

# Нелинейные преобразования кинетической и магнитной энергий во вращающихся магнитогидродинамических турбулентных течениях

Р. А. Сиразов<sup>+\*1)</sup>, А. С. Петросян<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 10 июня 2019 г.

После переработки 16 июля 2019 г.

Принята к публикации 17 июля 2019 г.

Для трехмерной однородной магнитогидродинамической турбулентности при наличии вращения и внешнего магнитного поля обнаружены возникающие периодически во времени нарушения баланса кинетической и магнитной энергий при сохранении уровня полной энергии. Показано, что нарушения баланса энергий вызваны столкновениями альвеновских волновых пакетов, возникающих из-за наличия внешнего магнитного поля. Показано, что существуют пороговые значения угловой скорости вращения и внешнего магнитного поля, при котором периодических нарушений баланса кинетической и магнитной энергий в системе не наблюдается.

DOI: 10.1134/S0370274X19170053

**1. Введение.** Значительное число наблюдаемых течений в геофизике, астрофизике и лабораторных условиях находятся в состоянии магнитогидродинамической турбулентности. Отметим, например, течения во внешнем ядре Земли, в плазменных оболочках Земли, планет и спутников Солнечной системы, обладающих сильными магнитными полями, на Солнце и звездах, в астрофизических дисках [1–3]. Упомянем также турбулентные течения в установках для магнитного удержания плазмы, разрабатываемых для решения задач управляемого термоядерного синтеза [4, 5]. Большинство таких течений подвержены вращению и находятся во внешнем магнитном поле [6–8]. Изучение пространственно-временной динамики магнитогидродинамической турбулентности во внешнем магнитном поле при наличии вращения позволит понять физические процессы, происходящие в астрофизике и геофизике. В настоящей работе исследуются физические явления в трехмерной однородной магнитогидродинамической турбулентности, вызванные наличием вращения и внешнего магнитного поля.

Несмотря на значительные успехи в изучении турбулентности в условиях, характерных для установок термоядерного синтеза [9–13], исследование фундаментальных свойств однородной турбулентности во вращающихся магнитогидродинамических течениях до настоящего времени носит фрагментар-

ный характер и относится, в основном, к изучению турбулентности в астрофизических дисках [14–16], в солнечном тахоклине, конвективной области Солнца [17] и двумерных магнитогидродинамических течениях на  $\beta$ -плоскости [18, 19]. Исключение составляют несколько работ, изучающих свойства магнитогидродинамической турбулентности простыми аналитическими методами с использованием рядов Фурье для параметров подобия, характерных для земного ядра [20–22]. Относительно небольшое количество работ в области изучения магнитогидродинамических течений во вращающейся плазме связано с наличием большого количества параметров подобия и отсутствием какой-либо качественной теории, описывающей свойства таких течений. Отсутствие теории отличает данную область от гидродинамики нейтральной жидкости и магнитной гидродинамики при отсутствии вращения, для которых развиты теории, описывающие их свойства (K41, KI,...) [23–25]. Поэтому основным инструментом исследования таких течений является численное моделирование. В работах Крайчнана и Ирошникова [24, 25] рассматриваются особенности установившихся каскадных процессов при развитой турбулентности в плазме без вращения. Показано, что при различных характерных временах взаимодействия вихрей различных масштабов (колмогоровское время, альвеновское время) реализуется либо спектральное распределение Колмогорова ( $E(k) \sim k^{-5/3}$ ), либо спектральное распределение Крайчнана–Ирошникова ( $E(k) \sim$

<sup>1)</sup>e-mail: sirazov@phystech.edu

$\sim k^{-3/2}$ ). В упомянутых работах предполагается стационарность задачи, а также равенство кинетической и магнитной энергий. Аналогичные условия предполагаются при численном моделировании вращающейся магнитогидродинамической турбулентности [22, 26]. При численном моделировании магнитогидродинамической турбулентности, как правило, интересуются масштабно-инвариантными спектрами полной энергии и энергетическими каскадами между модами, поэтому ограничиваются нахождением установившегося режима турбулентного течения. Как следствие, численное моделирование выполняется на временах, не превышающих времени нескольких десятков оборотов вихря, на которых кинетическая и магнитная энергия являются установившимися. Подчеркнем важную особенность вращающихся магнитогидродинамических течений, заключающуюся в присутствии в таких течениях альвеновских волн. Данный факт обеспечивает трудность задания как начальных условий для исследования вырождающейся турбулентности, так и внешних сил при исследовании вынуждаемой турбулентности. Поэтому при моделировании таких течений используют задание начальных условий в виде случайного однородного изотропного поля скоростей и внешнего магнитного поля [18, 22].

Заметим, что в присутствии внешнего магнитного поля возникают альвеновские волновые пакеты, распространяющиеся вдоль внешнего поля, взаимодействие которых может нетривиальным образом изменить как временную, так и пространственную динамику магнитогидродинамической турбулентности. Проблема взаимодействия альвеновских волн сформулирована в книгах Моффата и Паркера [27, 28] и была подробно исследована в работах [29, 30], в [31–33] обсуждается роль столкновения альвеновских волн в слабой [31] и сильной [32, 33] турбулентности. Отметим важные экспериментальные работы, подтверждающие нелинейное взаимодействие между двумя противоположно направленными альвеновскими волнами [34, 35]. Все перечисленные работы посвящены изучению столкновения альвеновских волн как структурных элементов турбулентного течения, но оставляют открытым важный вопрос о влиянии нелинейного взаимодействия альвеновских волн на пространственно-временную динамику турбулентного течения. Во всех известных работах, посвященных трехмерной вращающейся магнитогидродинамической турбулентности, рассматриваются относительно небольшие времена развития турбулентности и малые внешние магнитные поля, что не позволяет обнаружить влияние взаимодей-

ствия альвеновских волновых пакетов на динамику системы [22, 26, 36]. Именно исследованию роли взаимодействия альвеновских волновых пакетов на динамику однородной турбулентности и посвящена наша работа.

Для исследования влияния эффектов взаимодействия альвеновских волн при слабом внешнем магнитном поле необходимо проведение численного моделирования на достаточно больших временах, значительно превышающих характерное время оборота вихря, либо численное моделирование задач с сильными внешними магнитными полями. Разработанный нами метод расчета магнитогидродинамической турбулентности позволяет производить численное моделирование на больших характерных временах и при больших внешних магнитных полях. Предложенный метод задания начальных условий для поля скоростей позволяет удовлетворить условиям бездивергентности, однородности и изотропности турбулентности, а также позволяет задавать произвольное спектральное распределение энергии в начальный момент времени, не требуя проведения дополнительных расчетов.

В результате проведенных численных экспериментов обнаружено нетривиальное поведение турбулентной кинетической и магнитной энергий. Показано, что в системе возникает периодическое нарушение баланса энергий, а именно, преобразование кинетической энергии в магнитную и обратно. Анализ полученных результатов показал, что обнаруженная нетривиальная временная динамика турбулентности вызвана периодическими столкновениями пакетов альвеновских волн.

Структура работы такова: в следующем разделе приводятся исходные уравнения и обсуждаются методы их решения; в третьем разделе описывается предложенный метод задания начальных условий; в четвертом разделе обсуждаются результаты численного моделирования; в заключении приведены основные результаты работы.

**2. Исходные уравнения.** В качестве исходных используем уравнения магнитной гидродинамики при наличии вращения и внешнего магнитного поля, пренебрегая эффектами сжимаемости, стратификации, что означает исключение из рассмотрения эффектов магнитозвуковых волн, теплопроводности и проводимости плазмы.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = \mathbf{u} \times (\nabla \times \mathbf{u}) + 2\mathbf{u} \times \boldsymbol{\Omega} + \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}) - \nabla \frac{P}{\rho}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} - \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 \mathbf{b} = ((\mathbf{b}_0 + \mathbf{b}) \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{b}, \quad (2)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \mathbf{b} = 0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор скоростей,  $\mathbf{b}$  – вектор магнитной индукции,  $\mathbf{b}_0$  – внешнее магнитное поле,  $\Omega$  – угловая скорость вращения,  $\nu$  – кинематическая вязкость,  $\eta = \frac{c^2}{4\pi\sigma}$  – коэффициент диффузии магнитного поля,  $c$  – скорость света,  $\sigma$  – проводимость,  $\rho$  – плотность плазмы. Полное давление  $P$  включает магнитное давление, гидродинамическое давление и давление, возникающее вследствие действия центробежной силы.

Уравнение (3) является условием несжимаемости течений. Уравнение (4) является условием отсутствия магнитных зарядов. При выполнении (4) в начальный момент времени условие бездивергентности магнитного поля удовлетворяется в процессе вычислений.

В работе обсуждаются результаты численного моделирования однородной затухающей магнитогидродинамической турбулентности во внешнем магнитном поле с учетом вращения, описываемой уравнениями (1)–(4) с пространственным разрешением  $256 \times 256 \times 256$ . Используются периодические граничные условия. Для численного моделирования используем псевдоспектральный метод решения системы уравнений (1)–(4). Для фильтрации ошибок дискретизации используем правило 2/3 в виде ограничения сетки в Фурье-пространстве кубической областью  $-N/3 < k_x, k_y, k_z < N/3$ , что позволяет исключить ложные решения. Для интегрирования по времени используем явный метод Эйлера с последующей итерационной обработкой, являющийся разновидностью методов Рунге–Кутты [37]. Для исключения неустойчивостей расчеты проводились трехитерационным методом, как наиболее оптимальным с точки зрения соотношения диссипативных свойств метода и времени, затрачиваемого на численный расчет одного шага по времени.

Начальные условия, необходимые для решения уравнений (1)–(4), должны удовлетворять нескольким важным требованиям. Во-первых, необходимо удовлетворить условию однородности и изотропности турбулентности. Во-вторых, необходимо выполнение условий несжимаемости. И наконец, для воспроизводимости результатов численного моделирования необходимо при каждом численном эксперименте контролировать спектральное распределение поля скоростей. Как правило, при исследовании турбулентности используется задание начальных усло-

вий в виде случайных полей, либо в виде вихрей Тейлора–Грина [38–40]. Оба этих метода не позволяют удовлетворить сформулированным требованиям. В работе предложен новый метод задания начальных условий, основанный на комбинации метода Тейлора–Грина и метода случайных полей. Предложенный в нашей работе метод задания начальных условий обеспечивает выполнение перечисленных выше требований.

**3. Метод задания начальных условий.** Кратко опишем предложенный нами метод задания начальных условий. Подробное рассмотрение предложенного метода выбора начальных условий и обоснование его преимуществ будет проведено в отдельной работе.

В качестве начальных условий используем для поля скоростей течение в виде однородной изотропной турбулентности, характеризующейся равномерным распределением энергии  $E(k)$  в заданной области волновых векторов:  $E(k) = \text{const}$ ,  $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ .

Для задания турбулентности с такими свойствами предлагается метод, основанный на использовании вихрей Тейлора–Грина [38] со случайными фазами  $\phi_{1n}, \phi_{2n}, \phi_{3n}$  и случайными амплитудами  $A_{in}$ , где  $i$  – индекс, принимающий значения  $x, y, z$ :

$$u_x = \sum_{n=1}^N A_{xn} \cos(k_{xn}x + \phi_{1n}) \times \sin(k_{yn}y + \phi_{2n}) \sin(k_{zn}z + \phi_{3n}), \quad (5)$$

$$u_y = \sum_{n=1}^N A_{yn} \sin(k_{xn}x + \phi_{1n}) \times \cos(k_{yn}y + \phi_{2n}) \sin(k_{zn}z + \phi_{3n}), \quad (6)$$

$$u_z = \sum_{n=1}^N A_{zn} \sin(k_{xn}x + \phi_{1n}) \times \sin(k_{yn}y + \phi_{2n}) \cos(k_{zn}z + \phi_{3n}). \quad (7)$$

С учетом условий бездивергентности для поля скоростей (3)  $A_{xn}k_{xn} + A_{yn}k_{yn} + A_{zn}k_{zn} = 0$  и ограниченности энергии, вносимой в систему в каждом слое  $n$ , выражения (5)–(7) дополняются двумя уравнениями для вычисления коэффициентов  $A_{yn}, A_{zn}$ :

$$A_{yn} = -\frac{A_{xn}k_{xn} + A_{zn}k_{zn}}{k_{yn}}, \quad (8)$$

$$A_{zn} = \sqrt{\frac{E_{\text{sum}} - A_{xn}^2(\alpha_n + \beta_n k_{xn}^2/k_{yn}^2)}{\gamma_n + \beta_n k_{zn}^2/k_{yn}^2}}, \quad (9)$$

где  $E_{\text{sum}}$  – величина, характеризующая энергию, вносимую в систему. Численные значения величин  $A_{xn}$  задаются стохастически для каждого  $n$  с учетом ограничений:

$$A_{xn} \in \left[ -\sqrt{\frac{E_{\text{sum}}}{\alpha_n + \beta_n k_{xn}^2/k_{yn}^2}}; \sqrt{\frac{E_{\text{sum}}}{\alpha_n + \beta_n k_{xn}^2/k_{yn}^2}} \right]. \quad (10)$$

Для каждого  $n$  случайным образом выбирается тройка чисел  $k_{xn}, k_{yn}, k_{zn}$  из всех возможных троек чисел  $k_x, k_y, k_z$ , удовлетворяющих условию  $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$ . Коэффициенты  $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$  вычисляются для каждого  $n$  согласно следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \alpha_n = & \frac{(2\pi k_{xn} + \sin(2\pi k_{xn}) \cos(2\phi_{1n}))}{8k_{xn}k_{yn}k_{zn}} \times \\ & \times (2\pi k_{yn} - \sin(2\pi k_{yn}) \cos(2\phi_{2n})) \times \\ & \times (2\pi k_{zn} - \sin(2\pi k_{zn}) \cos(2\phi_{3n})), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \beta_n = & \frac{(2\pi k_{xn} - \sin(2\pi k_{xn}) \cos(2\phi_{1n}))}{8k_{xn}k_{yn}k_{zn}} \times \\ & \times (2\pi k_{yn} + \sin(2\pi k_{yn}) \cos(2\phi_{2n})) \times \\ & \times (2\pi k_{zn} - \sin(2\pi k_{zn}) \cos(2\phi_{3n})), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \gamma_n = & \frac{(2\pi k_{xn} - \sin(2\pi k_{xn}) \cos(2\phi_{1n}))}{8k_{xn}k_{yn}k_{zn}} \times \\ & \times (2\pi k_{yn} - \sin(2\pi k_{yn}) \cos(2\phi_{2n})) \times \\ & \times (2\pi k_{zn} + \sin(2\pi k_{zn}) \cos(2\phi_{3n})), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\phi_{1n}, \phi_{2n}, \phi_{3n} \in [0; 2\pi]$  – случайные фазы.

На рисунке 1 изображено начальное распределение кинетической энергии, задаваемое при помо-

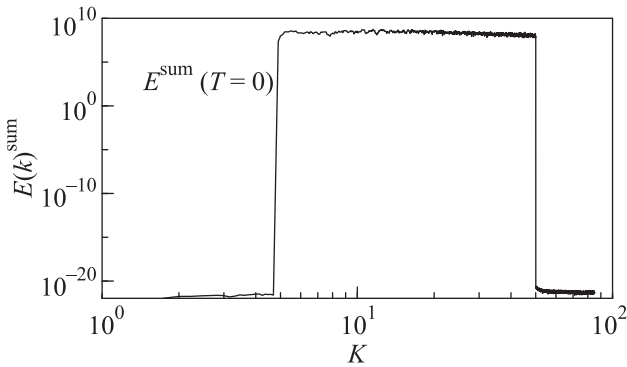


Рис. 1. Спектр полной энергии в начальный момент времени ( $N = 1000$ )

щи описанных выше начальных условий для  $E(k) = \text{const}$ ,  $k_{\min} = 5$ ,  $k_{\max} = 50$ . Турбулентная компонента магнитной энергии  $b$  в начальный момент времени

задана нулевой и возникает вследствие взаимодействия внешнего магнитного поля  $b_0$  и турбулентного поля скоростей  $u$ . Отметим, что график начальных условий в диапазоне от  $k_{\min}$  до  $k_{\max}$  представляет собой белый шум. Заметим, что при использовании нашего метода возможно задание любого необходимого вида энергетического спектра поля скоростей в качестве начальных условий.

Задание начальных условий в предложенном виде позволяет выбрать необходимое для решения исходной системы уравнений (1)–(4) начальное распределение энергий. Предложенный метод задания начальных условий позволяет выполнить требования однородности и изотропности турбулентности. Отметим, что предложенное течение может быть использовано для исследования турбулентности, находящейся под действием внешних сил.

#### 4. Результаты численного моделирования.

Обсудим результаты численного моделирования затухающей однородной изотропной вращающейся турбулентности во внешнем магнитном поле, описываемой системой уравнений (1)–(4), записанной в безразмерном виде, и удовлетворяющей начальным условиям (5)–(13). Пространственные переменные обезразмерены на  $L_0/2\pi$ , где  $L_0$  – характерный масштаб самого крупного вихря (соответствует минимальному вычисляемому значению волнового вектора  $k$ ). Скорости потока обезразмерены на величину  $u_0$ . Значение  $u_0$  определяется из начальной кинетической энергии системы  $E_0^K$  как  $u_0 = \sqrt{\frac{2E_0^K}{\rho L_0^3}}$ . Время обезразмерено на величину  $L_0/u_0$ . Скорость вращения обезразмерена на величину  $u_0/L_0$ . Значения магнитной индукции обезразмерены на величину магнитной индукции внешнего магнитного поля  $b_0$ . Значения  $B_0$  определены в единицах альвеновских скоростей:  $B_0 = b_0/(2\sqrt{\pi\mu_0\rho})$ , где  $\mu_0$  – магнитная постоянная. Значения физических параметров проведенных численных экспериментов приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения физических параметров проведенных численных экспериментов

#	$B_{0x}$	$u_0$	$\Omega_0$	$\nu$	$Re$	$\Lambda$	$Al$
1	0.1	0.01	0.1	0.001	63	50	35.45
2	0.01	0.01	0.1	0.001	63	0.5	3.54
3	0.1	0.01	0	0.001	63	$\infty$	35.45
4	1	0.01	0.1	0.001	63	5000	354.49
5	0.1	0.01	1	0.001	63	5	35.45
6	0.5	0.01	0.1	0.001	63	1250	177.25
7	0.05	0.01	0.1	0.001	63	12.5	17.72

Характерные гидродинамическое и магнитное числа Рейнольдса  $Re$  и  $Re_m$  во всех численных экспериментах выбраны равными и рассчитываются исходя из значения среднеквадратичной скорости  $u_0$  и характерных размеров расчетной области  $L_0 = 2\pi$  по формулам:

$$Re = \frac{u_0 L_0}{\nu}, Re_m = \frac{u_0 L_0}{\eta}. \quad (14)$$

Выбранные значения гидродинамического и магнитного чисел Рейнольдса соответствуют значению магнитного числа Прандтля исследуемых течений  $Pr_m = \nu/\eta = 1$ . При таком выборе числа Прандтля обеспечивается оптимальный выбор шага по времени используемого численного алгоритма. Результаты численного моделирования от такого выбора зависят слабо, так как при численном расчете присутствует схемная вязкость, увеличивающая значения кинематической вязкости и коэффициента диффузии магнитного поля. Значительные различия в свойствах турбулентных течений плазмы наблюдаются только при экстремальных значениях числа Прандтля ( $Pr_m \rightarrow 0, \infty$ ), что требует использования других численных методов.

Безразмерный параметр  $\Lambda$ , характеризующий отношение силы Лоренца и силы Кориолиса, известный как число Эльзассера, рассчитывается по формуле:

$$\Lambda = \frac{B_0^2}{2\Omega\eta}. \quad (15)$$

Безразмерный параметр  $Al$ , характеризующий отношение магнитной энергии к кинетической, известный как число Альвена, рассчитывается по формуле:

$$Al = \frac{v_A}{u_0} = \frac{2B_0\sqrt{\pi}}{u_0}, \quad (16)$$

так как индукция магнитного поля  $B_0$  выражена в единицах альвеновских скоростей и  $v_A = b_0/\sqrt{\mu_0\rho} = 2\sqrt{\pi}B_0$ .

В результате численных экспериментов 1, 3, 4, 5 и 7 получены зависимости кинетической, магнитной и полной энергий от времени. На рисунке 2 изображены результаты моделирования эксперимента 1. Кинетическая и магнитная энергии представлены на графике сплошной и пунктирной линиями, соответственно. На рисунке 2 видны характерные для проведенных экспериментов периодические нарушения баланса кинетической и магнитной энергий в турбулентном течении, во время которых преобладает либо кинетическая, либо магнитная энергия. Кроме того, наблюдаются участки, в которых колебания

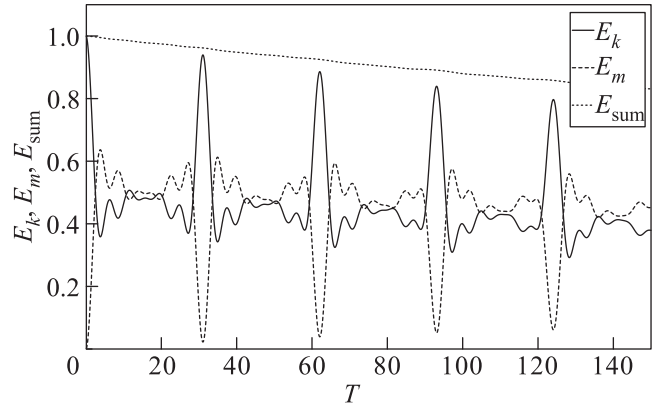


Рис. 2. Зависимость кинетической, магнитной и полной (кинетическая + магнитная) энергий от времени. По горизонтали — время. По вертикали — отношение кинетической, магнитной и полной энергий к полной энергии в начальный момент времени ( $E_{m,k,sum}/E_{sum0}$ )

энергий малы и система находится в близком к сбалансированному состоянию. Отметим, что описанный процесс проявляется только в присутствии внешнего магнитного поля и период колебаний энергий в системе пропорционален величине внешнего магнитного поля. Ниже показано, что именно образование альвеновских волновых пакетов при наличии внешнего магнитного поля, их распространение вдоль внешнего магнитного поля и последующее столкновение приводит к изменению баланса энергий в системе.

Скорость альвеновских волн пропорциональна величине внешнего магнитного поля. Поэтому для подтверждения альвеновской природы волн, распространяющихся в расчетной области, проведена серия численных экспериментов 1, 2, 4, 6, 7, отличающихся величиной внешнего магнитного поля. Мы выбираем значения величин внешнего магнитного поля  $B_0 = 0.01; 0.05; 0.1; 0.5; 1$ . На рисунке 3 приведены графики изменения отношения кинетической и магнитной энергий  $E_k/E_m$ , полученные в результате проведения численных экспериментов. На рисунке 3а приведены зависимости для значений  $B_0 = 0.01$  — сплошной линией,  $B_0 = 0.05$  — пунктирной линией,  $B_0 = 0.1$  — точечно-пунктирной линией. На рисунке 3б приведены зависимости для значений  $B_0 = 0.5$  — сплошной линией и  $B_0 = 1$  — пунктирной линией. Результаты численного моделирования показывают, что частота возникновения пиков кинетической энергии, совпадающих с локальными минимумами магнитной энергии, имеет линейную зависимость от величины внешнего магнитного поля. На рисунке 4 изображены зависимости кинетической, магнитной и полной энергий от времени и координаты вдоль оси  $x$

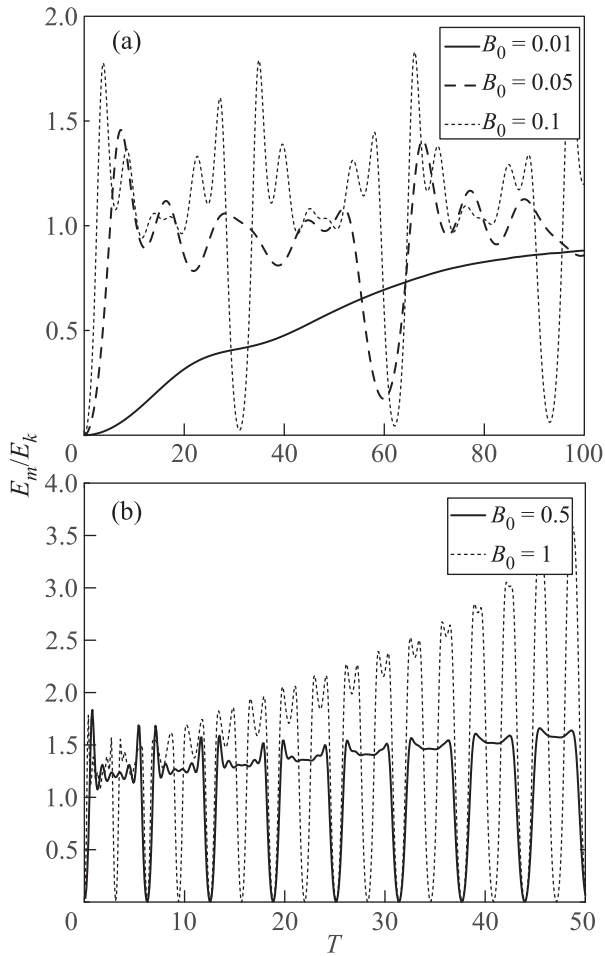


Рис. 3. Зависимость отношения кинетической и магнитной энергий  $E_k/E_m$  от времени: (а) – для значений  $B_0 = 0.01; 0.05; 0.1$ ; (б) – для значений  $B_0 = 0.5; 1$

( $\mathbf{B}_0 \parallel O_x$ ). Кинетическая, магнитная и полная энергии усреднены по плоскости, перпендикулярной оси  $x$ . Белому цвету соответствует максимальное значение кинетической, магнитной либо суммарной энергий, черному – минимальное. Видно, что при наложении внешнего магнитного поля возникает большое число волновых пакетов, распространяющихся как вдоль, так и против направления внешнего магнитного поля. Распространение волновых пакетов наблюдается в виде диагонально направленных светлых и темных полос. Волновые пакеты распределены по перпендикулярному оси  $x$  направлению, что позволяет объяснить колебания энергий, возникающие между основными пиками кинетической энергии. Мы считаем, что небольшие колебания энергий в периоды, когда кинетическая и магнитная энергии близки к балансу, вызваны частичным пересечением разнесенных в пространстве волновых пакетов.

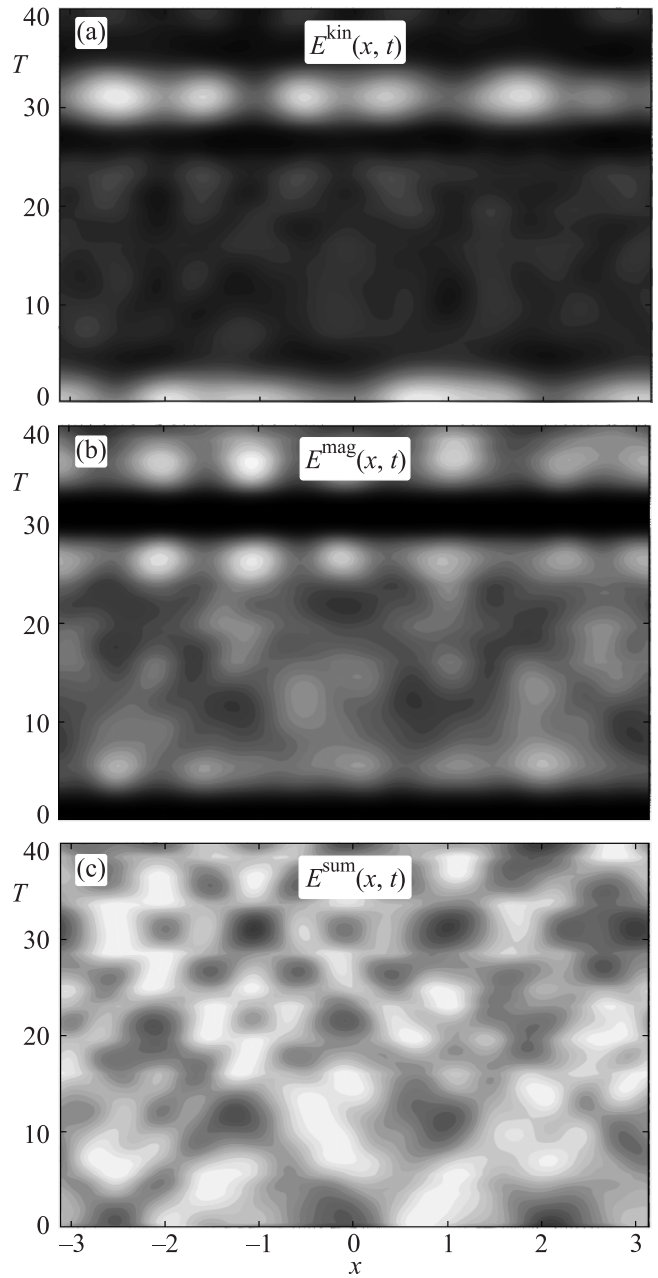


Рис. 4. Зависимость значения энергии  $E(x, t)$  от времени и координаты, где цветом показана суммарная энергия в плоскости, перпендикулярной  $O_x$ : (а) – кинетическая энергия; (б) – магнитная энергия; (с) – суммарная (кинетическая + магнитная) энергия. Палитра меняется от белого цвета, соответствующего максимальному значению энергии, до черного цвета, соответствующего минимальному значению

В численных экспериментах 2 и 5 не наблюдается описанный выше эффект, вызванный столкновением альвеоновских волновых пакетов. На рисунке 5 эффект исчезает при большой угловой скорости вращения ( $\Omega = 1$ ). Также эффект отсутствует при



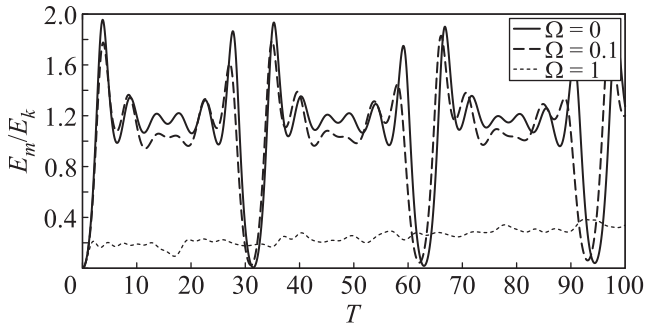


Рис. 5. Зависимость отношения кинетической и магнитной энергий  $E_k/E_m$  от времени для значений  $\Omega = 0; 0.1; 1$

малом значении внешнего магнитного поля, что демонстрируется на рис. 3 для значения внешнего магнитного поля  $B_0 = 0.01$ . Подобное поведение магнитогиродинамической турбулентности мы объясняем тем, что в уравнениях (1)–(4) слагаемые, отвечающие за силу Кориолиса и силу Лоренца, оказывают противодействующий вклад в динамику турбулентного течения. Для значений параметров, при которых сила Кориолиса больше силы Лоренца, периодические колебания кинетической и магнитной энергий не проявляются вследствие отсутствия альвеновских волновых пакетов. Для проверки этого утверждения проведены несколько численных экспериментов с отличающимися значениями угловой скорости вращения  $\Omega = 0; 0.1; 1$ . Результаты численного моделирования показывают, что альвеновские волновые пакеты не образуются в том случае, когда отношение силы Лоренца и силы Кориолиса порядка и меньше единицы ( $\Lambda \lesssim 1$ ). Отметим, что при угловой скорости, недостаточной для разрушения альвеновских волновых пакетов, характер поведения системы не меняется.

Обратимся теперь к анализу пространственных спектров магнитогиродинамической турбулентности. В проведенных численных экспериментах мы наблюдали различные спектральные картины. На рисунке 6 изображены скомпенсированные спектры полной энергии для двух численных экспериментов 1, 4. На рисунке 6а спектры полной энергии скомпенсированы на множитель  $k^{5/3}$  и демонстрируют спектральное распределение полной энергии, соответствующее спектру Колмогорова. На рисунке 6б спектры полной энергии скомпенсированы на множитель  $k^{3/2}$  и демонстрируют спектральное распределение полной энергии, соответствующее спектру Крайчнана–Ирошникова. Различные линии на каждом из рисунков являются спектральными распре-

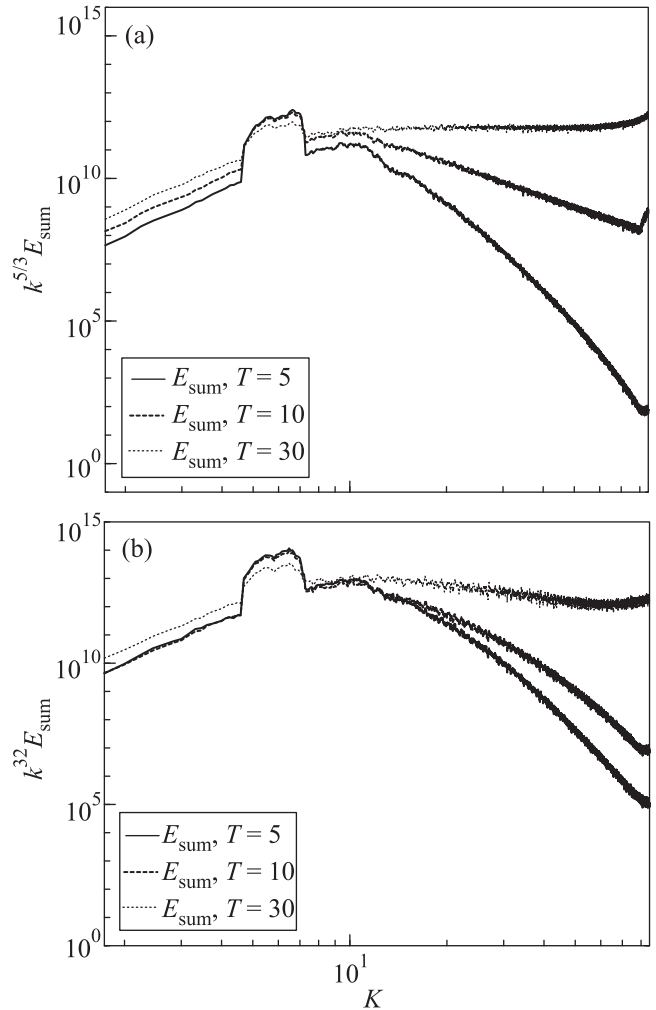


Рис. 6. (а) – Энергетические спектры компенсированной полной энергии  $k^{5/3}E(k)$  для значений времени  $T = 5; 10; 30$ . (б) – Энергетические спектры компенсированной полной энергии  $k^{3/2}E(k)$  для значений времени  $T = 5; 10; 30$

делениями в отличающиеся моменты времени. Поскольку в обоих численных экспериментах наблюдается эффект, вызванный столкновениями альвеновских волн, мы делаем вывод, что обсуждаемый эффект универсален и наблюдается в турбулентных течениях с различными энергетическими спектрами. Заметим, что кинетическая и магнитная энергии ведут себя нетривиально, несмотря на наличие установившегося спектра полной энергии и тривиальное поведение полной энергии (рис. 2).

Мы предполагаем, что обнаруженный эффект дисбаланса кинетической и магнитной энергий будет проявляться и в случае неоднородной турбулентности ввиду наличия большого числа волновых пак-

тов, между которыми также будет происходить взаимодействие.

**5. Заключение.** В работе исследованы физические процессы, происходящие в трехмерных турбулентных магнитогидродинамических вращающихся течениях при наличии внешнего магнитного поля. Показано отличие динамики кинетической и магнитной энергий системы при наличии внешнего магнитного поля по сравнению с течениями, в которых влияние внешнего поля не учитывается, либо учитывается не полностью. Показано, что при наличии внешнего магнитного поля наблюдаются колебания уровней кинетической и магнитной энергий при сохранении полного (суммарного) значения энергии.

Показано, что частота возникновения дисбаланса кинетической и магнитной энергий в однородной магнитогидродинамической турбулентности во внешнем магнитном поле с учетом вращения линейно зависит от величины внешнего магнитного поля. Получено, что нарушения баланса энергий возникают в моменты столкновения альвеновских волновых пакетов.

Показано, что вращение не разрушает эффект образования альвеновских волн при значениях числа Элъзассера больше единицы. При значениях порядка и меньше единицы обнаруженный в работе эффект (периодический дисбаланс энергий) не наблюдается в связи с разрушением альвеновских волновых пакетов под действием силы Кориолиса. Показано, что различные спектральные состояния системы не оказывают влияния на существование периодических колебаний уровней кинетической и магнитной энергий.

Работа поддержана Фондом развития теоретической физики и математики “Базис”; выполнена по проекту КП19-270 “Вопросы происхождения и эволюции Вселенной с применением методов наземных наблюдений и космических исследований” программы крупных проектов по проведению фундаментальных научных исследований по приоритетным направлениям, определяемым президиумом РАН; при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 19-02-00016.

1. L. M. Zelenyi, A. M. Vykov, Y. A. Uvarov, and A. V. Artemyev, *J. Plasma Physics* **81**(4), 395810401 (2015).
2. A. Petrosyan, A. Balogh, M. L. Goldstein, J. Léorat, E. Marsch, K. Petrovay, B. Roberts, R. von Steiger, and J. C. Vial, *Space Sci. Rev.* **156**(1), 135 (2010).
3. A. A. Чернышов, К. В. Карельский, А. С. Петросян, *УФН* **184**(5), 457 (2014).

4. В. И. Ильгисонис, *Классические задачи для физики горячей плазмы: курс лекций*, Издательский дом МЭИ, М. (2015).
5. C. W. Horton Jr., *Turbulent transport in magnetized plasmas*, World Scientific Publishing, Singapore (2017).
6. А. И. Морозов, Л. С. Соловьев, *Вопросы теории плазмы* **2**, 3 (1963).
7. D. Biskamp, *Magnetohydrodynamic turbulence*, Cambridge University Press, Cambridge (2003).
8. W.-C. Muller and D. Biskamp, *The Evolving Phenomenological View on Magnetohydrodynamic Turbulence, Turbulence and Magnetic Fields in Astrophysics*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2003).
9. В. П. Пастухов, Н. В. Чудин, *Письма в ЖЭТФ* **90**(10), 772 (2009).
10. В. П. Пастухов, Н. В. Чудин, *Письма в ЖЭТФ* **82**(6), 395 (2005).
11. В. П. Пастухов, Н. В. Чудин, *Физика плазмы* **27**(11), 963 (2001).
12. P. W. Terry, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 109 (2000).
13. P. H. Diamond, S.-I. Itoh, K. Itoh, and T. S. Hahn, *Plasma Phys. Control. Fusion* **47**, R35 (2005).
14. S. A. Balbus and J. F. Hawley, *Rev. Mod. Phys.* **70**(1), 1 (1998).
15. P. J. Armitage, *Annu. Rev. Astro. Astrophys.* **49**, 195 (2011).
16. *Аккреционные процессы в астрофизике*, под ред. Н. И. Шакуры, ФИЗМАТЛИТ, М. (2016), 416 с.
17. M. S. Miesch, *Living Rev. Solar Phys.* **2**(1), 1 (2005).
18. S. M. Tobias, P. H. Diamond, and D. W. Hughes, *Astrophys. J.* **667**, 113 (2007).
19. Т. А. Зиняков, А. С. Петросян, *Письма в ЖЭТФ* **108**(2), 75 (2018).
20. J. V. Shebalin, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **107**(4), 411 (2013).
21. J. V. Shebalin, *Discrete and Continuous Dynamical Systems B* **5**(1), 153 (2005).
22. B. Favier, F. S. Godeferd, and C. Cambon, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **106**(1), 89 (2012).
23. А. Н. Колмогоров, *Доклады Академии Наук СССР* **32**, 19 (1941).
24. Р. С. Ирошников, *Астрономический журнал* **XL**(4), 742 (1963).
25. R. H. Kraichnan, *Phys. Fluids* **8**, 1385 (1965).
26. S. Baklouti, A. Khili, A. Salhi, F. Godeferd, C. Cambon, and T. Lehner, *J. Turbulence* **20**(4), 263 (2019).
27. Г. Моффат, *Возбуждение магнитного поля в проводящей среде*, Мир, М. (1990) [H. K. Moffatt, *Field Generation in Electrically Conducting Fluids*, Cambridge University Press, Cambridge (1978)].



28. Е. Паркер, *Космические магнитные поля: их образование и проявления, в двух частях*, Мир, М. (1982) [E. N. Parker, *Cosmical Magnetic Fields: Their Origin and Their Activity*, Oxford University Press, Oxford (1979)].
29. O. Pezzi, T.N. Parashar, S. Servidio, F. Valentini, C.L. Vásconez, Y. Yang, F. Malara, W.H. Matthaeus, and P. Veltri, *Plasma Physics* **83**, 905830105 (2017).
30. O. Pezzi, T.N. Parashar, S. Servidio, F. Valentini, C.L. Vásconez, Y. Yang, F. Malara, W.H. Matthaeus, and P. Veltri, *Astrophys. J.* **834**, 166 (2017).
31. C.S. Ng and A. Bhattacharjee, *Astrophys. J.* **465**, 845 (1996).
32. G.G. Howes and K.D. Nielson, *Physics of Plasmas* **20**, 072302 (2013).
33. G.G. Howes, K.D. Nielson, and W. Dorland, *Physics of Plasmas* **20**, 072303 (2013).
34. G.G. Howes, K.D. Nielson, D.J. Drake, J.W.R. Schroeder, F. Skiff, C.A. Kletzing, and T.A. Carter, *Physics of Plasmas* **20**, 072304 (2013).
35. D.J. Drake, J.W.R. Schroeder, G.G. Howes, C.A. Kletzing, F. Skiff, T.A. Carter, and D.W. Auerbach, *Physics of Plasmas* **20**, 072901 (2013).
36. K. Miki and S. Menon, *Physics of Plasmas* **15**, 7 (2008).
37. А.А. Самарский, А.В. Гулин, *Численные методы*, Наука, М. (1989).
38. G.I. Taylor and A.E. Green, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A – Mathematical and Physical Sciences* **158**(895), 499 (1937).
39. M.E. Brachet, *Fluid Dyn. Res.* **8**, 1 (1991).
40. A. Pouquet, E. Lee, M.-E. Brachet, P. Mininni, and D. Rosenberg, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **104**(2–3), 115 (2009).