## Верхнее критическое поле двузонного сверхпроводника $\mathbf{SrFe_{2-x}Ni_{x}As_{2}}^{1)}$

 $E.~И.~Мальцев,~B.~A.~Власенко^2),~O.~A.~Соболевский,~A.~B.~Садаков,~Б.~И.~Массалимов,~K.~С.~Перваков$ 

Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В. Л. Гинзбурга, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

> Поступила в редакцию 5 марта 2020 г. После переработки 5 марта 2020 г. Принята к публикации 5 марта 2020 г.

Впервые экспериментально измерено верхнее критическое поле монокристалла железосодержащего сверхпроводника  $\mathrm{SrFe}_{2-x}\mathrm{Ni}_x\mathrm{As}_2$  в продольном и поперечном магнитном поле до  $16\,\mathrm{T}$ , направленном в базисной плоскости ab и по нормали к ней, вдоль оси c. Значения  $H_{c2}(0)$  составили 18 и  $25\,\mathrm{T}$  для  $H\|c$  и  $H\|ab$ , соответственно. Анизотропия верхнего критического поля  $\gamma(T)=H_{c2}^{ab}/H_{c2}^c$  монотонно снижается с уменьшением температуры до 1.4 при низких температурах. Температурная зависимость  $H_{c2}$  не описывается полностью моделью Вертхаммера, Хелфанда и Хохенберга с учетом влияния орбитальных и спин парамагнитных эффектов, однако эффективная двузонная модель хорошо воспроизводит измеренную температурную зависимость. На основании этого сделан вывод о двузонной природе данного сверхпроводника, причем одна из зон практически изотропна. Согласно двузонному модельному приближению сделан вывод о том, что вблизи  $T_c$  доминирует вклад от анизотропной зоны, а с понижением температуры основной вклад вносит изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии.

DOI: 10.31857/S0370274X20070097

Железосодержащие сверхпроводники были открыты в 2008 г. [1]; к настоящему времени известно более 100 соединений этого класса сверхпроводников, которые разделяют на несколько различных семейств [2, 3]. Общим для этих материалов является наличие в элементарной ячейке слоев в форме тетраэдров, где атомы железа окружены четырьмя атомами Se или As. Разнообразие физических свойств, в том числе ряда уникальных, характерных только для железосодержащих сверхпроводников, делает их до сих пор предметом интенсивных исследований. Примерами уникальных свойств являются многократное возрастание критической температуры в соединении класса 11 (FeSe) при высоком давлении, химическом или электрохимическом легировании [4, 5], нематическое состояние в системах 11 и 122, порождающее анизотропию сверхпроводящих свойств в плоскости ав [6], и вероятная трансформация симметрии параметра порядка от типа  $s\pm$  к *d*-типу в системе 122 [7,8]. Причиной такого богатого набора интереснейших свойств, вне сомнений, является сложная многозонная электронная структура с несколькими вложенными электронными и дыроч-

ными карманами с достаточно сильным межзонным взаимодействием, которые при определенном воздействии на материал могут появляться или исчезать на уровне Ферми. Соединения класса 122 (AFe<sub>2</sub>As<sub>2</sub>, где А – щелочной или щелочноземельный элемент) привлекают также внимание возможностью индуцирования сверхпроводимости при помощи химического допирования (электронами [9], дырками [10] и изовалентным легированием [11]). Дырочное и изовалентное легирование в системе 122 позволяет достичь критической температуры до 36-38 К [12], электронное – до 25 К [13]. Соединения на основе стронция  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  и  $SrFe_{2-x}Pd_xAs_2$  выделяются из этого ряда невысокими значениями критической температуры  $T_c < 10 \,\mathrm{K}$  [14, 15] и второго критического поля, по сравнению с другими представителями этого класса сверхпроводников [16].

Известно, что в родительском соединении  $SrFe_2As_2$  наблюдается структурный переход при температуре  $200\,\mathrm{K}$ , который подавляется с увеличением степени легирования никелем. При x=0.15 температура магнитоструктурного перехода уменьшается до  $40\,\mathrm{K}$ , а при x=0.16 переход исчезает. Сверхпроводимость наблюдается до температур порядка  $9.5\,\mathrm{K}$  в интервале легирований от  $x=0.1\,\mathrm{g}$  до x=0.22 [17]. Соединения  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$ , принадлежащие семейству 122, на текущий момент

 $<sup>^{1)}</sup>$ См. дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>e-mail: vlasenkovlad@gmail.com

малоизучены. Благодаря их невысоким значениям  $T_c$  и  $T_{c2}$  возможно экспериментально измерить зависимость  $H_{c2}(T)$  в широком интервале температур и сделать выводы о характере сверхпроводимости в этих соединениях.

Нами проведены измерения зависимости сопротивления от температуры и магнитного поля R(T,H) монокристалла  ${\rm SrFe}_{2-x}{\rm Ni}_x{\rm As}_2$  и показано влияние двузонной структуры поверхности Ферми и соответствующей двухкомпонентности сверхпроводящего конденсата на температурную зависимость верхнего критического поля. Для уменьшения  $T_c$  нами были синтезированы и выращены монокристаллы с уровнем легирования меньше оптимального.

Монокристаллы  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  были синтезированы при помощи раствор-расплавного метода с использованием в качестве флюса раствор-расплава  $\mathrm{Fe}_{1-x}\mathrm{Ni}_x\mathrm{As}$ . Синтезированный заранее прекурсор  ${
m Fe_{1.87}Ni_{0.13}As_2}$  и металлический  ${
m Sr}$  высокой чистоты общей массой около 4 г смешивали в пропорции 1:2, помещали в корундовый тигель, размещенный в Nb-контейнере с аргоновой атмосферой при остаточном давлении аргона около 0.3 атм. Контейнер герметизировали сваркой и помещали в трубчатую печь с аргоновой атмосферой; рост кристаллов был проведен аналогично описанному в работе [18]. Выращенные монокристаллы  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  имели форму пластин с гладкой блестящей поверхностью с поперечными размерами до 3-4 мм и толщиной примерно 0.1-0.2 мм. Кристаллы оказались нечувствительны к кислороду и влаге и на протяжении нескольких недель оставались на воздухе без каких-либо признаков деградации.

Синтезированные монокристаллы были охарактеризованы на сканирующем электронном микроскопе JEOL JSM 7001FA методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (EDX — Energy-dispersive X-ray spectroscopy), при помощи которой был определен уровень легирования выращенных кристаллов. В результате усреднения нескольких измерений EDX было установлено, что концентрация Ni вблизи поверхности образцов соответствует легированию  $x=0.12\pm0.003$ . В дальнейшем этот образец будет обозначен в соответствии с измеренной концентрацией Ni как SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>.

На рисунке 1 представлена зависимость AC магнитной восприимчивости от температуры для монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>, измеренная на установке Physical Property Measurement System (PPMS-9). Критерием определения критической температуры  $T_c \approx 9 \, \mathrm{K}$  выбрано начало сверхпроводящего перехода на действительной части ( $\chi'$ ) AC

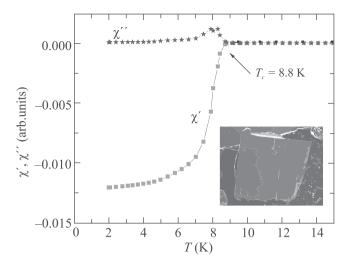


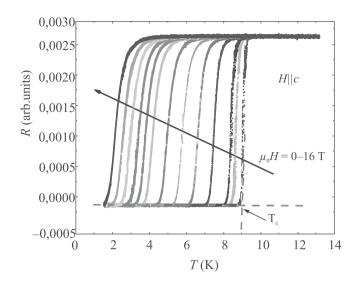
Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурная зависимость AC магнитной восприимчивости монокристалла  ${\rm SrFe_{1.88}Ni_{0.12}As_2}$ , измеренная в переменном магнитном поле амплитудой  $H_{ac}=5$  Э. На вставке: микрофотография выращенного монокристалла  ${\rm SrFe_{1.88}Ni_{0.12}As_2}$  с размерами  $1.5\times1.5$  мм

магнитной восприимчивости. Полученное значение критической температуры сравнимо со значениями, полученными ранее в работах [14, 17]. Сверхпроводящий переход в восприимчивости довольно резкий, что говорит о хорошем качестве исследуемого монокристалла и равномерном распределении легирующего элемента по объему образца. На вставке на рис. 1 представлена микрофотография выращенного слоистого монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>.

Результаты магнитотранспортных измерений монокристалла  ${\rm SrFe_{1.88}Ni_{0.12}As_2}$  в магнитных полях до  $16~{\rm T}$  с помощью установки CFMS-16 представлены на рис. 2.

В нулевом магнитном поле сверхпроводящий переход в транспортных измерениях также довольно резкий и его ширина  $\Delta T_c \sim 0.5\,\mathrm{K}$ . В магнитном поле 15 T сверхпроводящий переход уширяется до  $\Delta T_c \sim 1\,\mathrm{K}$ , причем для  $H\|c$  критическая температура подавляется быстрее, чем для  $H\|ab$  при том же приложенном магнитном поле. Зависимость анизотропии  $H_{c2}(T)$  представлена на вставке рис. 3, где видно, что  $\gamma$  монотонно спадает и стремится к 1.4 при понижении температуры.

В модели Вертхаммера, Хелфанда и Хохенберга (WHH – Werthamer–Helfand–Hohenberg) [19] для сверхпроводников II рода с учетом возможного парамагнетизма Паули и спин-орбитального рассеяния предполагается универсальная зависимость  $H_{c2}(T)$ . В "грязном" пределе, когда длина свободного пробега носителей l меньше или порядка длины когерентно-



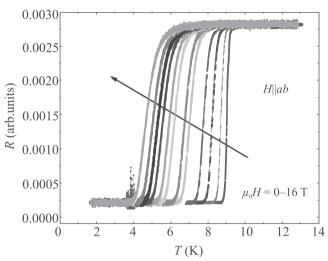


Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурная зависимость сопротивления, измеренная при двух различных ориентациях полей:  $H\|c$  и  $H\|ab$ . Штриховые линии иллюстрируют критерий определения  $H_{c2}(T)$ . Значения поля: 0, 0.5, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16 T на верхней панели и 0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16 T на нижней панели

сти  $\xi_0$ , формула для аппроксимации  $H_{c2}$  принимает вид:

$$\ln\left(\frac{1}{t}\right) + \psi\left(\frac{1}{2}\right) =$$

$$= \left(1 + \frac{i\lambda_{\text{so}}}{4\gamma}\right)\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{h + \frac{\lambda_{\text{so}}}{2} + i\gamma}{2t}\right) + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где с.с. означает комплексно сопряженную часть уравнения,  $\gamma=\sqrt{(\alpha h)^2-\lambda_{\rm so}^2/4},~\psi$  — дигамма функция,  $\alpha=3/2mv_F^2\tau$  — параметр Маки [20],  $\lambda_{\rm so}=1/3T\tau_2$  — константа спин-орбитального взаимодействия,  $h=-4H_{c2}/\pi^2(dH/dt)_{t\to 1}$ . Параметр Маки

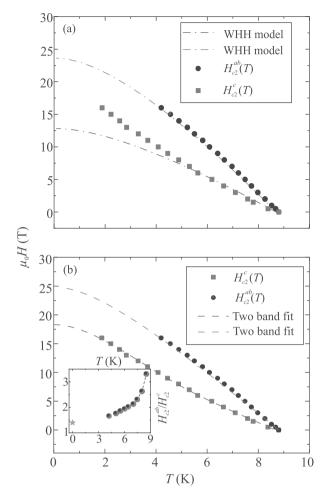


Рис. 3. (Цветной онлайн) Температурная зависимость  $H_{c2}$  монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> полученная из магнитотранспортных измерений в ориентациях поля  $H\|ab$  и  $H\|c$ . (a) — Штрихпунктирными линиями показана аппроксимация экспериментальных данных моделью WHH (см. (1)) с параметрами  $\alpha=0$  и  $\lambda_{\rm so}=0$ . (b) — Аппроксимация экспериментальных данных двузонной моделью (см. Дополнительные материалы). Вставка: анизотропия верхнего критического поля  $\gamma=H_{c2}^{ab}/H_{c2}^c$ , звездочкой обозначена оценка значения  $\gamma(0)=H_{c2}^{ab}(0)/H_{c2}^c(0)$ , полученная из аппроксимации двузонной моделью

и константа спин-орбитального взаимодействия используются при аппроксимации данных в качестве свободных параметров.

В случае  $\alpha=0$  основным механизмом разрушения сверхпроводимости является орбитальный, что характерно для обычных сверхпроводников. В случае значений  $\alpha\geq 1$  сверхпроводимость в магнитном поле подавляется вследствие того, что энергия спиновой поляризации превышает энергию конденсации пары. Для однозонного сверхпроводника в "грязном"

пределе орбитальное ограничение на верхнее критическое поле в нулевой температуре задается выражением вида:  $H_{c2}(0) = -0.693(dH_{c2}/dT)T_c$ , а предел Паули:  $H_p(0) = 1.84 \, {\rm T/K} \times T_c$ .

Аппроксимация экспериментальных данных согласно модели WHH представлена на рис. За. Учитывая  $-dH_{c2}^{ab}/dT_c=3.91\,\mathrm{T/K}$  и  $-dH_{c2}^{c}/dT_c=2.1\,\mathrm{T/K}$  получена оценка верхних критических полей  $H_{c2}^c(0)\approx 13\,\mathrm{T}$ л,  $H_{c2}^{ab}(0)\approx 23\,\mathrm{T}$  и  $H_p(0)\approx 16.2\,\mathrm{T}$ . Оценка величины  $H_{c2}$  из экстраполяции по однозонной модели WHH ниже экспериментально полученных значений, особенно для  $H_{c2}^c$ . Очевидно, что однозонная модель WHH не может корректно описать данные  $H_{c2}^c(T)$ , что указывает на многозонный тип сверхпроводимости.

Двузонная модель в "грязном" пределе с учетом орбитального взаимодействия, предполагая малое межзонное взаимодействие [21], хорошо описывает экспериментальные данные во всем интервале температур (см. Дополнительный материал).

Наилучшая аппроксимация экспериментальных данных  $H_{c2}(T)$ , предполагая  $\lambda_{12}=\lambda_{21}$ , представлена на рис. Зb. Всего для аппроксимации используется пять свободных параметров  $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{22}$ ,  $\lambda_{12}=\lambda_{21}$ ,  $D_1$  и  $\eta$ . В результате были получены следующие параметры: при  $H\|c\ D_1^c=2.06$  и  $\eta^c=0.1$ , и при  $H\|ab\ D_1^{ab}=0.17$ ,  $\eta^{ab}=1.23$ . Найденные значения  $\eta$  схожи со значениями, полученными ранее для  $BaFe_{2-x}Ni_xAs_2$  [22], ( $Li_{1-x}Fe_x$ )OHFe<sub>1-y</sub>Se [23].

Из экстраполяции данных  $H_{c2}(T)$  с помощью двузонной модели получены оценки верхнего критического поля  $H_{c2}^c(0) \approx 18\,\mathrm{T}$  и  $H_{c2}^{ab}(0) \approx 25\,\mathrm{T}$ . По значениям  $H_{c2}(0)$  можно оценить длину когерентности, воспользовавшись формулами  $\xi^{ab}=\sqrt{\phi_0/2\pi H_{c2}^c}$  и  $\xi^{c} = \phi_{0}/2\pi\xi^{ab}H_{c2}^{ab}$ . Для длины когерентности получена оценка 4.2 и 3.2 нм для  $\xi^{ab}$  и  $\xi^c$ , соответственно. Значения длины когерентности для обоих направлений значительно больше параметров кристаллической структуры, что указывает на трехмерный характер сверхпроводимости. Следует отметить, что уравнение двузонной модели в пределе  $\eta = 1$  упрощается до однозонной формулы Де Жена-Маки [24], поэтому, учитывая малое различие коэффициентов диффузии D при H||ab, однозонная модель WHH довольно хорошо описывает поведение кривой  $H_{c2}(T)$ .

Известно, что значения матрицы  $\lambda_{jk}$  слабо влияют на форму кривой аппроксимации [25], поэтому желательно использовать значения  $\lambda_{jk}$ , определенные экспериментально или рассчитанные из первых принципов. Пока значения параметров связи были измерены лишь для небольшого числа железосодержащих сверхпроводников, таких как

 $Sm_{1-x}Th_xOFeAs$  [26] и NdFeAsO $_{0.6}H_{0.36}$  [27], и неизвестны для большинства других сверхпроводников, включая исследуемый здесь  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$ . Кроме того, вследствие симметричности двузонной модели относительно знаков  $\lambda_{12}$ ,  $\lambda_{21}$  невозможно различить случаи  $\lambda_{12}, \lambda_{21} > 0$  (характерно для *s*-волнового спаривания) и  $\lambda_{12}$ ,  $\lambda_{21} < 0$  (характерно для  $s\pm$  спаривания) [28]. Очевидно, что определенные в процессе аппроксимации абсолютные значения компонентов матрицы  $\lambda_{jk}$  имеют значительную погрешность, однако возможно проанализировать произведение диагональных элементов. Соразмерность произведений диагональных элементов ( $\lambda_{11}\lambda_{22} \approx \lambda_{12}\lambda_{21}$ ), полученная в нашем случае, можно интерпретировать как сопоставимый вклад внутризонных и межзонных механизмов спаривания электронов, т.е. зоны в сверхпроводнике SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> существенно взаимодействуют между собой. Возможность такого поведения предсказывалась для железосодержащих сверхпроводников [16] и экспериментально выявлена для нескольких соединений [26, 27].

Согласно модели Гуревича [21] поведение зависимости  $H_{c2}(T)$  при температуре вблизи  $T_c$  определяется зоной с наибольшим значением коэффициента диффузии, а вблизи  $T=0\,\mathrm{K}-\mathrm{c}$  меньшим. Полученные значения коэффициентов диффузии D предполагают наличие на Ферми поверхности двух зон с разной анизотропией, причем одна из зон практически изотропна. Анизотропная зона обладает большим коэффициентом диффузии и вносит основной вклад в поведение  $H_{c2}(T)$  вблизи  $T_c$ . А при низких температурах доминирует изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии, и она же определяет  $H_{c2}(0)$ . Схожее поведение наблюдалось в соединении  $\mathrm{Sr}_{1-x}\mathrm{Eu}_x(\mathrm{Fe}_{0.89}\mathrm{Co}_{0.11})_2\mathrm{As}_2$  [22] и NbSe2 [29].

Заключение. В данной работе впервые экспериментально оценено верхнее критическое поле монокристалла железосодержащего сверхпроводника  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  в магнитном поле до 16 T, приложенном вдоль оси c и в плоскости ab. Полученные путем экстраполяции значения  $H_{c2}(0)$  составили 18 и  $25\,\mathrm{T}$  для  $H\|c$  и  $H\|ab$ , соответственно. Температурная зависимость  $H_{c2}(T)$  не описывается полностью однозонной моделью Вертхаммера-Хелфанда-Хохенберга. Показано, что эффективная двузонная модель хорошо воспроизводит измеренную температурную зависимость. На основании этого сделан вывод о двузонной природе данного сверхпроводника, причем одна из зон практически изотропна. Значения коэффициентов диффузии D и констант связи  $\lambda$ , полученные путем аппроксимации измеренных данных  $H_{c2}(T)$  двузонной моделью, указывают на то, что вблизи  $T_c$  доминирует вклад анизотропной зоны, а с понижением температуры основной вклад вносит изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ #0023-2019-0005. Измерения были проведены на оборудовании ЦКП ФИАН.

- Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano, and H. Hosono, J. Am. Chem. Soc. 130, 3296 (2008).
- H. Hosono, A. Yamamoto, H. Hiramatsu, and Y. Ma, Mater. Today 21(3), 278 (2018).
- K. V. Frolov, I.S. Lyubutin, D.A. Chareev, and M. Abdel-Hafiez, JETP Lett. 110, 562 (2019).
- J. P. Sun, G. Z. Ye, P. Shahi, J.-Q. Yan, K. Matsuura, H. Kontani, G. M. Zhang, Q. Zhou, B. C. Sales, T. Shibauchi, Y. Uwatoko, D. J. Singh, and J.-G. Cheng, Phys. Rev. Lett. 118, 147004 (2017).
- B. Lei, J. H. Cui, Z. J. Xiang, C. Shang, N. Z. Wang, G. J. Ye, X. G. Luo, T. Wu, Z. Sun, and X. H. Chen, Phys. Rev. Lett. 116, 077002 (2016).
- H.-H. Kuo and I.R. Fisher, Phys. Rev. Lett. 112, 227001 (2014).
- J.-P. Reid, A. Juneau-Fecteau, R. T. Gordon et al. (Collabotation), Supercond. Sci. Technol. 25(8), 084013 (2012).
- 8. T.E. Kuzmicheva, A.V. Muratov, S.A. Kuzmichev, A.V. Sadakov, Yu.A. Aleshchenko, V.A. Vlasenko, V.P. Martovitsky, K.S. Pervakov, Yu.F. Eltsev, and V.M. Pudalov, Phys.-Uspekhi **60**, 419 (2017).
- V. A. Vlasenko, O. A. Sobolevskiy, A. V. Sadakov, K. S. Pervakov, S. Yu. Gavrilkin, A. V. Dik, and Yu. F. Eltsev, JETP Lett. 107, 119 (2018).
- H. Q. Luo, P. Cheng, Z.S. Wang, H. Yang, Y. Jia,
   L. Fang, C. Ren, L. Shan, and H.H. Wen, Physica C 469, 477 (2009).
- L. Y. Vinnikov, I.S. Veshchunov, M.S. Sidel'nikov, V.S. Stolyarov, S. V. Egorov, O. V. Skryabina, W. Jiao, G. Cao, and T. Tamegai, JETP Lett. 109, 521 (2019).
- M. Rotter, M. Tegel, and D. Johrendt, Phys. Rev. Lett. 101, 107006 (2008).

- B. Shen, P. Cheng, Z. Wang, L. Fang, C. Ren, L. Shan, and H.-H. Wen, Phys. Rev. B 81, 014503 (2010).
- E. Arushanov, S. Levcenko, G. Fuchs, B. Holzapfel, S.-L. Drechsler, and L. Schultz, Physica C 471, 237 (2011).
- F. Han, X. Zhu, P. Cheng, G. Mu, Y. Jia, L. Fang,
   Y. Wang, H. Luo, B. Zeng, B. Shen, L. Shan, C. Ren,
   and H.-H. Wen, Phys. Rev. B 80, 024506 (2009).
- 16. A. Gurevich, Rep. Prog. Phys. 74, 124501 (2011)
- N. P. Butch, S. R. Saha, X. H. Zhang, K. Kirshenbaum, R. L. Greene, and J. Paglione, Phys. Rev. B 81, 024518 (2010).
- Yu. F. Eltsev, K. S. Pervakov, V. A. Vlasenko,
   S. Yu. Gavrilkin, E. P. Khlybov, and V. M. Pudalov,
   Phys.-Uspekhi 57, 827 (2014).
- N. R. Werthamer, E. Helfand, and P. C. Hohemberg, Phys. Rev. 147, 295 (1966).
- G. Fuchs, S.-L. Drechsler, N. Kozlova et al. (Collaboration), New J. Phys. 11(7), 075007 (2009).
- 21. A. Gurevich, Phys. Rev. B 67, 184515 (2003).
- Z. Wang, T. Xie, E. Kampert, T. Förster, X. Lu,
   R. Zhang, D. Gong, S. Li, T. Herrmannsdörfer,
   J. Wosnitza, and H. Luo, Phys. Rev. B 92, 174509 (2015).
- Z. Wang, J. Yuan, J. Wosnitza, H. Zhou, Y. Huang,
   K. Jin, F. Zhou, X. Dong, and Z. Zhao, J. Phys.:
   Condens. Matter 29, 025701 (2017).
- R. Hu, E.D. Mun, M.M. Altarawneh, C.H. Mielke, V.S. Zapf, S.L. Bud'ko, and P.C. Canfield, Phys. Rev. B 85, 064511 (2012).
- 25. F. Hunte, J. Jaroszynski, A. Gurevich, D. C. Larbalestier, R. Jin, A. S. Sefat, M. A. McGuire, B. C. Sales, D. K. Christen, and D. Mandrus, Nature 453, 903 (2008).
- T. E. Kuzmicheva, S. A. Kuzmichev, K. S. Pervakov, V. M. Pudalov, and N. D. Zhigadlo, Phys. Rev. B 95, 094507 (2017).
- T. E. Kuzmicheva, S. A. Kuzmichev, and N. D. Zhigadlo, Phys. Rev. B **100**, 144504 (2019).
- S. Ghannadzadeh, J. D. Wright, F. R. Foronda, S. J. Blundell, S. J. Clarke, and P. A. Goddard, Phys. Rev. B 89, 054502 (2014).
- M. Zehetmayer and H. W. Weber, Phys. Rev. B 82, 014524 (2010).