

## Асимптотические характеристики кластерных каналов в рамках *ab initio* подхода

Д. М. Родкин<sup>+\*×1)</sup>, Ю. М. Чувильский<sup>+\*×°</sup>

<sup>+</sup>Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, 127055 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Московский Физико-Технический Институт (государственный университет), 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>×</sup>Тихоокеанский государственный университет, 680035 Хабаровск, Россия

<sup>°</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 января 2019 г.

После переработки 12 февраля 2019 г.

Принята к публикации 13 февраля 2019 г.

Развит подход, позволяющий рассчитывать характеристики кластерных каналов: асимптотические нормировочные коэффициенты связанных состояний и ширины распада узких резонансов легких ядер. В качестве волновых функций этих состояний, а также волновых функций кластеров, формирующих канал, используются реалистические, в частности, вычисленные в рамках различных вариантов *ab initio* подхода решения *A*-нуклонного уравнения Шредингера. Изучены кластерные свойства различных состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ , среди которых встречаются как сильно, так и слабо кластеризованные. Показано, что результаты расчетов асимптотических характеристик кластерных каналов в рамках модели оболочек без инертного кора в целом хорошо воспроизводят экспериментальные данные, но, в деталях, чувствительны к виду конкретного NN-потенциала.

DOI: 10.1134/S0370274X19070014

Кластерные свойства различных ядерных состояний непосредственно проявляются при их распаде, слиянии сталкивающихся ядер, реакциях выбивания и передачи кластеров, а также в некоторых других. Характеристики этих состояний (спектроскопические факторы и кластерные форм факторы) определяют сечения перечисленных реакций, поскольку эти характеристики определяют асимптотику волновых функций входных и выходных каналов соответствующих реакций. Можно утверждать, что чрезвычайно большой объем данных о сечениях и поляризационных характеристиках ядерных реакций при низких и средних энергиях, во входных и выходных каналах которых присутствуют составные фрагменты, несет в себе экспериментальную информацию о кластерных свойствах ядер в различных состояниях.

В современной литературе предложено большое количество подходов, приспособленных для микроскопического, базирующегося на представлениях о ядре как о многонуклонной системе, описания ядерной структуры кластерных распадов, реакций слияния, выбивания и передачи кластера. Первой среди них была Модель Резонирующих Групп (МРГ)

[1, 2]. Близкие по своей структуре к МРГ схемы описания кластерных процессов лежат в основе Метода Генераторных Координат [3, 4] и Микроскопической Кластерной Модели [5, 6]. Различные модификации МРГ, включающие, например, и микроскопическое описание компаунд-ядра за счет введения в волновую функцию оболочечных *A*-нуклонных компонент (так называемых поляризационных членов) представлены в монографии [7].

Современные подходы, предназначенные для расчета кластерных процессов, включают в себя высокоточные методы описания структуры ядер, вступающих в реакцию или производимых ей. В таких подходах используются реалистические нуклон-нуклонные взаимодействия. В частности, широко представленная в литературе модель оболочек без инертного кора (МОБИК – NCSM), хорошо зарекомендовавшая себя в реалистических расчетах спектров легких ядер (см., например, работы [8–14]) входит как составная часть в теоретические схемы описания ядерных реакций, носящие наименование МОБИК/МРГ (NCSM/MRG) [15, 16] и Модели Оболочек Без Инертного Кора с Континуумом (МОБИКК – NCSMC) [17–20]. Другая схема, использующая комплексный гауссовский базис, называе-

<sup>1)</sup>e-mail: rodkindm92@gmail.com

мая моделью Фермионной Молекулярной Динамики (ФМД), представлена в работах [21, 22].

В МОБИКК – NCSMC асимптотическое поведение волновых функций каналов моделируется введением дополнительно к оболочечным компонентам двухтельного решения, полученного на базе МРГ. Более гибкий базис, чем осцилляторный, используемый в ФМД, позволяет правильно воспроизводить функцию канала на расстояниях, где “выключено” сильное взаимодействие между кластерами и влиянием порождаемого антисимметрией  $A$ -нуклонной волновой функции обмена нуклонами между кластерами можно пренебречь.

Следует отметить, что круг задач, которые успешно решаются в рамках представленных *ab initio* подходов, не слишком широк. Поэтому для расширения возможностей микроскопических подходов в настоящей работе мы развиваем теоретическую схему, базирующуюся на *ab initio* вычислениях величин, характерных для традиционной теории ядерных реакций: спектроскопических факторов, приведенных ширин, асимптотических нормировочных коэффициентов.

В наших предыдущих статьях [23–25] был представлен метод, позволяющий, в частности, проводить вычисления спектроскопических факторов и кластерных форм факторов каналов для произвольных состояний легких ядер, волновые функции которых представимы в форме линейных комбинаций детерминантов Слейтера (ДС), а также были проведены расчеты этих кластерных характеристик для различных состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ . Было продемонстрировано вполне удовлетворительное качественное согласие относительных значений спектроскопических факторов и аналогичных отношений ширин распада этих состояний. В настоящей работе мы представляем результаты количественных расчетов ширин содержащихся в спектре этого ядра резонансных уровней и асимптотических нормировочных коэффициентов, характеризующих дискретные состояния этого ядра.

Для вычисления волновых функций ядерных состояний используется МОБИК. Движение центра масс системы в этой модели соответствует нулевым колебаниям  $\Phi_{000}(\mathbf{R})$ , поэтому в решении  $A$ -нуклонного уравнения Шредингера  $\Psi_A^{SM}$  содержится полная информация о трансляционно-инвариантном решении  $\Psi_A$ , которая при расчете матричных элементов и интегралов перекрытия легко извлекается. Осцилляторный базис, используемый в этой модели характеризуется тем, что с ростом максимального полного числа осцилляторных квантов  $N_{\text{tot}}^{\text{max}}$  об-

ласть расстояний, где корректно описываются решения уравнения Шредингера, расширяется пропорционально  $[N_{\text{tot}}^{\text{max}}]^{1/2}$ . В связи с этим микроскопическое описание кластерных каналов на расстояниях, где справедливо асимптотическое представление волновой функции относительного движения кластеров требует использования базиса чрезвычайно большой размерности. Поэтому в расчетах, результаты которых представлены в данной работе, использован базис функций, характеризующих состояния ядра  ${}^7\text{Li}$ , ограниченный параметром обрезания  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 15$ , имеющий размерность примерно  $2.5 \cdot 10^8$  ДС. Результаты расчетов в базисах меньшей размерности использовались только для анализа сходимости результатов.

В расчетах использован современный NN-потенциал Daejeon16 [26]. Этот потенциал построен в рамках N3LO-приближения Киральной Эффективной Теории Поля [27], аккуратно описывающего все известные наблюдаемые двухнуклонные системы. Для лучшей сходимости результатов расчетов более массивных систем в данном потенциале использовалось преобразование Ренормализационной Группы Подобия, не влияющее на наблюдаемые величины, характеризующие двухнуклонную систему [28]. Потенциал показал хорошие результаты при МОБИК-расчетах спектров ядер с массой  $A \leq 16$ . Использовался и NN-потенциал JISP16 [29]. Этот потенциал является более “жестким”, т.е. требует более широкого базиса для корректного описания относительного движения пары нуклонов и, вследствие этого, сходимость значений полных энергий связи ядер происходит медленнее. Хуже сходятся и другие величины.

Волновая функция (ВФ) канала определяется как суперпозиция ортогональных волновых функций, каждая из которых представляет собой нормированное на единицу антисимметризованное произведение рассчитанных в рамках МОБИК функций кластеров и функции их относительного движения. Для случая непрерывного спектра ряд таких функций сходится [30]. В настоящей работе базис этих функций для канала, определяемого набором квантовых чисел  $c_\kappa$ , строится из набора не ортонормированных функций вида

$$\Psi_{A,nl}^{c_\kappa} = \hat{A}\{\Psi_{A_1}^{\{k_1\}}\Psi_{A_2}^{\{k_2\}}\varphi_{nl}(\boldsymbol{\rho})\}_{JMJT}, \quad (1)$$

где  $A = A_1 + A_2$ ;  $\hat{A}$  – антисимметризатор;  $\Psi_{A_i}^{\{k_i\}}$  – трансляционно-инвариантные волновые функции фрагментов, рассчитанные в рамках МОБИК;  $\varphi_{nl}(\boldsymbol{\rho})$  – осцилляторная ВФ относительного движения. Волновая функция (1) характеризуется

набором квантовых чисел  $c_\kappa$ , включающим в себя квантовые числа, характеризующие ВФ кластеров  $\{k_i\}$ , и  $l, J, M_J, T$ .

После домножения на функцию нулевых колебаний центра масс функции  $\Psi_{A,nl}^{c_\kappa}$  с помощью процедуры, описанной в наших предыдущих статьях [23–25], представляются в виде линейных комбинаций ДС:

$$\Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} = \Phi_{000}(\mathbf{R})\Psi_{A,nl}^{c_\kappa}. \quad (2)$$

Их ортонормировка производится с помощью диагонализации так называемого обменного ядра

$$\|N_{nn'}\| = \langle \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \varphi_{nl}(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} | \hat{A}^2 | \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \varphi_{n'l}(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \rangle. \quad (3)$$

Собственные значения и собственные вектора этого обменного ядра выражаются в форме

$$\varepsilon_{\kappa,k} = \langle \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} f_l^k(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \} | \hat{1} | \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} f_l^k(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \} \rangle; \quad (4)$$

$$f_l^k(\rho) = \sum_n B_{nl}^k \varphi_{nl}(\rho). \quad (5)$$

В итоге ВФ ортонормированного базиса канала  $c_\kappa$  записывается следующим образом:

$$\Psi_{A,kl}^{SD,c_\kappa} = \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} | \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} f_l^k(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \} \rangle, \quad (6)$$

а кластерный форм фактор фрагментации состояния  $A$ -нуклонного ядра, характеризующегося ВФ  $|\Psi_A\rangle$  в этот канал, определяется выражением

$$\begin{aligned} \Phi_A^{c_\kappa}(\rho) &= \sum_k \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} \langle \Psi_A | \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} f_l^k(\rho) \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \} \rangle f_l^k(\rho) = \\ &= \sum_k \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} \sum_{n,n'} B_{nl}^k B_{n'l}^k C_{AA_1A_2}^{n'l} \varphi_{nl}(\rho), \end{aligned} \quad (7)$$

где величина, называемая спектроскопической амплитудой, определяется как

$$\begin{aligned} C_{AA_1A_2}^{nl} &= \langle \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nl}(\rho) \} | \Psi_A \rangle = \\ &= \langle \Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} | \Phi_{000}(\mathbf{R}) | \Psi_A \rangle = \langle \Psi_{A,nl}^{SD,c_\kappa} | \Psi_A^{SM} \rangle. \end{aligned} \quad (8)$$

Методы ее вычисления весьма разнообразны в зависимости от масс начального ядра и фрагментов. Описание этих методов можно найти в работах [31–36], а также в упомянутых выше [23–25]. Коэффициент

$$\Phi_{AA_1A_2}^{nl} = \sum_{k,n'} \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} B_{nl}^k B_{n'l}^k C_{AA_1A_2}^{n'l} \quad (9)$$

называется амплитудой кластерного форм фактора. Спектроскопический фактор этого канала принимает вид

$$S_l^{c_\kappa} = \int |\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)|^2 \rho^2 d\rho =$$

$$= \sum_k \varepsilon_k^{-1} \sum_{nn'} C_{AA_1A_2}^{nl} C_{AA_1A_2}^{n'l} B_{nl}^k B_{n'l}^k. \quad (10)$$

Представленные определения кластерного форм фактора (КФФ) и спектроскопического фактора (СФ) полностью эквивалентны предложенным в работе [37] (так называемые “новые” СФ и КФФ). В отличие от традиционного определения “новый” СФ характеризует суммарный вклад в решение  $A$ -нуклонного уравнения Шредингера компонент вида (1), ортонормированных представленной процедурой. Аргументация необходимости использования его для описания распадов и реакций представлена в обзорах [38, 39]. В работах [40, 35, 36] демонстрируется, что за счет корректного определения снимается резкое противоречие между результатами теоретических расчетов сечений реакций выбивания и передачи  $\alpha$ -кластеров с экспериментальными данными. В работе [38] также показано, что именно “новый” СФ следует рассматривать как меру кластеризации ядерного состояния.

СФ кластерных каналов сталкивающихся ядер используются как количественная мера влияния структуры этих ядер на сечения реакций выбивания и передачи кластеров. КФФ является более точной мерой, позволяющей производить его шивку с асимптотической волновой функцией, вид которой хорошо известен для любой двухтельной задачи: дискретного и непрерывного спектра, резонанса; с действующим кулоновским взаимодействием и без него. КФФ удобно использовать при вычислении ширины относительно узких резонансов и асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний, которые, в свою очередь, используются для вычисления сечений периферических реакций. Следует также отметить, что КФФ в своем “новом” определении позволяет производить шивку с асимптотической ВФ на меньших расстояниях, где ядерное взаимодействие уже пренебрежимо мало, но порождаемые антисимметрией полной ВФ канала обменные эффекты еще не пренебрежимо малы, что является чрезвычайно важным при работе с реалистическими  $A$ -нуклонными волновыми функциями.

В настоящей работе формализм КФФ применяется для вычисления асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний и ширины узких резонансов. Для узких резонансов или, точнее, для тех из них, в которых малая ширина обусловлена малой проницаемостью потенциального барьера, используется весьма компактная процедура, предложенная в монографии [41]. Используется то обстоятельство, что для таких резонансов существует достаточно широкая область расстояний, на которой

ядерное притяжение пренебрежимо мало, но высота барьера значительно превосходит энергию распада. Для внутренних точек этой области  $\rho_{\text{in}}$  выполняется следующее соотношение между регулярным и нерегулярным решениями двухтельного кулоновского уравнения Шредингера  $F_l(\rho_{\text{in}}) \ll G_l(\rho_{\text{in}})$ , поскольку имеет место соотношение

$$F_l(\rho_{\text{in}})/G_l(\rho_{\text{in}}) \simeq P_l(\rho_{\text{in}}),$$

где  $P_l(\rho_{\text{in}})$  – проникаемость части потенциального барьера, расположенной между точкой  $\rho_{\text{in}}$  и внешней точкой поворота. Малость этой величины служит условием применимости приближения, где вкладом регулярного решения можно пренебречь. Отметим, что здесь мы используем определения кулоновских функций, соответствующие их асимптотическому поведению:  $F_l(\rho) \rightarrow \sin(k\rho)/(k\rho)^l$  и  $G_l(\rho) \rightarrow \cos(k\rho)/(k\rho)^l$  при  $\rho \rightarrow \infty$ . При этом для определения положения точки сшивки КФФ и нерегулярной волновой функции в этой области используется условие равенства логарифмических производных

$$\frac{d\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)/d\rho}{\Phi_A^{c_\kappa}(\rho)} = \frac{dG_l(\rho)/d\rho}{G_l(\rho)}, \quad (11)$$

определяющее точку сшивки  $\rho_{\text{match}}$ , а ширина распада выражается как

$$\Gamma = \frac{\hbar^2}{\mu k} \left[ \frac{\Phi_A^{c_\kappa}(\rho_{\text{match}})}{G_l(\rho_{\text{match}})} \right]^2. \quad (12)$$

Асимптотический нормировочный коэффициент  $A^{c_\kappa}$  определяется сравнением величины КФФ с величиной функции Уиттекера  $W_{-\eta, l+1/2}(2k\rho)$  в области расстояний, где ядерное взаимодействие уже пренебрежимо мало [42, 43]:

$$A^{c_\kappa} = \rho \Phi_A^{c_\kappa}(\rho) / W_{-\eta, l+1/2}(2k\rho). \quad (13)$$

Как и для определения ширин распада для нахождения асимптотических нормировочных коэффициентов используется процедура сравнения логарифмических производных.

В данной работе рассчитывались полная энергия связи, спектр нижних уровней и кластерные характеристики основного и нижних состояний ядра  ${}^7\text{Li}$  как системы  $\alpha + t$ , а также АНК связанных состояний и ширины распадов резонансных. Для расчетов волновых функций ядра  ${}^7\text{Li}$ , альфа-частицы и тритона в рамках МОБИК использовался оболочечный код Bigstick, удобный для использования на многопроцессорных компьютерных кластерах, что позволило при расчета энергии и волновых функций уровней ядра  ${}^7\text{Li}$  выйти на указанный уровень параметра обрезания базиса  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 15$ . Величина осцилляторного параметра  $\hbar\omega$  была выбрана равной 20.0 и

22.5 МэВ для расчетов с потенциалами Daejeon16 и JISP16 соответственно.

АНК и ширины распада ядерных состояний, согласно выражениям (12), (13), зависят от величин КФФ канала  $\alpha + t$  в точках сшивки. Коэффициенты его разложения по осцилляторным функциям (амплитуды)  $\Phi_{A_1 A_2}^{nl=1}$ , рассчитанные для потенциала Daejeon16 представлены в табл. 1. Содержащиеся в таблице данные показывают, что уже для параметра обрезания базиса  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 13$  достигается сходимость доминирующих амплитуд КФФ, а выбор параметра обрезания базисов волновых функций кластеров  $N_{\text{cl}}^{\text{max}}$  слабо влияет на эти величины. Мерой сходимости может служить суммарное среднеквадратичное отклонение амплитуд КФФ в разных вариантах расчета. Если не учитывать вариант, в котором  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 13$ , а  $N_{\text{cl}}^{\text{max}} = 4$ , где размера базиса не хватает для вычисления амплитуды, характеризующейся значением  $n = 7$ , это отклонение оказывается меньше 1%. В силу этого можно выбрать любой из представленных вариантов, за исключением указанного. Аналогичная картина наблюдается и для потенциала JISP16. В работе был выбран вариант, соответствующий  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 15$ , где  $N_{\text{cl}}^{\text{max}} = 2$ .

В то же время проведенные расчеты демонстрируют весьма высокую чувствительность асимптотических характеристик исследованных уровней, в большей степени ширин распада, чем асимптотических нормировочных коэффициентов, от энергии фрагментации. Так, значение асимптотического нормировочного коэффициента состояния  $3/2^-$ , энергия развала которого, представленная в табл. 2, весьма точно воспроизводится в теоретических расчетах с потенциалом Daejeon16, меняется с 3.44 до 3.30 (на 3%) при замене экспериментальной энергии на теоретическую, т.е. при изменении энергии на 62 кэВ. Для состояния  $1/2^-$ , энергия развала которого не воспроизводится как в нашем, так и во всех других расчетах, с потенциалом Daejeon16 – это недостаток потенциала, а не базиса – отличие составляет 24%. По той причине, что воспроизвести с должной точностью малые по отношению к полной энергии связи ядра  ${}^7\text{Li}$  и суммарной энергии связи кластеров разности этих энергий для возбужденных состояний ядер на данном этапе развития *ab initio* расчетов невозможно, в наших расчетах использовались экспериментальные значения энергии развала. Результаты расчетов представлены в табл. 2, 3 и 4 для потенциалов Daejeon16 и JISP16.

Полученные в расчетах с потенциалом Daejeon16 величины полной энергии связи нижних уровней ядра  ${}^7\text{Li}$  с высокой точностью совпадают с результа-

**Таблица 1.** Значения амплитуды КФФ  $\Phi_{AA_1A_2}^{nI=1}$  канала  ${}^7\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  для различных вариантов базисов, используемых при расчетах ВФ ядра и кластеров

$N_{\text{tot}}^{\text{max}}$	$N_{\text{cl}}^{\text{max}}$	$n = 1$	$n = 3$	$n = 5$	$n = 7$
13	0	0.0	0.745	-0.419	0.262
	2	0.007	0.752	-0.435	0.271
	4	0.092	0.753	-0.440	0.0
15	0	0.0	0.729	-0.421	0.273
	2	0.006	0.736	-0.436	0.282
	4	0.090	0.737	-0.443	0.288

**Таблица 2.** Энергии (МэВ) и АНК ( $\text{фм}^{-1/2}$ ) связанных состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ , рассчитанные с помощью потенциалов Daejeon16 (D) и JISP16 (J)

$J^\pi$	$3/2^-$ (D)	$1/2^-$ (D)	$3/2^-$ (J)	$1/2^-$ (J)
$E^{\text{tot}}$ (th)	39.110	38.279	37.929	37.290
$E^{\text{tot}}$ (exp)	39.245	38.767	-	-
$E^*$ (th)	0	0.831	0	0.639
$E^*$ (exp)	0	0.478	-	-
$E_{\alpha+t}$ (th)	-2.405	-1.569	-1.50	-0.861
$E_{\alpha+t}$ (exp)	-2.467	-1.989	-	-
$S_{\alpha+t}$ (th)	0.859	0.835	0.810	0.798
$\rho_{\text{match}}$	4.41	4.42	4.08	4.08
$A^{\alpha+t}$ (th)	3.44	2.95	2.84	2.42
$A^{\alpha+t}$ (exp)	$3.57 \pm 0.15$	$3.00 \pm 0.15$	-	-

тами NCSM расчетов, выполненных авторами данного потенциала и переданных в частной переписке, и вполне удовлетворительно воспроизводят измеренные значения. Известные из эксперимента разностные величины – энергии возбуждения уровней и энергии фрагментации воспроизводятся с меньшей точностью. Это связано как с особенностями используемого потенциала, так и, для высоко лежащих уровней  $5/2^-$ , с недостаточной размерностью используемого базиса. Расчеты полных энергий связи и пороговых энергий, проводимые с помощью потенциала JISP16, показывают несколько худшую схо-

**Таблица 3.** Энергии возбуждения (МэВ), ширины распада (кэВ) резонансных состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ , рассчитанные с помощью потенциала Daejeon16

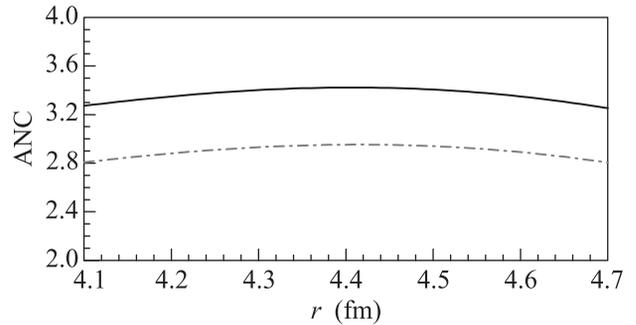
$J^\pi$	$7/2^-$	$5/2^-$	$5/2^-$
$E^*$ (th)	4.700	7.497	8.294
$E^*$ (exp)	4.630	6.680	7.459
$E_{\alpha+t}$ (th)	2.295	5.092	5.889
$E_{\alpha+t}$ (exp)	2.163	4.213	4.992
$S_{\alpha+t}$ (th)	0.722	0.402	0.359
$\rho_{\text{match}}$	4.34	4.34	4.36
$\Gamma$ (th)	65	564	797
$\Gamma$ (exp)	93 (69)	880	89

**Таблица 4.** Энергии возбуждения и ширины распада резонансных состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ , рассчитанные с помощью потенциала JISP16

$J^\pi$	$7/2^-$	$5/2^-$	$5/2^-$
$E^*$ (th)	5.304	7.597	8.438
$E_{\alpha+t}$ (th)	3.804	6.097	6.938
$S_{\alpha+t}$ (th)	0.697	0.701	0.012
$\rho_{\text{match}}$	4.08	4.03	4.04
$\Gamma$ (th)	34.8	438	9.7

димость к экспериментальным значениям, ввиду его большей “жесткости”. Энергии возбуждения состояний  $1/2^-$ ,  $7/2^-$  и  $5/2^-$  описываются на сравнимом с Daejeon16 уровне, за исключением разности энергий  $3/2^-$  и  $1/2^-$ , которую JISP16 описывает лучше.

Большие значения СФ связанных состояний, полученные для обоих вариантов NN-потенциала, указывают на высокую степень кластеризации системы в этих состояниях. Для этих состояний точки сшивки практически совпадают. Важно отметить то обстоятельство, что в области этой единой точки отношение (13) для обоих состояний почти не изменяется, это демонстрирует рис. 1. Данный факт подтверждает


 Рис. 1. Значение асимптотического нормировочного коэффициента для состояний  $3/2^-$  (сплошная линия),  $1/2^-$  (штрихпунктирная линия) в окрестности точки сшивки. Расчет с потенциалом Daejeon16

ет устойчивость используемой процедуры вычисления АНК. Величины АНК для потенциала Daejeon16 находятся в хорошем согласии со значениями, извлеченными из экспериментов. Для расчета с потенциалом JISP16 на базисе той же размерности значения АНК оказываются немного заниженными.

Точки сшивки КФФ с асимптотическими волновыми функциями резонансных состояний также практически совпадают. Они находятся в подбарьерной области и поэтому удовлетворяют условию  $F_l(\rho_{\text{in}}) \ll G_l(\rho_{\text{in}})$ . Как и в случае связанных состояний, для обоих вариантов потенциала и всех трех исследованных резонансных уровней в области точ-

ки шивки отношение КФФ и нерегулярной кулоновской функции почти не изменяется, что демонстрирует рис. 2.

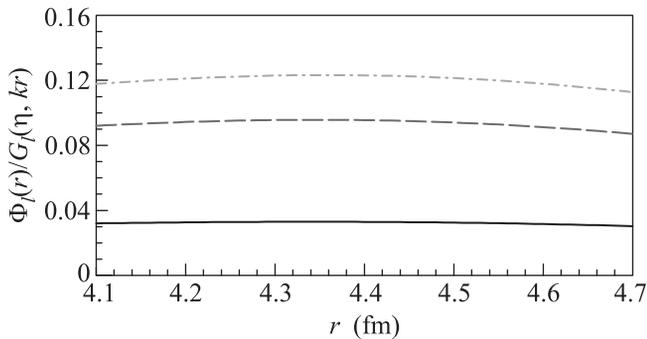


Рис. 2. Отношение КФФ ( $\Phi_l(r)$ ) и нерегулярной кулоновской функции ( $G_l(\eta, kr)$ ) в окрестности точки шивки для состояний  $7/2^-$  (сплошная линия),  $5/2_1^-$  (штриховая),  $5/2_2^-$  (штрихпунктирная). Расчет с потенциалом Daejeon16

Состояние  $7/2^-$  также сильно кластеризовано. В расчетах с потенциалом Daejeon16 вычисленное значение его распадной ширины находится в очень хорошем согласии с экспериментальным значением, полученным в работе [44] (в табл. 3 указано в скобках). В стандартных спектроскопических таблицах это значение приводится как альтернативное к общепринятой величине ширины 93 кэВ. Учитывая высокую стабильность наших расчетов, мы рассматриваем полученный результат как серьезный аргумент в пользу версии работы [44]. Для расчета с помощью потенциала JISP16, представленного в табл. 4, распадная ширина  $7/2^-$  так же, как и в случае с АНК состояний  $3/2^-$  и  $1/2^-$ , оказывается заниженной. Это, по всей видимости, является следствием свойств этого потенциала, поскольку полученные в нем значения СФ устойчивы – они близки для  $N_{\text{tot}}^{\text{max}} = 13$  и 15.

На фоне успешного описания асимптотических характеристик трех указанных уровней наблюдается резкое несоответствие вычисленной с потенциалом Daejeon16 ширины второго уровня  $5/2^-$  экспериментальной. Причинами этого несоответствия являются свойства используемого потенциала и малое по сравнению с уровнями, соответствующими другим  $J^\pi$  ( $\sim 800$  кэВ), расстояние между двумя уровнями  $5/2^-$ , что приводит к высокой чувствительности ВФ к небольшому изменению параметров взаимодействия. Расчеты спектроскопических факторов и распадных ширин с помощью потенциала JISP16 дали совсем иную картину. Суммарный СФ в расчетах уровней  $5/2^-$  с потенциалами Daejeon16 и JISP16 оказывается довольно близким по величине, в то же

время отношение спектроскопических факторов радикально отличается. Большое значение СФ состояния  $5/2_2^-$  определяется, очевидно, вкладом компонент со спином  $S = 1/2$ . Избыток этих компонент, получающийся в расчетах этого состояния с потенциалом Daejeon16, и, соответственно, их недостаток в состоянии  $5/2_1^-$  указывает на какие-то особенности описания спин-зависимых (спин-орбитальных и тензорных) сил этим потенциалом. Величины распадных ширин для потенциала JISP16 состояний  $5/2^-$  являются заниженными по сравнению с экспериментом, хотя качественно соотношение между ними можно рассматривать как соответствующее эксперименту, в отличие от соотношения, полученного с потенциалом Daejeon16. Дело в том, что в любых расчетах статистический вес малых компонент трудно с хорошей точностью воспроизвести количественно, а именно примесь таких компонент со спином  $S = 1/2$  определяет СФ канала  $\alpha + t$ .

Сформулируем основные результаты работы.

1. Разработан метод вычисления асимптотических характеристик (ширин распада узких резонансов и асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний) кластерных каналов легких ядер в рамках *ab initio* подходов.

2. Демонстрируется эффективность и высокое качество результатов предложенного подхода для расчета низколежащих резонансных и связанных состояний в случае применения реалистического мягкого, такого, как Daejeon16, NN-потенциала, и удовлетворительное – в случае применения жесткого.

3. Показано, что для узких дублетов состояний с одним и тем же значением  $J^\pi$  их асимптотические характеристики весьма чувствительны к выбору используемого в расчетах NN-потенциала. Эта особенность позволяет рассматривать развитый подход как новый тест качества потенциальной модели.

Работа поддержана Российским Научным Фондом (РНФ), грант # 16-12-10048.

Авторы благодарны А. М. Широкову за плодотворные дискуссии.

1. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1083 (1937).
2. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1107 (1937).
3. H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **62**, 90 (1977).
4. A. Adahchour and P. Descouvemont, Nucl. Phys. A **813**, 252 (2008).
5. P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Lett. B **505**, 71 (2001).
6. K. Arai, P. Descouvemont, D. Baye, and W. Catford, Phys. Rev. C **68**, 014310 (2003).

7. K. Wildermuth and Y. C. Tang, *A Unified Theory of the Nucleus*, Veiweg, Braunschweig (1977).
8. S. Quaglioni, and P. Navratil, Phys. Rev. C **79**, 044606 (2009).
9. P. Navratil, J. P. Vary, and B. R. Barrett, Phys. Rev. Lett. **84**, 5728 (2000).
10. P. Navratil, S. Quaglioni, I. Stetcu, and B. Barrett, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **36**, 083101 (2009).
11. P. Maris, J. P. Vary, and A. M. Shirokov, Phys. Rev. C **79**, 014308 (2009).
12. P. Maris, A. M. Shirokov, and J. P. Vary, Phys. Rev. C **81**, 021301(R) (2010).
13. P. Maris, and J. P. Vary, Int. J. Mod. Phys. E **22**, 1330016 (2013).
14. B. R. Barret, P. Navratil, and J. P. Vary, Progr. Part Nucl. Phys. **69**, 131 (2013).
15. P. Navratil and S. Quaglioni, Phys. Rev. Lett. **108**, 042503 (2012).
16. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, Phys. Rev. Lett. **110**, 022505 (2013).
17. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, Phys. Rev. C **87**, 034326 (2013).
18. J. Langhammer, P. Navratil, S. Quaglioni, G. Hupin, A. Calci, and R. Roth, Phys. Rev. C **91**, 021301 (2015).
19. J. Dohet-Eraly, P. Navratil, S. Quaglioni, W. Horiuchi, G. Hupin, and F. Raimondi, Phys. Lett. B **757**, 430 (2016).
20. S. Quaglioni, C. Romero-Redondo, P. Navratil, and G. Hupin, Phys. Rev. C **97**, 034332 (2018).
21. T. Neff and H. Feldmeier, Int. J. Mod. Phys. E **17**, 2005 (2008).
22. T. Neff, Phys. Rev. Lett. **106**, 042502 (2011).
23. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, J. Phys.: Conf. Ser. **966**, 012022 (2018).
24. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, JETP Lett. **108**(7), 429 (2018).
25. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Lett. B **788**, 238 (2019).
26. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, Phys. Lett. B **761**, 87 (2016).
27. D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C **68**, 041001 (2003).
28. S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, and R. J. Perry, Phys. Rev. C **75**, 061001 (2007).
29. A. M. Shirokov, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber, Phys. Lett. B **644**, 33 (2007).
30. G. F. Filippov and I. P. Okhnmnenko, Sov. J. Nucl. Phys. **32**, 932 (1980).
31. Yu. F. Smirnov and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **15**, 84 (1977).
32. Yu. F. Smirnov and Yu. M. Tchuvil'sky, Czech. J. Phys. **33**, 215 (1983).
33. Yu. M. Tchuvil'sky, W. W. Kurowsky, A. A. Sakharuk, and V. G. Neudatchin, Phys. Rev. C **51**, 784 (1995).
34. O. F. Nemets, V. G. Neudachin, A. E. Rudchik, Yu. F. Smirnov, and Yu. M. Tchuvil'sky, *Nuclear Clusters in Atomic Nuclei and Multinucleon Transfer Reactions*, Naukova Dumka, Kiev (1988).
35. A. Volya and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **91**, 044319 (2015).
36. A. Volya and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. At. Nucl. **79**, 772 (2016).
37. T. Fliessbach and H. J. Mang, Nucl. Phys. A **263**, 75 (1976).
38. R. G. Lovas, R. J. Liotta, A. Insolia, K. Varga, and D. E. Delion, Phys. Rep. **294**, 265 (1998).
39. S. G. Kadmensky, S. D. Kurgalin, and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Part. Nucl. **38**, 699 (2007).
40. M. L. Avila, G. V. Rogachev, V. Z. Goldberg, E. D. Johnson, K. W. Kemper, Yu. M. Tchuvil'sky, and A. S. Volya, Phys. Rev. C **90**, 024327 (2014).
41. S. G. Kadmensky and V. I. Furman, *Alpha-decay and related nuclear reactions*, Energoatomizdat, M. (1985).
42. L. D. Blokhintsev, I. Borbely, and E. I. Dolinskii, Sov. J. Part. Nucl. **8**, 485 (1977).
43. S. B. Igamov and R. Yarmukhamedov, Nucl. Phys. A **781**, 247 (2007).
44. D. R. Tilley, C. M. Cheves, J. L. Godwina, G. M. Haled, H. M. Hofmann, J. H. Kelleys, C. G. Sheua, and H. R. Weller, Nucl. Phys. A **708**, 3 (2002).