РККИ-взаимодействие в одномерном кристалле с беспорядком и температурой

К. А. Барышников¹⁾, И. В. Крайнов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18 апреля 2020 г. После переработки 3 мая 2020 г. Принята к публикации 4 мая 2020 г.

Получено аналитическое выражение для энергии косвенного обменного взаимодействия двух магнитных примесей в одномерном кристалле с учетом наличия как беспорядка, так и температуры. Включение даже слабого беспорядка в одномерном кристалле приводит к локализации носителей заряда в нем, и, как следствие, к подавлению дальнодействующего косвенного обменного взаимодействия (РККИвзаимодействия) между двумя магнитными примесями на длине локализации носителей заряда. Увеличение температуры, в свою очередь, приводит к исчезновению когерентности электронной плотности, за счет которой обеспечивается РККИ-взаимодействие. Показано, что оба эти эффекта оказывают влияние независимо друг от друга и приводят к экспоненциальному подавлению величины обменного взаимодействия с увеличением расстояния между примесями. Другое важное проявление беспорядка заключается в изменении степенной зависимости от расстояния между примесями: взаимодействие РККИ спадает с расстоянием быстрее, чем 1/r.

DOI: 10.31857/S1234567820120071

В настоящий момент прогресс в нанотехнологии вызвал большой интерес к теоретическим и экспериментальным исследованиям свойств одномерных систем с магнитными примесями [1-6]. Ключевым вопросом является взаимодействие и упорядочение таких центров. Косвенное обменное взаимодействие (Рудермана-Киттеля-Касуя-Иосиды, РККИвзаимодействие) [7] является одним из основных механизмов взаимодействия магнитных центров в металлах и полупроводниках. Оно было хорошо изучено для систем с идеальным вырожденным электронным газом различной размерности [8] как для квадратичного спектра, так и для линейного спектра в графене [9, 10] и в углеродных нанотрубках [11]. РККИ-взаимодействие появляется за счет спин-зависимого рассеяния электронов в кристалле на магнитных центрах и интерференции рассеянных волн в точке других центров. В связи с этим, важным условием наличия такого взаимодействия является когерентность электронной спиновой плотности в разных точках кристалла. Однако данное условие начинает нарушаться при появлении температурного размытия состояний в системе, а включение беспорядка приводит к существенному изменению интерференции рассеянных волн.

В одномерном кристалле наличие беспорядка является критичным для интерференционных эффектов, поскольку беспорядок приводит к локализации всех носителей заряда [12, 13]. В то время как при отсутствии беспорядка РККИ-взаимодействие дальнодействующее и падает с расстоянием как 1/r, локализация приводит к резкому ослаблению взаимодействия магнитных центров с расстоянием между ними, что было показано с помощью численного расчета восприимчивости магнитных центров в таких кристаллах [14]. Одномерные системы сильно отличаются от систем с большей размерностью. Усреднение по слабому беспорядку в 2D и 3D системах приводит к экспоненциальному подавлению косвенного обмена, из-за потери когерентности. Однако, как было показано в работах [15, 16], при усреднении среднего квадрата константы обменного взаимодействия экспоненциального подавления не происходит. Это связанно с появлением так называемой "диффузионной лестницы" при усреднении квадратичной величины. Так же появляются интерференционные поправки, аналогичные слабой локализации, но приводящие к увеличению дисперсии косвенного обмена в системе с беспорядком по сравнению с чистой системой. В одномерных системах поправки, связанные с рассеянием назад, не могут быть учтены по теории возмущений, так как приводят к расходимостям, что связано с локализацией. В связи с этим в

¹⁾e-mail: barysh.1989@gmail.com

одномерных системах учет бепорядка не может быть сделан в рамках теории возмущений по беспорядку. Как будет показано ниже, из-за корреляции огибающих волновых функций локализованных состояний изменяется стандартная $\sim 1/r$ степеная зависимость РККИ-взаимодействия от расстояния. Другим важным фактором, влияющим на косвенное обменное взаимодействие, является температура, приводящая к сбою фазы электронов и изменению заселенности уровней энергии в системе. Однако до сих пор не исследовалось одновременное влияние этих факторов на РККИ-взаимодействие.

Целью настоящего сообщения является исследование влияния локализации носителей заряда и температуры на косвенное обменное взаимодействие магнитных центров в одномерном кристалле. Данное сообщение состоит из трех частей. В первой выводится общее выражение для косвенного обменного взаимодействия, верное для любой размерности при произвольных функции распределения носителей и волновых функций электронов. Во второй части проверено, что из общего выражения, полученного в первой части, выводится хорошо известное выражение для случая нулевой температуры при отсутствии беспорядка. В третьей части получено и проанализировано аналитическое выражение для общего случая с беспорядком и температурой.

Общее выражение для косвенного обменного взаимодействия. Мы будем действовать в рамках модели кристалла как непрерывной среды, тогда взаимодействие магнитных центров с носителями заряда в кристалле происходит контактным образом и дается следующем выражением:

$$\hat{V} = A(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{I}}_1)\delta(x - x_1) + A(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{I}}_2)\delta(x - x_2), \quad (1)$$

где A – константа обменного взаимодействия магнитного центра с электроном, $x_{1,2}$ – положения магнитных примесей в кристалле, $\hat{\mathbf{I}}_1$, $\hat{\mathbf{I}}_2$ – операторы спинов магнитных примесей, $\hat{\mathbf{S}}$ – оператор спина электрона. Энергия РККИ-взаимодействия $E_{II}(r)$ – это функция в эффективном гамильтониане, описывающая взаимодействие спинов магнитных центров

$$\hat{V}_{II} = E_{II}(r)(\hat{\mathbf{I}}_1 \hat{\mathbf{I}}_2). \tag{2}$$

Для слабой константы обменного взаимодействия $A\nu(E_F) \ll 1$ (где $\nu(E_F)$ – плотность состояний на уровне Ферми), когда не важны многочастичные эффекты (эффект Кондо), спины магнитных примесей можно рассматривать классическими и фиксированными, а их операторы заменить на обычные векторы [17–19]. В данном подходе вычисление энергии

косвенного обменного взаимодействия сводится к вычислению энергий электронного газа с параллельной и антипараллельной ориентацией спинов магнитных центров

$$E_{II}(r) = \frac{1}{2I_1I_2}(E_{\uparrow\uparrow} - E_{\uparrow\downarrow}).$$
 (3)

Вычисление энергии электронного газа при фиксированной ориентации примесей необходимо производить до второго порядка теории возмущений по потенциалу взаимодействия с примесями (1). Из вида эффективного гамильтониана (2) можно заключить, что нам будут важны именно квадратичные по \hat{V} члены. Тогда используя уравнение на электронную матрицу плотности и найдя поправки к ней первого $(\hat{\rho}_1)$ и второго $(\hat{\rho}_2)$ порядка, получим

$$\langle E \rangle_2 = \operatorname{Sp}\left(\hat{V}\hat{\rho}_1 + \hat{H}_0\hat{\rho}_2\right),$$
 (4)

где \hat{H}_0 – гамильтониан электронной системы без магнитных примесей, а Sp означает операцию взятия следа матрицы. Расчет показывает, что последнее слагаемое в (4) равно нулю из-за внедиагональной структуры $\hat{\rho}_2$. Таким образом, энергия взаимодействия полностью определяется $\hat{\rho}_1$, которое выражается через невозмущенную матрицу плотности системы, отвечающую условию термодинамического равновесия $\hat{\rho}_0 = \exp\{(\mu \hat{N} - \hat{H}_0)/T\}$, где T – температура, μ – химический потенциал системы, а \hat{N} – оператор количества электронов в системе. В стационарном случае

$$\hat{\rho}_1 = \sum_{nm} \rho_{nm}^1 |n\rangle \langle m|, \quad \rho_{nm}^1 = \frac{V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{mm}^0).$$
(5)

Теперь мы можем найти поправку к энергии электронного газа во втором порядке теории возмущений

$$\langle E \rangle_2 = \sum_{nm}' \frac{V_{mn} V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{mm}^0),$$
 (6)

где штрих (') у суммы означает суммирование по состояниям $m \neq n$. Из-за симметрии к перестановке индексов $|V_{nm}| = |V_{mn}|$ мы можем переписать данное выражение в виде:

$$\langle E \rangle_2 = 2 \sum_{nm}^{\prime} \frac{V_{mn} V_{nm}}{E_n - E_m} (\rho_{nn}^0 - \rho_{00}^0).$$
 (7)

Отметим важность слагаемого с ρ_{00}^0 в (7) в одномерном случае. Если убрать матрицы плотности, то оставшаяся часть выражения антисимметрична по индексам n, m, и стало быть, равна нулю. Однако в 1D она не равна нулю из-за наличия полюса в точке, где n = 0, вклад которого компенсируется вычитанием ρ_{00}^0 , эквивалентно тому, как это было учтено в (6). Этот же факт связан с наличием и важностью локализованных состояний при расчете 1D РККИ [20]. В размерностях больших единицы из-за стремящейся к нулю плотности состояний в той же точке полюса не будет, и слагаемое с ρ^0_{00} можно отбросить. Подставляя выражение (7) с фиксированной ориентацией магнитных центров в (3), найдем энергию косвенного обменного взаимодействия. Преимущество выражения (7) состоит в возможности одновременно учесть температурное распределение электронов, а также произвольно выбранные состояния и спектр электронов.

Косвенное обменное взаимодействие через вырожденный свободный электронный газ. Для начала вычислим хорошо известное выражение для РККИ в 1D на свободных носителях, используя (7). В базисе плоских волн $\psi_k = \exp(ikx)/\sqrt{L}$, где L— размер системы (бесконечная величина в термодинамическом пределе), квадрат матричного элемента

$$|V_{kp}|^{2} = \frac{A^{2}}{L^{2}} \bigg[\langle s_{k} | (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{1}) \hat{\rho}_{p}^{s} (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{1}) | s_{k} \rangle + + \langle s_{k} | (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{2}) \hat{\rho}_{p}^{s} (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{2}) | s_{k} \rangle + + \langle s_{k} | (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{1}) \hat{\rho}_{p}^{s} (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{2}) | s_{k} \rangle \mathrm{e}^{i(p-k)(x_{1}-x_{2})} + + \langle s_{k} | (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{2}) \hat{\rho}_{p}^{s} (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{I}_{1}) | s_{k} \rangle \mathrm{e}^{-i(p-k)(x_{1}-x_{2})} \bigg], \qquad (8)$$

где $\hat{\rho}_p^s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ – начальная (невозмущенная) спиновая матрица плотности состояния p, $\langle s_k |$ – конечное спиновое состояние k. Суммируя по конечным спиновым состояниям, найдем

$$\sum_{s_k} |V_{kp}|^2 = \frac{A^2}{2L^2} \left[(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_1) + (\mathbf{I}_2 \mathbf{I}_2) + 2(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \cos(p - k)(x_1 - x_2) \right] \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{A^2}{L^2} (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \cos(p - k)(x_1 - x_2). \tag{9}$$

В последнем слагаемом мы опустили I_1I_1 , I_2I_2 , так как они не описывают взаимодействия между магнитными примесями, а соответствуют лишь общему сдвигу энергий для всего электронного газа, независимому от взаимного расположения магнитных моментов примесей. Тогда из (7) выражение для поправки к энергии электронного газа $\langle E \rangle_2$, отвечающее взаимодействию двух магнитных примесей, равно $2A^2(\mathbf{I_1}\mathbf{I_2})$ умноженному на интеграл

$$P.V. \iint \frac{dkdp}{(2\pi)^2} \frac{\cos(p-k)(x_1-x_2)}{E_k - E_p} [\theta(E_F - E_k) - 1],$$

где P.V. означает операцию взятия интеграла в смысле главного значения, а $\theta(E_F - E_k)$ – функция Хэвисайда, ступенькой меняющая свое значение с 1 на 0, когда энергия состояния k превышает энергию Ферми E_F данного вырожденного электронного газа. Учтем, что $x_1 - x_2 = r$ и что

$$P.V. \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\sin pr}{k^2 - p^2} = 0, \ P.V. \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\cos pr}{k^2 - p^2} = \pi \frac{\sin kr}{k},$$

тогда окончательно имеем

$$\langle E \rangle_2 = (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) \frac{A^2 m}{2\pi\hbar^2} \int dk \frac{\sin 2kr}{k} [\theta(E_F - E_k) - 1].$$
(10)

Из выражения (10) видно, что не вычитание ρ_{00}^0 в (7) привело бы к отсутствию падения взаимодействия с увеличением расстояния между примесями, т.е. дальнодействию, что, разумеется, неверно. В итоге получаем выражение для энергии РККИ в 1D без беспорядка и при T = 0 [8, 20]

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \int_{2k_F r}^{\infty} dz \frac{\sin z}{z} = \frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \mathrm{si}(2k_F r). \quad (11)$$

Учет беспорядка. Наличие сколь угодно слабого беспорядка в 1D приводит к локализации носителей. Длина локализации связана с точностью до двойки с длиной свободного пробега, рассчитанного по золотому правилу Ферми [12], для состояний с $p\xi_p \gg 1$, где ξ_p – длина локализации состояния p. Время рассеяния τ_p состояния p, связанное с наличием случайного потенциала U(x), задается выражением

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_k |\langle k|\hat{U}|p\rangle|^2 \delta(E_k - E_p).$$
(12)

Предполагая U слабым возмущением над потенциалом кристаллической решетки, оно будет приводить к рассеянию состояний электронов, описываемых плоскими волнами. Тогда

$$\begin{aligned} |\langle k|\hat{U}|p\rangle|^2 &= \int dx \, dy \, \frac{\mathrm{e}^{i(k-p)(x-y)}}{L^2} U(x)U(y) = \\ &= \int \frac{d\rho}{L} \mathrm{e}^{i(k-p)\rho} \int \frac{dx}{L} U(x)U(x-\rho). \end{aligned} \tag{13}$$

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 11-12 2020

Поскольку U – случайное поле, то в пределе $L \to \infty$ выполняется аналог эргодической гипотезы

$$\int \frac{dx}{L} U(x) U(x-\rho) = \langle \langle U(0)U(\rho) \rangle \rangle, \qquad (14)$$

где скобки $\langle\langle\ldots\rangle\rangle$ означают усреднение по ансамблю реализаций случайной величины U.В результате выражение для τ_p запишется в виде

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_k \frac{1}{L} \int dr e^{i(k-p)r} \langle \langle U(0)U(r) \rangle \rangle \ \delta(E_k - E_p).$$
(15)

Для нахождения длины свободного пробега воспользуемся тем фактом, что в одномерии достаточно учесть вклады процессов рассеяния назад [12], тогда положив рассеянное состояние $|k\rangle = |-p\rangle$, имеем

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{m}{p\hbar^3} \int dr \, \mathrm{e}^{i2pr} \langle \langle U(0)U(r) \rangle \rangle, \qquad (16)$$

$$\frac{1}{\xi_p} = \frac{1}{2v_p \tau_p} = \frac{m^2}{2p^2 \hbar^4} \int dr \, \mathrm{e}^{i2pr} \langle \langle U(0)U(r) \rangle \rangle, \quad (17)$$

где v_p – скорость состояния p, предполагая квадратичный спектр электронов с массой m (т.е. $E_p = = \hbar^2 p^2/2m$). Например, для короткодействующего потенциала с корреляционной длиной $r_c k_F \ll 1$ получим

$$U(x) = \sum_{i} U_0 \delta(x - x_i), \quad \langle \langle U(0)U(r) \rangle \rangle = U_0^2 n \delta(r),$$
$$\frac{1}{\xi_p} = \frac{m}{E_p 4\hbar^2} U_0^2 n, \tag{18}$$

где U_0 – характерная величина случайного поля U, а n — среднее количество дефектов, являющихся источником беспорядка, на единицу длины.

Для нахождения энергии РККИ-взаимодействия нам необходимо знать волновые функции в системе с беспорядком. Задача об усреднении произведений значений волновых функций в различных точках по беспорядку хорошо изучена, и в случае слабого беспорядка $p\xi_p \gg 1$ волновая функция может быть представлена в виде произведения быстроосцилирующей части и плавной огибающей [21, 22]. Плавная огибающая описывает локализацию частицы около центра локализации [23] и спадает на масштабе ξ_p . По сути это означает, что система модельно разбивается на квантовые ящики размером ξ_p , в каждой из которых существует набор дискретных состояний, описываемых квантовыми числами p.

$$\psi_{p,i} = \sqrt{2}\cos\left[px + \delta\right] \Phi_{\xi_p, x_i}(x),\tag{19}$$

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 11-12 2020

где x_i – центр волновой функции (центр локализации состояния), δ – фаза, медленно меняющаяся от x на масштабе 1/p, но быстро меняющаяся в зависимости от p на масштабе $1/\xi_p$. Быстроосцилирующая часть определяет энергию частицы, аналогично плоской волне $E_{p,i} = \hbar^2 p^2/2m$.

При вычислении матричных элементов можно перейти от суммирования к интегрированию по p и k, домножая каждый член суммы в (7) на $dp\xi_p = 1$ и $dk\xi_k = 1$. Кроме того, мы можем избавиться от быстро меняющейся фазы δ , произведя замену подынгральной функции \mathcal{F} на ее среднение значение на масштабе $\Delta p: 1/\xi_p \ll \Delta p \ll p$, т.е.

$$\int dp \,\mathcal{F}(px) \to \int dp \,\frac{1}{\Delta p} \int_{p}^{p+\Delta p} dq \,\mathcal{F}(qx).$$
(20)

Квадрат матричного элемента РККИ в этом случае в нулевом порядке по $(p\,\xi_p)^{-1}$ будет иметь вид

$$\sum_{s_k} |V_{kp}|^2 \to (\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) A^2 \cos(pr) \cos(kr) \times \\ \times \frac{1}{2} (\Phi_{\xi_k, x_i}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}^*(x_1) \Phi_{\xi_p, x_j}(x_2) \Phi_{\xi_k, x_i}(x_2) + \text{h.c.}).$$
(21)

При вычислении (7) нам также необходимо просуммировать по положениям центров локализации. При суммировании выполним также по ним усреднение, предполагая однородным распределение центров локализации в пространстве (см. ссылки в [23]). Главный вклад от суммирования по положениям центров будет даваться теми членами суммы, для которых $x_i = x_{i'}$, в то время как вклад членов с $x_i \neq x_{i'}$ будет экпоненциально подавлен, так как волновые функции в них разнесены более, чем на ξ .

$$\xi_{p}\xi_{k}\sum_{x_{i},x_{j}} \langle \Phi_{\xi_{k},x_{i}}^{*}(x_{1})\Phi_{\xi_{p},x_{j}}^{*}(x_{1})\Phi_{\xi_{p},x_{j}}(x_{2})\Phi_{\xi_{k},x_{i}}(x_{2})\rangle \approx \\ \xi\nu^{-1} \langle \sum_{q,x_{i}} \delta(E_{p}-E_{q})\Phi_{\xi_{k},x_{i}}^{*}(0)\Phi_{\xi_{q},x_{i}}^{*}(0)\Phi_{\xi_{q},x_{i}}(r)\Phi_{\xi_{k},x_{i}}(r)\rangle \\ \equiv S_{k,p}(r), \qquad (22)$$

где $\nu = m/2\pi k\hbar^2$ – плотность состояний. Здесь ξ – длина локализации, взятая на уровне Ферми. Тогда усредненный квадрат матричного элемента РККИ в конечной форме примет вид

$$(\mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2) A^2 \cos(kr) \cos(pr) S_{k,p}(r).$$
(23)

Внутренний интеграл в (7) может быть вычислен стандартными методами комплексного анализа

$$\int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{\cos pr}{k^2 - p^2} S_{k,p}(r) = \pi \frac{\sin kr}{k} S_{k,k}(r).$$
(24)

Здесь мы предположили, что у коррелятора огибающих отсутствуют полюса (однако это не общее утверждение). Тогда выражение для 1D РККИ с учетом беспорядка и температуры записывается в следующем виде

$$E_{II}(r) = \frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty dk \frac{\sin(2kr)}{k} S_{k,k}(r) (f_k - f_0), \quad (25)$$

где $f_k = 1/(1 + \exp(E_k - \mu)/T) - функция Ферми-$ Дирака заселенности состояния <math>k.

Заметим, что итоговое выражение, полученное в (25) в точности переходит в выражение (11), если температуру и беспорядок положить равными нулю (т.е. $\xi_k \to \infty, T \to 0, \mu = E_F = \text{const}$). Поскольку подавление косвенного обменного взаимодействия происходит при относительно больших r, интересно проанализировать асимптотику $E_{II}(r)$ при $k_F r \gg 1$. Для этого заметим, что из (25) можно получить простое аналитическое выражение в случае $k_F r \gg 1$ и $\mu \approx E_F \gg T$. Пользуясь последним условием, мы можем линеаризовать спектр вблизи энергии Ферми $E_k - E_F \approx \hbar v_F(|k| - k_F)$, и перейдя к новой переменной интегрирования $z = kr - k_F r$, переписать часть интеграла из (25) без f_0 в виде

$$\mathcal{I} = \int_{-k_F r}^{\infty} dz \frac{\sin(2z+2k_F r)}{z+k_F r} S_{k_F+z/r}(r) \frac{1}{1+\mathrm{e}^{z\lambda_T/r}}$$

где мы ввели тепловую длину $\lambda_T = \hbar v_F/T$, с помощью которой условие $E_F \gg T$ можно переписать подругому, как $k_F \lambda_T \gg 1$.

Устремив $k_F r \to \infty$, можно получить первый член асимптотического разложения для \mathcal{I} по $(k_F r)^{-1}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\mathrm{e}^{i2z} \mathrm{e}^{i2k_F r} - \mathrm{e}^{-i2z} \mathrm{e}^{-i2k_F r}}{2ik_F r} S_{k_F}(r) \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{z\lambda_T/r}},\tag{26}$$

который далее будет вычислен в виде суммы вычетов по полюсам подынтегрального выражения.

Заметим, что в исходном выражении (25) также возникает полюс в нуле (от 1/k), который, однако, компенсируется вычитаемой f_0 , как это подробно обсуждалось после вывода выражения (7). Поэтому асимптотика выражения (25) полностью определяется интегралом (26) и зависит только от полюсов фунции f_k

$$1 + e^{z_n \lambda_T/r} = 0, \quad z_n = \frac{i\pi r}{\lambda_T} (1 + 2n),$$
 (27)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\mathrm{e}^{i2z}}{1 + \mathrm{e}^{z\lambda_T/r}} = -\frac{i\pi r}{\lambda_T \sinh(2r\pi/\lambda_T)}.$$
 (28)

Отсюда при $\xi_F k_F \gg 1$, $k_F \lambda_T \gg 1$ и $k_F r \gg 1$ для 1D РККИ-взаимодействия получаем

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \frac{\cos(2k_F r)}{k_F} \frac{\pi T/\hbar v_F}{\sinh(2r\pi T/\hbar v_F)} S_{k_F}(r).$$
(29)

В случае нулевой температуры и отсутствия беспорядка данное выражение в точности является асимптотическим пределом выражения (11) при $k_F r \gg 1$.

Вычисление коррелятора огибающих (22) может быть произведено точно. В работе [22] было найдено выражение для коррелятора плотность-плотность при одинаковой энергии. Позже, в работе [24], было показанно, что при одинаковых состояниях коррелятор вида (22) с точностью до константы совпадает с коррелятором плотность-плотность. Приведем ниже асимптотическое выражение для РККИ-взаимодействия, используя асимптотику коррелятора (22)

$$E_{II}(r) \sim \frac{\cos(2k_F r)}{r^{5/2} k_F \xi_F^{-3/2}} e^{-r/4\xi_F}, \ \lambda_T \gg r \gg \xi_F, \quad (30)$$

$$E_{II}(r) \sim \cos(2k_F r) \frac{T}{E_F} e^{-r2\pi/\lambda_T}, \ \lambda_T \ll r \ll \xi_F.$$
(31)

Следует отметить, что использованная асимптотика коррелятора (30) предполагает $r \gg \xi_F$. На масштабах $r \sim \xi_F$ необходимо использовать точный вид коррелятора огибающих локализованных состояний и общий вид зависимости будет более сложным. На малых расстояниях $r \ll \xi_F$ коррелятор равен единице, что было использовано в (31).

Ответ (29) может быть относительно просто получен, если модельно выбрать огибающие в виде

$$\Phi_{\xi_p, x_i} = \frac{\mathrm{e}^{-(x-x_i)^2/2\xi_p^2}}{\sqrt{\pi^{1/2}\xi_p}}.$$
(32)

Такой выбор гарантирует отсутствие полюсов у коррелятора, и тогда в точности получим

$$E_{II}(r) = -\frac{A^2 m}{\pi \hbar^2} \frac{\cos(2k_F r)}{k_F} \frac{\pi T/\hbar v_F}{\sinh(2r\pi T/\hbar v_F)} e^{-r^2/2\xi_F^2}.$$
(33)

Однако выбранные в таком виде огибающие меняют характер затухания константы РККИ и неприменимы при $r \gg \xi_F$.

В настоящей работе было получено РККИ-взаимодействие в одномерном кристалле с учетом слабого беспорядка. Для одномерной системы учет беспорядка не может быть произведен по теории возмущейний, как это может быть сделано в 2D и 3D системах. В системах с большей размерностью все четные

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 11-12 2020

моменты константы косвенного обмена не спадают экспоненциально на масштабе длины свободного пробега из-за делокализации волновых функций. В связи с этим взаимодействие характеризуется дисперсией константы косвенного обмена. Однако в одномерной системе рассеяние на беспорядке приводит к локализации носителей и требуется точный учет беспорядка. Такой учет был произведен в данной работе для вычисления усредненной величины константы косвенного обмена и было показано, что беспорядок изменяет привычную 1/r степенную зависимость косвенного обмена, приводя к более быстрому степенному спаду при низких температурах. Важно отметить, что при $r \gg \xi_F$ более существенную роль начнут играть высокие моменты константы обмена. Оценки показывают, что усреднение второго момента по беспорядку будет спадать как
е $^{-r/4\xi_F}/r^{7/2}$. Это означает, что вычисление нелинейных по константе РККИ термодинамических величин в одномерных кристаллах, где среднее расстояние $r \gg \xi_F$, потребует вычисления полной функции распределения константы РККИ, которая будет иметь асимметричный вид и тяжелые хвосты (что выходит за рамки обсуждения в данном коротком сообщении). Результаты же, полученные в данной работе, могут быть применены для анализа задач, где константа обмена может считаться малой.

Температура также приводит к подавлению взаимодействия из-за сбоя фазы носителей заряда на масштабе тепловой длины. Поскольку температура приводит к заселению более высокоэнергетических уровней с меньшей длиной локализации, то можно было бы ожидать, что длина эффективной "экранировки" РККИ-взаимодействия беспорядком обуславливалась бы и температурой, приводя к сложной зависимости величины эффекта от последней. Однако этого не наблюдается в случае слабого беспорядка $(k_F \xi_F \gg 1)$: и беспорядок, и температура подавляют косвенное обменное взаимодействие независимо друг от друга, как это видно из (29), что позволяет экспериментально различать роль этих фаткоров. В случае же сильного беспорядка ($k_F \xi_F \ll 1$) необходимо учитывать дискретность в спектре электронов, что не было рассмотренно в настоящей работе и является предметом дальнейших исследований.

Данное исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (аналитическая теория, проект # 18-72-00115). И. В. Крайнов также благодарит Фонд развития теоретической физики и математики "БАЗИС" за финансовую поддержку.

- И.И. Ситников, К.М. Цысарь, Е.М. Смелова, А.М. Салецкий, Письма в ЖЭТФ **103**(9), 673 (2016).
- К. В. Фролов, Д. Л. Загорский, И. С. Любутин, М. А. Чуев, И. В. Перунов, С. А. Бедин, А. А. Ломов, В. В. Артемов, С. Н. Сульянов, Письма в ЖЭТФ 105(5), 297 (2017).
- S. Datta, I. Weymann, A. Płomińska, E. Flahaut, L. Marty, and W. Wernsdorfer, ACS Nano 13(9), 10029 (2019).
- S. Ncube, C. Coleman, A.S. de Sousa, C. Nie, P. Lonchambon, E. Flahaut, A. Strydom, and S. Bhattacharyya, J. Appl. Phys. **123**, 213901 (2018).
- I. V. Krainov, J. Klier, A. P. Dmitriev, S. Klyatskaya, M. Ruben, W. Wernsdorfer, and I. V. Gornyi, ACS Nano 11(7), 6868 (2017).
- M. Schmitt, P. Moras, G. Bihlmayer, R. Cotsakis, M. Vogt, J. Kemmer, A. Belabbes, P. M. Sheverdyaeva, A. K. Kundu, C. Carbone, S. Blügel, and M. Bode, Nat. Commun. 10, 2610 (2019).
- M. A. Ruderman and C. Kittel, Phys. Rev. 96, 99 (1954).
- 8. D. N. Aristov, Phys. Rev. B 55, 8064 (1997).
- 9. S. Saremi, Phys. Rev. B 76, 184430 (2007).
- 10. A. M. Black-Schaffer, Phys. Rev. B 81, 205416 (2010).
- J. Klinovaja and D. Loss, Phys. Rev. B 87, 045422 (2013).
- D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. 6, L49 (1973).
- N.F. Mott and W.D. Twose, Adv. Phys. 10(38), 107 (1961).
- J.A. Sobota, D. Tanasković, and V. Dobrosavljević, Phys. Rev. B 76, 245106 (2007).
- А. Ю. Зюзин, Б. З. Спивак, Письма в ЖЭТФ 43, 185 (1986).
- 16. I.V. Lerner, Phys. Rev. B 48, 9462 (1993).
- 17. S. R. Power and M. S. Ferreira, Crystals 3, 49 (2013).
- I.V. Rozhansky, I.V. Krainov, N.S. Averkiev, and E. Lahderanta, Phys. Rev. B 88, 155326 (2013).
- I.V. Krainov, I.V. Rozhansky, N.S. Averkiev, and E. Lahderanta, Phys. Rev. B 92, 155432 (2015).
- I. V. Rozhansky, N. S. Averkiev, I. V. Krainov, and E. Lahderanta, Phys. Status Solidi A **211**(5), 1048 (2014).
- 21. A.D. Mirlin, Phys. Rep. 326, 259 (2000).
- 22. I.V. Kolokolov, Physica D 86, 134 (1995).
- Б. Л. Альтшулер, В. Н. Пригодин, ЖЭТФ 95, 348 (1989).
- D. A. Ivanov, M. A. Skvortsov, P. M. Ostrovsky, and Ya. V. Fominov, Phys. Rev. B 85, 035109 (2012).