

## Переход “фотонный кристалл–метаматериал с электрическим откликом” в диэлектрических структурах

Е. Э. Маслова<sup>+</sup>, М. Ф. Лимонов<sup>+\*</sup>, М. В. Рыбин<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup> Университет информационных технологий, механики и оптики, Физико-технический факультет, 197101 С.-Петербург, Россия

<sup>\*</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 11 декабря 2018 г.

После переработки 20 декабря 2018 г.

Принята к публикации 25 декабря 2018 г.

Теоретически продемонстрирована возможность создания диэлектрических структур, обладающих свойствами метаматериала благодаря электрическим резонансам Ми. Структуры состоят из однородных диэлектрических цилиндров, расположенных в узлах простой треугольной или квадратной решетки. Построена фазовая диаграмма, определяющая диапазон параметров (нормированный радиус цилиндра, диэлектрическая проницаемость), при которых метаматериал имеет близкое к нулю значение эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\text{eff}}$ . Моделирование прохождения гауссова пучка через образец метаматериала в форме призмы показало, что околонулевое значение  $\epsilon_{\text{eff}}$  не чувствительно к ориентации кристаллических осей.

DOI: 10.1134/S0370274X19050138

К настоящему времени фотонные кристаллы (ФК) [1, 2] и метаматериалы (ММ) [3, 4] уже стали классическими объектами для изучения электродинамики фотонных структур. Основные эффекты в ФК, в первую очередь, возникновение полосы запрещенных частот, определяются брэгговским рассеянием, связанным с периодичностью структуры, при этом рассеяние света на элементарной ячейке, как правило, не обладает резонансным откликом. Напротив, эффекты в ММ связаны с резонансами на каждом структурном элементе, что позволяет описывать ММ при помощи материальных параметров диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и магнитной восприимчивости  $\mu$ , как и обычные оптические материалы. Однако в ММ  $\epsilon$  и  $\mu$  могут принимать произвольные значения, что открывает широкие возможности для создания новых фотонных устройств таких, как плоские линзы Веселаго [5], маскирующие покрытия [6, 7], гиперлинзы с субволновым разрешением [8].

Важным этапом в создании и исследовании ММ стали работы по исследованию объектов с высоким значением диэлектрической проницаемости. Объекты, форма которых позволяет наблюдать резонансное рассеяние Ми, могут быть использованы в качестве структурных элементов ММ [9]. В отличие от ММ, созданных из металлических резонансных эле-

ментов, ММ с диэлектрическими резонаторами обладают низкими материальными потерями даже в высокочастотной области спектра от терагерцового до оптического диапазонов. В настоящее время, благодаря исследованию и использованию элементов с резонансным рассеянием Ми, сформировалось целое научное направление – диэлектрическая мета-оптика [10, 11].

В работе [12] изучались диэлектрические структуры, состоящие из цилиндров радиуса  $r$  и диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , которые расположены в узлах квадратной решетки. Было показано, что такая структура с фиксированным геометрическим параметром  $r/a$  ( $a$  – постоянная решетки), обладающая характерными свойствами ФК при малых значениях  $\epsilon$ , с ростом  $\epsilon$  может приобрести свойства ММ с магнитным откликом для ТЕ-поляризованного света (магнитное поле осциллирует вдоль оси цилиндров). Была построена фазовая диаграмма “фотонный кристалл–метаматериал” в осях  $\epsilon$  и  $r/a$ , и соответствующая трансформация свойств была названа *фотонным фазовым переходом* [12]. Вопрос о возможности создания ММ из структурных элементов, обладающих электрическим дипольным откликом в ТМ-поляризованном свете (электрическое поле осциллирует вдоль оси цилиндров), исследовался в работе [13]. Авторы использовали приближение невзаимодействующих структурных элементов для определения эффективных параметров, которое было пред-

<sup>1)</sup>e-mail: m.rybin@mail.ioffe.ru

ложено ранее в работе для изучения свойств магнитных ММ [9]. Однако применимость такого приближения для электрических ММ в статье [13] не обсуждалось. В то же время, именно электрические ММ могут наиболее эффективно использоваться для усиления взаимодействия света с веществом, поскольку в большинстве случаев такое взаимодействие имеет электродипольную природу.

Целью данной работы являлся поиск и теоретическое исследование диэлектрических материалов, построенных из структурных элементов с электрическим дипольным откликом. Используя метод, предложенный в работе [12], мы сумели определить область параметров  $\varepsilon$  и  $r/a$ , в которой диэлектрическая структура проявляет свойства ММ. В результате оказалось, что использованные в работе [13] параметры соответствуют фазе фотонного кристалла. В данной работе свойства ММ были продемонстрированы при помощи возбуждения моды с околонулевым значением эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{\text{eff}}$  (вопросам применения таких мод посвящен обзор [14]) в структуре.

Следуя работе [15], мы рассматриваем оптимальную для диэлектрических ММ треугольную решетку цилиндров, поскольку данный тип решетки обладает наибольшей плотностью узлов и, соответственно, наибольшей зоной Бриллюэна (размер зоны Бриллюэна определяет минимальную частоту брэгговского рассеяния). На структуру падает электромагнитная волна в направлении, перпендикулярном оси цилиндров, которые поддерживают электрические резонансы Ми при ТМ поляризации электромагнитного поля [16]. Рассмотрим поведение самого низкочастотного электрического дипольного резонанса  $\text{TM}_{01}$ . Условие перехода структуры в режим ММ связано с отщеплением запрещенной зоны, связанной с резонансом Ми  $\text{TM}_{01}$ , от самой низкочастотной запрещенной зоны, возникающей благодаря брэгговскому рассеянию волн на периодической структуре. При этом в зонной структуре в низкочастотной области появляется поляритонная особенность [15, 17]. Отметим, что на частотах, соответствующих распределенным по структуре брэгговским резонансам, волны распространяются в условиях сильной пространственной дисперсии [18], и это обстоятельство лишает смысла введение эффективных материальных параметров для фотонной структуры. Возможность понижения частоты резонанса Ми ТМ ниже всех брэгговских стоп-зон обусловлена существованием минимальной частоты брэгговского резонанса  $a/\lambda = 1/\sqrt{3}$ , где  $\lambda$  – длина волны в вакууме. Однако следует иметь в виду, что при близости частот

резонансов Ми и Брэгга, брэгговская запрещенная зона резонансно уширяется [19], тем самым во многом нивелируя уменьшение частоты резонанса Ми  $\text{TM}_{01}$ . Поскольку эффект резонансного уширения запрещенной зоны сильнее в ТМ поляризации, то существование фазы ММ заранее не очевидно [12].

Мы рассчитали зонные диаграммы (зависимость частоты от волнового вектора) для ТМ поляризации и, обработав их, построили карту запрещенных зон для направления ГМ (рис. 1а) в широком диа-

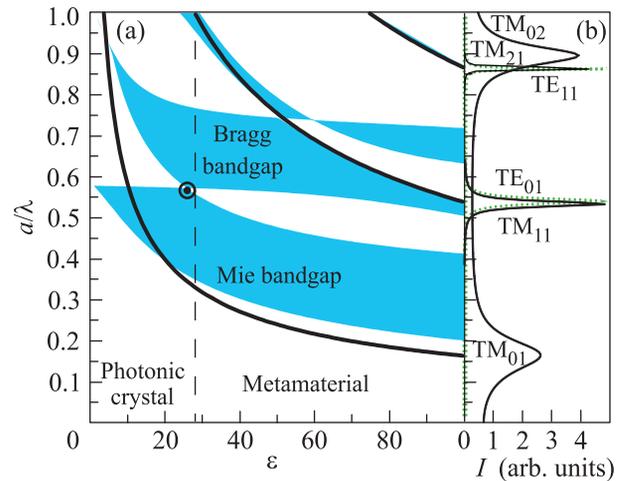


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Карта запрещенных зон, рассчитанная для переменного параметра  $\varepsilon = [1...100]$  и постоянного параметра  $r/a = 0.07$  в ТМ поляризации. Закрашенные области соответствуют запрещенным зонам в фотонной структуре, черным – максимум резонансов Ми на структурных элементах (одиночных цилиндрах). Черный кружок – точка отщепления запрещенной зоны Ми от брэгговской стоп-зоны. Вертикальный пунктир – граница между ФК и ММ. (б) – Спектры рассеяния Ми на одиночном цилиндре: сплошная черная линия соответствует ТМ поляризации, пунктир – ТЕ поляризация

пазоне диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = [1...100]$  и с постоянным коэффициентом заполнения структуры  $r/a = 0.07$ . Как будет показано ниже, значение  $r/a = 0.07$  соответствует середине области существования фазы электрического ММ. Для интерпретации запрещенных зон, на карту также нанесена расчетная зависимость положения резонансов Ми. Отметим, что при увеличении диэлектрической проницаемости наблюдается уменьшение частоты резонансов Ми. На карте (рис. 1) видны запрещенные зоны, следующие за резонансами Ми, а также резонансно уширенная брэгговская стоп-зона в интервале  $0.57 \lesssim a/\lambda \lesssim 0.75$ , которую пересекают резонансы Ми, “вырезая” разрешенные зоны. Значение

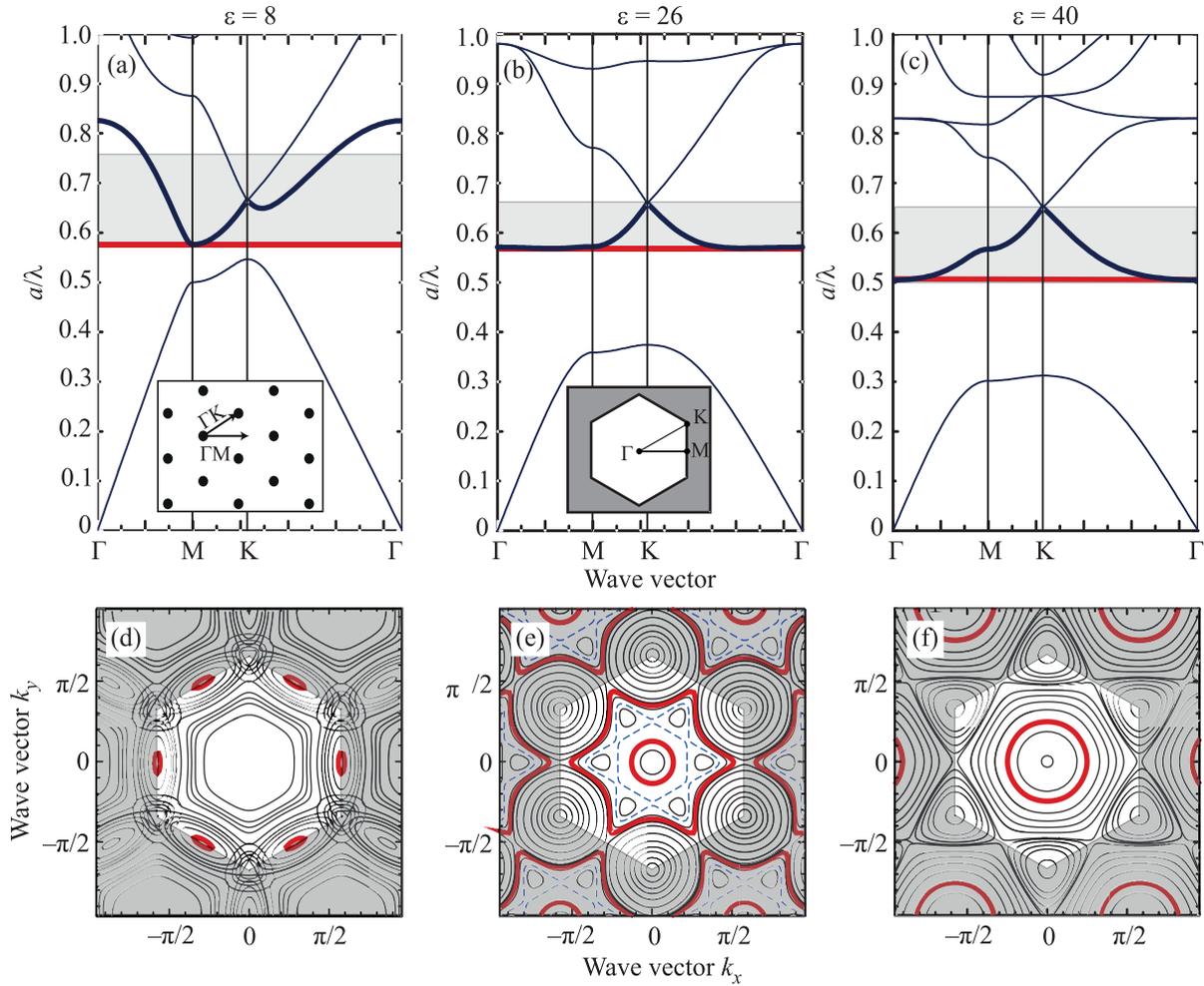


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зонные диаграммы для треугольной решетки при коэффициенте заполнения структуры  $r/a = 0.07$ : (a) – ФК ( $\varepsilon = 8$ ); (b) – промежуточное состояние ( $\varepsilon = 26$ ); (c) – ММ ( $\varepsilon = 40$ ). Жирной линией обозначена вторая дисперсионная ветвь. Серым прямоугольником отмечена область зонной диаграммы, для которой были рассчитаны изочастотные контуры. (d)–(f) – Изочастотные контуры, соответствующие зонным диаграммам (a)–(c). Незакрашенная область – зона Бриллюэна треугольной решетки. Жирной линией выделены контуры, соответствующие частотам: (a), (d) –  $a/\lambda = 0.580$ ; (b), (e) –  $a/\lambda = 0.571$ ; (c), (f) –  $a/\lambda = 0.515$ ; пунктирные линии на панели (e)  $a/\lambda = 0.569$ . На вставках – структура в прямом пространстве (a) и зона Бриллюэна (b)

$\varepsilon = 26$ , при котором запрещенная зона Ми  $TM_{01}$  отщепляется от брэгговской стоп-зоны отмечена черным кружком на рис. 1a. Однако анализ зонных диаграмм (рис. 2), показывает, что поляритонная особенность при  $\varepsilon = 26$  еще не сформировалась, и структура не перешла в фазу ММ: дисперсионная ветвь второй разрешенной зоны имеет локальный минимум. Переход в режим ММ происходит при ( $r/a = 0.07$ ,  $\varepsilon = 28$ ), граница фаз ФК и ММ отмечена вертикальным пунктиром на рис. 1a.

На рисунке 1b представлены спектры электрических резонансов Ми  $TM_{nk}$  для одиночного цилиндра с параметрами  $\varepsilon = 100$  и  $r/a = 0.07$ . Для сравнения мы также наложили спектры магнитных резо-

нансов Ми  $TE_{nk}$ . Видно, что спектры рассеяния в ТМ поляризации ниже по частоте и шире, чем в ТЕ поляризации, что предполагает более сильное взаимодействие соседних цилиндров в ТМ поляризации. Широкая дипольная мода  $TM_{01}$  определяет широкую запрещенную зону Ми в электрических ММ. Интересно отметить, что частота электрического квадрупольного резонанса Ми  $TM_{11}$  при  $\varepsilon = 100$  фактически совпадает с частотой магнитного дипольного резонанса Ми  $TE_{01}$ , также близки по положению и ширине моды  $TM_{21}$  и  $TE_{11}$ .

Поскольку граница между режимами ФК и ММ связана не только с состояниями на границе зоны Бриллюэна, но и с особенностями внутри зоны (ло-

кальный минимум между  $26 < \epsilon < 28$ ), мы также проанализировали изочастотные контуры. Расчет производился для коэффициента заполнения  $r/a = 0.07$  и трех значений диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ : 8, 26 и 40, что соответствует трем состояниями структуры: ФК, промежуточное состояние и ММ. Промежуточное состояние между двумя фазами соответствует условию отщепления запрещенной зоны Ми. На рис. 2 представлены зонные диаграммы и изочастотные контуры для частот, соответствующих второй разрешенной зоне, особенности которой описывают переход к режиму ММ.

На рисунке 2d изображены изочастотные контуры для фотонного кристалла ( $\epsilon = 8$ ). На нижней границе разрешенной зоны при  $a/\lambda = 0.580$  существуют состояния в направлениях ГМ, отмеченные жирными замкнутыми линиями овальной формы. По мере увеличения частоты появляются состояния для всех направлений волнового вектора. Однако длина волнового вектора имеет сильную зависимость от направления, т.е. свет распространяется в условиях сильной пространственной дисперсии. В промежуточном состоянии (рис. 2e;  $\epsilon = 26$ ) на нижней границе разрешенной зоны наблюдаются контуры, имеющие форму, близкую к окружности, т.е. моды не зависят от направления волнового вектора, однако необходимо отметить существование второго контура для одного и того же значения частоты  $a/\lambda$ , которое зависит от направления волнового вектора. Наличие двух состояний для каждого направления не позволяет описывать структуру при помощи материальных параметров  $\epsilon$  и  $\mu$ , т.е. структура еще не перешла в фазу ММ. В фазе ММ (рис. 2f;  $\epsilon = 40$ ), как и в промежуточном состоянии, наблюдаются контуры, по форме близкие к окружности, однако каждому направлению соответствует только один контур. Отметим, что по мере увеличения частоты ( $a/\lambda > 0.535$ ) появляются эффекты пространственной дисперсии. Тем не менее, существование диапазона частот вблизи резонансов, в котором распространение света происходит в условиях слабой пространственной дисперсии, является качественным признаком, который отсутствует в структурах с  $\epsilon < 28$  при  $r/a = 0.07$ .

Условия появления у структуры свойств ММ могут быть графически представлены на фазовой диаграмме в осях ( $\epsilon - r/a$ ). На рисунке 3 показаны фазовые диаграммы фотонной структуры с треугольной и квадратной решетками. Мы исследовали структуры в диапазонах параметров  $\epsilon$  [1...100] и  $r/a$  [0.0...0.5]. Оказалось, что для фазы электрического ММ возможные значения коэффициента за-

полнения структуры с треугольной решеткой находится в узком диапазоне  $r/a = [0.03...0.12]$ , а минимум значения диэлектрической проницаемости цилиндров  $\epsilon$  равен 22. Отметим, что магнитные ММ существуют фактически во всем диапазоне геометрических параметров структуры  $r/a = [0.0...0.5]$ , который ограничен условием перекрытия соседних цилиндров  $r/a > 0.5$  [12]. Сравнение диаграмм на рис. 3 показывает, что фаза ММ для треугольной решетки

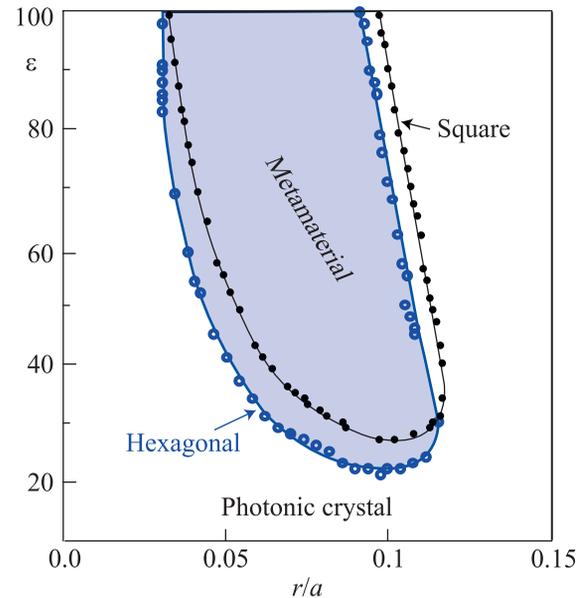


Рис. 3. (Цветной онлайн) Фазовая диаграмма “фотонный кристалл–метаматериал” для ТМ поляризации. Большими кружками обозначена граница фазы ММ для треугольной решетки; маленькие кружки – для квадратной решетки

имеет больший диапазон по диэлектрической проницаемости. Однако для квадратной решетки диапазон коэффициента заполнения незначительно шире, хотя фаза ММ появляется при большем значении диэлектрической проницаемости  $\epsilon > 28$ .

Для практических применений оказываются важны не столько зонные диаграммы, сколько реальные распределения полей в структуре. Моды с отрицательным значением  $\epsilon_{\text{eff}} < 0$  соответствуют быстро затухающим волнам, которые мало отличаются от эванесцентных мод в брэгговской запрещенной зоне. Однако рассмотрение распространяющихся волн вблизи запрещенной зоны позволяет выявить существенные отличия между ФК и ММ. Согласно принципу причинности, определяющему нормальную дисперсию диэлектрической проницаемости в оптических материалах, разрешенные состояния, граничащие с высокочастотным краем запрещенной зоны ММ, со-

ответствуют близким к нулю значениям  $\epsilon_{\text{eff}}$  и большим длинам волн [14]. Таким образом, в фазе ММ должны наблюдаться состояния с однородным распределением электрического поля по структуре (так как  $\epsilon_{\text{eff}} \approx 0$ ). Причем эти моды не должны зависеть от ориентации кристаллических осей. Мы рассчитали распределение полей на частоте околонулевой  $\epsilon_{\text{eff}}$  для треугольных призм, состоящих из диэлектрических цилиндров. Было рассчитано распределение интенсивности электрического поля при падении на призмы гауссова пучка (ширина перетяжки  $10a$ ) на частоте нижней границы разрешенной зоны. В одной призме пучок распространяется вдоль направления ГМ, в другой – вдоль ГК. Обе структуры имеют коэффициент заполнения  $r/a = 0.07$ , диэлектрическая проницаемость цилиндров равнялась 8 (ФК) либо 40 (ММ).

В режиме фотонного кристалла (рис. 4а, с) на нижней границе разрешенной зоны при  $a/\lambda = 0.575$

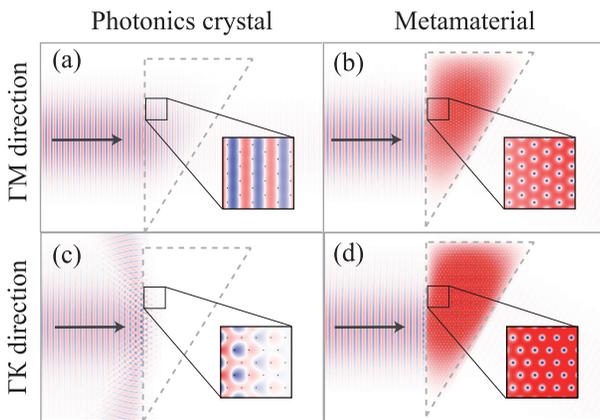


Рис. 4. (Цветной онлайн) Распределение электрического поля в призме, состоящей из диэлектрических цилиндров с  $r/a = 0.07$ , в двух состояниях: фотонный кристалл [(a), (c),  $\epsilon = 8$ ,  $a/\lambda = 0.575$ ] и метаматериал [(b), (d),  $\epsilon = 40$ ,  $a/\lambda = 0.505$ ] и двух направлений распространения света ГМ и ГК

в направлении ГМ пучок сохраняет свою ширину, и поле имеет типичный для ФК “полосатый” вид (поле в соседних ячейках осциллирует в противофазе). Для направления ГК частота попадает в стоп-зону, и наблюдается экспоненциальное затухание светового пучка. Таким образом, распределение полей существенно зависит от ориентации осей ФК. В режиме ММ (рис. 4b, d) распределение поля однородно по всей структуре и не зависит от ориентации кристаллических осей при частоте  $a/\lambda = 0.505$  околонулевой  $\epsilon_{\text{eff}}$ . Наблюдается однородная мода (поле в соседних ячейках осциллирует в фазе), заполняющая весь объем структуры, поскольку длина волны в ре-

жиме околонулевых параметров стремится к бесконечности.

Таким образом, ММ с резонансной зависимостью  $\epsilon_{\text{eff}}$  можно создать из диэлектрических цилиндров, расположенных в узлах треугольной либо квадратной решетки. При этом фотонная структура приобретает свойства ММ, когда в зонной структуре появляется поляритонная особенность, связанная с резонансами Ми на отдельных структурных элементах. В работе были построены фазовые диаграммы в осях  $(r/a-\epsilon)$ , определяющие область существования ММ-режима фотонных структур, имеющих треугольную или квадратную кристаллическую решетки. Треугольная решетка позволяет получить фазу ММ при наименьшем значении диэлектрической проницаемости цилиндров  $\epsilon = 22$  (соответствует ряду материалов в инфракрасном диапазоне), поскольку зона Бриллюэна треугольной решетки имеет наибольший размер. Анализ изочастотных контуров показал, что отщепление запрещенной зоны Ми от резонансно уширенной брэгговской стоп-зоны (на карте запрещенных зон) не является критерием перехода фотонной структуры в режим ММ, поскольку это значение соответствует режиму сильной пространственной дисперсии с двумя волнами для каждого направления волнового вектора. Промежуточный режим соответствует малому интервалу  $\Delta\epsilon \approx 2$ , при дальнейшем повышении  $\epsilon$  наблюдается режим ММ, в том числе с околонулевым значением диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\text{eff}}$ .

Авторы благодарят Ю.С. Кившаря, П.А. Белова и А.А. Каплянского за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Образования и Науки (задание 3.1500.2017/4.6) и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 18-02-00427).

1. J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*, Princeton Univ. Press, Princeton (2008), 304 p.
2. K. Sakoda, *Optical Properties of Photonic Crystals*, Springer Science & Business Media, Berlin (2004), v. 80.
3. А. К. Сарычев, В. М. Шалаев, *Электродинамика метаматериалов*, Научный мир, М. (2011).
4. N. Enghata and R. Ziolkowski (editors), *Electromagnetic Metamaterials: Physics and Engineering Exploration*, Wiley-IEEE Press, N.Y. (2006).
5. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
6. U. Leonhardt, *Science* **312**, 1777 (2006).

7. P.-Y. Chen, J. Soric, and A. Alù, *Adv. Mater.* **24**, OP281 (2012).
8. Z. Liu, H. Lee, Y. Xiong, C. Sun, and X. Zhang, *Science* **315**, 1686 (2007).
9. S. O'Brien and J. B. Pendry, *J. Phys.: Cond. Matt.* **14**, 4035 (2002).
10. R. C. McPhedran, I. V. Shadrivov, B. T. Kuhlmey, and Y. S. Kivshar, *NPG Asia Materials* **3**, 100 (2011).
11. S. Kruk and Y. Kivshar, *ACS Photonics* **4**, 2638 (2017).
12. M. V. Rybin, D. S. Filonov, K. B. Samusev, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, Yu. S. Kivshar, and M. F. Limonov, *Nature Commun.* **6**, 10102 (2015).
13. J. A. Schuller, R. Zia, T. Taubner, and M. L. Brongersma, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 107401 (2007).
14. I. Liberal and N. Engheta, *Nature Photon.* **11**, 149 (2017).
15. S. V. Li, Y. S. Kivshar, and M. V. Rybin, *ACS Photonics* (2018).
16. C. F. Bohren and D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*, Wiley-VCH, N.Y. (1998), 544 p.
17. N. Kaina, F. Lemoult, M. Fink, and G. Lerosey, *Nature* **525**, 77 (2015).
18. К. Р. Симовский, *Опт. Спектр.* **107**, 766 (2009).
19. E. L. Ivchenko, *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*, Alpha Science Int'l Ltd., Oxford (2005).