Превращение аргентит–акантит в сульфиде серебра как переход беспорядок–порядок

С. И. Садовников¹⁾, А. И. Гусев

Институт химии твердого тела Уральского отделения РАН, 620990 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 26 февраля 2019 г. После переработки 18 марта 2019 г. Принята к публикации 25 марта 2019 г.

Предложена альтернативная модель фазового превращения "кубический аргентит β -Ag₂S – моноклинный акантит α -Ag₂S" в сульфиде серебра как перехода беспорядок–порядок. Показано, что при понижении температуры ниже температуры перехода $T_{\rm trans}$ атомы S, равновероятно занимавшие узлы объемноцентрированной (оцк) неметаллической подрешетки аргентита, концентрируются на четырех узлах моноклинной неметаллической подрешетки, оставляя остальные узлы вакантными. Определен канал перехода беспорядок–порядок, включающий три сверхструктурных вектора звезд {k₉} и {k₄}. Рассчитана функция распределения атомов серы в моноклинном акантите α -Ag₂S. Показано, что смещения атомов серы S искажают объемно-центрированную кубическую неметаллическую подрешетку аргентита, формируя моноклинную решетку, в которой атомы серебра находятся на достаточно больших расстояниях друг от друг и занимают свои кристаллографические позиции вероятностью, равной 1. Определена область допустимых значений параметров дальнего порядка η_9 и η_4 для модельной моноклинной упорядоченной фазы α -Ag₂S.

DOI: 10.1134/S0370274X19090078

Основными фазами сульфида серебра Ag_2S являются моноклинный (пр. гр. $P2_1/c$) акантит α - Ag_2S и объемноцентрированный кубический (пр. гр. $Im\bar{3}m$) аргентит β - Ag_2S [1, 2]. При охлаждении оцк аргентита β - Ag_2S ниже температуры 450 K происходит фазовый переход с образованием моноклинного акантита α - Ag_2S [3, 4].

Согласно [5], структура акантита α -Ag₂S является результатом искажения оцк подрешетки атомов серы S в структуре аргентита β -Ag₂S. Действительно, элементарная ячейка моноклинного (пр. гр. $P2_1/c$) акантита α -Ag₂S, предложенная в работе [5], имеет оси, которые можно представить как комбинации осей $\mathbf{a}_{\rm bcc}$, $\mathbf{b}_{\rm bcc}$ и $\mathbf{c}_{\rm bcc}$ элементарной ячейки оцк аргентита: $\mathbf{a}_{P2_1/c} = (\mathbf{a}_{\rm bcc} + \mathbf{b}_{\rm bcc} - \mathbf{c}_{\rm bcc})/2$, $\mathbf{b}_{P2_1/c} =$ $= (\mathbf{a}_{\rm bcc} - \mathbf{b}_{\rm bcc})$ и $\mathbf{c}_{P2_1/c} = 2\mathbf{c}_{\rm bcc}$.

В литературе превращение аргентита в акантит упоминается и рассматривается как переход от беспорядочного распределения атомов серебра в аргентите к упорядоченному распределению атомов Ag в акантите [6–8]. Никакого количественного описания этого превращения с точки зрения симметрии предложено не было.

Превращение аргентит–акантит сопровождается искажением оцк подрешетки атомов S до моноклин-

В данной работе впервые обсуждается альтернативное рассмотрение превращения аргентит–акантит как перехода беспорядок–порядок в неметаллической подрешетке сульфида серебра с количественным симметрийным описанием этого перехода.

Относительное содержание у атомов серы S, приходящееся на один атом серебра в аргентите β -Ag₂S $(\beta$ -AgS_{0.5}), равно 0.5. На рисунке 1а с учетом соотношения осей акантита и аргентита показано положение моноклинной элементарной ячейки в базисной оцк неметаллической подрешетке. При понижении температуры ниже температуры перехода $T_{\rm trans}$ атомы S, равновероятно занимавшие узлы оцк неметаллической подрешетки аргентита, концентрируются на четырех узлах моноклинной неметаллической подрешетки, оставляя остальные узлы вакантными (рис. 1b). Это позволяет рассматривать образование моноклинной ячейки как упорядочение в оцк подрешетке атомов серы S. Без учета смещений модельная моноклинная упорядоченная фаза α -Ag₂S принадлежит к пространственной группе P2/c. В соответ-

ной подрешетки и заметными смещениями атомов серы и серебра. Вероятно, именно из-за больших атомных смещений превращение оцк аргентита в низкотемпературный моноклинный акантит никогда не рассматривалось как упорядочение в неметаллической подрешетке.

 $^{^{1)}\}mbox{e-mail: sadovnikov@ihim.uran.ru}$



Рис. 1. Положение моноклинной элементарной ячейки акантита в оцк неметаллической подрешетке аргентита (показаны только атомы серы S). (a) – Контуры моноклинной элементарной ячейки акантита. (b) – Модельная моноклинная (пр. гр. P2/c) элементарная ячейка упорядоченной фазы α-Ag₂S. (c) – Моноклинная (пр. гр. $P2_1/c$) элементарная ячейка акантита α-Ag₂S с учетом смещений атомов S в искаженной неметаллической подрешетке аргентита. Светлый кружок – атомы S, равновероятно занимающие узлы моноклинной элементарной ячейки; темный кружок – атомы S в моноклинной элементарной ячейке упорядоченной фазы α-Ag₂S

ствии с [9–12] сверхструктура Ag_2S имеет общую для всех известных сверхструктур формулу $M_{2t}X_{2t-1}$, в которой в рассматриваемом случае M = Ag, X = S и t = 1.

Структуру упорядоченных фаз удобно описывать функцией распределения $n(\mathbf{r})$, которая является вероятностью обнаружения атома данного сорта на узле $r = (x_{\rm I}, y_{\rm I}, z_{\rm I})$ упорядочивающейся решетки Изинга. В случае оцк аргентита решеткой Изинга, в которой происходит упорядочение, является неметаллическая оцк подрешетка. Отклонение вероятности $n(\mathbf{r})$ от ее значения в случае неупорядоченного распределения можно представить суперпозицией нескольких плоских концентрационных волн [13]. Волновыми векторами этих волн являются сверхструктурные векторы, образующие канал перехода беспорядок-порядок [9–11]. В методе статических концентрационных волн [13] функция распределения $n(\mathbf{r})$ имеет вид

$$n(\mathbf{r}) = y + \frac{1}{2} \sum_{s} \sum_{j \in s} \eta_s \gamma_s [\exp(i\varphi_s^{(j)}) \exp(i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r}) + \\ + \exp(-i\varphi_s^{(j)}) \exp(-i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r})] \equiv \\ \equiv y + \frac{1}{2} \sum_{s} \eta_s \sum_{j \in s} [\exp(\gamma(\mathbf{k}_s^{(j)}) \exp(i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r}) + \\ + \gamma^*(\mathbf{k}_s^{(j)}) \exp(-i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r}] \equiv \\ \equiv y + \frac{1}{2} \sum_{s} \eta_s \gamma_s \sum_{j \in s} [a_s^{(j)} \cos(\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r}) + b_s^{(j)} \sin(\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r})],$$
(1)

относительная концентрация гле yатомов ланного сорта в упорядочивающейся подрешетке; величина $\frac{1}{2}\eta_s\gamma_s[\exp(i\varphi_s^{(j)})\exp(i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r}) + \exp(-i\varphi_s^{(j)})\exp(-i\mathbf{k}_s^{(j)}\mathbf{r})] \equiv \Delta(\mathbf{k}_s^{(j)},\mathbf{r})$ есть стоячая плоская статическая концентрационная волна, порождаемая сверхструктурным вектором $\mathbf{k}^{(j)}_s$ звезды $\{\mathbf{k}_{s}\}; \eta_{s}$ – параметр дальнего порядка, соответствующий звезде $\{\mathbf{k}_s\}; \ \eta_s \gamma_s$ и $\varphi_s^{(j)}$ – амплитуда и фазовый сдвиг концентрационной волны, соответственно. Коэффициенты γ_s и $\gamma(\mathbf{k}_s^{(j)}) = \gamma_s \exp(i\varphi_s^{(j)})$ учитывают симметрию кристалла и выбираются так, чтобы полностью упорядоченному кристаллу стехиометрического состава соответствовали параметры дальнего порядка, равные единице. Общее число значений, принимаемых функцией распределения, на единицу больше числа параметров дальнего порядка. На узлах r, расположенных в кристаллографически эквивалентных позициях, функция распределения $n(\mathbf{r})$ при равенстве параметров дальнего порядка η_s принимает одно и то же значение. Суммирование в (1) ведется только по неэквивалентным сверхструктурным векторам первой зоны Бриллюэна.

Для проведения симметрийного анализа и расчета функции распределения атомов серы в моноклинной упорядоченной фазе нужно перейти к обратной решетке этой фазы и найти канал структурного фазового перехода беспорядок-порядок. Согласно [2,5], векторы трансляции элементарной ячейки идеальной моноклинной (пр. гр. $P2_1/c$) фазы α -Ag₂S в базисной решетке с оцк структурой имеют вид

 $\mathbf{a}_{P2_1/c} = (\mathbf{a}_{bcc} + \mathbf{b}_{bcc} - \mathbf{c}_{bcc})/2 = \{1/21/2 - 1/2\}_{bcc},\$ $\mathbf{b}_{P2_1/c} = (\mathbf{a}_{bcc} - \mathbf{b}_{bcc}) = \{1 - 10\}_{bcc}$ и $\mathbf{c}_{P2_1/c} =$ $= 2c_{bcc} = \{002\}_{bcc}$ (см. рис. 1а). Базисные векторы \mathbf{b}_i^* ($\mathbf{b}_1^*\equiv\mathbf{a}_{P2_1/c}^*,\mathbf{b}_2^*\equiv\mathbf{b}_{P2_1/c}^*,\mathbf{b}_3^*\equiv\mathbf{c}_{P2_1/c}^*$) обратной решетки определяются через трансляционные векторы \mathbf{a}_i ($\mathbf{a}_1 \equiv \mathbf{a}_{P2_1/c}, \mathbf{a}_2 \equiv \mathbf{b}_{P2_1/c}, \mathbf{a}_3 \equiv$ $\equiv \mathbf{c}_{P2_1/c}$) элементарной ячейки по обычной формуле $\mathbf{b}_{i}^{*} = 2\pi \frac{\mathbf{a}_{j} \times \mathbf{a}_{k}}{\mathbf{a}_{1}(\mathbf{a}_{2} \times \mathbf{a}_{3})}$, где i, j, k = 1, 2, 3. Согласно выполненному расчету, векторы обратной решетки моноклинного акантита α -Ag₂S равны $\mathbf{a}^* =$ $\{110\}, \mathbf{b}^* = \{-1/2 - 1/20\}$ и $\mathbf{c}^* = \{1/41/41/2\}$ в единицах $2\pi/a$. Комбинирование и трансляция этих векторов показали, что в первой зоне Бриллюэна базисной объемно-центрированной кубической неметаллической подрешетки, имеюшей форму ромбододекаэдра, находятся три неэквивалентных сверхструктурных вектора. Один сверхструктурный вектор $\mathbf{k}_{\alpha}^{(1)} = \mathbf{b}_3/2 = (1/2, 1/2, 0)$ принадлежит 6лучевой лифшицевской звезде {k₉} с элементамипредставителями симметрии h_1, h_2, h_5, h_6, h_9 и $h_{11},$ и два вектора $\mathbf{k}_4^{(1)} = \mu \mathbf{b}_3 = (1/4, 1/4, 0)$ и $\mathbf{k}_4^{(2)} =$ $= \mu(\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1) = (1/4, -1/4, 0)$ принадлежат 12лучевой нелифшицевской звезде $\{\mathbf{k}_4\}$ с текущим параметром $\mu_4 = 1/4$ и элементами симметрии $h_1, h_2,$ $h_5, h_6, h_9, h_{11}, h_{25}, h_{26}, h_{29}, h_{30}, h_{33}$ и h_{35} (здесь и далее нумерация и описание звезд $\{\mathbf{k}_s\}$ волновых векторов и их лучей $\mathbf{k}_s^{(j)}$ даны в соответствии с [14]; $\mathbf{b}_1 = (0, 1, 1), \, \mathbf{b}_2 = (1, 0, 1)$ и $\mathbf{b}_3 = (1, 1, 0)$ – структурные векторы обратной решетки базисной оцк решетки в единицах $2\pi/a$; поворотные элементы симметрии h_i кубической группы в матричном виде описаны в [9–11, 15]). Эти 3 сверхструктурных вектора входят в канал фазового перехода, связанный с образованием обсуждаемой моноклинной (пр. гр. $P2_1/c$) сверхструктуры α -Ag₂S (рис. 2).

С учетом (1) и найденного канала перехода функция распределения атомов серы в моноклинном (пр. гр. P2/c) модельном сульфиде серебра α -Ag₂S (AgS_{0.5}) зависит от двух параметров дальнего порядка η_9 и η_4 , соответствующих звездам {**k**₉} и {**k**₄}, и имеет вид

$$n(x_{\rm I}, y_{\rm I}, z_{\rm I}) = y + (\eta_9/2) \cos[\pi(x_{\rm I} + y_{\rm I})] + + \eta_4 \cos[\pi(x_{\rm I} + y_{\rm I})/2] + \cos[\pi(x_{\rm I} - y_{\rm I})/2].$$
(2)

Функция распределения (2), описывающая моноклинную фазу сульфида серебра, на всех узлах базисной неметаллической оцк подрешетки принимает три разных значения n_1 , n_2 и n_3 (табл. 1). Это означает, что неметаллическая подрешетка оцк аргентита β -Ag₂S при описываемом упорядочении разбивается на три неэквивалентные подрешетки, отличаю-



Рис. 2. Сверхструктурные векторы обратной решетки модельной моноклинной (пр. гр. P2/c) упорядоченной фазы α -Ag₂S, входящие в канал фазового перехода беспорядок–порядок, и их положение в первой зоне Бриллюэна оцк решетки

щиеся вероятностями n_1 , n_2 и n_3 заполнения их узлов атомами S. Для идеальной моноклинной упорядоченной фазы α -Ag₂S (AgS_{0.5} в функции распределения (2) величина y, т.е. относительное содержание атомов серы, равна 1/2, и параметры $\eta_9 = \eta_4 = 1$. В соответствии с этим функция распределения (2) в идеальной упорядоченной фазе α -Ag₂S (AgS_{0.5}) вырождается и принимает два значения: 0 на вакантных узлах и 1 на узлах, занятых атомами S.

Точечная группа симметрии $2/m(C_{2h})$ моноклинной фазы α -Ag₂S включает 4 элемента симметрии h_1 , h_4 , h_{25} и h_{28} , а в точечную группу $m\bar{3}m$ (O_h) оцк аргентита β -Ag₂S входят все 48 элементов симметрии h_1-h_{48} кубической группы [9–11, 14], поэтому поворотное снижение симметрии равно 12. Понижение трансляционной симметрии соответствует относительному увеличению объема элементарной ячейки при переходе из неупорядоченного состояния в упорядоченное и в данном случае равно 2. Общее понижение симметрии N есть произведение поворотного понижения симметрии на понижение трансляционной симметрии. С учетом этого при переходе аргентита в акантит общее понижение симметрии N = 24.

По высокотемпературным рентгеновским данным [16, 17], в элементарной ячейке оцк аргентита β -Ag₂S четыре атома Ag статистически распределены по 54 позициям 6(b) и 48(j) с вероятностями заполнения ~ 0.0978 и ~ 0.0711 . В решетке аргентита возможные расстояния между атомами серебра слишком малы

Атом	Позиция	Атомные координа-			Атомные координа-			Значения функции	Атомные координа-		
	и крат-	ты в базисной оцк			ты в идеальной упо-			распределения	ты в моноклинной		
	ность	неметаллической			рядоченной моно-			$n(x_{\mathrm{I}},y_{\mathrm{I}},z_{\mathrm{I}})$	фазе α -Ag ₂ S с уче-		
		подрешетке аргенти-			клинной фазе без				том атомных смеще-		
		та (по рис. 1)			атомных смещений				ний		
					(пр. гр. $P2/c$)				(пр. гр. $P2_1/c$)		
		$x/a_{ m bcc}$	$y/a_{ m bcc}$	$z/a_{ m bcc}$	$x/a_{ m mon}$	$y/b_{ m mon}$	$z/c_{ m mon}$		$x_{\mathrm{I}d\mathrm{mon}}$	$y_{\mathrm{I}d\mathrm{mon}}$	$z_{\mathrm{I}d\mathrm{mon}}$
S (вакансия)	2(a)	0	1	1	0	0	0	$n_1 = y - \eta_9/2$			
		0	1	2	0	0	1/2	$n_1 = y - \eta_9/2$			
S	2(e)	1	1	1	1	1/2	1/4	$n_2 = y + \eta_9/2$	0.492	0.234	0.132
		1/2	1/2	3/2	0	1/2	1/4	$n_3 = y - \eta_9/2 + \eta_4$	0.508	0.734	0.368

Таблица 1. Размещение атомов S в моноклинной фазе α -Ag₂S (AgS_{0.5}): $\mathbf{a}_{P2_1/c} = \{1/2 \ 1/2 \ -1/2\}_{bcc}, \mathbf{b}_{P2_1/c} = \{1 \ -10\}_{bcc}, \mathbf{b}_{P2_1/c}$ $\mathbf{c}_{P2_1/c} = \{0\,0\,2\}_{\rm bcc}$

для того, чтобы позиции 6(b) и 48(j) были заняты атомами Ag с вероятностью, равной 1.

При переходе аргентита β -Ag₂S в акантит α -Ag₂S перераспределение атомов S из кристаллографических позиций (a) оцк аргентита в позиции (e) моноклинного акантита сопровождается смещениями этих атомов (рис. 1с). В таблице 1 приведены экспериментальные координаты атомов серы S в моноклинном (пр. гр. $P2_1/c$) акантите α -Ag₂S по данным [5, 18]. Видно, что в реальном моноклинном акантите по сравнению с модельной упорядоченной фазой наблюдаются заметные смещения атомов серы. Благодаря смещениям атомы Ag в акантите α -Ag₂S находятся на достаточно больших (больше, чем в аргентите) расстояниях друг от друга и занимают позиции 4(e) акантита с вероятностью, равной 1.

Для определения функции распределения атомов S с учетом атомных смещений нужно перейти от моноклинных координат $x_{Idmon}, y_{Idmon}, z_{Idmon}$ (табл. 1) к кубическим координатам решетки Изинга с учетом смещений. Это можно сделать с помощью трансформационных соотношений $x_{\rm cub} = x_{\rm mon}/2 + y_{\rm mon},$ $y_{\rm cub} = x_{\rm mon}/2 - y_{\rm mon} + 1, \ z_{\rm cub} = -x_{\rm mon}/2 + 2z_{\rm mon} + 1.$ В результате функцию распределения атомов S в моноклинном акантите с учетом смещений можно записать в виде

$$n(x_{\mathrm{Id}}, y_{\mathrm{Id}}, z_{\mathrm{Id}}) = y + (\eta_9/2) \cos[\pi(x_{\mathrm{I}} + y_{\mathrm{I}})] + \eta_4 \{ \cos[\pi(x_{\mathrm{I}} + y_{\mathrm{I}})/2] + \cos[\pi(x_{\mathrm{I}} - y_{\mathrm{I}})/2] \}, \quad (3)$$

где $x_{\mathrm{I}d} = x_{\mathrm{I}} + \Delta x_{\mathrm{I}}, y_{\mathrm{I}d} = y_{\mathrm{I}} + \Delta y_{\mathrm{I}}, z_{\mathrm{I}d} = z_{\mathrm{I}} + \Delta y_{\mathrm{I}}$ $+\Delta z_{\rm I}$ – координаты решетки Изинга с учетом смещений $\Delta x_{\rm I}$, $\Delta y_{\rm I}$, $\Delta z_{\rm I}$. Использование трансформационных соотношений позволяет оценить величину относительных смещений $\Delta x_{\rm I}, \Delta y_{\rm I}, \Delta z_{\rm I}$. Например, для атома S с моноклинными координатами (0.492 0.234 0.132)_{топ} (табл. 1) рассчитанные относительные смещения составляют $\Delta x_{\rm I} = 0.082, \Delta y_{\rm I} =$ = 0.020 и $\Delta z_{\rm I} = 0.018$. Смещения других атомов серы примерно такие же по абсолютной величине.

Образование моноклинной фазы α -Ag₂S, pacсматриваемое как упорядочение в неметаллической подрешетке, происходит с искажением симметрии по лифшицевской звезде $\{\mathbf{k}_9\}$ и нелифшицевской звезде $\{\mathbf{k}_4\}$. Наличие в канале перехода лучей нелифшицевской звезды означает, что превращение "аргентит β - Ag_2S – акантит α - Ag_2S " не удовлетворяет теоретикогрупповому критерию Ландау для фазовых переходов второго рода и реализуется по механизму перехода первого рода. Это согласуется с экспериментальными данными [1–3, 16, 17, 19].

Функция распределения $n(\mathbf{r})$ по своему смыслу является вероятностью и в общем случае может принимать значения от нуля до единицы в зависимости от состава упорядочивающейся фазы, у. Параметры дальнего порядка зависят от типа образующейся сверхструктуры M_{2t}X_{2t-1} и состава упорядочивающейся фазы. Согласно [9–11], для любого параметра порядка выполняется условие

$$0 \le \eta_s \le m^*,\tag{4}$$

где $m^* = 2t(1-y)$, если $y \ge (2t-1)/2t$ и $m^* =$ = 2ty/(2t-1), если y < (2t-1)/2t.

Условие (4) определяет одномерные области допустимых значений параметров дальнего порядка для сверхструктур, которые описываются одним параметром η . В упорядоченных фазах, описываемые несколькими параметрами дальнего порядка, возникают физические ограничения на величину параметров η , связанные с тем, что вероятность заполнения любого узла (или значение функции распределения $n(\mathbf{r})$) не может быть меньше 0 или больше 1. С учетом значений n_1 , n_2 и n_3 (см. табл. 1), принимаемых функцией распределения (2), и накладываемых на

них ограничений, область допустимых значений параметров дальнего порядка η_9 и η_4 для модельной моноклинной (пр. гр. P2/c) упорядоченной фазы α -Ag₂S определяется условиями

$$\begin{array}{c} -m^* \le -\eta_9 + 2\eta_4 \le m^* \\ 0 \le \eta_9 \le m^* \end{array} \right\}.$$
 (5)

Область допустимых значений параметров $\eta_9(y)$ и $\eta_4(y)$ для модельной моноклинной (пр. гр. P2/c) упорядоченной фазы α -Ag₂S показана на рис. 3. В суль-



Рис. 3. Двумерная область допустимых значений параметров дальнего порядка η_9 и η_4 для модельной моноклинной (пр. гр. P2/c) упорядоченной фазы α -Ag₂S

фиде серебра с фиксированным относительным содержанием y = 0.5 атомов S и t = 1, $m^* = 1$. Из рисунка 3 видно, что максимальная степень упорядочения достигается при равных параметрах дальнего порядка $\eta_9 = \eta_4 = 1$. В этом случае функция распределения атомов серы принимает два значения 0 и 1, что соответствует отсутствию атомов S в верпинах моноклинной элементарной ячейки и размещению атомов S только на позициях типа (e) внутри элементарной ячейки (см. рис. 2b, с).

В целом симметрийный анализ кристаллических структур оцк аргентита β -Ag₂S и моноклинного акантита α -Ag₂S показывает возможность альтернативного рассмотрения превращения между этими фазами как перехода беспорядок–порядок в неметаллической подрешетке, усложненного статическими атомными смещениями.

- R.C. Sharma and Y.A. Chang, Bull. Alloy Phase Diagrams 7, 263 (1986).
- S.I. Sadovnikov, A. A. Rempel, and A.I. Gusev, Nanostructured Lead, Cadmium and Silver Sulfides: Structure, Nonstoichiometry and Properties, Springer Intern. Publ. AG, Cham–Heidelberg (2018), 331 p.
- W. T. Thompson and S. N. Flengas, Can. J. Chem. 49, 1550 (1971).
- 4. А.И. Гусев, С.И. Садовников, ФТП **50**, 694 (2016).
- R. Sadanaga and S. Sueno, Mineralog. J. Japan. 5, 124 (1967).
- J. B. Boyce and B. A. Huberman, Phys. Rep. 51, 189 (1979).
- K. Honma and K. Iida, J. Phys. Soc. Jpn. 56, 1828 (1987).
- O. Alekperov, Z. Jahangirli, and R. Paucar, Phys. Stat. Sol. (b) 253, 1 (2016).
- A. I. Gusev, A. A. Rempel, and A. J. Magerl, Disorder and Order in Strongly Nonstoichiometric Compounds: Transition Metal Carbides, Nitrides and Oxides, Springer, Berlin (2001), 607 p.
- А.И. Гусев, Нестехиометрия, беспорядок, ближний и дальний порядок в твердом теле, Физматлит, М. (2007), 856 с.
- 11. А. А. Ремпель, А. И. Гусев, *Нестехиометрия в твер*дом теле, Физматлит, М. (2018), 640 с.
- A. I. Gusev and A. A. Rempel, Phys. Stat. Sol. (a) 135, 15 (1993).
- А.Г. Хачатурян, Теория фазовых превращений и структура твердых растворов, Наука, М. (1974), 384 с.
- 14. О.В. Ковалев, Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп, Наука, М. (1986), 368 с.
- 15. Ю. А. Изюмов, В. Е. Найш, Р. П. Озеров, *Нейтроно-графия магнетиков*, Атомиздат, М. (1981), 312 с.
- T. Blanton, S. Misture, N. Dontula, and S. Zdzieszynski, Powder Diffraction 26, 110 (2011).
- S.I. Sadovnikov, A.I. Gusev, and A.A. Rempel, Phys. Chem. Chem. Phys. 17, 20495 (2015).
- S.I. Sadovnikov, A.I. Gusev, and A.A. Rempel, Superlatt. Microstr. 83, 35 (2015).
- F. Grønvold and E. F. Westrum, J. Chem. Therm. 18, 381 (1986).