

Формирование магнитного порядка в трехмерных топологических изоляторах для реализации квантового аномального эффекта Холла (Миниобзор)

В. Н. Меньшов^{+*×1)}, И. А. Швед^{+*}, Е. В. Чулков^{°+∇*}

⁺ Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

^{*} Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

[×] Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

[°] Departamento de Física de Materiales, Facultad de Ciencias Químicas, UPV/EHU and Centro de Física de Materiales CFM-MPC, Centro Mixto CSIC-UPV/EHU, 20080 San Sebastian, Basque Country, Spain

[∇] Donostia International Physics Center (DIPC), 20018 San Sebastian/Donostia, Basque Country, Spain

Поступила в редакцию 22 октября 2019 г.

После переработки 6 ноября 2019 г.

Принята к публикации 7 ноября 2019 г.

Предложен авторский взгляд на актуальную проблему реализации собственной поперечной проводимости в магнитных гетероструктурах на основе топологических изоляторов. В этой связи мы представим краткий обзор выполненных нами в последние годы теоретических исследований, развивающих универсальный подход для аналитического моделирования квантового аномального эффекта Холла при различных способах введения магнитного порядка в пленку топологического изолятора. Наша модель отличается последовательным описанием электронных состояний системы, определяющих квантовый аномальный эффект Холла, с понижением размерности: от трехмерных объемных через двумерные интерфейсные к одномерным краевым – что позволило подчеркнуть особую роль физических границ, таких как интерфейсы и боковые грани, для спин-зависящего транспорта в гетероструктурах. Мы также представляем ряд новых результатов, полученных недавно в рамках предложенного подхода. В свете наших теоретических результатов обсуждаются данные экспериментов, проведенных в последнее время на новых магнитных материалах и структурах.

DOI: 10.1134/S0370274X19240032

1. Введение. В последнее десятилетие многочисленные исследования в области конденсированного состояния вещества проходят под знаком топологии [1, 2]. В частности, были открыты многие немагнитные полупроводниковые материалы, в которых спин-орбитальное взаимодействие приводит к инвертированию краев запрещенной зоны и, соответственно, к появлению топологического состояния [3–6]. Поиск принципиально новых полупроводников, сочетающих нетривиальную топологию электронной зонной структуры и магнитный порядок, является весьма актуальной проблемой физики материалов в свете проявления ими особых свойств на макроскопическом уровне. Ярким примером здесь является квантовый аномальный эффект Холла (КАЭХ), возникающий в отсутствие внешнего магнитного поля в тонких пленках трехмерных топологических изоляторов

(ТИ), когда комбинация сильного спин-орбитального взаимодействия и ферромагнитного порядка (ФМ) порождает на интерфейсах и боковых гранях пленки топологически защищенные фермионы дираковского типа [7–10]. Возможность манипулировать интерфейсными и краевыми бездиссипативными состояниями, на основе которых осуществляется транспорт в магнитных гетероструктурах с трехмерными ТИ, позволила бы существенно расширить перспективы для спинтронных приложений [11, 12].

На сегодняшний день можно выделить четыре основных подхода для формирования магнитного порядка в гетероструктурах на основе ТИ (которые схематически представлены на рис. 1) с целью обеспечить платформу для реализации КАЭХ:

1. Базовыми материалами для ТИ служат соединения из семейства тетрадимитоподобных полупроводников с инвертированной запрещенной зоной, таких как Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 , Sb_2Te_3 , или их твердых

¹⁾e-mail: vnmenshov@mail.ru

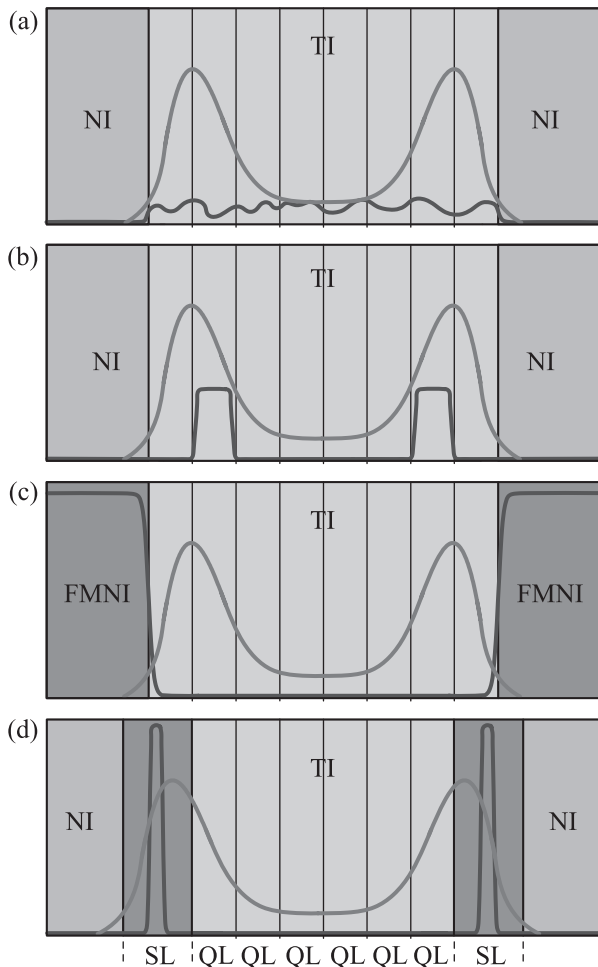


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое представление основных подходов в формировании магнитного порядка в гетероструктурах на основе ТИ. В четырех различных трехслойных структурах тонкая пленка ТИ типа Bi_2Te_3 (светло-зеленая область “ТИ”), толщиной в несколько пятислойных блоков, заключена между обкладками НИ (область “НИ”). (а) – Пленка ТИ объемно легирована магнитными атомами. (б) – Пленка ТИ селективно легирована магнитными атомами. (с) – Пленка ТИ контактирует с ФМНИ (лиловая область “FMNI”). (д) – Крайние пятислойные блоки пленки ТИ замещены семислойными блоками (зеленые области) собственного магнитного ТИ типа MnBi_2Te_4 . Кривые красного цвета качественно изображают квадрат огибающей функции интерфейсного состояния, кривые синего цвета – профиль распределения намагниченности вдоль направления роста гетероструктуры

растворов $(\text{Bi,Sb})_2(\text{Se,Te})_3$. Вдоль направления кристаллического роста такое соединение имеет слоистую структуру, состоящую из чередующихся пятислойных блоков (например, Te-Bi-Te-Bi-Te в случае Bi_2Te_3), разделенных ван-дер-ваальсовыми про-

межутками. Стандартная практика получения ферромагнитного порядка в ТИ заключается в их объемном легировании атомами (несколько атомных процентов) $3d$ -металла, Cr, V, Mn или Fe, замещающими атомы Bi или Sb [7–10]. На рисунке 1а изображена пленка ферромагнитного топологического изолятора (ФМТИ), заключенная между пленками нормального (т.е. топологически тривиального) изолятора (НИ). В магнито-транспортных экспериментах на пленках разбавленных ФМТИ $\text{Cr}_x(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_{2-x}\text{Te}_3$ и $\text{V}_x(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_{2-x}\text{Te}_3$ толщиной в несколько пятислойных блоков был впервые зарегистрирован КАЭХ [13, 14]. Однако квантование проводимости Холла наблюдалось при ультранизких температурах, ниже 100 мК, несмотря на сравнительно высокую температуру $T_c \approx 30$ К ферромагнитного упорядочения примесных магнитных моментов [15]. Обычно сравнительно низкую температуру КАЭХ связывают с пространственными флуктуациями распределения магнитных ионов в пленке ФМТИ на масштабе в несколько нанометров, что ведет к возникновению неоднородного обменного поля. Как следствие, края энергетических зон ТИ заметно размываются, так что проводимость в транспортных измерениях становится чувствительной к термическим возмущениям квазичастиц через спектральную щель. Заметим, что недавно [16] удалось заметно увеличить температуру квантования поперечной проводимости в пленках $(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3$ благодаря колегированию Cr и V, приводящему к более однородной намагниченности.

2. Недостатки, свойственные объемному легированию, отчасти удалось преодолеть благодаря применению методики модуляционного легирования, которая позволяет контролировать профиль распределения допирующих $3d$ -атомов вдоль направления эпитаксиального роста пленки ТИ (рис. 1б). Авторы работы [17] вырастили тонкие пленки ТИ $(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2\text{Te}_3$, в которых определенные пятислойные блоки обогащались атомами Cr. Такое селективное легирование (часто именуемое ферромагнитной дельта-вставкой) позволяет локально усилить величину обменного расщепления интерфейсных/поверхностных топологических состояний [18] и одновременно уменьшить влияние рассеяния на магнитных примесях. В работах [17, 19, 20] КАЭХ наблюдался при температуре 2 К, что более чем на порядок превосходит температуру наблюдения этого эффекта в объемно легированных атомами Cr пленках $(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2\text{Te}_3$ при сопоставимой интегральной концентрации атомов $3d$ -металла. Также было показано, что вариация позиции ферромагнитной встав-

ки и состава материала ТИ, u , позволяет стабилизировать режим КАЭХ в широком диапазоне напряжения на затворе при максимальной рабочей температуре.

3. Большие надежды связаны с гетероструктурами, состоящими из тонких пленок ТИ и ферромагнитного или ферримагнитного нормального изолятора (ФМНИ) (рис. 1с). Предполагается, что в таких системах благодаря эффекту магнитной близости на интерфейсе между ТИ и ФМНИ может возникнуть однородное в плоскости интерфейса обменное поле при довольно высокой температуре, близкой к точке Кюри ФМНИ. В работе [21] сообщается об индуцировании посредством эффекта близости сравнительно большой аномальной проводимости Холла, $\sigma_{xy} \approx 0.2e^2/h$, в трехслойной структуре ФМНИ/ТИ/ФМНИ, где ТИ = $(\text{Bi}, \text{Sb})_2\text{Te}_3$ и ФМНИ = $\text{Cr}_2\text{Ge}_2\text{Te}_6$. Вслед за этим авторы работы [22], проведя тонкую подгонку состава ТИ и ФМНИ, реализовали режим КАЭХ в гетероструктуре $(\text{Zn}, \text{Cr})\text{Te}/(\text{Bi}, \text{Sb})_2\text{Te}_3/(\text{Zn}, \text{Cr})\text{Te}$ при температуре ~ 0.1 К.

4. Прямой путь минимизации магнитного беспорядка и получения большого внутреннего обменного поля – это синтезировать ТИ, обладающие собственным магнитным порядком. Значительный прогресс в этом направлении связан с работами [23–28], где было теоретически обосновано и подтверждено экспериментально существование собственного антиферромагнитного (АФМ) ТИ в тройном соединении MnBi_2Te_4 . Сегодня топологические и магнитные свойства соединения MnBi_2Te_4 и твердых растворов $\text{MnBi}_{2-y}\text{Sb}_y\text{Te}_4$ в объемной и тонкопленочной геометрии, а также в так называемых “натуральных ван-дер-ваальсовых сверхрешетках” типа $\text{MnBi}_{2n}\text{Te}_{3n+1}$ (MnBi_4Te_7 , $\text{MnBi}_6\text{Te}_{10}$ и т.д.), стали предметом интенсивных исследований [23–31]. Ван-дер-ваальсова структура, в которой слои собственного АФМ ТИ разделены прослойкой немагнитного ТИ, изображена на рис. 1d. В [32–34] сообщается о достижении квантованной холловской проводимости с $\sigma_{xy} = e^2/h$ в пленках MnBi_2Te_4 толщиной несколько семислойных блоков во внешнем поле.

Три базисных требования: топологическая нетривиальность электронных состояний, спонтанная намагниченность, направленная нормально к интерфейсам ТИ пленки, и подавление объемного канала проводимости – должны быть выполнены для создания необходимых условий получения КАЭХ. Однако в описанных выше материалах и структурах электронные, магнитные и транспортные свойства сильно взаимосвязаны, и попытка изменить одно из них

может существенно отразиться на других. Например, в случае объемного легирования матрицы ТИ при увеличении концентрации атомов $3d$ -металла с целью усиления ферромагнитного порядка, помимо очевидного роста рассеяния на $3d$ -примесях и дополнительных свободных носителей, может понизиться величина спин-орбитального взаимодействия до уровня, недостаточного для инвертирования краев запрещенной зоны. Чтобы зафиксировать уровень Ферми в запрещенной зоне ТИ и регулировать его положение относительно точки Дирака топологических поверхностных состояний, обычно эмпирически подбирают состав материала ТИ. Данный метод используют как в случае объемного магнитного легирования [7–10, 13, 14], так и в случае структур на базе собственных АФМ ТИ [25]. Интересная ситуация наблюдается в пленках $\text{Mn}(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2\text{Te}_4$ [25]. Приготовленные образцы, имеющие номинальный стехиометрический состав MnBi_2Te_4 , являются вырожденными полупроводниками n -типа. Частичное замещение висмута на сурьму в катионной подрешетке позволяет сместить химический потенциал в запрещенную зону и получить полную компенсацию избыточных носителей при $y \approx 0.1$. Однако с дальнейшим увеличением содержания сурьмы размер запрещенной зоны уменьшается, так что уже при $y \approx 0.5$ происходит квантовый переход из топологической фазы в тривиальную. С другой стороны, как известно [35], для компенсированных полупроводников характерны сильные пространственные флуктуации электростатического потенциала, которые проявляются в формировании электронных и дырочных “луж” (*puddles*). Подобные эффекты определяют низкотемпературную проводимость в твердых растворах ТИ, особенно в тонкопленочной геометрии [36].

Другой важный аспект явления квантования проводимости в гетероструктурах на основе ТИ связан с граничными эффектами. Согласно “принципу соответствия” на границе ТИ проявляются особые свойства, заложенные в его объемной зонной структуре [1, 2], а именно, на интерфейсах и боковых гранях ТИ формируются топологически обусловленные электронные состояния, которые отвечают за квантованную проводимость Холла [7–11]. Образцы для магнито-транспортных измерений изготавливаются как гетероструктуры, в которых пленки трехмерного ТИ контактируют с топологически тривиальными материалами и ограничены как в направлении роста, так и плоскости интерфейса. В качестве материалов для подложки или защитного слоя для пленки ТИ используют широкозонные НИ, что позволяет сохранить топологические особенности элект-

тронных интерфейсных состояний. В то же время характеристики этих состояний могут серьезно модифицироваться под влиянием ТИ/НИ интерфейсов, и роль последних в транспортных свойствах пленки ТИ возрастает с уменьшением ее толщины. Кроме того, чтобы минимизировать эффекты шероховатости интерфейсов и флуктуаций интерфейсного потенциала, необходимо подобрать гетеропару из ТИ и НИ с близкими постоянными решетки в плоскости интерфейса, как было сделано при эпитаксиальном росте гетероструктуры в работе [22].

Приведенные аргументы говорят о необходимости сформировать общий взгляд на проблему реализации КАЭХ в магнитных гетероструктурах на основе ТИ. Для этого требуется универсальный теоретический подход, который позволяет моделировать явление квантованной поперечной проводимости при различных способах введения ферромагнитного порядка, принимая во внимание такие принципиальные аспекты, как особенности зонной структуры ТИ в геометрии тонкой пленки и условия на границах. Попытка развить такую теорию была предпринята в цикле исследований [37–42]. В данной работе мы, с одной стороны, обозреваем в едином контексте аналитические методы и достижения, сделанные в [37–42], с другой стороны, представляем новые результаты. Учитывая многогранность явления и сложность его описания, мы разложили теоретический анализ КАЭХ на несколько уровней. А именно, мы даем последовательное описание КАЭХ в магнитных гетероструктурах в терминах электронных состояний различной размерности: исходим от гамильтониана объемного трехмерного ТИ; на базисе низкоэнергетических интерфейсных состояний строим эффективный двумерный гамильтониан, определяющий топологические фазы в пленке ТИ конечной толщины; изучаем вклад в проводимость одномерных краевых состояний на боковых гранях такой пленки. Кроме того, мы интерпретируем недавние экспериментальные данные в свете наших теоретических результатов.

2. Модельный подход к описанию магнитных гетероструктур на основе ТИ. В этом разделе мы кратко остановимся только на основных положениях аналитического моделирования электронных состояний в слоистых магнитных гетероструктурах на основе трехмерного ТИ. Более подробное изложение данной тематики можно найти в оригинальных работах [37–47].

В узкозонных тетрадимитоподобных полупроводниках типа Bi_2Se_3 базис низколежащих блоховских состояний $u_\Gamma = \{ |+\uparrow\rangle, |-\uparrow\rangle, |+\downarrow\rangle, |-\downarrow\rangle \}$, возникающих вблизи точки Γ зоны Бриллюэна, конструируется из p_z -орбиталей халькогенов-анионов (Se) и металлов-катионов (Bi), где $+/-$ обозначает четность, \uparrow/\downarrow – спин [48, 49]. В таком случае в основу аналитического описания электронных свойств трехмерных ТИ естественно положить модельный $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -гамильтониан, записанный в базисе u_Γ , как разложение по степеням волнового вектора \mathbf{k} :

$$\mathbb{H}_t(\mathbf{k}) = (\Xi_0 - \mathbf{V}k^2)\tau_z \otimes \sigma_0 + A\tau_x \otimes (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}). \quad (1)$$

Здесь σ_α и τ_β – матрицы Паули, действующие в спиновом и орбитальном пространствах, соответственно. Сильное спин-орбитальное взаимодействие ведет к инвертированному энергетическому спектру в точке Γ , где край зоны проводимости формируется орбиталями анионов, а край валентной зоны – орбиталями катионов, что выражается условием $\Xi_0\mathbf{V} > 0$ (ниже для определенности полагаем $\mathbf{V} > 0$). Чтобы не усложнять анализ, используется изотропный по \mathbf{k} и симметричный по энергии 4×4 гамильтониан (1).

Для определенности далее будем вести речь о гетероструктуре НИ/ТИ/НИ, где в зависимости от ситуации компоненты структуры, ТИ и НИ, могут быть как магнитными так и немагнитными изоляторами. Чтобы учесть влияние границ на электронные состояния в ограниченной пленке ТИ, мы введем “ограничивающий” потенциал $\mathbb{W}(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} = (x, y, z)$. В континуальном приближении функционал полной энергии запишем в виде [40, 46]:

$$\Omega = \int d\mathbf{r} \Theta^+(\mathbf{r}) [\mathbb{H}_t(-i\nabla) + \mathbb{H}_{ex}(\mathbf{r}) + \mathbb{W}(\mathbf{r})] \Theta(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где слагаемое $\mathbb{H}_{ex}(\mathbf{r})$ отвечает за существование обменного поля внутри пленки. Длинноволновая огибающая волновой функции $\Theta(\mathbf{r})$ определена внутри пленки ТИ, ограниченной интерфейсами с НИ при $|z| = l$. Кроме того, полагаем, что пленка ограничена боковыми гранями в интерфейсной плоскости (x, y) вдоль кривой $\gamma(x, y) = 0$. Тогда полный “ограничивающий” потенциал запишем в виде

$$\mathbb{W}(\mathbf{r}) \approx d\mathbb{U}_p \delta(|z| - l) + t\mathbb{V} \delta[\gamma(x, y)], \quad (3)$$

где $\delta(z)$ – дельта-функция. Матрица \mathbb{U}_p определяет независящее от спина возмущение, возникающее в пленке ТИ на масштабе $\sim d$ вблизи интерфейса ТИ/НИ. В базисе u_Γ она записывается в диагональной форме $\mathbb{U}_p = \text{diag}\{U_1, U_2, U_1, U_2\}$. Физический смысл параметров U_1 и U_2 подробно разъясняется в рамках концепции эффективного интерфейсного потенциала, которая была разработана в работах [41–43]. Эта концепция применялась для анализа эффекта магнитной близости [44, 45] и квантованной проводимости в различных гетероструктурах на основе

ТИ [37–40, 46, 47]. По аналогии с интерфейсным потенциалом, с помощью матрицы \mathbb{V} можно ввести эффективный краевой потенциал, локализованный на масштабе $\sim t$ вблизи периметра пленки $\gamma(x, y) = 0$. Полагая, что характерный масштаб ξ изменения огибающей функции $\Theta(\mathbf{r})$ значительно превосходит длины d и t , мы вправе использовать в (3) локальную аппроксимацию для $\mathbb{W}(\mathbf{r})$.

Заметим, что наш подход позволяет моделировать различные способы формирования в системе намагниченности, направленной ортогонально интерфейсу ТИ/НИ. Например, в случае пленки ФМТИ, полученной в результате ее объемного легирования атомами $3d$ -металла (рис. 1а), примесные магнитные моменты спонтанно выстраиваются ферромагнитным образом со средней намагниченностью $\langle S \rangle$ вдоль оси \mathbf{z} . Элементы матрицы \mathbb{H}_{ex} в базе u_{Γ} прямо связаны с намагниченностью: $\mathbb{H}_{ex} = \text{diag}\{G, F, -G, -F\}$, где $G \sim c j_A \langle S \rangle$, $F \sim c j_C \langle S \rangle$, c – примесная концентрация, $j_{A/C}$ – интегралы перекрытия $3d$ -орбиталей примесных атомов с p -орбиталями соседних анионов/катионов матрицы [37]. В ином случае, когда пленка ТИ подвергается селективному легированию (рис. 1б), ферромагнитное упорядочение формируется в ультратонком слое толщиной $d_{\delta} \ll \xi$, обогащенном атомами переходного металла. Влияние ФМ дельта-вставки, плоскость которой параллельна интерфейсу, можно аппроксимировать посредством $\mathbb{H}_{ex}(z) = d_{\delta} \text{diag}\{G, F, -G, -F\} \delta(z - z_0)$, где z_0 – местоположение вставки в пределах пленки ТИ ($|z_0| < l$), а матричные элементы G и F имеют фактически тот же смысл, что в случае однородно намагниченной пленки [38]. В гетероструктурах ФМНИ/ТИ/ФМНИ (рис. 1с) эффект магнитной близости, возникающий на интерфейсах, можно феноменологически учесть, если сделать в (3) замену $\mathbb{U}_p \rightarrow \mathbb{U} = \mathbb{U}_p + \mathbb{U}_{ex}$, т.е. ввести в интерфейсный потенциал дополнительную зависящую от спина компоненту $\mathbb{U}_{ex} = \text{diag}\{G, F, -G, -F\}$. Здесь естественно связать матричные элементы $G \sim J_A M$ и $F \sim J_C M$ с намагниченностью ФМНИ $M = \mathbf{z} M$ и с интегралами прямого перекрытия через интерфейс между электронными состояниями ТИ и спин-поляризованными состояниями ФМНИ J_A и J_C . Следует отметить, эффект магнитной близости на интерфейсе ТИ/ФМНИ имеет более сложный механизм, как показано в работах [44, 45, 50]. В рамках нашего подхода допустимо качественное описание ван-дер-ваальсовых гетероструктур, включающих слои собственных магнитных материалов (рис. 1д).

Варьируя функционал (2), включающий объемную и граничную (3) компоненты, мы приходим к задаче на собственные значения, которая определяет состояния в пленке ТИ. Ограничимся рассмотрением гетероструктуры НИ/ТИ/НИ, обладающей идеально плоскими интерфейсами и бесконечной в плоскости (x, y) . В такой геометрии продольный квазиимпульс $\boldsymbol{\kappa} = (k_x, k_y)$ является хорошим квантовым числом, и мы можем точно решить задачу с *натуральными* граничными условиями на интерфейсах [40, 43, 46]. Полученные собственные состояния электронов в пленке ТИ, заключенной между НИ, явным образом зависят от ее толщины $2l$, параметров зонной структуры топологического изолятора Ξ_0, V, A и матричных элементов интерфейсного потенциала \mathbb{U} . Интерфейсы могут существенно модифицировать топологические состояния, искажая линейный вид спектральных ветвей и сдвигая их по энергии [41–43, 46]. Состояния становятся щелевыми в тонких пленках и поляризованными по спину в присутствии магнитного порядка [39, 40, 46, 47]. Действуя в согласии с процедурой [40, 46, 51], т.е. развивая теорию возмущений по малым значениям $\boldsymbol{\kappa}$ с использованием минимального ортогонального базиса из четырех самых низких по энергии состояний, мы можем свести проблему к эффективному двумерному гамильтониану. В случае симметричной вдоль направления \mathbf{z} гетероструктуры НИ/ТИ/НИ такой гамильтониан может быть записан в блок-диагональной форме [37, 38, 40, 46]:

$$\mathbb{H}_{\text{eff}}(\boldsymbol{\kappa}) = \text{diag}\{\mathcal{E}^{\uparrow}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathcal{F}^{\uparrow}(\boldsymbol{\kappa}), \mathcal{E}^{\downarrow}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathcal{F}^{\downarrow}(\boldsymbol{\kappa})\}, \quad (4)$$

$$\mathcal{F}^{\uparrow}(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{pmatrix} \Delta^{\uparrow}(\boldsymbol{\kappa}) & A k_{-} \\ A^* k_{+} & -\Delta^{\uparrow}(\boldsymbol{\kappa}) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathcal{F}^{\downarrow}(\boldsymbol{\kappa}) = \begin{pmatrix} -\Delta^{\downarrow}(\boldsymbol{\kappa}) & -A^* k_{-} \\ -A k_{+} & \Delta^{\downarrow}(\boldsymbol{\kappa}) \end{pmatrix},$$

где $\mathcal{E}^{\Sigma}(\boldsymbol{\kappa}) = \mathcal{E}_0^{\Sigma} - \mathcal{D}^{\Sigma} \boldsymbol{\kappa}^2$, $\Delta^{\Sigma}(\boldsymbol{\kappa}) = \Delta_0^{\Sigma} - b^{\Sigma} \boldsymbol{\kappa}^2$, $k_{\pm} = k_x \pm i k_y$, $\boldsymbol{\kappa} = |\boldsymbol{\kappa}|$. Формальное разделение на независимые блоки говорит о наличии в системе специфического квантового числа – так называемого псевдоспина [51]. Каждому блоку соответствует своя проекция псевдоспина, $\Sigma = \uparrow$ и $\Sigma = \downarrow$. Важно отметить, что в нашем подходе входящие в (4)–(5) коэффициенты \mathcal{E}_0^{Σ} , \mathcal{D}^{Σ} , Δ_0^{Σ} , b^{Σ} зависят не только от деталей спектра трехмерного ТИ, но также от условий на интерфейсах ТИ/НИ и толщины пленки ТИ. Соответствующие зависимости $\mathcal{E}_0^{\Sigma}(l, U_{1,2} F, G)$, $\mathcal{D}^{\Sigma}(l, U_{1,2}, F, G)$, $\Delta_0^{\Sigma}(l, U_{1,2}, F, G)$, $b^{\Sigma}(l, U_{1,2}, F, G)$ можно установить для конкретного способа введения ферромагнитного порядка в пленку ТИ. Их удается вывести в явной

аналитической форме в некоторых предельных случаях или представить как результат численных вычислений в широкой области изменения параметров модели для различных магнитных гетероструктур, рассмотренных в [37–40].

Коэффициенты \mathcal{E}_0^Σ и \mathcal{D}^Σ , отвечающие за электрон-дырочную асимметрию системы, определяются главным образом потенциальными компонентами интерфейсного потенциала U_1 и U_2 и слабо зависят от обменных компонент F и G , и толщины $2l$. Члены на главной диагонали в гамильтониане $\mathcal{F}^\Sigma(\mathbf{k})$ (5) определяют электронные топологические свойства системы. По результатам цикла работ [37–40, 46] характерные черты зависимостей Δ_0^Σ и b^Σ от параметров модели оказываются общими для любого из вышеперечисленных способов формирования ферромагнитного порядка в пленке ТИ. Как правило, коэффициенты Δ_0^Σ и b^Σ можно представить в аддитивном виде:

$$\Delta_0^\Sigma = \Delta_0 + \text{sgn}(\Sigma)\omega, \quad b^\Sigma = \beta - \frac{B}{\Xi_0}\chi \text{sgn}(\Sigma)\omega, \quad (6)$$

где $\text{sgn}(\Sigma = \uparrow / \downarrow) = + / -$, множитель χ может варьироваться в пределах $0 \leq \chi \leq 1$ в зависимости от конкретной модели. Вклады Δ_0 и β формируются благодаря гибридизации состояний, индуцированных противоположными интерфейсами ТИ/НИ при $z = \pm l$, и экспоненциально падают с ростом толщины пленки. Когда $0 < \lambda < 1$, где $\lambda = \frac{|A|^2}{4B\Xi_0}$ – параметр зонной структуры трехмерного ТИ, спад сопровождается осцилляциями:

$$\begin{aligned} \Delta_0 &\sim \frac{|A|^2}{B} \sin(2w_0l + \phi) \exp(-2p_0l), \\ \beta &\sim -|A|l \cos(2w_0l + \phi) \exp(-2p_0l), \end{aligned} \quad (7)$$

где $p_0 = |A|/2B$ и $w_0 = p_0\sqrt{\lambda^{-1} - 1}$ зависят только от деталей объемной зонной структуры ТИ, в то время как интерфейсный потенциал определяет фазу $\phi = \phi(U_{1,2})$. Заметим, что интерфейсный потенциал определяет также амплитуду огибающей функции на интерфейсах. Как видно из (6), благодаря присутствию обменного поля в пленке ТИ, блоки с противоположными проекциями псевдоспиновой степени свободы в (4)–(5) не эквивалентны друг другу при обращении времени, что является одним из условий для возникновения КАЭХ. Обменный вклад в (6), $\sim \omega$, пропорционален F и G , и, кроме того, существенно зависит от U_1 и U_2 .

В кристаллах зонных изоляторов холловский отклик σ_{xy}^Σ связан с топологией зонной структуры, что может быть выражено через кривизну Берри

[1, 2, 7–11]. Когда химический потенциал лежит внутри спектральной щели двумерных состояний (именно, $|\mu| < 2|\Delta^\Sigma|\sqrt{\Lambda^\Sigma(1 - \Lambda^\Sigma)}$, если $\Lambda^\Sigma < 1/2$, и $|\mu| < |\Delta_0^\Sigma|$ в ином случае), интеграл от кривизны Берри по зоне Бриллюэна квантуется. Как результат, холловский отклик для блока Σ , $\sigma_{xy}^\Sigma = C^\Sigma e^2/h$, выражается через число Черна в (4)–(5), которое принимает целочисленное значение $C^\Sigma = \pm 1$ в топологической фазе или нулевое значение $C^\Sigma = 0$ в тривиальной фазе [37, 40]. Зарядовый отклик с фактором $C^C = (C^\uparrow + C^\downarrow)/2$ идентифицирует КАЭХ, в то время как спиновый отклик с фактором $C^S = (C^\uparrow - C^\downarrow)/2$ – квантовый спиновый эффект Холла (КСЭХ). Эти факторы можно переписать через параметры гамильтониана (4)–(5) [37, 40]: $C^S = [\text{sgn}(|\Delta_0^\uparrow|) + \text{sgn}(\Delta_0^\downarrow) + \text{sgn}(b^\uparrow) + \text{sgn}(b^\downarrow)]/4$ и $C^C = [\text{sgn}(|\Delta_0^\uparrow|) - \text{sgn}(\Delta_0^\downarrow) + \text{sgn}(b^\uparrow) - \text{sgn}(b^\downarrow)]/4$. При нарушении симметрии по отношению к обращению времени фактор C^C может принять нетривиальное значение. Вообще говоря, конкуренция между гибридационными и обменными вклады в Δ_0^Σ и b^Σ (6) является тем механизмом, который управляет квантовым фазовым переходом из тривиальной изолирующей фазы ($C^C = C^S = 0$) или фазы КСЭХ ($C^C = 0$ и $C^S \neq 0$) в смешанную фазу КАЭХ + КСЭХ ($C^C \neq 0$ и $C^S \neq 0$). Переход между фазами происходит, когда меняется знак Δ_0^Σ или b^Σ . Поэтому знание поведения коэффициентов Δ_0^Σ и b^Σ в зависимости от зонной структуры материала ТИ, условий на интерфейсах, толщины пленки и способа введения ферромагнитного порядка позволяет контролировать режимы квантованной проводимости в гетероструктуре НИ/ТИ/НИ. Остановимся на этом вопросе несколько подробнее.

3. Анализ интерфейсных и геометрических эффектов на квантование проводимости Холла в магнитных гетероструктурах на основе ТИ. Низкоэнергетический гамильтониан (4)–(5) имеет универсальный характер в том смысле, что позволяет описать КАЭХ для любого способа введения магнитного порядка в систему, в которой базовым элементом является гетероструктура НИ/ТИ/НИ. Опираясь на изложенный выше подход, в работах [37–40] были теоретически установлены важные черты топологических фазовых диаграмм, свойственные магнитным гетероструктурам на основе ТИ. Когда химический потенциал лежит внутри спектральной щели, предсказано, что в зависимости от толщины пленки ТИ, величины интерфейсного потенциала и обменного расщепления топологических состояний система допускает существование трех топологически различных фаз: три-

виальной фазы, фазы КСЭХ и смешанной фазы КАЭХ + КСЭХ. В последнем случае можно ожидать квантование аномальной проводимости Холла. Если параметр зонной структуры ТИ $0 < \lambda < 1$, в широкой области изменения компонент интерфейсного потенциала U_1 и U_2 и обменного взаимодействия F и G могут многократно совершаться квантовые переходы между этими фазами с ростом толщины пленки ТИ в силу осциллирующего поведения функций $\Delta_0(l)$ и $\beta(l)$ (7) [37, 40]. При этом возможность обнаружить систему в смешанной фазе КАЭХ + КСЭХ увеличивается с ростом обменного расщепления. Примечательно, что систему можно перевести в смешанную фазу КАЭХ + КСЭХ либо из тривиальной фазы, либо из фазы с КСЭХ несколькими различными способами. Это хорошо иллюстрирует рис. 2, на котором представлена трехпараметрическая фазовая диаграмма в координатах “толщина пленки – интерфейсный потенциал – обменное расщепление” для гетероструктуры ФМНИ/ТИ/ФМНИ. Видим, что, меняя один из параметров, зафиксировав два других, можно индуцировать топологический фазовый переход. Отметим, что квантовые переходы между обозначенными фазами в магнитной гетероструктуре могут произойти, также при $\lambda > 1$, но при определенных условиях на интерфейсе [39]. Когда химический потенциал выходит за пределы спектральной щели, двумерные интерфейсные состояния вносят вклад в холловский отклик, таким образом, нарушая его целочисленное значение [37].

В работе [40] на примере гетероструктуры ФМНИ/ТИ/ФМНИ (рис. 1с) дано последовательное описание КАЭХ, наведенного в немагнитной пленке ТИ, контактирующей с топологически тривиальным широкозонным изолятором, обладающим ферромагнитным порядком. В основе явления лежит магнитный эффект близости, важные аспекты которого для интерфейса ТИ/ФМНИ были выявлены в рамках вычислений из *первых принципов* [44, 50] и модельной схемы [45]. В общем случае вблизи ТИ/НИ интерфейса возникает перераспределение зарядовой плотности, сопровождающееся заметным изгибом зон ~ 1 эВ, что ведет к существенному ослаблению индуцированной спиновой поляризации интерфейсных топологических состояний. В приближении, использованном в [40], интерфейсные электростатические процессы эффективно учтены в интерфейсном потенциале U_p . Здесь показано, что в случае сильного интерфейсного потенциала, $|U_1^{-1} + U_2^{-1}| \Xi_0 \ll 1$, огибающая функция спадает на интерфейсе как $|\Theta(\pm l)| \sim |U_1^{-1} + U_2^{-1}|$, и индуцированное обменное расщепление подавляется

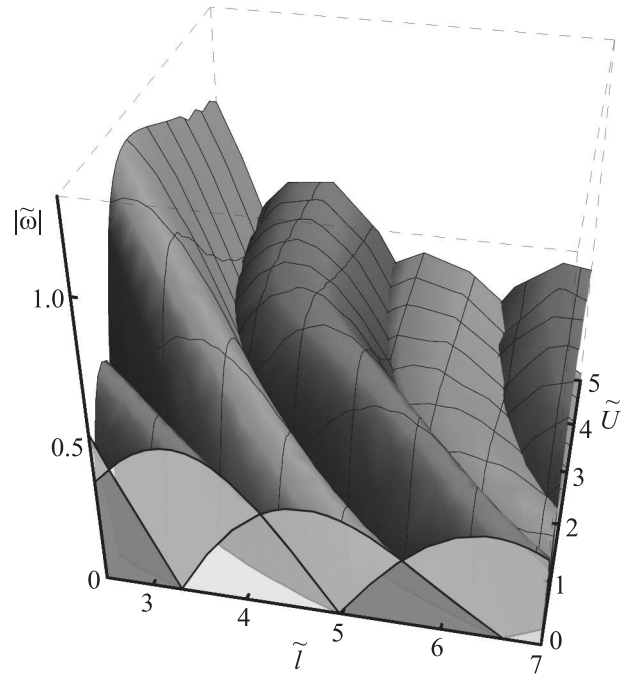


Рис. 2. (Цветной онлайн) Фазовая диаграмма в координатах “толщина пленки – интерфейсный потенциал – обменное расщепление” для трехслойной гетероструктуры ФМНИ/ТИ/ФМНИ с $U_1 = -U_2 = U$ и $F = G$. Поверхности, маркированные голубым и красным цветами, описывают критическую величину обменного расщепления, $|\omega_c(l, U)|$, выше которой, т.е. при $|\omega| > |\omega_c(l, U)|$, система находится в тривиальной фазе. В противоположном случае, когда $|\omega| < |\omega_c(l, U)|$, система может оказаться не только в тривиальной фазе, но также в фазе КСЭХ или в смешанной фазе КАЭХ + КСЭХ. Границы между фазами определяются условиями $\Delta_0^\Sigma(l, U, \omega) = 0$ и $b^\Sigma(l, U, \omega) = 0$. Сечения областей существования этих фаз плоскостью $(l, U = 0, \omega)$ закрашены белым, зеленым и желтым цветами, соответственно. Использованы безразмерные параметры: $\tilde{l} = 2l \sqrt{\frac{\Xi_0}{B}}$, $\tilde{U} = \frac{dU}{\sqrt{B \Xi_0}}$, $\tilde{\omega} = \frac{\omega \sqrt{B}}{2|A| \sqrt{\Xi_0}}$

благодаря потенциальному рассеянию на интерфейсе $\omega \sim \frac{G}{U_1^2} + \frac{F}{U_2^2}$. С другой стороны, в случае слабого интерфейсного потенциала, $|U_1 + U_2| \Xi_0^{-1} \ll 1$, амплитуда огибающей функции достигает максимального значения строго на интерфейсе, и обменное расщепление пропорционально $\omega \sim G + F$. Эти оценки, вытекающие из континуального подхода, находятся в принципиальном согласии с результатами исследований из *первых принципов* [52], где на микроскопическом уровне проведен сравнительный анализ зонной структуры двух различных ван-дерваальсовых систем $\text{CrBi}_2\text{Se}_4/\text{Bi}_2\text{Se}_3$ и $\text{CrI}_3/\text{Bi}_2\text{Se}_3$. В одном случае, когда на подложке ТИ Bi_2Se_3 ле-

жит ферромагнитный семислойный блок CrBi_2Se_4 , обменное расщепление конуса Дирака достигает большой величины, 92 мэВ, в другом случае, когда на той же подложке расположен слой двумерного изинговского ферромагнитного изолятора CrI_3 , оно не превышает 19 мэВ. Показано [52], что величина спектральной щели прямо связана с длиной проникновения волновой функции топологического состояния в ферромагнитный слой (см. схематическое изображение на рис. 1d), которая, в свою очередь, определяется потенциальным барьером на границе между компонентами структуры. Для интерфейса $\text{CrBi}_2\text{Se}_4/\text{Bi}_2\text{Se}_3$ такой барьер почти не отличается от скачка потенциала на ван-дер-ваальсовом промежутке между пятислойными блоками в объеме Bi_2Se_3 , что в континуальном приближении отвечает предельно слабому интерфейсному потенциалу. С другой стороны, на границе между CrI_3 и Bi_2Se_3 высота и ширина барьера заметно возрастают по сравнению с ван-дер-ваальсовым барьером, что в аналитической схеме эффективно означает присутствие сильного интерфейсного потенциала. Можно сказать, что в случае $\text{CrI}_3/\text{Bi}_2\text{Se}_3$ интерфейсные состояния в ТИ поляризуются по сценарию эффекта близости [44, 45]. Напротив, для системы $\text{CrBi}_2\text{Se}_4/\text{Bi}_2\text{Se}_3$, компоненты которой обладают сходными химическим составом и кристаллической структурой и почти идеальным интерфейсом, топологическое состояние плавно “перетекает” в магнитный блок в согласии с так называемым эффектом магнитного продолжения [29, 53].

В работе [38] подробно исследован вопрос, как использовать магнитный модуляционный допинг в тонкой пленке ТИ для манипуляции спин-зависимым транспортом в магнитных гетероструктурах НИ/ТИ/НИ (рис. 1b). Показано, что ФМ дельта-вставки, внедренные в пленку ТИ, сильно поляризуют по спину топологические состояния системы. Этот факт подтверждается численными расчетами на основе функционала электронной плотности [54] и аналитической моделью [55]. Амплитуда спиновой поляризации состояний сильно зависит от позиции вставки в пленке вдоль направления роста структуры НИ/ТИ/НИ (как схематически показано на рис. 1b) [38]. Оптимальная для достижения максимальной поляризации позиция была определена как функция параметров материала ТИ, толщины пленки и интерфейсного потенциала. Необходимо отметить, что интерфейсное топологическое состояние может оказывать усиливающее влияние на магнитный порядок в самой дельта-вставке. Действительно, дираковские

фермионы осуществляют не прямое взаимодействие между ее локальными магнитными моментами. Такой механизм обменной связи был рассмотрен в работе [56]. Таким образом, взаимосвязь интерфейсных топологических состояний и магнитного порядка в дельта-вставке раскрывает физическую причину предпочтительности с точки зрения реализации КАЭХ модуляционного легирования перед объемным легированием, которая была установлена экспериментально в [17].

4. Влияние состава ТИ на квантование проводимости Холла в магнитных гетероструктурах НИ/ТИ/НИ. Выше мы обсудили роль “внешних” факторов, таких как геометрия системы и наличие интерфейсов, на топологические характеристики тонкой пленки ТИ. Далее рассмотрим, как “внутренние” факторы, сопряженные с деталями зонной структуры материала трехмерного ТИ, проявляются в поведении холловского отклика соответствующей тонкой пленки. Действительно, чтобы подготовить базу для топологически обусловленного транспорта, необходим материал с достаточно широкой инвертированной запрещенной зоной, в середине которой расположена точка Дирака поверхностных/интерфейсных состояний; в то же время, химический потенциал фиксирован как можно ближе к точке Дирака. Часто на практике эту проблему удается решить, используя тройные или четверные твердые растворы в качестве материалов ТИ и эмпирически оптимизируя их химический состав. Конечно, изучение эволюции зонной структуры материала с изменением его состава остается за специалистами по численным расчетам. Однако ниже мы попытаемся понять определенную тенденцию композиционного эффекта на квантование проводимости Холла в тонкой пленке ТИ, оставаясь в рамках континуального подхода.

Напомним, положительный знак Ξ_0 в исходном $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -гамильтониане (1), описывающем энергетический спектр тетрадимитоподобных соединений, указывает на то, что трехмерный зонный изолятор находится в топологической фазе. В этом смысле, просто подразумевая, что $\Xi_0 \sim \gamma - \gamma_0$, фазовую трансформацию в объеме можно качественно ассоциировать с изменением спин-орбитального взаимодействия, γ , таких материалов. В случае твердых растворов халькогенидов, таких как $(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2(\text{Se}, \text{Te})_3$, сила спин-орбитального взаимодействия может быть связана с номинальным составом, y , катионной подрешетки. Так как γ на атомах Sb намного меньше, чем на атомах Bi, инвертированная щель $2\Xi_0$ в точке Γ сужается с ростом y . Когда концентрация сурьмы достигает

критического значения y_0 (которому соответствует γ_0), твердый раствор переходит из топологической фазы в тривиальную. В окрестности точки перехода поведение запрещенной зоны можно интерполировать как $2\Xi_0 \sim y_0 - y$. Фазовый переход по составу y наблюдался как в традиционных соединениях $(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2(\text{Se},\text{Te})_3$ [57–59], так и в недавно открытых АФМ ТИ $\text{Mn}(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2\text{Te}_4$ [25].

Зададимся вопросом, как состав трехмерного ТИ, определяющий его зонную структуру, может повлиять на холловский отклик гетероструктуры. Зафиксируем толщину $2l$ и матричные элементы ИП $U_{1,2}$. Согласно уравнениям (6)–(7) компоненты Δ_0^Σ и b^Σ , определяющие топологические свойства эффективного двумерного гамильтониана (4)–(5), зависят от обменного расщепления ω и энергии запрещенной зоны $2\Xi_0$. Принимая во внимание эти зависимости, мы можем воспроизвести на плоскости (ω, λ) границы между фазами с различным холловским откликом, где безразмерный параметр трехмерной зонной структуры λ связан с составом материала как $\lambda \sim \Xi_0^{-1} \sim (y_0 - y)^{-1}$. Квантовая фазовая диаграмма трехслойной магнитной гетероструктуры НИ/ТИ/НИ, представленная на рис. 3, позволяет интерпретировать влияние химического состава пленки ТИ на возникновение КАЭХ. Видно, что вариация состава материала y (при фиксированных значениях ω , $2l$ и $U_{1,2}$) может вызвать переход системы между возможными фазами: тривиальной, КСЭХ, смешанной КАЭХ + КСЭХ. Нетрудно заметить, что на фазовой диаграмме присутствуют особые точки $(\omega = 0, \lambda^*)$ (например, $\lambda^* \approx 0.72$ при $\tilde{l} = 3$), в которых сходятся все три фазы. В окрестности такой точки достаточно малого обменного расщепления, $|\omega| \ll |\omega_A|$, для перевода системы в смешанную фазу КАЭХ + КСЭХ; напротив, если параметр λ далеко от точки λ^* , для этого потребуются конечное значение $|\omega| > |\omega_A|$. Причем, как видно из рис. 3, $|\omega_A(l)|$ уменьшается с ростом толщины пленки. Однако небольшое критическое значение $|\omega_A|$ сопряжено с небольшой энергией гибридизационной щели Δ_0 (см. формулу (6)). В такой ситуации возрастает нестабильность КАЭХ относительно термических возбуждений носителей через щель и размытия самой щели из-за присутствия беспорядка в реальных образцах.

Таким образом, принципиально показано, что, варьируя химический состав материала, можно управлять собственным поперечным откликом тонкой пленки ТИ. Вместе с тем необходимо удерживать интерфейсные состояния в пределах проекции объемной запрещенной зоны, а химический потенциал –

в пределах энергетической щели двумерных состояний гамильтониана (4)–(5). Переход из одной фазы в другую сопровождается существенной перестройкой электронного спектра двумерных топологических состояний. Рисунок 4 демонстрирует относительную перегруппировку низкоэнергетических состояний гамильтониана (4)–(5), лежащих внутри объемной запрещенной зоны, с изменением параметра λ . Каждой фазе соответствует своя последовательность расположения состояний вдоль энергетической оси.

Следует также обратить внимание на важный аспект, касающийся эффекта пространственных флуктуаций состава пленки ТИ на ее топологический режим. Например, в твердом растворе $(\text{Bi}_{1-y}\text{Sb}_y)_2(\text{Se},\text{Te})_3$ распределение атомов Bi и Sb в катионной подрешетке является случайным и неоднородным в плоскости пленки, т.е. $y(x, y)$, хотя в химической формуле фигурирует номинальное значение состава, равное среднему $y = \langle y(x, y) \rangle$. Для описания влияния такого типа беспорядка на топологический транспорт можно использовать методику согласованного массового оператора, как сделано в работе [60] для случая флуктуаций намагнитченности в пленке ТИ. Композиционные флуктуации состава могут привести к определенной корректировке фазовой диаграммы на рис. 3 в силу $\langle (y(x, y) - y)^2 \rangle \neq 0$.

5. Краевые состояния. Топологические инварианты зонного изолятора определены в пространстве квазиимпульсов, т.е. в неограниченном объеме, но проявиться топологические свойства могут только через поверхностные/интерфейсные/краевые состояния, существующие на внешней границе системы. Для регистрации отклика Холла в транспортных измерениях обычно используют образцы гетероструктур НИ/ТИ/НИ, выполненные в специальной геометрии, где пленка ТИ ограничена как в направлении роста, так и в интерфейсной плоскости вдоль ее боковых граней. Выше мы описали эволюцию топологических изолирующих фаз в пленке ТИ, неограниченной в планарном направлении, с изменением толщины и состава пленки, обменного расщепления, а также силы интерфейсного потенциала. Холловский отклик гетероструктуры НИ/ТИ/НИ проявляется посредством одномерных проводящих каналов, образованных краевыми электронными состояниями на боковых гранях пленки ТИ вдоль периметра $\gamma(x, y) = 0$ [7–11]. В нашем подходе влияние боковой грани на состояния в пленке ассоциировано с эффективным краевым потенциалом \mathbb{V} , введенным в (2)–(3). Как показано в [46] на примере КСЭХ, краевой потенциал может оказывать суще-

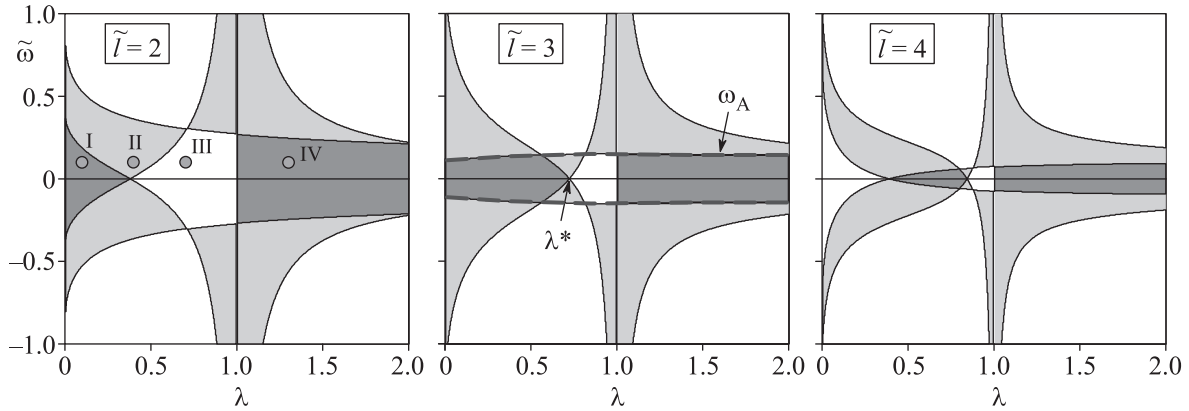


Рис. 3. (Цветной онлайн) Топологическая фазовая диаграмма трехслойной структуры ФМНИ/ТИ/ФМНИ в параметрическом пространстве “обменное расщепление – параметр зонной структуры” в случае сильного интерфейсного потенциала, построенная для трех пленок ТИ различной толщины. Присутствуют три топологически различных изолирующих фазы, которые представлены областями соответствующего цвета: белый – тривиальная фаза; зеленый – фаза КСЭХ; желтый – смешанная фаза КАЭХ + КСЭХ. На панели $\tilde{l} = 3$ синей пунктирной кривой выделена зависимость $\omega_A(l)$ и показана особая точка λ^*

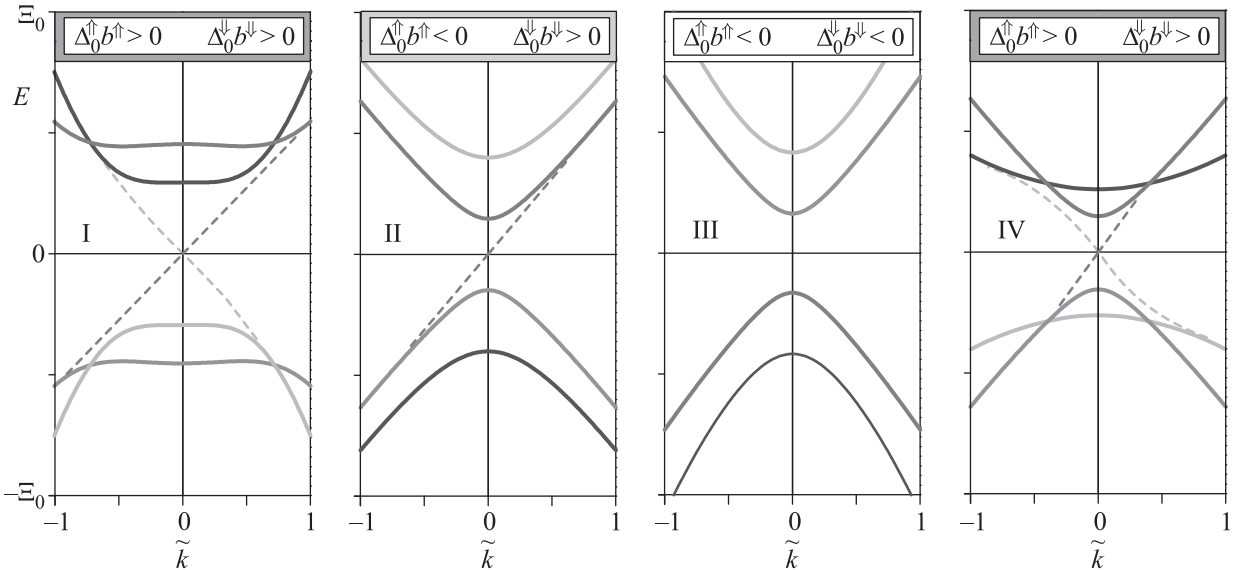


Рис. 4. (Цветной онлайн) Эволюция электронных спектров магнитной гетероструктуры с изменением параметра объемной зонной структуры ТИ λ . Четыре панели с изображениями спектров, индексированные как I, II, III и IV, соответствуют четырем значениям параметра λ (0.1, 0.4, 0.7, 1.3), выделенным на рис. 3 для структуры с $\tilde{l} = 2$ и $\tilde{\omega} = 0.1$ лиловыми кружками с теми же индексами. Дисперсионные зависимости двумерных интерфейсных состояний изображены непрерывными толстыми кривыми, в свою очередь, дисперсионные зависимости одномерных топологических краевых состояний изображены пунктирными кривыми. Красная и оранжевая кривые отвечают поляризации \downarrow , в то время как синяя и голубая кривые – поляризации \uparrow . Можно видеть, как меняются местами, т.е. инвертируются, спектральные ветви двумерных состояний при переходе из одной фазы в другую и, соответственно, возникают или исчезают краевые состояния. Здесь $\tilde{k} = k_{x,y} \sqrt{\frac{B}{E_0}}$

ственное воздействие на краевые состояния. Обобщая подход [46], ниже мы исследуем роль краевого потенциала в реализации режима аномальной квантованной проводимости в магнитных гетероструктурах.

Пусть пленка ТИ, занимающая полуплоскость ($x > 0, y$), граничит с тривиальной средой вдоль линии $x = 0$. Краевое электронное состояние в пленке описывается спинором огибающей функции $\eta^\Sigma(x)$, удовлетворяющей уравнению $\mathcal{F}^\Sigma(-i\partial_x, k_y)\eta^\Sigma(x) =$

$= \varepsilon^\Sigma(k_y)\eta^\Sigma(x)$ с натуральными граничными условиями, включающими потенциал \mathbb{V} [40, 46]. Блоки $\mathcal{F}^\Sigma(\boldsymbol{\kappa})$ (5) определены выше; здесь мы опускаем топологически несущественные слагаемые $\mathcal{E}^\Sigma(\boldsymbol{\kappa})$ и полагаем, что краевой потенциал имеет вид $\mathbb{V} = \text{diag}\{u, u, u, u\}$. Асимптотическое поведение огибающей вдали от боковой грани определяется характеристическим импульсом q^Σ :

$$\eta^\Sigma(x, y) \sim \exp(ik_y x) \exp(-q^\Sigma x), \quad (8)$$

$$q^\Sigma = \frac{\text{sgn}(b^\Sigma \Delta_0^\Sigma)}{2|b^\Sigma|} \left[|A| - \sqrt{A^2 - 4b^\Sigma \Delta_0^\Sigma} \right]. \quad (9)$$

Вблизи боковой грани при $q^\Sigma x < 1$ поведение огибающей существенно зависит от краевого потенциала. В топологической фазе, где $b^\Sigma \Delta_0^\Sigma > 0$, краевые состояния имеют линейный спектр вблизи $k_y = 0$:

$$\varepsilon^\Sigma(k_y) = \varepsilon_0^\Sigma + \text{sgn}(\Sigma b^\Sigma) |A| k_y, \quad (10)$$

где знак $\text{sgn}(\Sigma)$ отвечает ориентации псевдоспина $\text{sgn}(\uparrow / \downarrow) = +/ -$. Смещение точки Дирака относительно середины спектральной щели связано с силой краевого потенциала, $\varepsilon_0^\Sigma = \varepsilon_0^\Sigma(u)$. Также следует подчеркнуть, что смещение ε_0^Σ зависит от обменного расщепления, другими словами, $\varepsilon_0^\uparrow \neq \varepsilon_0^\downarrow$. Можно показать, что $\varepsilon_0^\Sigma = -\frac{2|A||\Delta_0^\Sigma|}{tu}$, если краевой потенциал сильный, $t|u| \gg \sqrt{b^\Sigma \Delta_0^\Sigma}$, и $\varepsilon_0^\Sigma = \frac{2|A|tu}{b^\Sigma(1+\Lambda^\Sigma)}$, если он слабый, $t|u| \ll \sqrt{b^\Sigma \Delta_0^\Sigma}$, т.е. в обоих предельных ситуациях смещение ε_0^Σ незначительное. В каждом из этих двух предельных случаев одномерное топологически защищенное состояние (8) перекрывает двумерную энергетическую щель и характеризуется линейным законом дисперсии со скоростью $|A|$. Однако для промежуточных значений краевого потенциала, когда величина $\frac{t|u|}{\sqrt{b^\Sigma \Delta_0^\Sigma}}$ порядка единицы, зависимость $\varepsilon^\Sigma(k_y)$ может сильно отклоняться от линейной при удалении от точки $k_y = 0$ [46]. При этом точка Дирака значительно отклоняется от середины спектральной щели и может оказаться в двумерном континууме при условии, что значение лежит в некотором интервале $u_+^\Sigma > |u| > u_-^\Sigma$.

Кроме того, в тривиальной фазе, где $b^\Sigma \Delta_0^\Sigma < 0$, краевой потенциал может индуцировать появление внутри щели связанного состояния, если значение потенциала находится в конечном интервале $u_+^\Sigma > |u| > u_-^\Sigma$. Например, если $t|u| \approx \sqrt{|b^\Sigma \Delta_0^\Sigma|} \sqrt{1 + |\Lambda^\Sigma|}$, энергия такого состояния в низшем порядке по k_y описывается дисперсионным соотношением

$$\varepsilon^\Sigma(k_y) = \varepsilon_0^\Sigma - \text{sgn}(\Sigma b^\Sigma) \sqrt{\frac{|\Lambda^\Sigma|}{1 + |\Lambda^\Sigma|}} |A| k_y, \quad (11)$$

где $\varepsilon_0^\Sigma = -\text{sgn}(u)|\Delta_0^\Sigma| \left(1 - \frac{t^2 u^2}{|b^\Sigma \Delta_0^\Sigma| (1 + |\Lambda^\Sigma|)} \right)$. При отклонении от точки $k_y = 0$ дисперсия быстро теряет линейный вид и приобретает характер состояния типа Бычкова–Рашбы [61].

Выше мы показали, что включение в модель краевого потенциала конечной величины, имитирующего влияние физической боковой грани на электронную плотность в тонкой пленке ТИ, привносит определенные особенности в формирование краевых состояний внутри как инвертированной щели (в топологической фазе внутри пленки с $b^\Sigma \Delta_0^\Sigma > 0$), так и нормальной щели (в тривиальной фазе с $b^\Sigma \Delta_0^\Sigma < 0$). Этот частный пример позволяет сказать, что информации о топологическом индексе (в данном случае числе Черна) электронной структуры зонного изолятора недостаточно, чтобы однозначно утверждать о реализации режима квантованной проводимости Холла. Необходим детальный анализ условий существования и спектральных характеристик краевых топологических и тривиальных состояний под влиянием краевого потенциала.

Рисунок 5 подробно иллюстрирует, как под влиянием краевого потенциала появляются и исчезают одномерные краевые состояния в запрещенной зоне двумерных состояний на примере гетероструктур ФМНИ/ТИ/ФМНИ с различной толщиной пленки ТИ [40]. На панели (а) дан характерный фрагмент фазовой диаграммы в координатах “толщина пленки – обменное расщепление” для квантованного холловского отклика системы, неограниченной в плоскости интерфейса. Таблица на панели (b) классифицирует допустимые комбинации внутрищелевых (*in-gap*) краевых состояний (“*topological + trivial*”), локализованных на боковой грани полубесконечной пленки. Боковая грань пленки, схематически изображенная на панели (c), содержит одномерный проводящий киральный канал, направление распространения которого связано с ориентацией псевдоспина фермиона. Классификация проводится по факту локализации точки $\varepsilon^\Sigma(k_y = 0) = \varepsilon_0^\Sigma$ соответствующего краевого состояния внутри щели в двумерном спектре. На панели (d) на параметрической плоскости “краевой потенциал – обменное расщепление” каждая комбинация, отличающаяся числом и типом краевых состояний, занимает свою область, цвет которой задан в таблице на панели (b). Зеленым цветом показана область, характеризующаяся появлением на краю пленки пары киральных состояний с противоположным направлением распространения и, соответственно, противоположной псевдоспиновой по-

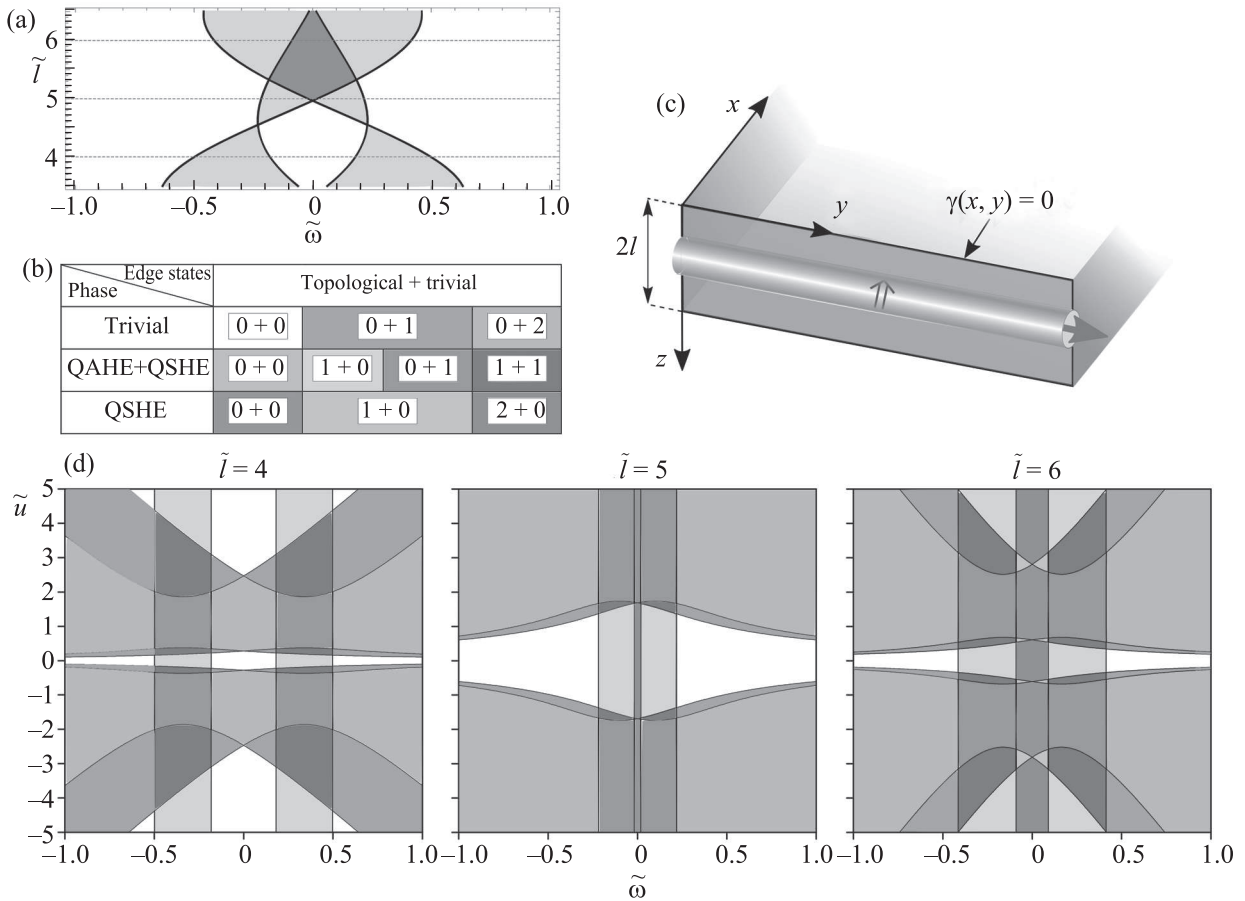


Рис. 5. (Цветной онлайн) Влияние краевого потенциала на возникновение одномерных краевых состояний в спектральной щели двумерных состояний в случае трехслойной гетероструктуры ФМНИ/ТИ/ФМНИ. (a) – Фрагмент топологической фазовой диаграммы гетероструктуры, неограниченной в плоскости интерфейса в координатах “обменное расщепление – толщина пленки”. (b) – Таблица возможных внутрищелевых краевых состояний, возникающих на боковой грани полубесконечной пленки ТИ благодаря конечной силе краевого потенциала в топологически различных фазах. (c) – Схематическое изображение боковой грани пленки ТИ, несущей одномерный проводящий канал, связанный с киральным краевым состоянием с поляризацией \uparrow . (d) – Области существования различных конфигураций краевых состояний на параметрической плоскости “обменное расщепление – краевой потенциал” для трех толщин пленки. Каждой конфигурации отвечает цвет, введенный в таблице на панели (b). Используются безразмерные единицы: $\tilde{u} = \frac{tu}{\sqrt{\beta}\Delta_0}$, $\lambda = 0.1$

ляризацией. Желтым цветом показана область, характеризующаяся появлением на краю пленки одного кирального состояния. Белым цветом закрашена область, где отсутствуют какие-либо краевые состояния внутри щели. Мы использовали такую расцветку областей, чтобы подчеркнуть связь (в согласии с “теоремой соответствия” [1, 2]) квантованного поперечного отклика неограниченной пленки (панель (a)) с числом и типом краевых состояний. Заметим, что в нашей модели такая связь четко проявляется либо для предельно сильного, либо для предельно слабого краевого потенциала. Картина спектров на рис. 4 отражает эволюцию краевых состояний (пунк-

тирные кривые) при переходах между топологически различными фазами с изменением параметра λ в случае предельно сильного краевого потенциала.

Однако, в случае потенциала промежуточной величины, когда $\frac{t|u|}{\sqrt{|b^z \Delta_0^z|}}$ – порядка единицы, присутствие или отсутствие внутрищелевых краевых состояний однозначно не определяется двумерными топологическими инвариантами. Например, если пленка находится в фазе КСЭХ, краевой потенциал может “вытолкнуть” либо одно (светло-коричневая область на панели (d)), либо оба (темно-серая область) топологических состояния из запрещенной зоны в двумерный континуум. Если пленка –

в фазе КСЭХ + КАЭХ, краевой потенциал может “вытолкнуть” топологическое состояние из запрещенной зоны (светло-серая область) и/или породить в ней одно тривиальное состояние (синяя/красная область). Если пленка – в тривиальной фазе, краевой потенциал может породить в щели одно или два тривиальных состояния (голубая или розовая область). В желтой и светло-коричневой областях на панели (d) должно наблюдаться плато с точным квантованием аномальной проводимости Холла, $\sigma_{xy} = e^2/h$, а в зеленой области – плато с точным квантованием спиновой проводимости Холла, $\sigma_{xy} = 2e^2/h$. В синей, красной, голубой и розовой областях, где присутствуют тривиальные краевые состояния, квантование поперечной проводимости нарушается, хотя химический потенциал расположен в щели. В белой, светло-серой и темно-серой областях проводимость показывает тривиальное значение, $\sigma_{xy} = 0$. Таким образом, мы установили, что рассеяние электронов на физической боковой грани пленки ТИ может существенно влиять на режим квантования проводимости Холла в магнитной гетероструктуре.

6. Обсуждение недавних экспериментальных результатов по КАЭХ в магнитных гетероструктурах на основе ТИ. Можно выделить ряд ключевых на наш взгляд событий, на сегодняшний день отражающих развитие в области экспериментальной реализации КАЭХ. В 2013 году удалось обнаружить КАЭХ при ультранизких температурах в тонких пленках ТИ, объемно допированных атомами $3d$ переходных металлов, $\text{Cr}_x(\text{Bi,Sb})_{2-x}\text{Te}_3$ и $\text{V}_x(\text{Bi,Sb})_{2-x}\text{Te}_3$ [13, 14]. Через два года японские исследователи [17, 19] смогли поднять на два порядка температуру выхода проводимости σ_{xy} на плато e^2/h в пленках $(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3$, селективно легированных атомами Cr. Совсем недавно зарегистрирована квантованная аномальная проводимость Холла, индуцированная благодаря эффекту магнитной близости в пленке $(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3$, заключенной между пленками разбавленных ферромагнитных изоляторов $(\text{Zn,Cr})\text{Te}$ [22]. И наконец, в пленках собственного АФМ ТИ MnBi_2Te_4 наблюдались квантование аномальной проводимости Холла и переход в состояние аксионного изолятора во внешнем магнитном поле [32–34]. Хотя пока рабочая температура квантования σ_{xy} не превышает в лучшем случае нескольких градусов Кельвина, разнообразие магнитных гетероструктур, на практике реализующих режим КАЭХ, вселяет надежду на дальнейший прогресс в этой области. Поэтому представляется уместным обсудить в контексте вышеизложенных теоретических результатов некоторые недавние экспериментальные наход-

ки, показывающие тенденции изучения квантованного спин-зависящего транспорта в гетероструктурах.

На сегодняшний день множество магнитных гетероструктур ФМНИ/ТИ/ФМНИ было предложено теоретически и синтезировано на практике (соответствующие ссылки можно найти в [40]). Хотя эти исследования показали определенный потенциал для реализации КАЭХ за счет эффекта близости, индуцированное обменное расщепление интерфейсных состояний в пленке ТИ остается намного слабее, чем ожидалось. Относительным успехом следует признать результат работы [22]. Наши аналитические доводы [40], поддержанные численными расчетами [52], дают рациональное объяснение такому положению дел.

Модуляционно легированные магнитные структуры с относительно высокой температурой реализации режима КАЭХ обеспечивают сегодня главную платформу для экспериментирования с экзотическими явлениями, возникающими из топологической организации электронной зонной структуры. В работе [62] сообщается о наблюдении размытой границы между фазой с КАЭХ и фазой тривиального изолятора с изменением ориентации намагниченности системы. Магнетотранспортные измерения проводились на модуляционно легированных структурах $\text{Cr}_x(\text{Bi,Sb})_{2-x}\text{Te}_3/(\text{Bi,Sb})_2\text{Te}_3/\text{Cr}_x(\text{Bi,Sb})_{2-x}\text{Te}_3$, где $x = 0.12$, толщина немагнитной прослойки менялась от 7 до 12 нм. Примечательно, что полученные при различных температурах кривые зависимости проводимости Холла от угла θ отклонения намагниченности от нормали к плоскости пленки ТИ, $\sigma_{xy}(\theta)$, при переходе от тривиального плато $\sigma_{xy}(\pi/2) = 0$ к аномальному плато с $\sigma_{xy}(0) = e^2/h$ (и очень малым продольным сопротивлением, $R_{xx} \rightarrow 0$) показывали критическое поведение. В другой работе [63], где также использовались модуляционно легированные магнитные структуры, исследовался переход из фазы КАЭХ в фазу аксионного изолятора во внешнем магнитном поле. Было установлено, что температурная зависимость производной продольной проводимости по внешнему полю имеет универсальное скейлинговое поведение. С теоретической точки зрения движущей силой топологических фазовых переходов в магнитных гетероструктурах типа НИ/ТИ/НИ при любом способе введения магнитного порядка в пленку ТИ является конкуренция гибридизационной щели и обменного расщепления, что явно описывает формула (6) и иллюстрирует фазовая диаграмма на рис. 2 или 3. Поэтому в рамках нашего подхода в принципе понятен зарегистрированный в [62]

переход из одной фазы в другую, с изменением ориентации намагниченности для пленок ТИ различной толщины. С другой стороны, в реальных образцах неизбежно присутствие беспорядка различного рода, например, пространственные флуктуации толщины пленки ТИ, ее состава и намагниченности, а также неоднородности интерфейсов и боковых граней. В развитом континуальном приближении влияние беспорядка можно учесть квазиклассическим образом, рассматривая коэффициенты двумерного гамильтониана (4)–(5) как зависящие от координаты (x, y) случайные величины [40]. Как показано нами в [40], под влиянием беспорядка тонкая пленка трехмерного ТИ приобретает тенденцию к распаду на домены с топологически различными фазами, а на границах между доменами возникают “внутренние” одномерные состояния, наподобие краевых дираковских состояний. Как следствие, зарядовый и спиновый транспорт в пленке осуществляется по случайной сетке одномерных проводящих каналов, различающихся ориентацией в плоскости (x, y) , киральностью, спектральными характеристиками. Обнаруженное в [62, 63] критическое поведение магнетотранспортных характеристик при переходе между различными режимами квантованной проводимости естественно рассматривать как перколяцию на случайной сетке топологически обусловленных одномерных каналов.

Соединение MnBi_2Te_4 показывает инвертированную зонную структуру и собственный АФМ порядок с легкой осью, нормальной к поверхности (0001) [23–28]. Поверхностные топологические состояния главным образом локализованы в крайнем семислойном блоке. Благодаря эффекту магнитного продолжения [29, 53] обменная связь между поверхностными дираковскими фермионами и магнитными моментами на атомах Mn в блоке настолько сильная, что дает щель ≈ 0.1 эВ в спектре [23, 64, 65]. Объемный трехмерный гамильтониан MnBi_2Te_4 аналогичен гамильтониану для тетрадимитоподобных материалов [64]. Поэтому вопрос описания квантования проводимости Холла в идеальной тонкой пленке АФМ ТИ MnBi_2Te_4 с нечетным числом семислойных блоков (так что крайние верхний и нижний семислойные блоки имеют параллельное направление намагниченности) мог бы быть сведен к двумерному низкоэнергетическому эффективному гамильтониану (4)–(5). Примечательно, КАЭХ в тонких пленках MnBi_2Te_4 наблюдался во внешнем поле, не создающем уровни Ландау, но достаточном, чтобы развернуть намагниченности подрешеток [32, 33]. Возможно, причина этого заключается в неидеальности образцов, например,

из-за флуктуаций толщины пленки АФМ ТИ, сопряженных с шероховатостью поверхности. Как мы отмечали [40], такого рода несовершенства могут стать причиной пространственно неоднородной магнитной и топологической структуры образца, что препятствует реализации режима квантованной проводимости Холла. На сложную структурную и магнитную конфигурацию поверхности реального АФМ ТИ MnBi_2Te_4 указывают также авторы [66].

Безусловно, не претендуя на освещение всей проблематики КАЭХ, мы выделили те факты, что отражают наши интересы и предпочтения. Несмотря на многие замечательные открытия, эта область исследований пока находится на ранней стадии. Мы полагаем, что для реализации устойчивого режима квантованной проводимости в приемлемом температурном диапазоне наиболее перспективными являются два типа магнитных гетероструктур: построенные на основе ТИ с собственным магнитным порядком; сформированные методом селективного легирования пленок ТИ. Проведенный анализ показывает чувствительность КАЭХ к геометрическим и материальным факторам системы. Надеемся, что развитый теоретический формализм, объясняющий специфику эффекта при различных способах конструирования магнитного порядка в гетероструктурах, поможет в проектировании спинтронных устройств с новыми функциональными возможностями.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант # 18-12-00169), гранта на НИР за счет средств СПбГУ (Pure ID 40990069), программы “Научный фонд им. Д. И. Менделеева” Томского государственного университета (# 8.1.01.2018), Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта # 18-52-06009. Вычисления были проведены с использованием оборудования Ресурсного центра “Вычислительный центр СПбГУ” (<http://cc.spbu.ru>) и на суперкомпьютере SKIF-Cyberia Томского государственного университета.

1. M. Z. Hasan and C. L. Kane, Rev. Mod. Phys. **82**, 3045 (2010).
2. X.-L. Qi and S.-C. Zhang, Rev. Mod. Phys. **83**, 1057 (2011).
3. S. V. Ereemeev, Yu. M. Koroteev, and E. V. Chulkov, JETP Lett. **91**, 387 (2010).
4. K. Miyamoto, A. Kimura, T. Okuda, H. Miyahara, K. Kuroda, H. Namatame, M. Taniguchi, S. V. Ereemeev, T. V. Menshchikova, E. V. Chulkov, K. A. Kokh, and O. E. Tereshchenko, Phys. Rev. Lett. **109**, 166802 (2012).

5. S. V. Ereemeev, G. Landolt, T. M. Menshchikova et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **3**, 635 (2012).
6. A. Bansil, H. Lin, and T. Das, *Rev. Mod. Phys.* **88**, 021004 (2016).
7. H. Weng, R. Yu, X. Hu, X. Dai, and Z. Fang, *Adv. Phys.* **64**, 227 (2015).
8. X. Kou, Y. Fan, M. Lang, P. Upadhyaya, and K. L. Wang, *Solid State Commun.* **215–216**, 34 (2015).
9. C.-Z. Chang and M. Li, *J. Phys.: Condens. Matter* **28**, 123002 (2016).
10. C.-X. Liu, S.-C. Zhang, and X.-L. Qi, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **7**, 301 (2016).
11. Y. Tokura, K. Yasuda, and A. Tsukazaki, *Nat. Rev. Phys.* **1**, 143 (2019).
12. Y. Fan and K. L. Wang, *SPIN* **6**, 1640001 (2016).
13. C.-Z. Chang, J. Zhang, X. Feng et al. (Collaboration), *Science* **340**, 167 (2013).
14. A. J. Bestwick, E. J. Fox, X. Kou, L. Pan, K. L. Wang, and D. Goldhaber-Gordon, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 187201 (2015).
15. X. F. Kou, W. J. Jiang, M. R. Lang, F. X. Xiu, L. He, Y. Wang, Y. Wang, X. X. Yu, A. V. Fedorov, P. Zhang, and K. L. Wang, *J. Appl. Phys.* **112**, 063912 (2012).
16. Y. Ou, C. Liu, G. Jiang et al. (Collaboration), *Adv. Mater.* **30**, 1703062 (2018).
17. M. Mogi, R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. Yasuda, Y. Kozuka, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 182401 (2015).
18. J. Henk, M. Flieger, I. V. Maznichenko, I. Mertig, A. Ernst, S. V. Ereemeev, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 076801 (2012).
19. K. N. Okada, Y. Takahashi, M. Mogi, R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. S. Takahashi, N. Ogawa, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Nat. Commun.* **7**, 12245 (2016).
20. M. Mogi, M. Kawamura, A. Tsukazaki, R. Yoshimi, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Sci. Adv.* **3**, eaa01669 (2017).
21. M. Mogi, T. Nakajima, V. Ukleev, A. Tsukazaki, R. Yoshimi, M. Kawamura, K. S. Takahashi, T. Hanashima, K. Kakurai, T. Arima, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 016804 (2019).
22. R. Watanabe, R. Yoshimi, M. Kawamura, M. Mogi, A. Tsukazaki, X. Z. Yu, K. Nakajima, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Appl. Phys. Lett.* **115**, 102403 (2019).
23. M. M. Otrokov, I. I. Klimovskikh, H. Bentmann et al. (Collaboration), *Nature*, accepted for publication; arXiv:1809.07389.
24. R. C. Vidal, H. Bentmann, T. R. F. Peixoto et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **100**, 121104 (2019).
25. B. Chen, F. Fei, D. Zhang et al. (Collaboration), *Nat. Commun* **10**, 4469 (2019).
26. S. H. Lee, Y. Zhu, Y. Wang et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Research* **1**, 012011(R) (2019).
27. C.-W. Hu, X. Zhou, P. Liu, J. Liu, P. Hao, E. Emmanouilidou, H. Sun, Y. Liu, H. Brawer, A. P. Ramirez, H. Cao, Q. Liu, D. Dessau, and N. Ni, arXiv:1905.02154.
28. J.-Z. Wu, F. Liu, M. Sasase, K. Ienaga, Y. Obata, R. Yukawa, K. Horiba, H. Kumigashira, S. Okuma, T. Inoshita, and H. Hosono, arXiv:1905.02385.
29. M. M. Otrokov, T. V. Menshchikova, I. P. Rusinov, M. G. Vergniory, V. M. Kuznetsov, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **105**, 297 (2017).
30. M. M. Otrokov, I. P. Rusinov, M. Blanco-Rey, M. Hoffmann, A. Yu. Vyazovskaya, S. V. Ereemeev, A. Ernst, P. M. Echenique, A. Arnau, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 107202 (2019).
31. J.-Q. Yan, S. Okamoto, M. A. McGuire, A. F. May, R. J. McQueeney, and B. C. Sales, *Phys. Rev. B* **100**, 104409 (2019).
32. Y.-J. Deng, Y. Yu, M. Z. Shi, J. Wang, X. H. Chen, and Y. Zhang, arXiv:1904.11468.
33. J. Ge, Y. Liu, J. Li, H. Li, T. Luo, Y. Wu, Y. Xu, and J. Wang, arXiv:1907.09947.
34. C. Liu, Y. Wang, H. Li, Y. Wu, Y. Li, J. Li, K. He, Y. Xu, J. Zhang, and Y. Wang, arXiv:1905.00715.
35. A. L. Efros and B. I. Shklovskii, *Electronic Properties of Doped Semiconductors*, Springer, Berlin Heidelberg (1984).
36. N. Borgwardt, J. Lux, I. Vergara, Z. Wang, A. A. Taskin, K. Segawa, P. H. M. van Loosdrecht, Y. Ando, A. Rosch, and M. Grüninger, *Phys. Rev. B* **93**, 245149 (2016).
37. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *Europhys. Lett.* **114**, 37003 (2016).
38. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **104**, 453 (2016).
39. V. V. Tugushev, V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, *J. Magn. Magn. Mater.* **459**, 335 (2018).
40. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **99**, 115301 (2019).
41. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, T. V. Menshchikova, S. V. Ereemeev, P. M. Echenique, and E. V. Chulkov, *J. Phys.: Condens. Matter* **26**, 485003 (2014).
42. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, S. V. Ereemeev, P. M. Echenique, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **91**, 075307 (2015).
43. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **97**, 258 (2013).
44. S. V. Ereemeev, V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, P. M. Echenique, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **88**, 144430 (2013).
45. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, S. V. Ereemeev, P. M. Echenique, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **88**, 224401 (2013).
46. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **96**, 075302 (2017).
47. V. N. Men'shov, I. A. Shvets, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *J. Magn. Magn. Mater.* **459**, 231 (2018).

48. S.-Q. Shen, *Topological Insulators*, Springer, Berlin, Heidelberg (2012).
49. H. J. Zhang, C. X. Liu, X. L. Qi, X. Dai, Z. Fang, and S. C. Zhang, *Nat. Phys.* **5**, 438 (2009).
50. S. V. Eremeev, V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *J. Magn. Magn. Mater.* **383**, 30 (2015).
51. H.-Z. Lu, W.-Y. Shan, W. Yao, Q. Niu, and S.-Q. Shen, *Phys. Rev. B* **81**, 115407 (2010).
52. Е. К. Петров, И. В. Силкин, Т. В. Меньшикова, Е. В. Чулков, *Письма в ЖЭТФ* **109**, 118 (2019) [E. K. Petrov, I. V. Silkin, T. V. Menshchikova, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **109**, 121 (2019)].
53. M. M. Otrokov, T. V. Menshchikova, M. G. Vergniory, I. P. Rusinov, A. Yu. Vyazovskaya, Yu. M. Koroteev, G. Bihlmayer, A. Ernst, P. M. Echenique, A. Arnau, and E. V. Chulkov, *2D Mater.* **4**, 025082 (2017).
54. Э. Т. Кулатов, В. Н. Меньшов, В. В. Тугушев, Ю. А. Успенский, *Письма в ЖЭТФ* **109**, 98 (2019) [E. T. Kulatov, V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and Yu. A. Uspenskii, *JETP Lett.* **109**, 102 (2019)].
55. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *Письма в ЖЭТФ* **96**, 492 (2012) [V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **96**, 445 (2012)].
56. V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *Письма в ЖЭТФ* **94**, 672 (2011) [V. N. Men'shov, V. V. Tugushev, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **94**, 629 (2011)].
57. J. Zhang, C.-Z. Chang, Z. Zhang, J. Wen, X. Feng, K. Li, M. Liu, K. He, L. Wang, X. Chen, Q.-K. Xue, X. Ma, and Y. Wang, *Nat. Commun.* **2**, 574 (2011).
58. K. L. Scipioni, Z. Wang, Y. Maximenko, F. Katmis, C. Steiner, and V. Madhavan, *Phys. Rev. B* **97**, 125150 (2018).
59. L. B. Abdalla, E. P. José, T. M. Schmidt, R. H. Miwa, and A. Fazzio, *J. Phys.: Condens. Matter* **27**, 255501 (2015).
60. A. Haim, R. Pan, and J. Alicea, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 046801 (2019).
61. Ю. А. Бычков, Е. И. Рашба, *Письма в ЖЭТФ* **39**, 66 (1984).
62. M. Kawamura, M. Mogi, R. Yoshimi, A. Tsukazaki, Y. Kozuka, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, and Y. Tokura, *Phys. Rev. B* **98**, 140404(R) (2018).
63. X. Wu, D. Xiao, C.-Z. Chen, J. Sun, L. Zhang, M. H. W. Chan, N. Samarth, X. C. Xie, X. Lin, and C.-Z. Chang, *arXiv:1909.04831*.
64. D. Zhang, M. Shi, K. He, D. Xing, H. Zhang, and J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 206401 (2019).
65. Y. Gong, J. Guo, J. Li et al. (Collaboration), *Chin. Phys. Lett.* **36**, 076801 (2019).
66. Y.-J. Hao, P. Liu, Y. Feng et al. (Collaboration), *arXiv:1907.03722*.