

Релаксация когерентных возбужденных состояний сверхпроводника в сверхпроводящий резервуар¹⁾

И. А. Девятков^{+×2)}, А. В. Семенов^{*×}

⁺ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования МГУ им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, 199991 ГСП-1, Москва, Россия

^{*} Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский педагогический государственный университет”, 119992 Москва, Россия

[×] Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Московский физико-технический институт (государственный университет)”, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 21 ноября 2018 г.

После переработки 6 декабря 2018 г.

Принята к публикации 6 декабря 2018 г.

Мы теоретически исследуем влияние релаксации в сверхпроводящий резервуар на когерентные возбужденные состояния сверхпроводника, появляющиеся при его облучении микроволновым сигналом [Phys. Rev. Lett. **117**, 047002 (2016)], и могущие быть разрушенными из-за туннельной релаксации в резервуаре из нормального металла [http://arxiv.org/abs/1801.03311]. В качестве модели мы рассматриваем тонкую полосу диффузного сверхпроводника в туннельном контакте с диффузным сверхпроводящим резервуаром. Полоска облучается микроволновым сигналом с частотой, много большей нормализованной интенсивности сигнала, но много меньшей ее модуля параметра порядка. Мы рассчитали как спектральные функции сверхпроводящей полоски, так и функцию распределения ее квазичастиц. Мы продемонстрировали существенное ослабление влияния релаксации на когерентные возбужденные состояния сверхпроводящей полоски в случае стремления значения модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара к значению модуля параметра порядка сверхпроводящей полоски.

DOI: 10.1134/S0370274X1904009X

В настоящее время наблюдается растущий интерес к исследованию взаимодействия обычных диффузных s-волновых сверхпроводников с микроволновым излучением при очень низких температурах. Этот интерес объясняется их широким использованием в таких перспективных низкотемпературных устройствах, как сверхпроводящие резонаторы [1, 2], квантовые компьютеры [3], параметрические усилители [4], а также детекторы микроволнового излучения на кинетической индуктивности сверхпроводника [5, 6]. Это также связано с деятельностью по поиску мод Хиггса в сверхпроводниках [7–10].

Эти исследования вызвали появление теоретических работ [10–12], описывающих взаимодействие таких сверхпроводников с микроволновым сигналом при сверхнизких температурах.

В работе [11] было недавно продемонстрировано, что эффект распаривания такого сверхпроводника от микроволнового сигнала качественно отличается

от его распаривания постоянным током. Было показано, что в случае распаривания высокочастотным сигналом плотность состояний теряет пик на значении сверхпроводящей щели, и приобретает особенности в “фотонных точках” $\Delta \pm n\hbar\omega_0$, где Δ – модуль параметра порядка сверхпроводника, ω_0 – частота сигнала. Эти особенности являются проявлением появления в облучаемом микроволнами сверхпроводнике “когерентных возбужденных состояний” [11], являющихся видом состояний Флокэ [13]. Также было показано [11], что при облучении такого сверхпроводника микроволновым сигналом появляется экспоненциальный “хвост” в плотности состояний в подщелевой области. Эти предсказанные явления, имеющие место при высокочастотном распаривании сверхпроводника, сильно отличаются от хорошо изученного случая распаривания сверхпроводника постоянным током [14–16], когда БКШ особенности в плотности состояний размываются без появления дополнительных особенностей, и есть явно выраженная щель в плотности состояний. Результаты работы [11] позволили объяснить аномальный сдвиг резонансной частоты сверхпроводящего алюминиево-

¹⁾ См. дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru

²⁾ e-mail: igor-devyatov@yandex.ru

го резонатора при облучении его микроволнами при сверхнизкой температуре, измеренный в работе [1].

В работе [12] было теоретически изучено влияние туннельной релаксации в резервуар из нормально-го металла на когерентные возбужденные состояния сверхпроводника, было продемонстрировано размытие особенностей в “фотонных точках” из-за релаксационных процессов и предложена проработанная схема по экспериментальной проверке эффектов, предсказанных в работе [11].

В данной статье мы обобщили результаты работ [11, 12] на случай туннельной релаксации когерентных возбужденных состояний сверхпроводника в резервуар, который будем теперь предполагать сверхпроводящим. Эта модель позволяет на качественном уровне описать модификацию микроволновым полем спектральных функций и функции распределения неравновесных квазичастиц на поверхности сверхпроводящего резонатора, а также описать аналогичные явления в мезоскопических сверхпроводниковых системах, содержащих джозефсоновские туннельные контакты с берегами существенно разной толщины и/или из различных сверхпроводниковых материалов.

Мы теоретически исследуем влияние туннельной релаксации в диффузный сверхпроводящий резервуар на длинную, тонкую и узкую полосу диффузного s-волнового сверхпроводника, облучаемую микроволновым сигналом. Мы предполагаем, что толщина и ширина этой сверхпроводящей полоски много меньше характерной глубины проникновения, что обеспечивает равномерное распределение тока по ее поперечному сечению. Длина полоски предполагается достаточно большой, такой, что можно пренебречь влиянием границ. Мы описываем релаксацию в сверхпроводящий резервуар в рамках микроскопической туннельной модели работы [17], путем введения собственноэнергетической части $\check{\Sigma}_r = -i\Gamma\check{G}_r$, где \check{G}_r – функция Грина резервуара, Γ – скорость туннелирования в резервуар.

Мы предполагаем выполненными условия квантового режима распаривания [11]:

$$\alpha \ll \hbar\omega_0 \ll \Delta_0^0, \quad (1)$$

где параметр α пропорционален квадрату амплитуды A_0 вектор-потенциала монохроматического микроволнового сигнала: $A(t) = A_0 \cos(\omega_0 t)$: $\alpha = \frac{e^2 D A_0^2}{4}$, где e – заряд электрона, D – коэффициент диффузии, Δ_0^0 – значение модуля параметра порядка сверхпроводящей полоски в отсутствии облучения. Также в дальнейшем мы будем считать температуру T достаточно низкой: $k_B T \ll \hbar\omega_0$.

В работе [11] было показано, что в первом порядке по малому параметру $\alpha/\hbar\omega_0$ есть замкнутая система уравнений, описывающая рассматриваемую структуру, для нулевых гармоник матричных функций Грина $\check{G}_0(E)$, в пространстве Келдыша–Намбу:

$$[\Xi, \check{G}_0]_- = 0, \quad (2)$$

где $\Xi = -iE\check{\tau}_3 - i\check{\Delta}_0 + \Gamma\check{G}_{r,0} + \alpha\check{\tau}_3 (\check{G}_{0+} + \check{G}_{0-})\check{\tau}_3$. Здесь функции Грина зависят только от энергии E и $\check{G}_{0\pm} \equiv \check{G}_0(E \pm \hbar\omega_0)$, [...]_- обозначает коммутатор. Нижний индекс “0” в функциях Грина $\check{G}_0(E)$ означает, что мы рассматриваем ее нулевую гармонику. Используя известные параметризации для функций Грина в пространствах Келдыша и Намбу [18–20]: $\check{G}_0 = \begin{pmatrix} \hat{G}_0^R & \hat{G}_0^K \\ 0 & \hat{G}_0^A \end{pmatrix}$,

$$\hat{G}_0^R = \begin{pmatrix} G_0^R & F_0^R \\ -F_0^R & -G_0^R \end{pmatrix}, \quad \hat{G}_0^A = -\hat{\tau}_3 (\hat{G}_0^R)^+ \hat{\tau}_3, \\ \hat{\Delta}_0 = \begin{pmatrix} \hat{\Delta}_0 & 0 \\ 0 & \hat{\Delta}_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta}_0 = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta_0 \\ \Delta_0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \check{\tau}_3 = \begin{pmatrix} \hat{\tau}_3 & 0 \\ 0 & \hat{\tau}_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

и принимая во внимание, что в рассматриваемом случае релаксации в сверхпроводящий резервуар его функция Грина $\hat{G}_{r,0}^R$ имеет недиагональные члены в

пространстве Намбу: $\check{G}_{r,0} = \begin{pmatrix} \hat{G}_{r,0}^R & \hat{G}_{r,0}^K \\ 0 & \hat{G}_{r,0}^A \end{pmatrix}$, $\hat{G}_{r,0}^R = \begin{pmatrix} G_{r,0}^R & F_{r,0}^R \\ -F_{r,0}^R & -G_{r,0}^R \end{pmatrix}$, можно получить из (2) скалярные уравнения для спектральных функций и функции распределения неравновесных квазичастиц.

Учитывая только недиагональные члены в пространстве Намбу в запаздывающем члене в пространстве Келдыша в (2), имеем следующее скалярное уравнение для спектральных функций:

$$-iEF_0^R - i\Delta_0 G_0^R + \Gamma(F_0^R G_{r,0}^R - G_0^R F_{r,0}^R) + \alpha\Pi = 0, \quad (3)$$

где $\Pi = \{(G_{0+}^R + G_{0-}^R)F_0^R + (F_{0+}^R + F_{0-}^R)G_0^R\}$. Аналогичная процедура для компонент Келдыша и диагональных членов в пространстве Намбу в уравнении (2) приводит к кинетическому уравнению:

$$I_{\text{res}} + I_{\text{phot}} = 0, \quad (4)$$

с интегралами столкновений:

$$I_{\text{res}} = \Gamma\Upsilon\delta f_L, \quad (5)$$

где $\Upsilon = \left(\text{Re} G_{r,0}^R - \frac{\text{Re} F_0^R}{\text{Re} G_0^R} \text{Re} F_{r,0}^R\right)$, $\delta f_L = (f_L - f_{L,r})$, и

$$I_{\text{phot}} = \alpha(R_+(f_L - f_{L+}) + R_-(f_L - f_{L-})), \quad (6)$$

где $R_{\pm} = \text{Re} G_{0\pm}^R - \frac{\text{Re} F_{0\pm}^R}{\text{Re} G_0^R} \text{Re} F_{0\pm}^R$. Здесь f_L и $f_{L,r}$ есть стационарные продольные компоненты [18–20] функции распределения квазичастиц в сверхпроводящей полоске и сверхпроводящем резервуаре, соответственно; $f_{L\pm} = f_L(E \pm \hbar\omega_0)$. В случае возбуждения микроволнами появляется только продольная компонента f_L полной функции распределения $f(E)$: $f_L(E) = \text{sign}(E)(1 - 2f(E))$ [18–20].

Уравнения (3)–(6) должны рассматриваться вместе с уравнением самосогласования [18–20]:

$$\Delta_0 = -\lambda_{ep} \int_0^{\hbar\omega_D} d\varepsilon f_L(\varepsilon) \Re F_0^R, \quad (7)$$

где ω_D – частота Дебая, а λ_{ep} – электрон-фононная константа связи; и с условием нормировки для нормальной G_0^R и аномальной F_0^R компонент запаздывающей функции Грина [18–20]:

$$(G_0^R)^2 - (F_0^R)^2 = 1. \quad (8)$$

Решив систему уравнений (3)–(8) методом, описанном в дополнительном материале, мы получили следующие выражения для линейных по нормированной интенсивности сигнала α вариации плотности состояний сверхпроводящей полоски $\delta N = \text{Re} [\delta G_0^R]$:

$$\frac{\delta N}{\alpha} = \text{Re} \left[\frac{(E + i\Gamma G_{r,0}^R) (\kappa G_0^{R,0} + i\Pi_0)}{\{(E + i\Gamma G_{r,0}^R)^2 - (\Delta_0^0 - i\Gamma F_{r,0}^R)^2\}} \right], \quad (9)$$

и неравновесной функции распределения квазичастиц δf_L :

$$\frac{\delta f_L}{\alpha} = \frac{(R_+^0 (f_{L+}^0 - f_L^0) + R_-^0 (f_{L-}^0 - f_L^0))}{\Gamma \Upsilon^0}. \quad (10)$$

Здесь, $G_0^{R,0}$ и $F_0^{R,0}$ являются решениями запаздывающего уравнения Узаделя (3) в отсутствие микроволнового облучения $\alpha = 0$:

$$G_0^{R,0} = \frac{(E + i\Gamma G_{r,0}^R)}{\{(E + i\Gamma G_{r,0}^R)^2 - (\Delta_0^0 - i\Gamma F_{r,0}^R)^2\}^{1/2}}, \quad (11)$$

$$F_0^{R,0} = \frac{-(\Delta_0^0 - i\Gamma F_{r,0}^R)}{\{(E + i\Gamma G_{r,0}^R)^2 - (\Delta_0^0 - i\Gamma F_{r,0}^R)^2\}^{1/2}}, \quad (12)$$

где $G_{r,0}^R$ и $F_{r,0}^R$ – нормальная и аномальная компонента запаздывающей БКШ функции Грина сверхпроводящего резервуара с модулем параметра порядка Δ_r [18, 19, 20]. Верхний индекс “0” при функциях и величинах означает, что они

рассчитаны в отсутствии микроволнового сигнала $\alpha = 0$. Константа κ в уравнении (9) имеет следующий вид (см. дополнительный материал): $\kappa = \frac{J_0}{J_1}$, где $J_1 = \int_0^\infty dE \text{Re} \left(\frac{\partial F_0^{R,0}}{\partial \Delta_0^0} - \frac{F_0^{R,0}}{\Delta_0^0} \right)$. $J_0 = \int_0^\infty dE \text{Im} \left(\frac{\Pi_0(E + i\Gamma G_{r,0}^R)}{\{(E + i\Gamma G_{r,0}^R)^2 - (\Delta_0^0 - i\Gamma F_{r,0}^R)^2\}} \right)$.

Рисунок 1 представляет результаты численного расчета по формуле (9) поправок к плотности состояний $\delta N(x)$, $x = \frac{E}{\Delta_0^0}$, сверхпроводящей полоски, облучаемой микроволновым сигналом с частотой $\hbar\omega_0 = 0.2\Delta_0^0$ и интенсивностью монохроматического сигнала $\alpha = 0.001\Delta_0^0$. На обоих панелях (a) и (b) рис. 1 красная сплошная линия соответствует отсутствию релаксации, черная линия из точек соответствует случаю релаксации в резервуар из нормального металла со скоростью релаксации $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$. Рисунок 1a представляет результаты для случая релаксации в сверхпроводящий резервуар, рассчитанные для различных значений модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара Δ_r , при фиксированном значении скорости релаксации $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$. Зеленая штрих-точечная линия на рис. 1a соответствует $\Delta_r = 0.99\Delta_0^0$, синяя штрих-точка-точка линия соответствует $\Delta_r = 0.5\Delta_0^0$, штрихованная магента линия соответствует $\Delta_r = 0.01\Delta_0^0$.

Для сравнения, рис. 1b представляет результаты для случая релаксации в резервуар из нормального металла, рассчитанные для различных значений скорости релаксации Γ . Магента штрих-точка-точка линия соответствует $\Gamma = 0.035\Delta_0^0$, синяя штрих-точечная линия соответствует $\Gamma = 0.015\Delta_0^0$, зеленая штрихованная линия соответствует $\Gamma = 0.0035\Delta_0^0$.

Сопоставление панелей (a) и (b) рис. 1 показывает, что стремление значения модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара Δ_r к значению модуля параметра порядка сверхпроводящей полоски Δ_0^0 (от штрихованной магента линии, затем синяя штрих-точка-точка линия к зеленой штрих-точечной линии на рис. 1a) практически полностью подобна уменьшению скорости релаксации Γ на рис. 1b для случая релаксации в резервуар из нормального металла. Такая зависимость поправки к плотности состояний δN от соотношения между модулем параметра порядка сверхпроводящего резервуара Δ_r и модулем параметра порядка сверхпроводящей полоски Δ_0^0 следует из вида уравнений для спектральных функций (2), (3), в которых член, ответственный за релаксацию, пропорционален коммутатору функции Грина сверхпроводящего резервуара $\check{G}_{r,0}$ и функции Грина сверхпроводящей полоски \check{G}_0 . При стремлении величины модуля параметра порядка сверх-

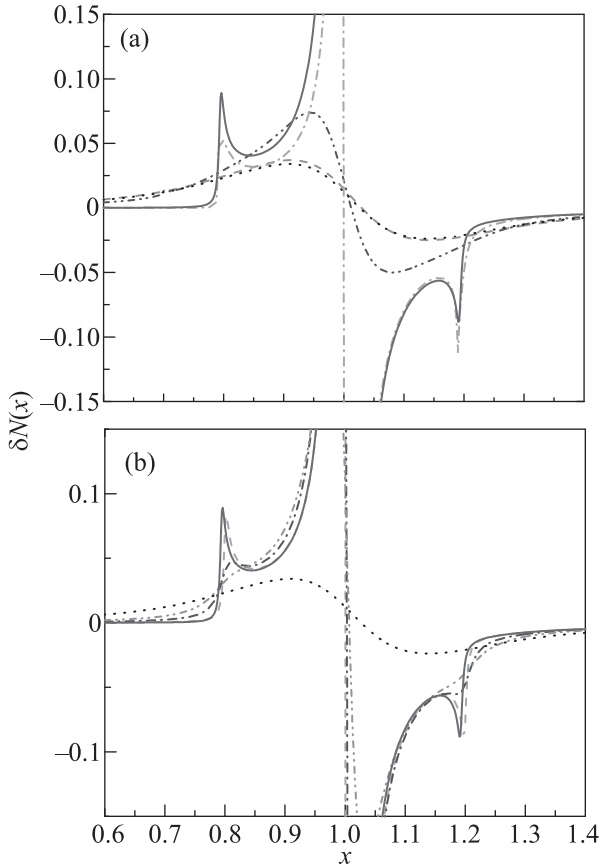


Рис. 1. (Цветной онлайн) Изменение плотности состояний сверхпроводящей полоски $\delta N(x)$ под действием микроволнового сигнала с частотой $\hbar\omega_0 = 0.2\Delta_0^0$ и интенсивностью $\alpha = 0.001\Delta_0^0$. Красная сплошная линия на обеих панелях соответствует отсутствию релаксации, черная линия из точек соответствует случаю релаксации в резервуар из нормального металла со скоростью релаксации $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$. (a) – Релаксации в сверхпроводящий резервуар, $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$. Зеленая штрих-точечная линия соответствует $\Delta_r = 0.99\Delta_0^0$, синяя штрих-точка-точка линия соответствует $\Delta_r = 0.5\Delta_0^0$, штрихованная магента линия соответствует $\Delta_r = 0.01\Delta_0^0$. (b) – Резервуар из нормального металла, магента штрих-точка-точка линия соответствует $\Gamma = 0.035\Delta_0^0$, синяя штрих-точка линия соответствует $\Gamma = 0.015\Delta_0^0$, зеленая штрихованная линия соответствует $\Gamma = 0.0035\Delta_0^0$

проводящего резервуара Δ_r к величине модуля параметра порядка сверхпроводящей полоски Δ_0^0 их функции Грина стремятся друг к другу, что ведет к уменьшению величины их коммутатора и, поэтому к уменьшению эффективной скорости релаксации.

Поправки к функции распределения $\delta f_L(x)$ неравновесных квазичастиц сверхпроводящей полоски, облучаемой микроволновым сигналом с

учетом релаксации возбужденных состояний в сверхпроводящий резервуар, представлены на рис. 2. В численных расчетах мы использовали

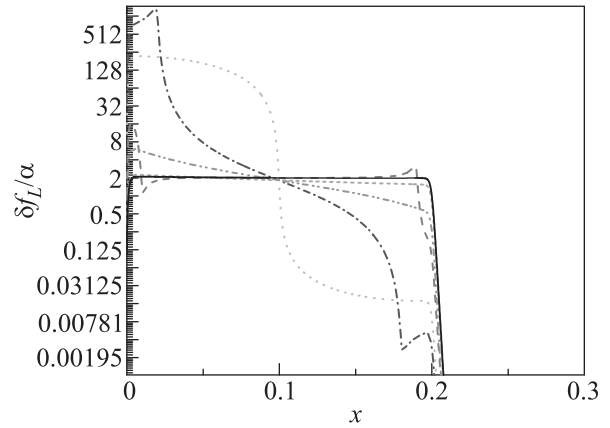


Рис. 2. (Цветной онлайн) Функция распределения неравновесных квазичастиц δf_L сверхпроводящей полоски, облучаемой микроволновым сигналом с частотой $\hbar\omega_0 = 0.2\Delta_0^0$ и интенсивностью $\alpha = 0.001\Delta_0^0$ для случая релаксации в сверхпроводящий резервуар со скоростью $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$. Красная штрихованная линия соответствует величине модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара $\Delta_r = 0.01\Delta_0^0$, зеленая линия из точек: $\Delta_r = 0.1\Delta_0^0$, синяя штрих-точечная линия: $\Delta_r = 0.18\Delta_0^0$, магента штрих-точка-точка линия: $\Delta_r = 0.25\Delta_0^0$, циан линия из коротких штрихов: $\Delta_r = 0.5\Delta_0^0$, черная сплошная линия соответствует релаксации в резервуар из нормального металла

следующие значения параметров задачи: скорость туннелирования в сверхпроводящий резервуар $\Gamma = 0.15\Delta_0^0$, частота сигнала $\hbar\omega_0 = 0.2\Delta_0^0$ и интенсивность сигнала $\alpha = 0.001\Delta_0^0$. Красная пунктирная линия на рис. 2 соответствует значению модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара $\Delta_r = 0.01\Delta_0^0$, зеленая линия из точек соответствует $\Delta_r = 0.1\Delta_0^0$, синяя штрих-точечная линия соответствует $\Delta_r = 0.18\Delta_0^0$, магента штрих-точка-точка линия соответствует $\Delta_r = 0.25\Delta_0^0$, циан линия из коротких штрихов соответствует $\Delta_r = 0.5\Delta_0^0$, черная сплошная линия соответствует релаксации в резервуар из нормального металла. Из рисунка 2 следует, что функции распределения неравновесных квазичастиц сверхпроводящей полоски, облучаемой микроволновым сигналом и туннельным образом, связанная со сверхпроводящим резервуаром, может отличаться существенно от функции распределения неравновесных квазичастиц аналогичной структуры с резервуаром из нормального металла. Это отличие наиболее явно выражено при значениях модуля параметра порядка сверхпроводящего резервуара

$\Delta_r \approx 0.5\hbar\omega_0$ (зеленая линия из точек, и синяя штрих-точечная линия на рис. 2).

В заключение, мы теоретически исследовали влияние релаксации в диффузный сверхпроводящий резервуар на когерентные возбужденные состояния сверхпроводника [11]. Мы рассмотрели случай тонкой, узкой и длинной грязной сверхпроводящей полосы, облучаемой монохроматическим микроволновым сигналом, находящейся в туннельном контакте с массивным диффузным сверхпроводящим резервуаром. Релаксацию мы описывали в рамках туннельной модели работы [17]. Мы рассчитали при выполнении условий квантового режима распаривания (1) как спектральные функции, так и функцию распределения неравновесных квазичастиц такой сверхпроводящей полосы. Мы продемонстрировали существенное ослабление влияния эффекта релаксации на когерентные возбужденные состояния сверхпроводника в случае сверхпроводящего резервуара с величиной модуля параметра порядка, близкой к величине модуля параметра порядка сверхпроводящей полосы. Мы также продемонстрировали различие неравновесных функций распределения квазичастиц для случаев релаксации в резервуар из нормального металла и в сверхпроводящий резервуар.

Мы благодарны Т.М. Клапвику за стимулирующие дискуссии.

Финансовая поддержка данных исследований осуществлялась с помощью гранта Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проект # 17-02-00757; Российского Научного Фонда, проект # 17-72-30036; и Министерством Образования и Науки Российской Федерации, контракт, contract # 14.B25.

1. P. J. de Visser, D. J. Goldie, P. Diener, S. Withington, J. J. A. Baselmans, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 047004 (2014).
2. A. Romanenko, R. Pilipenko, S. Zorzetti,

- D. Frolov, M. Awida, S. Posen, and A. Grassellino, arXiv:1810.03703 (2018).
3. A. Blais, R.-S. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, *Phys. Rev. A* **69**, 062320 (2004).
4. B. H. Eom, P. K. Day, H. G. LeDuc, and J. Zmuidzinas, *Nature Phys.* **8**, 623 (2012).
5. J. Zmuidzinas, *Ann. Rev. Cond. Matter Phys.* **3**, 169 (2012).
6. P. J. de Visser, J. J. A. Baselmans, J. Bueno, N. Llombart, and T. M. Klapwijk, *Nat. Commun.* **5**, 3130 (2014).
7. R. Matsunaga, Y. I. Hamada, K. Makise, Y. Uzawa, H. Terai, Z. Wang, and R. Shimano, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 057002 (2013).
8. R. Matsunaga, N. Tsuji, H. Fujita, A. Sugioka, K. Makise, Y. Uzawa, H. Terai, Z. Wang, H. Aoki, and R. Shimano, *Science* **345**, 1145 (2014).
9. M. Beck, I. Rousseau, M. Klammer, P. Leiderer, M. Mittendorff, S. Winnerl, M. Helm, G. N. Gol'tsman, and J. Demsar, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 267003 (2013).
10. A. Moor, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 047001 (2017).
11. A. V. Semenov, I. A. Devyatov, P. J. de Visser, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 047002 (2016).
12. A. V. Semenov, I. A. Devyatov, M. P. Westig, and T. M. Klapwijk, <http://arxiv.org/abs/1801.03311>.
13. M. Grifoni and P. Hänggi, *Phys. Rep.* **304**, 229 (1998).
14. M. Y. Kupriyanov and V. F. Lukichev, *Fiz. Nizk. Temp.* **6**, 445 (1980) [*Sov. J. Low Temperature Physics* **6**, 210 (1980)].
15. J. Romijn, T. M. Klapwijk, M. J. Renne, and J. E. Mooij, *Phys. Rev. B* **26**, 3648 (1982).
16. A. Anthore, H. Pothier, and D. Esteve, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 127001 (2003).
17. N. B. Kopnin and A. S. Melnikov, *Phys. Rev. B* **84**, 064524 (2011).
18. A. I. Larkin and Y. N. Ovchinnikov, *ZhETF* **73**, 299 (1977).
19. W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, G. Schön, and A. D. Zaikin, *Superlattices Microstruct.* **25**, 1251 (1999).
20. J. Rammer and H. Smith, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 323 (1986).