{-\lambda,\lambda})_0$, $\mathbf{J} = \mathbf{J}^{\lambda,\lambda}$. Общий вид МЭ (26) в ДСБ позволяет эту ошибку исправить:

$$(J_p)_\mu = \omega_+(J_p^{+\delta,\delta})_\mu + \omega_-(J_p^{-\delta,\delta})_\mu, \quad (51)$$

где $(J_p^{\pm\delta,\delta})_\mu$ – МЭ протонного тока (35), (36) в ДСБ.

В результате для симметричных частей адронного ($H_{\mu\nu}$) и лептонного ($L_{\mu\nu}$) тензоров имеем:

$$H_{\mu\nu} = \omega_+ H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} + \omega_- H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta}, \quad (52)$$

$$H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} = 4M^2 G_E^2 \frac{(q_+)_\mu (q_+)_\nu}{q_+^2}, \quad (53)$$

$$H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta} = 4M^2 \tau_p G_M^2 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{(q_+)_\mu (q_+)_\nu}{q_+^2} \right), \quad (54)$$

$$L^{\mu\nu} = p_+^\mu p_+^\nu + q^2 g^{\mu\nu}. \quad (55)$$

Таким образом, адронный тензор $H_{\mu\nu}$ (52) в ДСБ естественным образом разбивается на сумму вкладов, отвечающих переходам без переворота (53) и с переворотом (54) спина протона, которые в то же время являются вкладами продольной ($H_{\mu\nu}^{\delta,\delta} = H_{\mu\nu}^L$) и поперечной ($H_{\mu\nu}^{-\delta,\delta} = H_{\mu\nu}^T$) частей соответственно.

В случае неполяризованных протонов адронный тензор принимает вид

$$\bar{H}_{\mu\nu} = H_{\mu\nu}^L + H_{\mu\nu}^T. \quad (56)$$

Перемножая тензоры $H_{\mu\nu}$ и $L^{\mu\nu}$, получаем выражение (43) для $|T_{\delta_1, \delta_2}|^2$.

Закключение. В работе в борновском приближении проведен расчет дифференциального сечения процесса $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}'$ в ДСБ в ПСО. Полученное выражение для сечения (7) в ЛСО может быть использовано для измерения квадратов ФФС, G_E^2 и G_M^2 , в процессах без переворота и с переворотом спина в случае, когда начальный протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона. В асимптотическом пределе больших Q^2 , когда $\tau_p \gg 1$, вклад в сечение (44) дают только переходы с переворотом спина протона, при которых спиральность сохраняется. Чтобы это понять, достаточно перейти из ПСО в СБ и воспользоваться рис. 1. Отметим, что вывод о перевороте спина в процессах с сохранением спиральности справедлив не только для протонов, но и для точечных электронов при $\tau_e \gg 1$.

1. M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 (1950).
2. А. И. Ахиезер, М. П. Рекало, ЭЧАЯ **4**, 662 (1973).
3. М. В. Галынский, М. И. Левчук, ЯФ **60**(11), 2028 (1997).
4. M. K. Jones, K. A. Aniol, F. T. Baker et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **84**, 1398 (2000).
5. O. Gayou, K. Wijesooriya, A. Afanasev et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **64** 038202 (2001).
6. O. Gayou, E. J. Brash, M. K. Jones et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **88**, 092301 (2002).
7. A. Puckett, E. J. Brash, O. Gayou et al. (Collaboration), Phys. Rev. C **85**, 045203 (2012).
8. I. A. Qattan, J. Arrington, R. E. Segel et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **94**, 142301 (2005).

9. S. Racetti, R. Baldini Ferroli, and E. Tomasi-Gustafsson, Phys. Rept. **550–551**, 1 (2015).
10. М. В. Галынский, Э. А. Кураев, Ю. М. Быстрицкий, Письма в ЖЭТФ **88**(8), 555 (2008).
11. Ф. Хелзен, А. Мартин, *Кварки и лептоны*, Мир, М. (1987), 456 с.
12. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, Наука, М. (1969), 624 с.
13. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, М. (1989), 724 с.
14. A. J. Puckett, arXiv: nucl-ex/1508.01456.
15. Ф. И. Федоров, ТМФ **2**(3), 343 (1970).
16. С. М. Сикач, Весті АН БССР, Сер. фіз.-мат. навук **2**, 84 (1984).
17. М. В. Галынский, С. М. Сикач, ЭЧАЯ **29**(5), 1133 (1998).
18. Cédric Lorcé, Phys. Rev. D **97**, 016005 (2018).