

## Нелокальный турбофорез частиц в логарифмическом слое пристенной турбулентности

Д. Ф. Сиковский<sup>1) 2)</sup>

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2018 г.

После переработки 3 декабря 2018 г.

Принята к публикации 6 декабря 2018 г.

С помощью стохастического лагранжева моделирования исследована динамика высокоинерционных частиц в логарифмическом слое пристенного турбулентного течения. Вследствие линейного изменения турбулентного масштаба времени с расстоянием от стенки в логарифмическом слое наблюдается турбофорез – миграция частиц к стенке, имеющая нелокальный характер в пристенной области из-за существенного вклада баллистического движения частиц. Получены профили концентрации и второго момента скорости частиц для произвольного параметра инерционности частицы и различных значений коэффициента восстановления скорости частиц при отскоке от стенки. Показано наличие “тяжелых хвостов” функции плотности вероятности скорости частиц в пристенной области, приобретающих степенное поведение в режиме неупругого коллапса траекторий частиц, наблюдаемого при значениях коэффициента восстановления ниже критического значения 0.163 в соответствии с результатами Belan et al., Phys. Rev. E **93**, 052206 (2016).

DOI: 10.1134/S0370274X19040064

Турбулентные течения с взвешенными частицами встречаются во многих сферах человеческой деятельности, природных и космических явлениях. Статистические модели динамики частиц в турбулентной среде в последнее время являются объектом многочисленных исследований, главным образом, благодаря явлению кластеризации частиц [1–3], связанному с их инерцией. Большинство практически важных турбулентных газо-дисперсных потоков ограничено твердыми стенками, вблизи которых имеет место еще одно вызванное инерцией частиц явление: аккумуляция частиц в пристенной зоне. Причиной аккумуляции традиционно считается турбофорез частиц [4, 5] – миграция частиц против градиента турбулентных напряжений частиц (второй момент флуктуации скорости частиц), принимающего наибольшие значения в вязком подслое – прилегающей к стенке тонкой области, в которой скорость среды падает до нуля на стенке. Как показано в [6], профиль концентрации частиц в вязком подслое подчиняется степенному закону с отрицательным показателем, зависящим от параметра инерционности частиц – числа Стокса  $\tau_+ = v_\tau^2 \tau / \nu$ , где  $\tau$  – время релаксации частиц,  $v_\tau$  – динамическая скорость,

$\nu$  – кинематическая вязкость среды. Формирование степенной сингулярности концентрации происходит при участии больших выбросов скорости среды, происходящих на границе вязкого подслоя с ядром потока и вызванных когерентными вихревыми структурами пристенной турбулентности. Частицы, получившие благодаря таким выбросам большую отрицательную (направленную к стенке) скорость, достигают стенки благодаря своей инерции по баллистическим траекториям без существенного влияния турбулентных флуктуаций среды, резко затухающих при движении частицы вглубь вязкого подслоя. Если импульса влетающей в подслой частицы недостаточно, чтобы после столкновения со стенкой отскочить и вылететь в ядро потока, частица остается в подслое на достаточно долгое время. Несмотря на описанный нелокальный баллистический механизм формирования пристенного пика концентрации частиц в вязком подслое, статистический режим скорости частиц, формирующих такой пик, является локально-равновесным вплоть до чисел Стокса  $\tau_+ \sim 0.2\tilde{\rho}$ , где  $\tilde{\rho}$  – отношение плотностей частицы и среды, что позволяет получить простые аналитические решения для концентрации частиц в вязком подслое [6–8].

В то же время для высокоинерционных частиц в ядре потока с числами Стокса  $10^2$  и более, характерная длина пробега частиц превышает толщину вязко-

<sup>1)</sup>D.Ph. Sikovsky.

<sup>2)</sup>e-mail: dphs@mail.ru

го подслоя. Такие частицы, сталкиваясь со стенкой, проводят в вязком подслое малое время, поэтому их динамика определяется главным образом турбулентностью в логарифмическом слое, занимающем основную часть пристенной зоны потока при больших числах Рейнольдса [9]. Определяющими параметрами для турбулентности логарифмического слоя являются динамическая скорость и расстояние до стенки  $y$ , поэтому интенсивность флуктуаций скорости среды в нем постоянна [10]. Вблизи стенки лагранжев масштаб времени меньше времени релаксации частицы, из-за чего степень вовлечения инерционных частиц в турбулентное движение и интенсивность флуктуаций их скорости становится меньше интенсивности флуктуаций скорости среды, в то время как вдали от стенки лагранжев масштаб времени превышает время релаксации и скорость частицы стремится к скорости среды (предел пассивной примеси [1, 11]). В результате интенсивность флуктуаций скорости частиц при приближении к стенке падает, что вызывает миграцию частиц по направлению к стенке. В [1] получены соответствующие решения для концентрации и интенсивности флуктуаций скорости частиц в логарифмическом слое на основе уравнений переноса вторых моментов скорости частиц, выведенных из кинетического уравнения для функции плотности вероятности (ФПВ) скорости и местоположения частиц с использованием квазиравновесных гипотез замыкания для третьих и четвертых моментов. Однако, применимость квазиравновесных соотношений для замыкания моментных уравнений в данном случае вызывает вопросы, поскольку характерная длина пробега частиц  $v_\tau \tau$  вблизи стенки превышает расстояние до нее. За время декорреляции скорости частицы статистический режим скорости среды вдоль ее траектории существенным образом меняется, что свидетельствует о нелокальном механизме турбофореза и аккумуляции частиц в логарифмическом слое, отличающемся от локально-равновесного механизма аккумуляции в вязком подслое. Аналогичная нелокальность механизма кластеризации высокоинерционных частиц обнаружена в однородно-изотропной турбулентности [12].

В настоящей работе проведено статистическое моделирование динамики частиц в логарифмическом слое с помощью стохастической лагранжевой модели турбулентности, преимуществом которой перед квазиравновесными моделями замыкания уравнений переноса моментов является прямое моделирование нелокального транспорта частиц.

Рассматривается турбулентное течение в логарифмическом слое вдоль неограниченной плоской

поверхности [13], в котором взвешены инерционные частицы с временем релаксации  $\tau$ . Поскольку течение статистически однородно в параллельных стенке направлениях, ниже будет рассматриваться движение частиц в нормальном к стенке направлении  $y$ , подчиняющееся уравнениям  $\dot{y}_p = v$ ,  $\dot{v} = (v_f - v_p)/\tau$ , где  $v_p$  – скорость частицы,  $v_f$  – скорость среды вдоль траектории частицы, которую необходимо моделировать исходя из заданных статистических характеристик движения среды в логарифмическом слое. К таковым прежде всего относятся интенсивность флуктуаций нормальной к стенке компоненты скорости  $v_{f,rms} = (\langle v_f^2 \rangle)^{1/2}$  и характерное время декорреляции флуктуаций скорости среды – лагранжев интегральный масштаб времени  $T_L$ , которые в соответствии с теорией подобия пристенной турбулентности [10] имеют вид

$$v_{f,rms} = av_\tau, T_L = \kappa_L y / v_\tau, \quad (1)$$

где  $a = 1.13$ ,  $\kappa_L = 0.356$  – коэффициенты, являющиеся универсальными в пределе больших чисел Рейнольдса. Здесь значение  $a$  получено из результатов прямого численного моделирования турбулентного течения в плоском канале при большом числе Рейнольдса [14], а также использовано соотношение  $\kappa_L = \kappa a^{-2} Pr_t^{-1}$ , связывающее коэффициент турбулентной диффузии в логарифмическом слое с постоянной Кармана  $\kappa = 0.41$  и турбулентным числом Прандтля  $Pr_t = 0.9$  [10]. В качестве модели скорости среды вдоль траектории частицы используется нормализованная ланжевенская модель [15], в которой скорость среды нормируется на свою интенсивность:  $u = v_f / (\langle v_f^2 \rangle)^{1/2}$ , а для нормализованной скорости  $u$  записывается стохастическое дифференциальное уравнение (СДУ) в смысле Ито

$$du = [u_d(y_p) - G(y_p)u] dt + [2G(y_p)]^{1/2} dW, \quad (2)$$

где  $W(t)$  – стандартный винеровский процесс, для которого  $\langle (dW(t))^2 \rangle = dt$ ,  $G(y_p)$  – обратное время декорреляции скорости среды,  $u_d(y)$  – скорость дрейфа, определяемая из выражений

$$u_d = \frac{d(f_v v_{f,rms})}{dy}, f_v = \frac{1}{1 + \tau G}. \quad (3)$$

Для однородной турбулентности с  $G, v_{f,rms} = \text{const}$  СДУ (2) описывает процесс Орнштейна–Уленбека с гауссовой ФПВ и корреляционной функцией  $\langle u(0)u(t) \rangle = \exp(-Gt)$ , что позволяет вычислить лагранжев интегральный масштаб времени скорости среды вдоль траектории частиц

$$G = T_{Lp}^{-1}. \quad (4)$$

Для однородно-изотропной турбулентности связь между  $T_{Lp}$  и интегральным лагранжевым масштабом времени турбулентности среды  $T_L$  задается аппроксимацией [16]

$$T_{Lp} = \frac{T_L}{0.356} \left[ 1 - \frac{0.644}{(1 + St_E)^{0.4(1+0.01St_E)}} \right], \quad (5)$$

где  $St_E = 0.356\tau/T_L$ . Для произвольного неоднородного турбулентного течения связать обратное время декорреляции с интегральным масштабом времени не удастся, можно лишь показать, что соотношение (4), а также первое соотношение (3), являются главными приближениями некоторого разложения по параметру неравновесности для квазиравновесных течений [15]. Для рассматриваемого неравновесного течения в логарифмическом слое выражения (3)–(5) могут рассматриваться, как разумная аппроксимация, дающая неплохие результаты при моделировании динамики частиц с преобладанием баллистических механизмов переноса [15].

Поскольку единственными определяющими параметрами задачи являются динамическая скорость и время релаксации частицы, удобно привести уравнения модели (2)–(5) к безразмерному виду

$$\frac{d\eta}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} + v = au, \quad (6)$$

$$du = \left( u_d - \frac{u}{T_{Lp}} \right) dt + \sqrt{\frac{2}{T_{Lp}}} dW, \quad (7)$$

$$u_d(\eta) = a \frac{d}{d\eta} \left[ \frac{T_{Lp}(\eta)}{1 + T_{Lp}(\eta)} \right], \quad (8)$$

$$T_{Lp}(\eta) = \eta \left[ 1 - \frac{0.644}{(1 + 1/\eta)^{0.4(1+0.01/\eta)}} \right], \quad (9)$$

где  $\eta = y_p/(v_\tau\tau)$ ,  $v = v_p/v_\tau$  и время  $t$  теперь обезразмерено на время релаксации  $\tau$ .

Ниже будет рассмотрен случай неупругого взаимодействия частиц со стенкой, характеризуемого коэффициентом восстановления  $e_y$  ( $0 < e_y \leq 1$ )

$$v(t_c + 0) = -e_y v(t_c - 0), \quad (10)$$

где  $t_c$  – время столкновения частицы со стенкой.

Задача (6)–(10) решалась численно с использованием метода Хойна второго порядка точности [17] для расчетной области  $[0; \eta_{\max}]$ ,  $\eta_{\max} = 200$ . Интегрировалось уравнение движения для одной частицы в течении длительного времени  $t_{\text{comp}} = 2 \cdot 10^7$ , в течение которого ее траектория достаточно плотно заполняет доступное фазовое пространство, после чего профили концентрации и статистических моментов скорости частицы вычислялись путем осреднения с

весом, пропорциональным времени пребывания частицы в каждом из 200 интервалов  $\Delta\eta_i$ , на которые разбивалась расчетная область (со сгущением к стенке). Сбор статистики велся после начального периода времени  $\Delta t_{\text{in}} = 3 \cdot 10^5$ , в течении которого устанавливался стационарный статистический режим движения частицы. При выходе частицы из расчетной области она симметрично отражалась от плоскости  $\eta = \eta_{\max}$ , возвращаясь обратно, при этом знаки  $v$  и  $u$  менялись на противоположные.

На рисунке 1 представлена интенсивность флуктуаций скорости частицы для различных значений коэффициента восстановления. При  $\eta > 1$  профили интенсивности близки к равновесному, определяемому соотношением Чена [18]

$$v_{rms} = v_{f,rms} [1 + T_{Lp}^{-1}]^{-1/2} = a [1 + T_{Lp}^{-1}]^{-1/2}, \quad (11)$$

При  $\eta < 1$  локальность связи между  $v_{rms}$  и  $T_{Lp}$  нарушается. Так, например, поскольку на стенке турбулентный масштаб времени равен нулю, в равновесном случае скорость частиц, согласно (11), должна обращаться в ноль и столкновения частиц со стенкой должны отсутствовать. Однако, по данным расчетов столкновения имеют место при любых  $e_y$ , что связано с преобладающей ролью баллистического переноса в пристенной области, за счет которого частицы достигают стенки с расстояний  $\eta \sim 1$ .

Как видно из рис. 1, интенсивность флуктуаций скорости частиц вблизи стенки падает с уменьше-

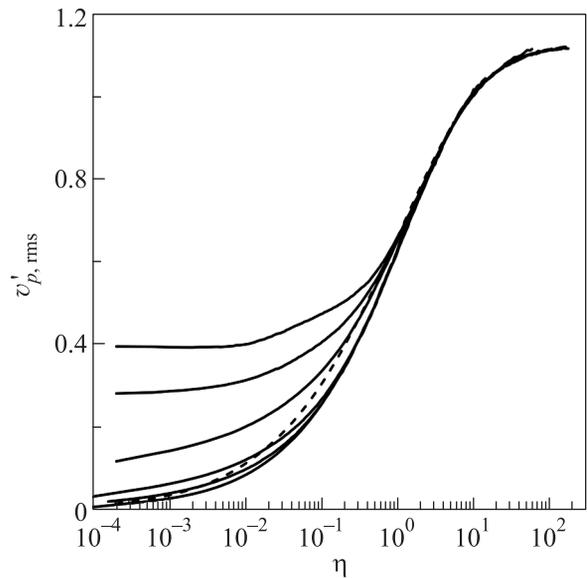


Рис. 1. Интенсивность флуктуаций скорости частиц в логарифмическом слое. Коэффициент восстановления  $e_y$ : 0.02 (нижняя), 0.163, 0.3, 0.5, 0.8, 1 (верхняя). Пунктир – равновесная зависимость (11)

нием  $e_y$ , что связано с диссипацией энергии в ходе столкновений со стенкой. При  $e_y < 0.5$  профили интенсивности флуктуаций скорости частиц приближаются к равновесному и могут быть ниже его. При этом в распределении концентрации частиц (рис. 2) происходит качественная перестройка:

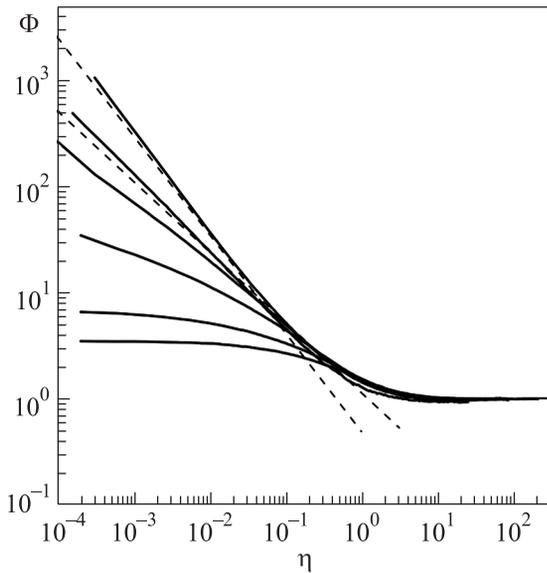


Рис. 2. Концентрация частиц в логарифмическом слое. Значения  $e_y$  – см. рис. 1, верхней кривой соответствует наименьшее значение  $e_y$ . Пунктирные линии – степенной закон (14)

при  $e_y < 0.163$  вблизи стенки отчетливо формируется степенная сингулярность концентрации, в то время как для  $e_y > 0.163$  концентрация, по-видимому, стремится к конечному пределу при  $\eta \rightarrow 0$ , хотя последний не всегда достигается в численных расчетах с конечным разрешением, особенно для значений  $e_y$ , близких к критическому  $e_{y,cr} = 0.163$ .

Причину такого поведения помогает понять метод, развитый в [19]. Поскольку вблизи стенки турбулентный масштаб времени стремится к нулю, турбулентные флуктуации скорости среды можно заменить в первом приближении белым шумом, что позволяет с учетом (1),(9) записать для ФПВ скорости частиц  $P(v, \eta)$  уравнение Фоккера–Планка

$$v \partial_\eta P - \partial_v(vP) = a^2 \eta \partial_v^2 P. \quad (12)$$

Вследствие преобладания баллистического переноса частиц при  $\eta \ll 1$  вторым членом в левой части (12) можно пренебречь. Получившееся уравнение, как показано в [19], имеет автомодельное решение

$$P \sim \eta^{-2\gamma} h(\zeta), \quad \zeta = \frac{2v^3}{9a^2 \eta^2}, \quad (13)$$

соответствующее степенной сингулярности концентрации

$$\Phi \sim \eta^{2/3-2\gamma}. \quad (14)$$

Кроме того, в пределе  $\eta \rightarrow 0$  ФПВ скорости частиц также стремится к степенному закону

$$P \sim |v|^{-3\gamma}. \quad (15)$$

Коэффициент  $\gamma$  в (13)–(15) зависит только от коэффициента восстановления и определяется из соотношения

$$\frac{\sin(\pi\gamma) - \sin[\pi(\gamma - 2/3)]}{\sin(2\pi/3)} = e_y^{3(\gamma-2/3)}, \quad (16)$$

Решение (13) имеет физический смысл только при  $0 < e_y < e_{y,cr}$ , где критическое значение коэффициента восстановления равно  $e_{y,cr} = \exp(-\pi/\sqrt{3}) \simeq 0.163$ . В этом интервале коэффициента восстановления происходит так называемый неупругий коллапс траектории частицы, когда ее скорость в результате последовательности столкновений стремится к нулю, а сама частица стремится к стенке [19].

Как видно из рис. 2, степенной закон (14) с рассчитанными из (16) величинами  $\gamma(e_y)$  хорошо согласуется с данными численного моделирования для  $e_y < e_{y,cr}$ , в то время как при  $e_y > e_{y,cr}$  наблюдается отклонение от степенного закона. В соответствии с приведенными на рис. 3 расчетными функциями плотности вероятности скорости частиц вблизи стенки (в расчетах – на расстояниях  $y < 10^{-4}$ ), при  $e_y < e_{y,cr}$  также происходит переход к степенному закону (15). Эти результаты иллюстрируют экстремальную перемерзаемость скорости частиц вблизи стенки в режиме неупругого коллапса  $e_y < e_{y,cr}$ , когда ФПВ скорости состоит практически из сплошных степенных “тяжелых хвостов” (15) [19]. При  $e_y > e_{y,cr}$  “хвосты” ФПВ остаются “тяжелыми” вблизи стенки, но уже не имеют выраженных степенных асимптотик. Вдали от стенки при  $\eta \gg 1$ , как упоминалось выше, скорость частицы стремится к скорости среды, которая в соответствии с моделью (2) имеет гауссову статистику (рис. 4).

Полезно обсудить отличия динамики инерционных частиц в двух разных областях пристенного турбулентного потока: логарифмическом слое и в вязком подслое (см. [6, 8]). В обоих случаях наблюдается степенная сингулярность концентрации частиц на стенке, однако в вязком подслое она имеет место при любом числе Стокса, которое однозначно определяет величину показателя степени, в то время как в логарифмическом слое степенная сингулярность концентрации имеет место только для коэффициентов вос-

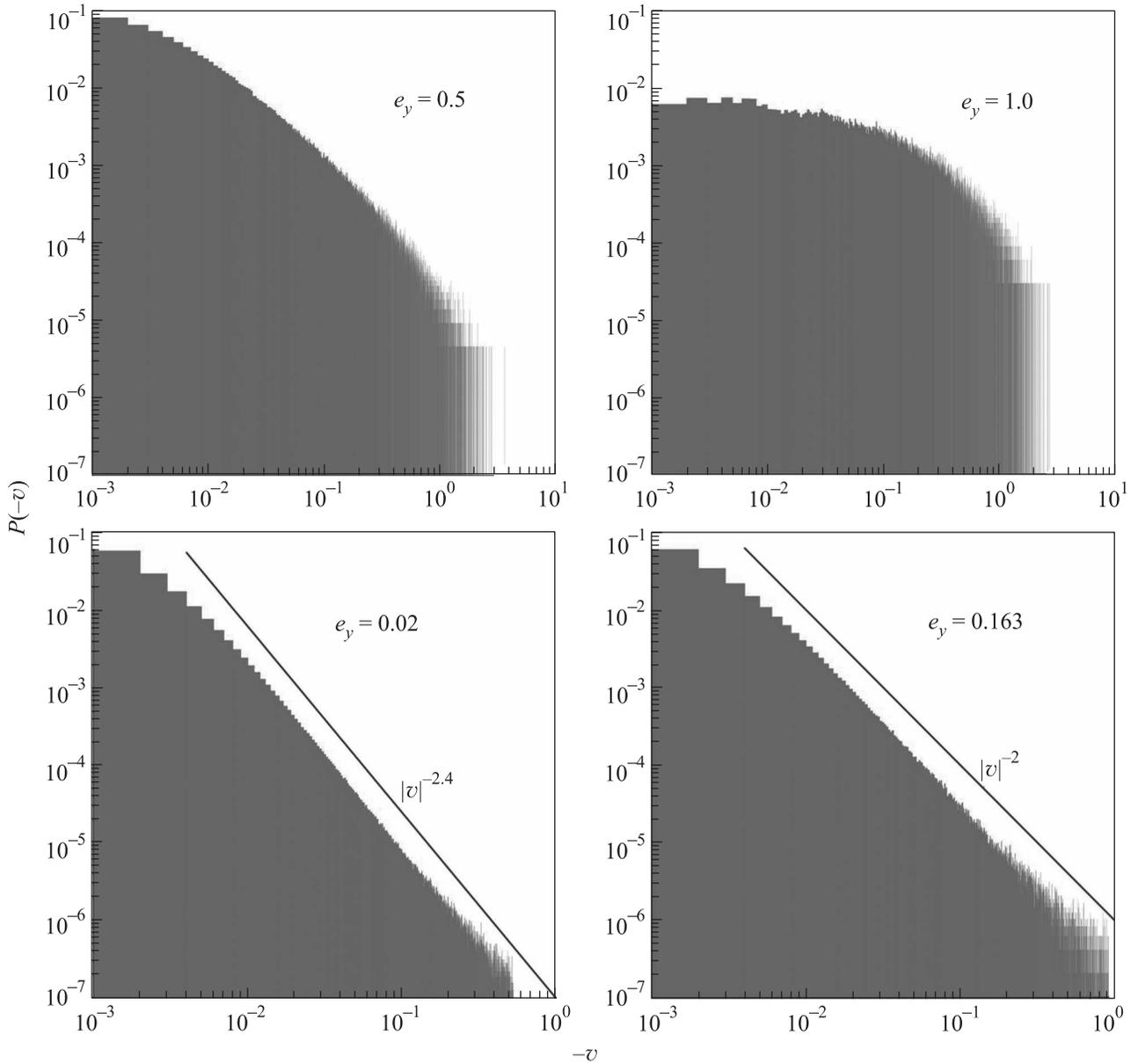


Рис. 3. (Цветной онлайн) Функция плотности вероятностей отрицательных скоростей частиц вблизи стенки. Линии – степенной закон (15)

становления, меньших критического значения перехода к неупругому коллапсу, причем показатель степени однозначно определяется коэффициентом восстановления. За пределами режима неупругого коллапса концентрация частиц на стенке имеет конечное значение. Отличие наблюдается и в поведении “тяжелых хвостов” ФПВ скорости частиц вблизи стенки: если в логарифмическом слое они наблюдаются для всех  $e_y$  и имеют степенной вид при неупругом коллапсе, то в вязком подслое хвосты ФПВ возникают только во втором порядке асимптотического разложения по параметру неравновесности, пропорцио-

нальному расстоянию до стенки [6], и связаны с баллистическими частицами из ядра потока.

Таким образом, в логарифмическом слое наблюдается миграция частиц к стенке, направленная против градиента масштаба времени турбулентности. Профили концентрации и статистических моментов скорости частиц однозначно определяются автономной координатой  $\eta$  и коэффициентом восстановления  $e_y$ . Координата  $\eta$  характеризует близость статистики скорости частиц к локально-равновесной, отклонение от которой растет при уменьшении  $\eta$ . Вблизи стенки баллистический перенос частиц ста-

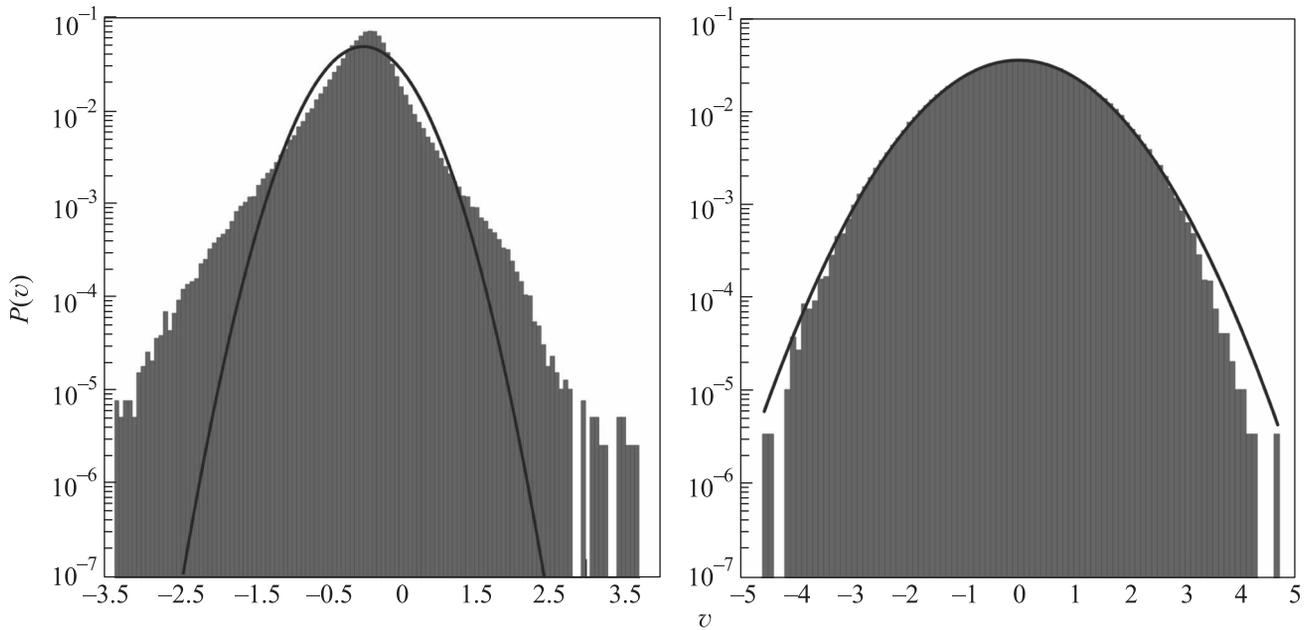


Рис. 4. (Цветной онлайн) Функция плотности вероятностей скоростей частиц с упругим отскоком ( $e_y = 1$ ) вблизи стенки  $\eta = 0.1$  (а) и вдали от нее  $\eta = 200$  (б). Линии – гауссова ФПВ

новится преобладающим, нарушая локальность турбулентного переноса частиц и приводя к появлению “тяжелых хвостов” ФПВ скорости частиц в пристенной области. При значениях коэффициента восстановления ниже критического значения перехода к неупругому коллапсу, ФПВ скорости частиц приобретает степенные “тяжелые хвосты”, свидетельствующие об экстремальной перемежаемости скорости частиц. Концентрация частиц на стенке растет при уменьшении коэффициента восстановления и приближении его к критическому значению и расходится по степенному закону при значениях коэффициента восстановления ниже критического в режиме неупругого коллапса траекторий частиц.

Автор благодарен С. А. Белану, Г. Е. Фальковичу и В. В. Лебедеву за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект # 14-19-01685). Численные методы стохастического моделирования разработаны в рамках государственного задания Института теплофизики Сибирского отделения РАН.

1. Л. И. Зайчик, В. М. Алипченков, *Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости*, Физматлит, М. (2007).
2. M. W. Reeks, *Flow. Turb. Combust.* **92**, 3 (2014).

3. K. Gustavsson and B. Mehlig, *Adv. Phys.* **65**, 1 (2016).
4. M. W. Reeks, *J. Aerosol Sci.* **92**, 729 (1983).
5. M. Caporaloni, F. Tampieri, F. Trombetti, and O. Vittori, *J. Atmos. Sci.* **32**, 565 (1975).
6. D. Ph. Sikovsky, *Flow Turb. Comb.* **92**, 41 (2014).
7. S. Belan, I. Fouxon, and G. Falkovich, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 234502 (2014).
8. S. Belan, *Physica A* **443**, 128 (2016).
9. S. V. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge Univ. Press (2000).
10. А. С. Монин, А. М. Яглом, *Статистическая гидромеханика*, Гидрометеоиздат, СПб. (1992), т. 1.
11. D. F. Sikovskii, *Fluid Dynamics* **45**, 74 (2010).
12. A. D. Bragg, P. J. Ireland, and L. R. Collins, *J. Fluid Mech.* **780**, 327 (2015).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, М. (1986), пп. 42.
14. M. Lee and R. D. Moser, *J. Fluid Mech.* **774**, 395 (2015).
15. D. Ph. Sikovsky, *Flow Turb. Comb.* **95**, 561 (2015).
16. L.-P. Wang and D. E. Stock, *J. Atmos. Sci.* **50**, 1897 (1993).
17. J.-P. Minier, E. Peirano, and S. Chibbaro, *Monte Carlo Methods Appl.* **9**, 93 (2003).
18. И. О. Хинце, *Турбулентность*, Изд-во физ.-мат. лит., М. (1963).
19. S. Belan, A. Chernykh, V. Lebedev, and G. Falkovich, *Phys. Rev. E* **93**, 052206 (2016).