

Взаимодействие электронов и дипольных экситонов в двумерных системах (Миниобзор)

А. В. Каламейцев⁺, М. М. Махмудиан^{+*1)}, А. В. Чаплик^{+*1)}

⁺Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН,
630090 Новосибирск, Россия

^{*}Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 16 мая 2019 г.

После переработки 16 мая 2019 г.

Принята к публикации 17 мая 2019 г.

В обзоре представлены результаты исследований, выполненных в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) по теории эффектов, связанных с взаимодействием не прямых дипольных экситонов между собой и с двумерным электронным газом. Особое внимание уделено ситуациям, в которых экситонный газ находится в состоянии, аналогичном бозе-эйнштейновской конденсации. Рассмотрены экситоны в электростатических ловушках, поляронные эффекты в гибридных электрон-экситонных структурах, отклик гибридной системы на внешнее электромагнитное возмущение и увлечение экситонного газа током в двумерном электронном газе. Показано, что некоторые электронные эффекты в гибридных структурах могут служить “маркерами” фазового перехода в системе экситонов.

DOI: 10.1134/S0370274X19120087

Введение. В предлагаемом обзоре изложены результаты работ, выполненных в рамках гранта Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), по теории экситонных и электрон-экситонных явлений в двумерных системах. Особое внимание уделено ситуациям, в которых газ дипольных экситонов находится в состоянии бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК). Развитие экспериментальной техники получения долгоживущих пространственно не прямых экситонов существенно расширило круг искусственно созданных систем, в которых реализуется конденсат бозе-частиц. До этого такими системами были магнитные и оптические ловушки ультрахолодных атомов с температурой перехода T_c в области микрокельвин. Существенно (5–6 порядков!) более высокие температуры перехода достигаются в экситонных системах – двойных или широких одинарных квантовых ямах, что, безусловно, более благоприятно для развития различных методов исследования и управления экситонной жидкостью.

Другая группа задач связана с гибридными системами, в которых взаимодействуют между собой электронный и экситонный газы. Интерес к таким системам связан, прежде всего, с возможностью ис-

следовать различные “чисто электронные” эффекты в условиях влияния на них фазового перехода в бозе-системе. В последние годы особое внимание привлекают структуры, состоящие из двумерного электронного газа и двумерного газа не прямых дипольных экситонов, обладающих большим временем жизни [1–7]. Все характерные параметры обеих компонент в такой гибридной системе могут управляемо варьироваться в широких пределах, что особенно привлекательно для эксперимента. Схематично обсуждаемая структура изображена на рис. 1.

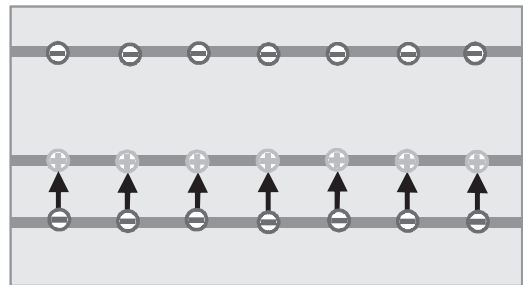


Рис. 1. (Цветной онлайн) 2D электронный газ и дипольные экситоны

Мы начнем с рассмотрения поведения дипольных экситонов в двумерных ловушках, а гибридные системы составят содержание второй части обзора.

¹⁾e-mail: mahmood@isp.nsc.ru; chaplik@isp.nsc.ru

Бозе-конденсация в двумерных электростатических ловушках. Как известно, при бесконечных размерах двумерной бозонной системы конденсация невозможна ($T_c = 0$ вследствие бесконечной “емкости” состояний континуума). Это утверждение относится к однородным системам, энергетический спектр которых непрерывен, а закон дисперсии соответствует свободной частице $E = p^2/2m$. Если же имеется локальное состояние с дискретным уровнем энергии $E = \varepsilon_0 < 0$, то при некоторой конечной температуре T_c на этом уровне накапливается макроскопическое число частиц [8]. Поэтому эксперименты с дипольными непрямыми экситонами проводятся, как правило, в неоднородных структурах с потенциальными ловушками для экситонов [9–13]. Теоретические исследования трехмерных ловушек с холодными атомами показывают, что температура перехода, а также зависимость числа частиц в конденсате (т.е. на нижайшем уровне ловушки) от температуры существенно зависят от формы удерживающего потенциала и от межчастичного взаимодействия [14, 15]. Естественно ожидать, что свои специфические зависимости появятся и в задаче о двумерных дипольных экситонах в плоских ловушках [16].

Будем для конкретности говорить о кольцевой ловушке, описанной в экспериментах [17]. Полевой электрод с круглым отверстием диаметром в несколько микрон создает потенциальную яму для вертикально ориентированного экситона вследствие известной корневой сингулярности электрического поля вблизи края заряженной металлической плоскости. Характерный размер ямы в радиальном направлении порядка расстояния полевого электрода от плоскости, в которой движутся экситоны и, по крайней мере, на порядок меньше диаметра кольца. Поэтому в задаче имеются две характерные энергии, существенно различные по порядку величины: квант радиальных колебаний экситона в ловушке Ω и вращательная постоянная $B = \hbar^2/2Ma^2$, соответствующая спектру свободного вращения экситона массы M по окружности радиуса a , причем $\Omega \gg B$. Рассмотрим сначала конденсацию в модели идеального бозе-газа.

Одночастичный спектр в кольцевой ловушке дается выражением

$$E_{v,l} = \varepsilon_v + Bl^2, \quad B = \hbar^2/2Ma^2, \quad (1)$$

$$l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad v = 0, 1, \dots, v_{\max}$$

(для захваченных частиц $\varepsilon_v < 0$). Через v_{\max} обозначен номер последнего уровня в потенциале радиального движения; этот потенциал, как следует из ре-

шения электростатической задачи, убывает как куб расстояния, так что число уровней в нем конечно).

Полное число дипольных экситонов при конечном значении температуры T складывается из захваченных частиц N_- , для которых $v \leq v_{\max}$, и делокализованных в радиальном направлении частиц N_+ . Энергия последних, отсчитанная от химпотенциала, даже для $l = 0$ не меньше $|\varepsilon_0| \sim |U_{\min}|$ – глубины потенциальной ямы ловушки, поскольку химпотенциал не может подняться выше минимально возможной энергии. Мы будем рассматривать температуры, много меньшие глубины ловушки, так что величина N_+ , пропорциональная $\exp(-\beta|U_{\min}|)$, пренебрежимо мала по сравнению с N_- . Соответственно, критическая температура T_c определяется только захваченными частицами:

$$N_- = 2 \sum_{l=1}^{\infty} f(0, l) + \sum_{v=1}^{v_{\max}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} f(v, l) + N_{00}, \quad (2)$$

где

$$f(0, l) = \frac{1}{e^{\beta Bl^2} - 1}, \quad f(v, l) = \frac{1}{e^{\beta(Bl^2 + \varepsilon_v - \varepsilon_0)} - 1}. \quad (3)$$

Здесь $\beta = 1/T$, N_{00} – число частиц в состоянии $v = l = 0$, в котором накапливается конденсат. В формулах (2), (3) предполагается, что $T \leq T_c$, поэтому химический потенциал $\mu = \varepsilon_0$. Температура T_c при заданном числе захваченных частиц N_- находится из (2) при $N_{00} = 0$.

Параметры используемых в эксперименте ловушек таковы, что всегда можно считать $T \gg B$, тогда как соотношение между температурой и колебательным квантом Ω может быть произвольным. Простые, но несколько длинные вычисления приводят к следующим результатам. Если $T \ll \Omega$, получается

$$T_c = \frac{3}{\pi^2} BN_-, \quad N_{00}/N_- = 1 - T/T_c, \quad (4)$$

и для согласования с условием $T_c \ll \Omega$ должно быть $N_- \ll (\pi^2/3)\Omega/B$. В обратном предельном случае $T_c \gg \Omega$ воспользуемся осцилляторной моделью спектра радиального движения: $\varepsilon_v - \varepsilon_0 = v\Omega$. В зависимости от числа частиц N_- могут существовать два режима. При $N_- \ll (\Omega/B)^2$ опять реализуется случай (4) – колебательный вклад мал по сравнению с вращательным, т.е. имеется бозе-газ в одномерном кольце, хотя теперь уже возможно и $N_- \gg \Omega/B$. При $N_- \gg (\Omega/B)^2$

$$T_c = (\Omega N_-)^{2/3} B^{1/3} / \pi^{1/3} [\zeta(3/2)]^{2/3},$$

$$N_{00}/N_- = 1 - (T/T_c)^{3/2}. \quad (5)$$

Условие применимости рассматриваемого режима $T_c \gg \Omega$ принимает вид $N_- \gg \sqrt{\Omega/B}$ и выполняется в данном случае автоматически. Зависимости

T_c от числа частиц и доли частиц в конденсате от температуры формально совпадают с таковыми для трехмерного идеального бозе-газа, хотя формулы (5) относятся к двумерному газу в кольце конечной ширины.

Взаимодействующий бозе-газ в ловушке.

Корректный учет межчастичного взаимодействия в системах многих частиц представляет значительные математические трудности. Наиболее частым приближением в таких задачах является приближение среднего поля (ПСП) (*mean field approximation*), в котором пренебрегают флуктуациями, а частицы рассматриваются как сплошная среда с неоднородной плотностью.

Диполь-дипольное взаимодействие не прямых параллельных друг другу экситонов убывает с расстоянием как ρ^{-3} и для двумерной системы является короткодействующим в том смысле, что $\int V(\boldsymbol{\rho})d\boldsymbol{\rho}$ сходится. Поскольку характерные расстояния между частицами всегда много больше плеча диполя L , взаимодействие можно считать контактным $V(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}') = V_0\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')$. В этом случае потенциал W_{ind} , созданный в точке нахождения “пробного” диполя всеми остальными диполями, просто пропорционален локальной плотности частиц $n(\boldsymbol{\rho})$, которая фигурирует в ПСП:

$$W_{\text{ind}}(\boldsymbol{\rho}) = V_0 n(\boldsymbol{\rho}), \quad V_0 = 4\pi e^2 L/\kappa. \quad (6)$$

Если описывать систему частиц классической функцией распределения (статистика при этом может быть и квантовой) и через нее определить плотность, зависящую от потенциала в данной точке, то возникает хорошо известное приближение Томаса–Ферми. Существуют, однако, ситуации, в которых, по крайней мере, некоторые степени свободы частиц требуют квантового описания. Именно таким примером являются дипольные экситоны в электростатической ловушке [18]. В этом случае плотность частиц должна быть выражена через их волновые функции в эффективном потенциале. Последний сам зависит от волновых функций и чисел заполнения квантовых состояний, так что надо решать самосогласованную задачу. В случае короткодействующего взаимодействия между частицами (двумерный газ дипольных экситонов) возникает нелинейное волновое уравнение. К подобным задачам применяют также метод функционала плотности, который на последнем этапе вычислений использует вариационный принцип и численные расчеты. В предлагаемой работе [18] рассмотрен пример, допускающий точное аналитическое решение. Имеются в виду дипольные экситоны в плоской кольцевой ловушке в ультракванто-

вом пределе по радиальному движению. Возникающее здесь волновое уравнение с потенциальной энергией, пропорциональной $|\psi|^2$, решается для прямоугольной ямы конечной глубины в качестве затравочного потенциала ловушки. Эффективный потенциал, учитывающий межэкситонное взаимодействие, очевидно, не зависит от азимутального угла в плоскости кольца, так что одночастичный спектр имеет тот же вид, что приведенный выше для идеального газа: $E_{v,l} = \varepsilon_v + Bl^2$. Межэкситонный потенциал V считаем контактным, и тогда эффективный потенциал в ПСП дается выражением:

$$W(x) = U(x) + V_0 \sum_{v,l} |\psi_{v,l}(\boldsymbol{\rho})|^2 f(\varepsilon_{v,l}). \quad (7)$$

Здесь $\psi_{v,l}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{e^{il\varphi}}{\sqrt{2\pi}}\psi_v(x)$, φ – азимутальный угол, x – расстояние по радиусу от срединной окружности ловушки, $\psi_v(x)$ – собственные функции радиального движения, $f = [e^{\beta(\varepsilon_v + Bl^2 - \mu)} - 1]^{-1}$ – бозевские числа заполнения. Будем считать температуру малой по сравнению с расстоянием между колебательными уровнями, так что в двойной сумме по состояниям остается лишь вклад с $v = 0$. При этом T остается большим по сравнению с вращательным квантом B , и если $T < T_c$, то химпотенциал μ равен ε_0 , слагаемое $f(\varepsilon_{00})$ заменяем на N_{00} – число частиц в конденсате, а оставшаяся сумма по l асимптотически при $T \gg B$ равна $\pi^2 T/3B$. “Уравнение Шредингера” для функции основного уровня принимает вид:

$$-\frac{1}{2}\psi''(x) + [U(x) + g|\psi|^2]\psi = \varepsilon_0\psi, \quad (8)$$

где $g = V_0(N_{00} + \pi^2 T/3B)$. Уравнение (8) записано в атомных единицах $e^2 = m = \hbar = 1$. Таким образом, ультраквантовый предел описывается уравнением Гросса–Питаевского. Как известно [19], в случае осесимметричной задачи о вихревой нити в почти идеальном бозе-газе это уравнение решается численно. Рассматриваемый здесь случай допускает аналитическое решение в квадратурах для простой модели затравочного потенциала: $U(x) = 0$ при $|x| < L/2$ (область II) и $U(x) = U_0$ при $|x| > L/2$ (области I и III). Следует искать решение (8), убывающее на бесконечности и непрерывное со своей первой производной в точках $x = \pm L/2$. Поскольку в принятой модели коэффициенты уравнения (8) постоянны в каждой из областей, решения находятся в аналитическом виде (элементарные функции вне ямы и эллиптический синус Якоби в области II). Отметим интересную особенность рассматриваемой нелинейной задачи на собственные значения: после выбора решений с тре-

буемым асимптотическим поведением и удовлетворения условий “сшивки” на границах ямы все постоянные интегрирования однозначно определяются, и в качестве уравнения для нахождения энергии локального состояния остается лишь условие нормировки.

Нетривиальным оказался также вопрос о существовании связанного состояния. Как хорошо известно, в одномерной симметричной яме конечной глубины всегда существует по крайней мере одно связанное состояние. В мелкой и/или узкой яме, для которой выполняется условие $U_0 L^2 \ll 1$, соответствующий уровень отстоит от края ямы на величину порядка $U_0^2 L^2 \ll U_0$. Как выяснилось, это утверждение не имеет места для нелинейного уравнения (8). Взаимодействие между частицами (отталкивание) может “вытолкнуть” даже из симметричной потенциальной ямы последний связанный уровень, а локализованное решение рассматриваемой задачи существует лишь при достаточно слабом взаимодействии и достаточно широкой и/или глубокой яме. Соответствующий количественный критерий для мелкой ямы ($U_0^2 L^2 \ll U_0$), как мы показали, имеет вид $g < 2U_0 L$.

Ситуация становится совсем прозрачной, если рассмотреть предел δ -образной ямы, допускающий полное решение в элементарных функциях. В этом случае $U(x) = -V_0 \delta(x)$, где $V_0 = U_0 L$, и искомый критерий дается неравенством $g < 2V_0$, что совпадает с приведенным выше условием для ямы конечной ширины с мелким уровнем.

Итак, при заданной форме потенциала ловушки частицы в состоянии БЭК накапливаются на низшем энергетическом уровне и локализуются в ловушке. С ростом числа частиц возрастает их отталкивательное взаимодействие и при некотором критическом значении числа частиц связанные состояния в ловушке исчезают, и все частицы оказываются делокализованными. Это должно выглядеть как фазовый переход. Еще раз подчеркнем, что полученные результаты качественно отличают данную задачу от одночастичной, где связанное состояние имеется в любой одномерной симметричной потенциальной яме.

Полярные эффекты в гибридной структуре. Как уже было сказано во Введении, обсуждаемая структура изображена на рис. 1: две параллельные друг другу квантовые ямы разделены диэлектрическим барьером толщины Δ , в нижней находятся дипольные экситоны (плечо диполя L), в верхней – 2D электронный газ. Полярность диполей соответствует притяжению к электронам. Предметом рассмотрения является полярный эффект в электронном газе, который будет рассчитан (с уче-

том экситон-экситонного взаимодействия) в состоянии бозе-конденсации экситонов [20]. Родственные задачи о поведении примесного атома в атомном бозе-конденсате в трехмерной системе рассматривались в [21, 22]. В изображенной на рис. 1 структуре как экситон-экситонное, так и электрон-экситонное взаимодействие убывает при больших ρ (расстояние между частицами в плоскости) по закону ρ^{-3} . Поэтому межэкситонное взаимодействие можно по-прежнему заменить контактным $V_{e-x}(\rho - \rho') = g\delta(\rho - \rho')$, где ρ, ρ' – двумерные радиус-векторы, $g = 4\pi e^2 L$, L – плечо диполя. Однако, как будет показано далее, в электрон-экситонном взаимодействии $V_{e-x}(\rho - \rho') = e^2 / \sqrt{\Delta^2 + (\rho - \rho')^2} - e^2 / \sqrt{(\Delta - L)^2 + (\rho - \rho')^2}$ нужно сохранить конечную ширину барьера Δ , т.е. написать

$$V_{e-x}(\rho - \rho') = -\frac{e^2 L \Delta}{[\Delta^2 + (\rho - \rho')^2]^{3/2}}. \quad (9)$$

В δ -функцию это выражение переходит при $\Delta \rightarrow 0$, но в задаче оказываются существенными расстояния (в плоскости) между электроном и дипольным экситоном порядка и меньше Δ . Мы будем рассматривать взаимодействие “одного” электрона с бозе-конденсатом экситонов в приближении самосогласованного среднего поля [23], т.е. пренебрегая корреляциями между диполями, когда применимо уравнение Гросса–Питаевского. Вместо внешнего потенциала (см. (9) в [23]) в него следует внести слагаемое, описывающее взаимодействие электрона с частицами конденсата. Если волновую функцию электрона обозначить через $\chi(\rho)$, а конденсатную – $\psi(\rho)$, то соответствующая часть гамильтониана имеет вид

$$H_{\text{int}} = \int |\psi(\rho')|^2 V_{e-x}(\rho - \rho') |\chi(\rho)|^2 d\rho d\rho'. \quad (10)$$

Для рассматриваемой нами полярной задачи это соответствует полярону сильной связи: электрон “быстрый”, среда (в данном случае экситоны) “медленная”, и поэтому реагирует не на мгновенное положение электрона, а на усредненное распределение заряда с плотностью $|\chi|^2$. С учетом вклада (10) и электрон-экситонного взаимодействия (9) приходим к системе связанных уравнений для функций ψ и χ :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_{\rho} - \mu + g |\psi(\rho)|^2 + \int V_{e-x}(\rho - \rho_1) |\chi(\rho_1)|^2 d\rho_1 \right] \psi(\rho) = 0, \quad (11)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\rho'} + \int V_{e-x}(\rho' - \rho_1) |\psi(\rho_1)|^2 d\rho_1 - E \right] \chi(\rho') = 0.$$

Здесь m и M – массы электрона и экситона, соответственно, μ – химпотенциал экситонного газа, E – энергия электрона в искомом автолокализованном состоянии.

Нахождение собственного значения E автолокализованного состояния из системы (11) сопряжено с довольно сложными вычислениями и подробно описано в нашей работе [20]. Схема решения такова: флуктуация плотности экситонов $\varphi(\rho)$, вызванная взаимодействием с электроном, считается малой по сравнению с их равновесной плотностью n и система уравнений (11) линеаризуется по $\varphi(\rho)$. Формальное решение первого из линеаризованных уравнений (11) выражается через его гриновскую функцию и подставляется во второе. В результате получаем нелинейное уравнение на электронную волновую функцию χ , из которого энергия полярона находится прямым вариационным методом. Пробная функция выбиралась в простейшем виде: $\chi = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\pi} e^{-\alpha\rho}$, при котором критерий существования отрицательного уровня энергии дается неравенством $4L > a_e^*$ (эффективный борковский радиус электрона), а флуктуация плотности экситонов можно считать малой, если $8\pi n\Delta^2 \gg 1$.

В качестве примера приведем результат численного расчета для структуры на основе InAs с экситоном на тяжелой дырке: $M = 0.435$, $m = 0.025$. Выберем параметры задачи: $L = 1.5a_e^*$, $n = 0.5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, $\Delta = 10 \text{ нм}$, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon \sim 10$. Тогда с учетом положительного вклада энергии образования флуктуации плотности экситонов W полярон оказывается устойчивым, энергия его тепловой диссоциации $|E_0| - W$ составляет примерно $1/3$ энергии связи электрона, а для самой энергии связи получается оценка $|E_0| \sim 1.5 \text{ мэВ}$.

Таким образом, в электрон-экситонной двумерной структуре с дипольными экситонами в условиях бозе-конденсации могут существовать автолокализованные состояния электронов даже при слабой связи между ферми- и бозе-компонентами системы, когда флуктуация плотности экситонов мала по сравнению с их средней плотностью.

Из общих соображений ясно, что с уменьшением эффективной размерности области движения квантовой частицы облегчаются условия ее локализации. Поэтому естественно ожидать, что поляронные эффекты для квантовой проволоки будут проявляться сильнее, чем для двумерного электронного газа. С другой стороны, электронный спектр проволоки частично квантован, и поэтому взаимодействие с экситонным газом приводит еще и к сдвигам подзон размерного квантования. Этот эффект (по существу

тоже поляронной природы) проявляется в изменении частот межподзонных переходов и, видимо, легче доступен экспериментальному наблюдению, чем пространственная локализация в поляроне сильной связи. Рассмотрим эту задачу подробнее [24].

Поляронный сдвиг уровней квантовой проволоки в гибридной структуре с бозе-конденсатом. Пусть имеется квантовая проволока конечной ширины (рис. 2), т.е. двумерная пря-

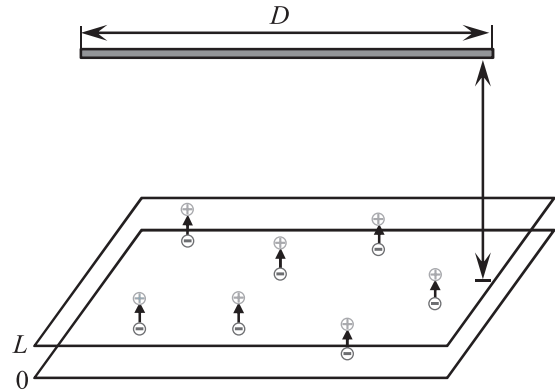


Рис. 2. (Цветной онлайн) Гибридная система квантовая проволока и 2D экситонный газ

мая полоса, электроны которой взаимодействуют с двумерным газом дипольных экситонов в состоянии бозе-конденсации (далее для сравнения будет рассчитан также сдвиг частоты межзонного перехода в проволоке, взаимодействующей с экситонным вырожденным бозе-газом выше температуры фазового перехода). Экситон-экситонное и электрон-экситонное взаимодействия описываем формулами предыдущего раздела. Функции $\psi(\rho)$ и $\chi(\rho)$ удовлетворяют теперь системе уравнений (11), во второе из которых следует добавить исходный конфинмент – потенциал квантовой проволоки $U_0(y)$ (проволоку считаем параллельной оси x):

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M}\Delta_\rho - \mu + g|\psi(\rho)|^2 + \int V_{e-ex}(\rho - \rho_1)|\chi(\rho_1)|^2 d\rho_1 \right] \psi(\rho) = 0, \quad (12)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_{\rho'} + \int V_{e-ex}(\rho' - \rho_1)|\psi(\rho_1)|^2 d\rho_1 + U_0(y') - E \right] \chi(\rho') = 0.$$

Точное решение нелинейной системы (12) даже численными методами представляет большие математические трудности. Поэтому мы введем два упрощающих предположения. Во-первых, будем рассматривать однородные по x решения, т.е. считаем, что

флуктуации плотности экситонов конденсата зависят лишь от поперечной проволоке координаты y . Волновая функция электронов $\chi(\rho')$ в соответствии с симметрией задачи должна, вообще говоря, иметь вид $\chi(y)e^{iqx}$, но мы здесь ограничимся лишь случаем $q = 0$. Это соответствует дну произвольной подзоны в электронном спектре квантовой проволоки. Во-вторых, будем считать, что потенциал проволоки $U_0(y')$ существенно больше электрон-экситонного взаимодействия, и поэтому в качестве первого приближения подставим в первое уравнение системы (12) волновую функцию электрона в проволоке χ_0 , определяемую лишь потенциалом $U_0(y')$. Решив после этого уравнение для волновой функции конденсата, мы подставим ее во второе из уравнений системы (12) и, вычислив соответствующий интеграл, найдем эффективный потенциал, действующий на электроны в квантовой проволоке. Отсюда уже находятся искомые сдвиги уровней. Естественно, для каждого уровня следует подставлять соответствующую ему собственную функцию $\chi_0(y')$ в потенциале $U_0(y')$. Для численных расчетов мы выбирали в качестве $U_0(y')$ потенциал гармонического осциллятора и находили значения двух нижних уровней в эффективном потенциале проволоки (т.е. с учетом полярного сдвига). Наиболее трудным этапом в реализации этой программы было численное решение нелинейного уравнения (12). Эта процедура описана в Приложении к работе [24], а результаты приведены на рис. 3–6 настоящего обзора.

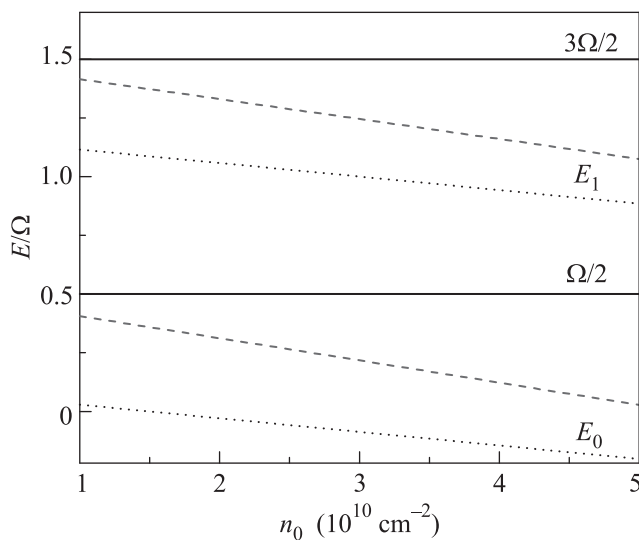


Рис. 3. (Цветной онлайн) Положение минимумов электронных подзон как функция плотности экситонов. Плотность электронов $N_l = 1.3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$

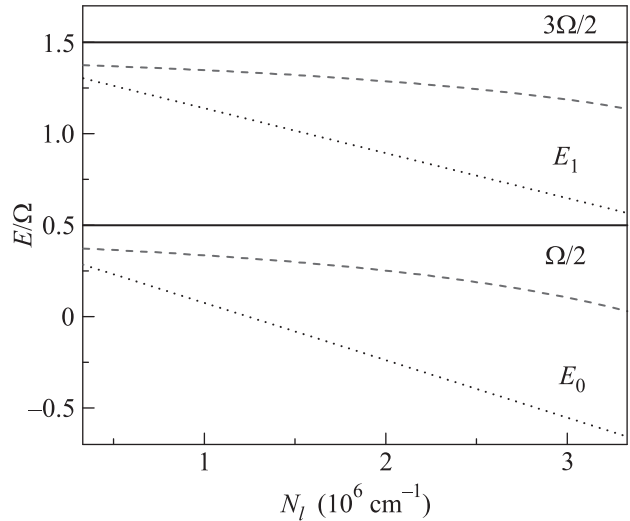


Рис. 4. (Цветной онлайн) Положение минимумов электронных подзон как функция плотности электронов. Плотность экситонов $n_0 = 2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$

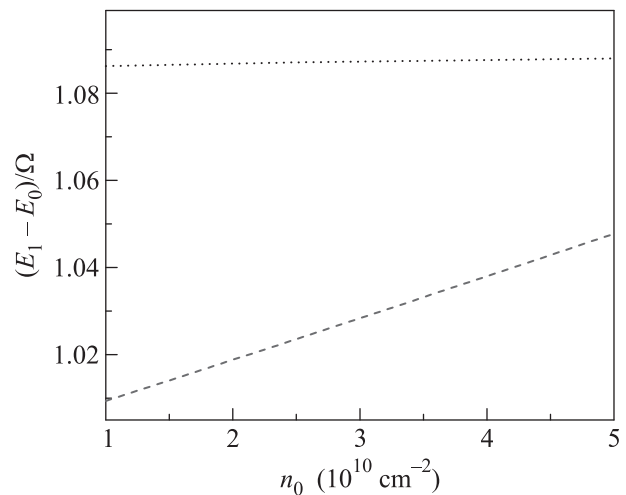


Рис. 5. (Цветной онлайн) Частота межподзонного перехода как функция плотности экситонов. Плотность электронов $N_l = 1.3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$

Квантовая проволока и нормальный бозегаз. Гамильтониан электрон-экситонного взаимодействия здесь удобнее записать в виде:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \int |\chi(\rho)|^2 V_{e-ex}(\rho - \rho') n(\rho') d\rho d\rho', \quad (13)$$

где $n(\rho')$ – плотность дипольных экситонов. Знак в правой части (13) соответствует определенной полярности ориентированных диполей: к квантовой проволоке обращен положительный полюс диполя. Плотность экситонов выше точки конденсации определяется распределением Бозе–Эйнштейна, в котором следует учесть потенциал $W(\rho')$ – энергию ди-

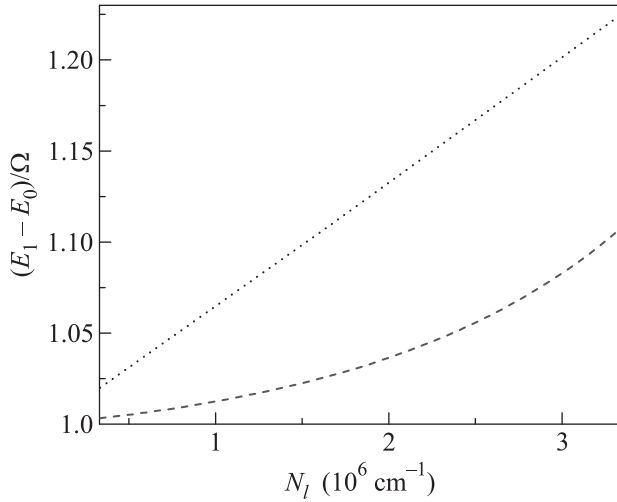


Рис. 6. (Цветной онлайн) Частота межподзонного перехода как функция плотности электронов. Плотность экситонов $n_0 = 2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$

поля в поле остальных экситонов и взаимодействие его с электроном.

$$W(\rho') = gn(\rho') + \int V_{e-ex}(\rho - \rho') |\chi(\rho)|^2 d\rho. \quad (14)$$

Уравнение Шредингера замыкает систему трех уравнений на три неизвестные функции: $n(\rho')$, $W(\rho')$ и $\chi(\rho)$. Для нахождения собственных значений мы снова воспользовались прямым вариационным принципом. Моделируем конфайнмент-потенциал проволоки параболой $U_0 = m\Omega^2 y^2/2$ и выбираем в качестве пробных функций нулевого и первого уровней выражения:

$$\chi_0 = \frac{Ae^{iqx}}{\sqrt{D}} e^{-\alpha y^2}, \quad \chi_1 = \frac{Bye^{iqx}}{\sqrt{D}} e^{-\gamma y^2}. \quad (15)$$

Здесь D – нормировочная длина проволоки, q – сохраняющийся импульс электрона вдоль проволоки, α и γ – вариационные параметры, A и B находятся из нормировки. Вычисления проводились при следующих значениях параметров: $T = 50 \text{ K}$, $D = 300 \text{ \AA}$, $\Delta = 100 \text{ \AA}$, $L = 15 \text{ \AA}$, $a_\Omega = 180 \text{ \AA}$, $n_0 = (1 \div 5) \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, $N_l = (0.3 \div 3.3) \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. Минимизирующие энергию значения α и γ оказались равными: $\alpha_{\min} = 0.559a_\Omega^{-2}$, $\gamma_{\min} = 0.516a_\Omega^{-2}$ для $n_0 = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ и $N_l = 1.3 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. Различие этих величин указывает на отклонение эффективного конфайнмент-потенциала от строго параболического, т.е. демонстрирует влияние ангармонизма, вызванного взаимодействием с экситонами (как известно, для гармонического осциллятора показатель гауссовской экспоненты одинаков для всех уровней).

На рисунках 3–6 приведены результаты численных расчетов положения двух нижних уровней размерного квантования в проволоке (минимумы подзон) и частоты вертикального перехода $0 \rightarrow 1$. Для удобства сравнения на каждом рисунке приводятся результаты, соответствующие конденсату экситонов при нулевой температуре (точки) и нормальному бозе-газу (пунктир). Найденные величины зависят как от плотности экситонного газа, так и (из-за самосогласованного характера задачи) от линейной плотности электронов в проволоке даже без учета межэлектронного взаимодействия. Видно, что во всех случаях взаимодействие с конденсатом вызывает заметно более сильные сдвиги (отрицательные!) уровней, чем для нормального вырожденного бозе-газа той же плотности, но изменение частоты перехода $E_1 - E_0$ в случае конденсата существенно слабее зависит от плотности последнего (см. рис. 5). Таким образом, в гибридной системе квантовая проволока–двумерный газ непрямых экситонов измерения частоты межзонных переходов в проволоке могут служить “маркером” фазового перехода в состояние, аналогичное бозе-эйнштейновской конденсации.

Магнитоплазменный резонанс в гибридной системе. В настоящем разделе будет рассмотрен динамический отклик гибридной экситон-электронной системы на внешнее электромагнитное излучение и проявление гибридных коллективных мод системы в спектре поглощения электромагнитного излучения [25]. Будем полагать, что на систему действует переменное внешнее поле, имеющее продольную (вдоль плоскостей квантовых ям) компоненту $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_0, 0, 0)e^{i\mathbf{kr} - i\omega t}$, что вызывает отклонение плотности электронов от их равновесного значения $\delta n(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, t) - n_0$. Вследствие электронейтральности экситонов, прямым взаимодействием экситонного газа с продольным электромагнитным полем будем пренебрегать. При наличии внешнего однородного магнитного поля индуцированная в электронном газе плотность тока имеет вид

$$j_{k\omega} = \sigma_B \left(E_0 - \frac{1}{e} F_{k\omega} \right), \quad (16)$$

где σ_B есть ‘ xx ’ компонента тензора проводимости электронов в магнитном поле, $F_{k\omega}$ – ‘ x ’ компонента приложенной к электронам силы $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$, имеющая два вклада: первый обусловлен электрон-электронными корреляциями, а второй есть следствие электрон-экситонного взаимодействия. Используя соотношение $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = -\nabla W(\mathbf{r}, t)$, находим:

$$F_{k\omega} = -ik(U_k \delta n_{k\omega} + V_k \delta N_{k\omega}), \quad (17)$$

где

$$U_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}, \quad V_k = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k} (1 - e^{-kd}) e^{-ka} \quad (18)$$

– электрон-электронное и электрон-экситонное взаимодействия, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды. Возмущение экситонной плотности конденсата $\delta N_{k\omega}$ может быть найдено из уравнения Гросса-Питаевского:

$$i\partial_t \Psi(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{(\hbar \hat{\mathbf{k}})^2}{2M} - \mu + g_0 |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi(\mathbf{r}, t) + \Psi(\mathbf{r}, t) \int d\mathbf{r}' V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta n(\mathbf{r}', t), \quad (19)$$

где последний член описывает электростатическое взаимодействие экситонов с флуктуациями электронной плотности. Волновая функция конденсатных частиц $\Psi(\mathbf{r}, t)$ может быть представлена в виде суммы конденсатной части и возмущения: $\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_c} + \psi(\mathbf{r}, t)$. Отклик экситонной плотности может быть выражен через возмущение в виде $\delta N_{k\omega} = P_{k\omega} V_k \delta n_{k\omega}$, где $\delta N_{k\omega} = \sqrt{n_c} (\psi^*(\mathbf{r}, t) + \psi(\mathbf{r}, t))$. Линеаризуя уравнение (19), находим:

$$P_{k\omega} = \frac{n_c k^2 / M}{(\omega + i\gamma_k)^2 - \varepsilon_k^2}. \quad (20)$$

Здесь $\varepsilon_k = sk$ – закон дисперсии возбуждений конденсата, $s = \sqrt{gn_c/M}$ – их скорость. $\gamma_k = (k\xi)^3/\tau_X$ – время жизни боголюбовских возбуждений конденсата, обусловленное рассеянием на примесях, $\xi = 1/2sM$ – длина залечивания, τ_X – столкновительное время жизни экситонов на примесях в нормальной фазе. Комбинируя полученные выше соотношения с уравнением непрерывности, находим перенормированную проводимость электронов $\tilde{\sigma}_{k\omega} = j_{k\omega}/E_0$ и поглощаемую системой мощность $W_{k\omega} \propto \text{Re} \tilde{\sigma}_{k\omega}$. Здесь

$$\tilde{\sigma}_{k\omega} = \frac{1}{\sigma_B^{-1} + i \frac{k^2}{e^2 \omega} [U_{k\omega} + V_{k\omega}^2 P_{k\omega}]}, \quad \sigma_B = \sigma_0 \frac{i(\omega\tau_e + i)}{(\omega\tau_e + i)^2 - \omega_c^2 \tau_e^2}, \quad (21)$$

где $\omega_c = eB/mc$ – циклотронная частота и $\sigma_0 = e^2 n_0 \tau_e / m$ – статическая проводимость электронного газа. Закон дисперсии плазмон-боголюбовских мод находится из соотношения $\tilde{\sigma}_{k\omega}^{-1} = 0$ и показан на рис. 7. Поглощаемая системой мощность представлена на рис. 8, из которого видно, что кроме магнито-

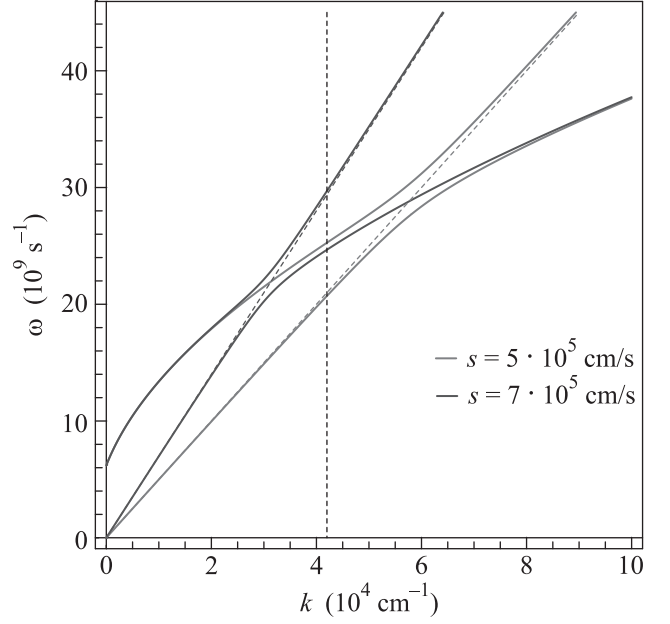


Рис. 7. (Цветной онлайн) Дисперсионная зависимость гибридных плазмон-боголюбовских мод при двух значениях скорости боголюбовских возбуждений конденсата

плазменного пика существует дополнительный, узкий резонанс, обусловленный возбуждением экситонного конденсата. При достаточно больших τ_X форма резонанса может быть асимметричной, что характерно для резонанса Фано.

Кулоновское увлечение в гибридной системе. Кроме описанных выше эффектов перенормировки спектра и поглощения электромагнитного излучения, взаимодействие экситонов и электронов в гибридной системе может проявляться и в транспортных эффектах. В рамках обозреваемого здесь проекта РФФИ была рассмотрена задача об эффекте кулоновского увлечения экситонов электрическим током электронного слоя [26]. В данной работе была построена теория кулоновского увлечения двумерных дипольных экситонов на основе диаграммной техники с использованием формулы Кубо. Такой подход позволяет единым образом рассмотреть как квазибаллистический предел Друде-Больцмана, так и диффузионный предел. Помимо фундаментального интереса, данная задача может найти и практическое применение в свете развития технологии опто-электронных приборов для оптических систем коммуникации на основе двумерных экситонных газов.

При приложении электрического поля к электронному слою электрон-экситонное взаимодействие приводит к возникновению потока экситонов с плотностью $\mathbf{J} = n_{ex} \mu \mathbf{E}$, который будем характеризовать

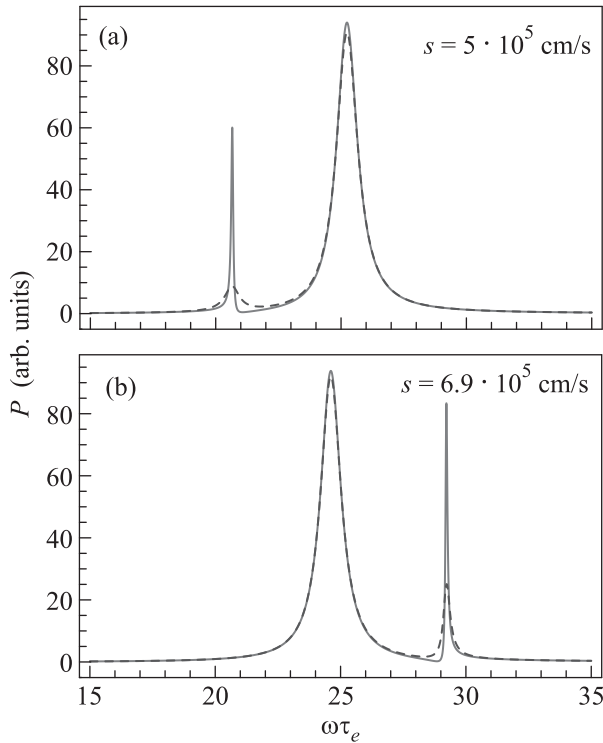


Рис. 8. (Цветной онлайн) Спектр поглощаемой системой мощности при двух значениях скорости болюбовских возбуждений конденсата при $\tau_X = 10^{-8}$ с (сплошная кривая) и $\tau_X = 5 \cdot 10^{-10}$ с (пунктирная кривая)

подвижностью μ , статическое значение которой в рамках теории линейного отклика может быть найдено как предел

$$\mu = \lim_{\mathbf{Q}, \omega \rightarrow 0} \mu(\mathbf{Q}, \omega), \quad (22)$$

соответствующей динамической величины. Соответствующий микроскопический расчет показывает, что

$$\mu = \frac{e}{2n_{ex}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\partial n_B(\omega)}{\partial \omega} \times \sum_{\mathbf{q}} \Pi_{ex}(\mathbf{q}, \omega) \left| \frac{V_{\mathbf{q}}}{\varepsilon(\mathbf{q}, \omega)} \right|^2 \Pi_e(\mathbf{q}, \omega). \quad (23)$$

Здесь $\Pi_{ex(e)}$ – поляризационные операторы, описывающие линейный отклик плотности каждой из подсистем, $V_{\mathbf{q}}$ – “голое” электрон-экситонное взаимодействие, $\varepsilon(\mathbf{q}, \omega)$ – диэлектрическая функция, включающая как вклад электронов, так и экситонов и, наконец, $n_B(\omega)$ – распределение Бозе. Структура функций отклика $\Pi_{ex(e)}$ зависит от режима движения – диффузионного или квазибаллистического –

соответствующих частиц. Не останавливаясь на деталях, укажем, что несмотря на нейтральность экситона, вклад экситонной подсистемы в диэлектрическую функцию определяет температурную зависимость величины μ . Действительно, как было показано в работах [27, 28], экранирование внешнего возмущения экситонным газом носит диэлектрический характер, с эффективной диэлектрической проницаемостью, экспоненциально зависящей от температуры (в отсутствие конденсата).

Расчет показывает, что $\mu \sim F(T/T_c)$, где функция $F(x)$ определяет температурное поведение эффекта увлечения

$$F(x) = \frac{x(e^{1/x} - 1)}{[1 + 4\frac{M}{m}\kappa d(e^{1/x} - 1)]^2}, \quad (24)$$

в которой $\kappa = 2me^2$, и $T_c = \pi n_{ex}/2M$ – температура вырождения экситонного газа. В пределе $T/T_c \gg 1$ ток увлечения экситонов стремится к независимому от температуры постоянному значению, а в области $T/T_c \ll 1$ стремится к нулю экспоненциальным образом. Следует, однако, подчеркнуть, что при $T/T_c < 1$ в системе начинает формироваться квазиконденсат, что не учитывается изложенной здесь теорией. Учет конденсата приводит к степенному убыванию тока увлечения экситонов с температурой [29].

Закключение. В настоящем обзоре обсуждались лишь работы, входящие в проект РФФИ #16-02-00565. В заключении остановимся на некоторых работах коллектива исполнителей гранта, не вошедших в рамки указанного проекта, но, тем не менее, близко относящихся к описанным здесь задачам. В [30] изучена индуцированная модуляция плотности экситонов в системе, состоящей из пространственно разнесенных слоев двумерного электронного газа и непрямых дипольных экситонов. Предсказано существование электростатически-индуцированных фриделевских осцилляций плотности экситонов. В работе коллектива исполнителей гранта [31] был рассмотрен вопрос о парамагнитном резонансе двумерного спин-поляризованного бозе-газа экситонных поляритонов. Предполагалось, что одна из компонент спинового дублета макроскопически заполнена, образуя бозе-конденсат, в то время как заселенность второй компоненты остается малой. Было показано, что спектр поглощаемой мощности имеет два резонанса, соответственно двум спиновым состояниям поляритонного дублета (в противоположность спектру парамагнитного резонанса спин-поляризованного электронного газа, имеющего один резонанс). Показано также, что ширина резонанса, ассоциируемого с мак-

роскопически заполненной компонентой дублета, гораздо уже по сравнению со вторым резонансом.

В работе [32] изучена релаксационная динамика осцилляций Раби двухуровневой системы, взаимодействующей с термостатом, представляющим собой слабозадействующий бозе-газ дипольных экситонов. Предполагалось, что последний может находиться как в нормальной фазе, так и в режиме бозе-конденсата. Фазовый переход газа экситонов приводит к немонотонной зависимости обратного времени релаксации Раби-осцилляций как от частоты поля накачки, так и от его напряженности, что может быть использовано для обнаружения фазового перехода газа дипольных экситонов в режим конденсата.

Процессы захвата электронов на кулоновский центр в гибридной электрон-экситонной системе проанализированы в [33]. Показано, что в присутствии экситонного конденсата появляются нестандартные процессы захвата, сопровождаемые излучением пары боголюбовских возбуждений конденсата в одном событии захвата в том же порядке (первом) теории возмущений, что и процессы с испусканием одного боголюбовского возбуждения. Анализ таких процессов показывает, что они дают существенно больший вклад, чем процессы с одним боголюбовским возбуждением, в отличие от обычных процессов захвата с испусканием фононов.

Эффекты обратного влияния экситонного конденсата на транспортные свойства электронной подсистемы рассмотрены в работах [34, 35]. Показано, что рассеяние электронов на боголюбовских возбуждениях конденсата может существенно модифицировать температурную зависимость проводимости 2D электронного газа при низких температурах.

1. O. Cotlet, S. Zeytinoglu, M. Sigrist, E. Demler, and A. Imamoglu, *Phys. Rev. B* **93**, 054510 (2016).
2. F. P. Laussy, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 106402 (2010).
3. I. A. Shelykh, T. Taylor, and A. V. Kavokin, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 140402 (2010).
4. M. Matuszewski, T. Taylor, and A. V. Kavokin, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 060401 (2012).
5. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **94**, 241408 (2016).
6. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 601 (2011).
7. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 371 (2013).
8. J. F. Jan and Y. C. Lee, *Phys. Rev. B* **58**, R1714 (1998).

9. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ* **80**, 210 (2004).
10. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ* **83**, 178 (2006).
11. А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ* **87**, 797 (2008).
12. A. A. Hish, E. E. Novitskaya, L. V. Butov, M. Hanson, and A. C. Gossard, *Science* **321**, 229 (2008).
13. G. Grosso, J. Graves, A. T. Hammak, A. A. Hish, L. V. Butov, M. Hanson, and A. C. Gossard, *Nature Photonics* **3**, 577 (2009).
14. V. Bangato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner, *Phys. Rev. A* **35**, 4354 (1987).
15. S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).
16. А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 813 (2016).
17. А. В. Горбунов, А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев, *Письма в ЖЭТФ* **86**, 48 (2007).
18. А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **105** (9), 565 (2017).
19. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, Наука, М. (1978), ч. 2, с. 145.
20. А. В. Каламейцев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **106**(8), 502 (2017).
21. F. M. Cucchiatti and E. Timmermans, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 210401 (2006).
22. R. S. Christensen, J. Levinsen, and Bruun, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 160401 (2015).
23. Л. П. Питаевский, *УФН* **168**, 641 (1998).
24. А. В. Каламейцев, М. М. Махмудиан, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **109** (3), 191 (2019).
25. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **94**, 241408 (2016).
26. М. В. Боев, В. М. Ковалев, *Письма в ЖЭТФ* **107** (10), 668 (2018).
27. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **92**(3), 208 (2010).
28. Э. Г. Батыев, В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **99** (9), 623 (2014).
29. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **99**, 155409 (2019).
30. В. М. Ковалев, А. В. Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **94**(7), 601 (2011).
31. V. M. Kovalev and I. G. Savenko, *Sci. Rep.* **7**, 2076 (2017).
32. V. M. Kovalev and W.-K. Tse, *J. Phys.: Condens. Matter* **29**, 465301 (2017).
33. M. V. Boev, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **97**, 165305 (2018).
34. M. Sun, K. H. A. Villegas, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *Phys. Rev. B* **99**, 115408 (2019).
35. K. H. A. Villegas, M. Sun, V. M. Kovalev, and I. G. Savenko, *ArXiv:1902.01214*.