О планковском пределе неупругой релаксации в металлах

М.В. Садовский¹⁾

Институт электрофизики Уральского отделения РАН, 620016 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 5 января 2020 г. После переработки 5 января 2020 г. Принята к публикации 5 января 2020 г.

Рассматривается простейшая модель линейного по температуре роста электросопротивления в металлах. Показано, что так называемый "планковский" предел для зависящей от температуры частоты релаксации электронов является следствием определенного способа представления экспериментальных данных по электросопротивлению и, в этом смысле, является иллюзорным.

DOI: 10.31857/S0370274X20030121

Линейный по температуре рост электросопротивления купратов и ряда других коррелированных систем в широком интервале температур от самых низких до достаточно высоких на протяжении уже многих лет относится к числу главных загадок физики высокотемпературных сверхпроводников. В последнее время появился ряд интересных работ [1, 2], в которых, на основе анализа довольно обширного экспериментального материала по многим соединениям, было показано, что в области линейного роста сопротивления по температуре, частота рассеяния электронов (обратное время релаксации) с довольно высокой точностью описывается зависимостью Г = $=\frac{1}{\tau}=lpha rac{k_BT}{\hbar},$ где $lpha\sim 1$ и слабо меняется при переходе от одного материала к другому. В частности, для систем в окрестности квантовых критических точек (на фазовой диаграмме купратов и ряда аналогичных систем) α лежит в интервале 0.7–1.1. Более того, аналогичная зависимость довольно хорошо описывает данные и для целого ряда обычных металлов (типа Сu, Au, Al, Ag, Pb, Nb и т.п.) в области линейного по температуре роста сопротивления (что обычно реализуется при температурах $T > \Theta_D/5$, где Θ_D – дебаевская температура). При этом область изменения а охватывает заметно более широкий интервал от 0.7 до 2.7 [1, 2]. В связи с этими (и аналогичными) результатами было введено [3] представление об универсальном (не зависящем от силы взаимодействия) "планковском" верхнем пределе частоты рассеяния $\frac{1}{\tau_P} = \Gamma_P = \frac{k_B T}{\hbar}$. Для объяснения такого температурного поведения сопротивления столь различных систем, в том числе от самых низких температур, к настоящему времени предложен целый ряд достаточно сложных теоретических моделей [4-7], включая совсем экзотические, основанные на аналогиях, взятых из физики черных дыр, космологии и теории суперструн (см., например, [8–11]).

В обычных металлах температурная зависимость сопротивления (проводимости) почти целиком связана с процессами неупругого рассеяния на фононах. При достаточно высоких температурах $T > 0.2\Theta_D$ рассеяние на фононах доминирует и приводит к линейному росту сопротивления с температурой:

$$\rho(T) - \rho_0 = AT,\tag{1}$$

где ρ_0 – остаточное сопротивление при T = 0, обусловленное статическим рассеянием на примесях.

На языке проводимости можно написать простую формулу Друде:

$$\sigma(T) = \sigma_0 + \sigma(T), \tag{2}$$

где σ_0 – остаточная проводимость при T = 0, а

$$\sigma(T) = \frac{ne^2}{m}\tau(T) = \frac{ne^2}{m}\Gamma^{-1}(T),$$
(3)

причем *m* здесь и далее везде понимается как зонная эффективная масса, а $\Gamma(T) = \frac{1}{\tau(T)}$ – зависящая от температуры частота релаксации (рассеяния), обусловленная неупругим рассеянием электронов на фононах (или других аналогичных возбуждениях) и линейно растущая с температурой в области T >> $0.2\Theta_D$. Соответственно, для сопротивления имеем:

$$\rho(T) - \rho_0 = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T).$$
(4)

Представление о "планковской" релаксации можно ввести из элементарных соображений [9]. При T > 0 работают процессы неупругого рассеяния за счет

¹⁾e-mail: sadovski@iep.uran.ru

различных механизмов взаимодействия (электронфононный, взаимодействие со спиновыми флуктуациями, квантовые флуктуации произвольной природы). В частности, именно такие процессы ответственны за установление термодинамического равновесия в системе электронов и формирование распределения Ферми. Проводимость металла (вырожденный случай) определяется распределением электронов в слое шириной $\sim k_B T$ вокруг уровня Ферми (химпотенциала).

Проведем элементарную оценку, воспользовавшись соотношением неопределенности энергия – время:

$$\Delta E\tau > \hbar, \tag{5}$$

где τ – время жизни квантового состояния, а ΔE – неопределенность его энергии. Естественно, что в рассматриваемой ситуации $\tau = \tau(T)$, а $\Delta E \sim k_B T$, откуда немедленно следует упомянутая выше оценка:

$$\Gamma(T) = \frac{1}{\tau(T)} < \alpha \frac{k_B T}{\hbar} \equiv \alpha \Gamma_P = \frac{\alpha}{\tau_P}, \qquad (6)$$

где $\alpha \sim 1$. Видим, что согласно такой элементарной оценке "планковская" релаксация определяет именно *верхнюю* границу сопротивления за счет неупругих процессов рассеяния:

$$\rho(T) - \rho_0 = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T) < \frac{m}{ne^2} \alpha \frac{k_B T}{\hbar} \equiv \alpha \rho_P(T). \quad (7)$$

Очевидно, что эта оценка является достаточно спекулятивной в системе многих взаимодействующих частиц.

Рассмотрим следующий гамильтониан взаимодействия электронов металла с произвольными квантовыми флуктуациями бозевского типа²):

$$H_{\rm int} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{pq}} g_{\mathbf{q}} a^+_{\mathbf{p+q}} a_{\mathbf{p}} \rho_{\mathbf{q}}.$$
 (8)

Здесь использованы стандартные обозначения операторов рождения и уничтожения электронов, $\rho_{\mathbf{q}}$ – оператор квантовой флуктуации "чего угодно" (плотности ионов, например, если речь идет о решетке), $g_{\mathbf{q}}$ – соответствующая константа связи (матричный элемент потенциала взаимодействия) [12, 13]. Введем соответствующую (мацубаровскую) функцию Грина как:

$$F(\mathbf{q},\tau) = - \langle T_{\tau}\rho_{\mathbf{q}}(\tau)\rho_{\mathbf{q}}^{+}(0) \rangle .$$
(9)

Для нее можно выписать обычное спектральное (бозевское) представление [14]:

$$F(\mathbf{q}, i\omega_m) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{A(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega_m - \omega},$$
 (10)

где $\omega_m = 2\pi m T$, а спектральная плотность определяется как:

$$A(\mathbf{q},\omega) =$$
$$= Z^{-1} \sum_{mn} e^{-\frac{E_n}{T}} |(\rho_{\mathbf{q}})_{nm}|^2 \left(1 - e^{-\frac{\omega_{mn}}{T}}\right) \delta(\omega - \omega_{mn}), (11)$$

где $\omega_{mn} = E_m - E_n, \, (\rho_{\mathbf{q}})_{nm} = < n | \rho_{\mathbf{q}} | m > = (\rho_{\mathbf{q}}^+)_{mn}.$

Динамический структурный фактор флуктуаций определяется как [12, 13]:

$$S(\mathbf{q},\omega) = Z^{-1} \sum_{mn} e^{-\frac{E_n}{T}} |(\rho_{\mathbf{q}})_{nm}|^2 \delta(\omega - \omega_{mn}).$$
(12)

Сравнивая (11), (12), получаем:

$$A(\mathbf{q},\omega) = S(\mathbf{q},\omega) \left[1 - e^{-\frac{\omega}{T}}\right].$$
(13)



Рис. 1. Диаграмма второго порядка для собственно энергетической части. Пунктирная линия – функция Грина квантовых флуктуаций *F*, сплошная линия – функция Грина электрона *G*

Электронная функция Грина в мацубаровском представлении записывается как:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}} - \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p})},$$
(14)

где $\varepsilon_n = (2n+1)\pi T$, $\xi_{\mathbf{p}}$ – электронный спектр, отсчитанный от уровня химпотенциала. Собственно энергетическую часть одноэлектронной функции Грина, предполагая справедливость теоремы Мигдала [15], можно взять в простейшем приближении, показанном на диаграмме рис. 1:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) =$$

$$= \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \sum_m F(\mathbf{q}, i\omega_m) G(\varepsilon_n + \omega_m, \mathbf{p} + \mathbf{q}) =$$

$$= \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \sum_m \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{S(\mathbf{q}, \omega)}{i\omega_m - \omega} \left(1 - e^{-\frac{\omega}{T}}\right) \times$$

$$\times \frac{1}{i\varepsilon_n + i\omega_m - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}.$$
(15)

Рассмотрим теперь случай, когда средняя частота флуктуаций $\langle \Omega \rangle$ существенно ниже температуры T. Тогда в (15) достаточно ограничиться лишь слагаемым с m = 0 и перейти, таким образом, к картине квазиупругого рассеяния на флуктуациях:

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 3-4 2020

²⁾В дальнейшем полагаем $\hbar = k_B = 1$.

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{S(\mathbf{q}, \omega)}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}} = \sum_{\mathbf{q}} g_{\mathbf{q}}^2 S(\mathbf{q}) \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}},$$
(16)

где ввели структурный фактор флуктуаций [13]:

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S(\mathbf{q}, \omega).$$
(17)

Фактически, это прямой аналог известного приближения Займана–Эдвардса в теории жидких металлов. Случай $S(\mathbf{q}) = \text{const}$ соответствует хаотическому распределению статических рассеивающих центров [15].

Оператор флуктуации $\rho_{\mathbf{q}}$ для случая некоторой коллективной моды может быть выражен через (бозевские) операторы уничтожения и рождения соответствующих квантов (например, фононов) [13]:

$$\rho_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(b_{\mathbf{q}}^+ + b_{-\mathbf{q}} \right). \tag{18}$$

Соответственно имеем:

$$S(\mathbf{q}, \omega) =$$

$$= Z^{-1} \sum_{m} e^{-\beta E_{m}} \left[\langle m | b_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{+} | m \rangle \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) + \langle m | b_{-\mathbf{q}}^{+} b_{-\mathbf{q}} | m \rangle \delta(\omega + \omega_{\mathbf{q}}) \right], \qquad (19)$$

где $\omega_{\mathbf{q}}$ – спектр соответствующих возбуждений. Вводя обычное бозевское распределение:

$$n_{\mathbf{q}} = Z^{-1} \sum_{m} e^{-\beta E_{m}} < m |b_{\mathbf{q}}^{+} b_{\mathbf{q}}| m > = \frac{1}{e^{\beta \omega_{\mathbf{q}}} - 1}, \quad (20)$$

получаем [13]

$$S(\mathbf{q},\omega) = [(n_{\mathbf{q}}+1)\delta(\omega-\omega_{\mathbf{q}}) + n_{\mathbf{q}}\delta(\omega+\omega_{\mathbf{q}})] = \delta(\omega-\omega_{\mathbf{q}}) + n_{\mathbf{q}} [\delta(\omega-\omega_{\mathbf{q}}) + \delta(\omega+\omega_{\mathbf{q}})].$$
(21)

В условиях, когда $T \gg \omega_{\mathbf{q}}$, имеем:

$$n_{\mathbf{q}} = \frac{T}{\omega_{\mathbf{q}}} \tag{22}$$

и, соответственно:

$$S(\mathbf{q}) = \frac{2T}{\omega_{\mathbf{q}}},\tag{23}$$

т.е. получаем структурный фактор, линейно растущий с температурой, импульсная зависимость которого определяется просто спектром соответствующей коллективной моды (флуктуации). Тогда:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = T \sum_{\mathbf{q}} \frac{2g^2}{\omega_{\mathbf{q}}} \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}}.$$
 (24)

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 3-4 2020

Для дальнейшего упрощения модели предположим, что спектр флуктуаций является бездисперсионным (типа эйнштейновского фонона или оптического фонона с очень слабой дисперсией), полагая $\omega_{\mathbf{q}} = \Omega_0$. Тогда проводя все вычисления аналогично задаче об электроне в поле случайных примесей [15], получаем:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = -i\pi \operatorname{sign} \varepsilon_n \frac{2g_0^2}{\Omega_0} N(0)T, \qquad (25)$$

где N(0) – плотность состояний на уровне Ферми. Соответственно, затухание записывается как:

$$\frac{\Gamma(T)}{2} = \pi \frac{2g_0^2}{\Omega_0} N(0)T = \pi \lambda_0 T, \qquad (26)$$

где стандартным образом ввели безразмерную константу связи:

$$\lambda_0 = \frac{2g_0^2 N(0)}{\Omega_0}.$$
 (27)

Функция Грина электрона имеет при этом обычный вид [15]:

$$G(i\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{i\varepsilon_n - \varepsilon_{\mathbf{p}} + \frac{i}{2}\Gamma(T)\mathrm{sign}\,\varepsilon_n},\qquad(28)$$

где отсутствуют какие-либо перенормировочные факторы (вычет в полюсе функции Грина Z = 1), что естественно для температур, существенно превышающих частоты квантовых флуктуаций.

Проводя стандартные вычисления [15], получим электросопротивление в виде:

$$\rho(T) = \frac{m}{ne^2} \Gamma(T) = 2\pi \lambda_0 \rho_P(T), \qquad (29)$$

что, по существу, просто совпадает с высокотемпературным пределом теории Элиашберга–МакМиллана [16] . При этом константа α , обычно используемая при записи "планковского" времени релаксации в виде (6), выражается через параметры теории как:

$$\alpha = 2\pi\lambda_0. \tag{30}$$

Естественно, что она не универсальна и просто пропорциональна константе взаимодействия.

Все это, по сути дела, давно известно и тривиально обеспечивает линейный рост сопротивления с температурой, в соответствии с многочисленными экспериментами. Для того, чтобы такой рост наблюдался при низких температурах, достаточно выполнения неравенства $\Omega_0 \ll T$. В окрестности квантовой критической точки (любой природы) можно ожидать типичного "смягчения" флуктуационной моды в духе соотношения [17]:

$$\Omega_0 \sim |x - x_c|^{z\nu},\tag{31}$$

где x, например, – концентрация носителей вблизи критической x_c , а ν и z – стандартные критические индексы теории квантовых фазовых переходов, определяющие критическое поведение характерных длин:

$$\xi \sim |x - x_c|^{-\nu}, \ \xi_\tau \sim |x - x_c|^{-z\nu},$$
 (32)

где τ обозначает мнимое (мацубаровское) время, так что выше мы можем просто положить $\Omega_0 \sim \xi_{\tau}^{-1}$. Это и обеспечивает линейное поведение по температуре в системах типа купратов.

Можно обойтись без явного введения фононов (или других квазичастиц, связанных с флуктуациями). Из уравнения (13) при $\omega \ll T$ следует:

$$A(\mathbf{q},\omega) \approx \frac{\omega}{T} S(\mathbf{q},\omega)$$
 (33)

или

$$S(\mathbf{q},\omega) \approx \frac{T}{\omega} A(\mathbf{q},\omega).$$
 (34)

Подставляя это выражение в (16), получаем следующее выражение для собственно энергетической части:

$$\Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{T}{N} \sum_{\mathbf{p}'} g_{\mathbf{p}\mathbf{p}'}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \frac{A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega)}{i\varepsilon_n - \xi_{\mathbf{p}'}}, \quad (35)$$

где определяющую роль имеет спектральная плотность флуктуаций $A(\mathbf{q}, \omega)$, которая не обязательно имеет квазичастичный вид. Естественно, что для простейшей модели с $A(\mathbf{q}, \omega) = \delta(\omega - \Omega_0)$ (эйнштейновская модель флуктуаций) из (35) немедленно следуют полученные выше результаты (25)–(27).

Далее предполагаем, что флуктуации рассеивают электроны в некотором достаточно узком слое вокруг поверхности Ферми, ширина которого определяется их характерными частотами ($\langle \Omega \rangle \ll$ $\ll T$). Тогда, действуя в духе теории Элиашберга– МакМиллана, можно ввести собственно энергетическую часть, усредненную по импульсам на поверхности Ферми:

$$\Sigma(\varepsilon_n) = \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \Sigma(\varepsilon_n, \mathbf{p}), \qquad (36)$$

а также эффективное (усредненное по начальным и конечным импульсам на поверхности Ферми) взаимодействие:

$$g^{2}_{\mathbf{pp}'}A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega) \Longrightarrow$$
$$\Longrightarrow \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{N(0)} \sum_{\mathbf{p}'} g^{2}_{\mathbf{pp}'}A(\mathbf{p} - \mathbf{p}', \omega)\delta(\xi_{\mathbf{p}})\delta(\xi_{\mathbf{p}'}) \equiv$$
$$\equiv \frac{1}{N(0)} \alpha^{2}(\omega)F(\omega), \qquad (37)$$

где

$$F(\omega) = \sum_{\mathbf{q}} A(\mathbf{q}, \omega) \tag{38}$$

– плотность состояний флуктуаций. Тогда для (36) из (35) получаем:

$$\Sigma(\varepsilon_n) = \frac{T}{N(0)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega) N(0) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{1}{i\varepsilon_n - \xi} =$$
$$= -i\pi \operatorname{sign} \varepsilon_n T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega) =$$
$$= -i\pi \operatorname{sign} \varepsilon_n \lambda T \equiv -i\frac{\Gamma(T)}{2} \operatorname{sign} \varepsilon_n, \qquad (39)$$

где ввели безразмерную константу связи как в теории МакМиллана–Элиашберга:

$$\lambda = 2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \alpha^2(\omega) F(\omega), \qquad (40)$$

величина которой фактически определяется (усредненной согласно (37)) спектральной плотностью флуктуаций $A(\mathbf{q}, \omega)$.

Итак, мы получаем:

$$\Gamma(T) = 2\pi\lambda T,\tag{41}$$

что формально имеет тот же вид, что и (26) и сразу же приводит к результату типа (29).

В работах [1, 2] экспериментальные данные по сопротивлению обрабатывались по формуле Друде (4), где эффективная масса определялась из низкотемпературных измерений (электронной теплоемкости или осцилляционных эффектов в сильном магнитном поле) и которая получается из зонной эффективной массы простой заменой $m \to \tilde{m} = m(1 + \lambda)$, явно учитывающей фононную перенормировку. Некорректность такого подхода отмечалась в работе [18]. Покажем, что именно такая обработка данных и создает *иллюзию* универсальной планковской релаксации в металлах. В самом деле, выражение (29) для *высокотемпературного* предела сопротивления фактически тождественно переписывается следующим образом:

$$\rho(T) = \frac{m(1+\lambda)}{ne^2} \frac{\Gamma(T)}{1+\lambda} = \frac{\tilde{m}}{ne^2} \tilde{\Gamma}(T), \qquad (42)$$

где

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi \frac{\lambda}{1+\lambda} T, \qquad (43)$$

что при $\lambda \gg 1$ дает:

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi T \tag{44}$$

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 3-4 2020

и, таким образом, просто имитирует универсальное "планковское" поведение частоты релаксации (6) с $\alpha = 2\pi$, не зависящее от константы взаимодействия электронов с флуктуациями (фононами). Замена $m \to \tilde{m} = m(1 + \lambda)$ в (42) вполне корректна, несмотря на то, что мы имеем дело с пределом высоких температур – при обработке экспериментов в [1, 2] используется именно эффективная масса \tilde{m} , полученная из низкотемпературных измерений, включающая эффекты перенормировки. Для количественных оценок достаточно существенным оказывается учет перенормировки массы за счет межэлектронного взаимодействия, при котором выражение (43) нужно переписать как:

$$\tilde{\Gamma}(T) = 2\pi \frac{\lambda}{1 + \lambda + \lambda_{ee}} T, \qquad (45)$$

где λ_{ee} – безразмерный параметр, определяющий перенормировку массы за счет межэлектронного взаимодействия. Например, в теории ферми-жидкости Ландау–Силина $\lambda_{ee} = \frac{F_1^s}{3}$, где F_1^s – соответствующий коэффициент в разложении функции Ландау [13]. Прямые DMFT расчеты в модели Хаббарда дают значения фактора перенормировки для металлической фазы $Z = (1 + \lambda_{ee})^{-1}$, монотонно меняющиеся с ростом величины хаббардовского взаимодействия U в интервале от 1 до 0 [19]. Поэтому, для грубых оценок можно использовать для типичных металлов оценку $\lambda_{ee} \sim 1$. Тогда:

$$\alpha = \frac{2\pi\lambda}{1+\lambda+\lambda_{ee}}.$$
(46)

Тогда интервалу значений $\alpha = 0.7 - 2.7$ [1, 2] при $\lambda_{ee} = 1$ соответствует интервал $\lambda = 0.25 - 1.5$, что кажется вполне разумным. Например, для Al имеем расчетное значение $\lambda = 0.44$ [16], что немедленно дает $\alpha = 1.03$ в прекрасном соответствии с "экспериментальным" значением $\alpha = 1$ из работы [1]. Для Pb, принимая $\lambda = 1.68$ [16], получаем $\alpha \sim 2.86$ в разумном согласии с $\alpha = 2.7$ [1]. Аналогичным образом для Nb имеем $\lambda = 1.26$ [16], и мы получаем $\alpha \sim 2.42$, в неплохом согласии со значением $\alpha = 2.3$ [1]. В целом, с учетом грубости оценки $\lambda_{ee} \sim 1$ такое согласие представляется достаточно убедительным³).

Таким образом, "экспериментально" наблюдаемая универсальная планковская релаксация в металлах, не зависящая от величины взаимодействия, является не более, чем *иллюзией*, связанной с принятой в работах [1, 2] процедурой представления экспериментальных данных. В области низких температур (
 $T < \langle \Omega \rangle)$ функция Грина имеет вид:

$$G(\varepsilon_n, \mathbf{p}) = \frac{Z}{i\varepsilon_n - Z\xi_{\mathbf{p}} + \frac{i}{2}Z\Gamma(T)\mathrm{sign}\,\varepsilon_n},\qquad(47)$$

где перенормировочный фактор Z < 1 считается для простоты константой. Вклад $Z\Gamma(T) = \tilde{\Gamma}(T)$ в знаменателе описывает затухание квазичастиц, для которого, как могло бы показаться, имеется "универсальный" высокотемпературный предел (44). Однако это не так – при высоких температурах ($T > \langle \Omega \rangle$), как видно из приведенных выше результатов, перенормировочный фактор $Z \to 1$. Но и при низких температурах, когда Z < 1, член $Z\xi_{\mathbf{p}}$ в знаменателе (47) описывает перенормированный спектр с массой $\tilde{m} = m(1 + \lambda)$, так что скорость электрона на поверхности Ферми $v_F = p_F/m \rightarrow \tilde{v}_F = p_F/\tilde{m} =$ $= v_F/(1 + \lambda)$. Перенормировка затухания соответствует перенормировке времени свободного пробега $\tilde{\Gamma}^{-1} = \Gamma^{-1}(1 + \lambda)$. Видим, что длина свободного пробега не перенормируется: $l = \tilde{v}_F \tilde{\Gamma}^{-1} = v_F \Gamma^{-1}$ и эффекты многочастичной перенормировки, существенные при низких температурах, вообще не влияют на проводимость (сопротивление) [20], так что никаких реальных ограничений на сопротивление системы отсюда не возникает. Этот результат есть прямое следствие общих тождеств Уорда [21].

Автор признателен Э.З.Кучинскому за многочисленные полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00011.

- J. A. N. Bruin, H. Sakai, R. S. Perry, and A. P. MacKenzie, Science **339**, 804 (2013).
- A. Legros, S. Benhabib, W. Tabis et al. (Collaboration), Nature Phys. 15, 142 (2019).
- 3. J. Zaanen, Nature 430, 512 (2004).
- V. R. Shaginyan, K. G. Popov, and V. A. Khodel, Phys. Rev. B 88, 115103 (2013).
- V. R. Shaginyan, M. Ya. Amusia, A. Z. Msezane, V. A. Stephanovich, G. S. Japaridze, and S. A. Artamonov, JETP Lett. **110**, 290 (2019).
- A. A. Patel and S. Sachdev, Phys. Rev. Lett. 123, 066601 (2019).
- 7. G.E. Volovik, JETP Lett. 110, 352 (2019).
- 8. J. Zaanen, Nature 448, 1000 (2007).
- 9. S. A. Hartnoll, Nature Phys. 11, 54 (2015).
- C. P. Herzog, P. Kovtun, S. Sachdev, and D. T. Son, Phys. Rev. D 75, 085020 (2007).

 $^{^{3)}{\}rm M}$ ы всюду пренебрегаем незначительным [16] отличием λ от $\lambda_{tr}.$

- S. A. Hartnoll, P. K. Kovtun, M. Muller, and S. Sachdev, Phys. Rev. B 76, 144502 (2007).
- Д. Пайнс, Проблема многих тел, Мир, М. (1963) [D. Pines, The Many Body Problem, W.A. Benjamin, N.Y. (1961)].
- Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Teopus квантовых жидкостей*, Мир, М. (1967) [D. Pines and P. Nozieres, *The Theory* of Quantum Liquids, W. A. Benjamin, N.Y. (1966), v. 1].
- А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, М. (1963), Добросвет, М. (1998) [A. A. Abrikosov, L. P. Gorkov, and I. E. Dzyaloshinskii, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*, Pergamon Press, Oxford (1963)].
- М. В. Садовский, Диаграмматика, ИКИ– РХД, Москва–Ижевск (2019) [М. V. Sadovskii, Diagrammatics, World Scientific, Singapore (2019)].
- S.Y. Savrasov and D.Y. Savrasov, Phys. Rev. B 54, 16487 (1996).
- S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions*, Cambridge University Press, Cambridge (1999).
- 18. C. M. Varma, ArXiv:1908.05686.
- A. Georges, G. Kotliar, W. Krauth, and M. J. Rozenberg, Rev. Mod. Phys. 68, 13 (1996).
- 20. G. Grimvall, Physica Scripta 14, 63 (1978).
- V. Heine, P. Nozieres, and J. W. Wilkins, Phil. Mag. 13, 741 (1966).