

Новые эффекты эволюции спектра волн в лотке

В. Г. Полников⁺¹⁾, Ф. Цяо^{*2)}, Х. Ма^{*2)}, Ш. Чанг^{*2)}

⁺ Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН, 117019 Москва, Россия

^{*} First Institute of Oceanography of Ministry of the Natural Resources, 266061 Qingdao, China

Поступила в редакцию 28 января 2020 г.

После переработки 10 марта 2020 г.

Принята к публикации 17 марта 2020 г.

Представлены эмпирические спектры механических и ветровых волн, измеренных в лотке с размерами $32 \times 1 \times 2 \text{ м}^3$. Установлено, что в случае механических волн с крутизной, превышающей 0.2, на разгонах X более 20 м частотные спектры волн $S(f)$ приобретают автомодельную форму, имеющую степенной закон спада с частотой “–4.2”. Спектры волн с меньшими значениями крутизны по мере увеличения их пробега лишь проявляют тенденцию изменения наклона хвоста спектра к упомянутому виду. В случае ветровых волн установлено, что даже при малых разгонах ($X \geq 8 \text{ м}$) формируется спектр $S(f)$ с законом спада “–4”. При этом интенсивность хвоста спектра падает с ростом разгона X , а ее зависимость от скорости трения u_* более сильная, чем линейная зависимость $S(f)$ от u_* в спектре Тобы. Кроме того, показано, что форма спектра $S(f)$ ветровых волн в лотке не является автомодельной. Интерпретация установленных эффектов обсуждается.

DOI: 10.31857/S1234567820080042

1. Введение. Изучение особенностей поведения волн на воде, включая их статистику, а также наведенные ими течения и турбулентность, представляют собой самостоятельный раздел гидромеханики [1–3], в котором заметную долю занимают исследования спектральных характеристик волнения. Хорошо известно [3, 4], что именно форма спектра ключевой физической переменной играет решающую роль в понимании механизмов изучаемого явления. С целью такого понимания необходимо детальное эмпирическое описание формы спектра ключевой переменной и, по-возможности, воспроизведение такой формы аналитически или путем численного моделирования. В части волн на воде эти вопросы касаются, например, моделей колмогоровских спектров высот нелинейных волн [3, 5–7] или моделей механизмов формирования спектров высот ветровых волн [8–13].

В этом отношении большое физическое значение имеют результаты Тобы [11] об автомодельности частотных спектров $S(f)$ гравитационных ветровых волн в лабораторных лотках и о форме хвоста их спектра вида

$$S(f, u_*) = C_T g u_* f^{-4}. \quad (1)$$

Здесь: C_T – безразмерный коэффициент Тобы, g – ускорение силы тяжести, u_* – скорость трения, f –

частота. Результаты Тобы получили широкое признание [1, 2, 6, 9–11]. Многие известные физики занимались интерпретацией отличий формы (1) от спектра Филлипса $S(f) = C_{Ph} g^2 f^{-5}$ (C_{Ph} – безразмерная константа Филлипса) и изучением механизмов формирования спектров ветровых волн [5–12]. Сегодня форма спектра $S(f) \propto f^{-4}$ трактуется как спектр Колмогорова [5, 9, 10]. Эта форма следует также из численного решения кинетического уравнения (КУ) [6, 7], в общем случае имеющего вид [6]

$$\frac{\partial S(f, \theta; X)}{\partial t} + \mathbf{C}_{gr} \nabla_x S(f, \theta; X) = I_{NL}(S), \quad (2)$$

в котором: $S(f, \theta; X)$ – частотно-угловой спектр волн, зависящий от разгона X , \mathbf{C}_{gr} – вектор групповой скорости волн, ∇_x – оператор градиента по пространственным переменным $\mathbf{X} = (x, y)$, а $I_{NL}(S)$ – хорошо известный четырехволновой кинетический интеграл, отвечающий за нелинейный механизм эволюции волн [1, 5, 6].

Проверка результатов Тобы многократно выполнялась как в натуральных, так и лабораторных условиях [2]. В последнем варианте, как правило, использовались лотки с поперечными размерами менее метра и продольными размерами порядка 15–20 м. Однако эксперименты, выполненные нами в лотке с размерами $32 \times 1 \times 2 \text{ м}^3$, показали наличие существенных отклонений от упомянутых результатов Тобы. Их краткое описание составляет предмет данной работы.

¹⁾ e-mail: polnikov@mail.ru

²⁾ F. Qiao, H. Ma, S. Jiang.

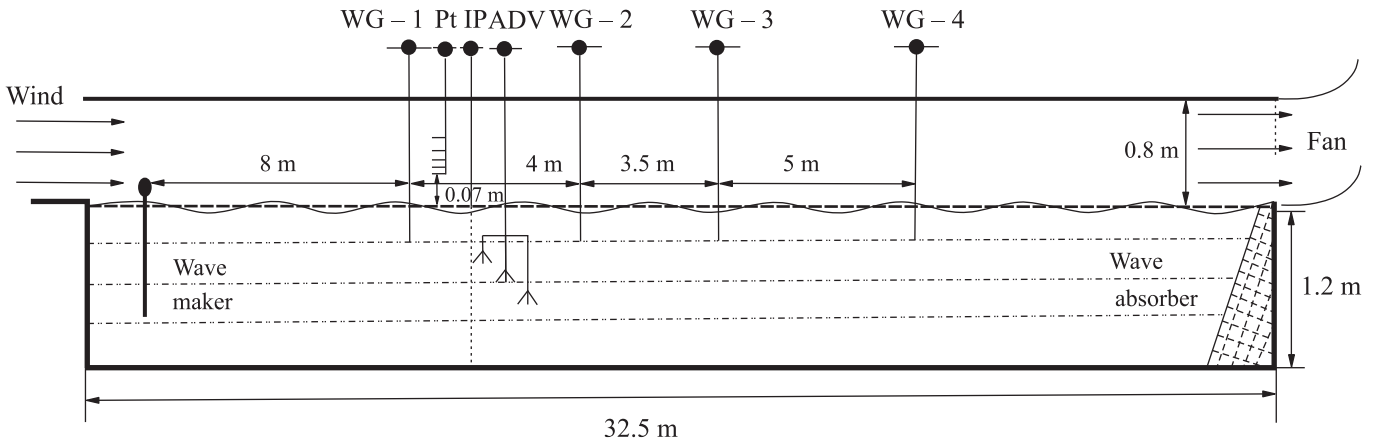


Рис. 1. Эскиз лотка и расположения оборудования. WG – волновые датчики, PT – трубки Пито, ADV – набор акустических доплеровских велосиметров, IP – набор инструментов для вбрасывания в лоток поплавков или красителей. Внутренняя ширина лотка 1 м

2. Описание оборудования, измерений и методов обработки данных. Измерения выполнялись в ветро-волновом лотке Первого института океанографии, расположенного в Циндао, Китай. Размеры лотка и расположение оборудования приведены на рис. 1.

Для волновых измерений использовались емкостные волновые датчики (*the capacity wave-gauge* – WG). Трубки Пито (*The Pitot tubes* – PT) и три акустических доплеровских велосиметра (*Acoustic Doppler Velocimeters* – ADV) применялись для измерения профилей ветра и скорости течений соответственно. Места расположения датчиков WG1-WG4 далее обозначаются как точки измерений P1-P4.

Ветровые волны генерировались ветром W , создаваемым вентилятором. Задавалось пять значений ветра W : 4, 6, 8, 10 и 12 м/с.

Помимо ветровых волн, изучались два вида механических волн: регулярные (квазимонохроматические) волны и стохастические волны с широкой спектральной полосой, типа спектров Пирсона–Московица (*the Pierson–Moscowitz* (PM) *spectra*) или JONSWAP [1] с тремя частотами волнопродуктора f_{p0} и с пятью значениями значительной высоты волн H_s для каждой частоты.

Все волновые записи имели длительность 10 мин с частотой дискретизации 50 Гц. Такая же продолжительность была использована для измерений ветра с помощью PT, которые усреднялись по времени с интервалом в одну минуту. Обработка данных по волнам и ветру проводилась в оболочке MATLAB. Для оценки частотных спектров $S(f)$ использовались методы авто-регрессии (*the auto-regression* (AR) *methods*) и Уэлча (Welch) [14]. 95% доверительные

интервалы в билогарифмических координатах составляют $[+10\%, -12\%]$ и $[+15\%, -20\%]$ для методов AP и Уэлча соответственно, что соответствует стандартным отклонениям для спектральных интенсивностей примерно 3 и 5%.

3. Результаты для механических волн.

3.1. Регулярные волны. Основные параметры для регулярных волн приведены в табл. 1, где $a = (2 \int S(f) df)^{1/2}$ – средняя амплитуда волны, f_p – частота пика спектра, $k_p = (2\pi f_p)^2/g$ – волновое число пика, $\sigma = ak_p$ – средняя крутизна волн. Из таблицы 1 видно, что крутизна σ регулярных волн изменяется в широких пределах, заметно уменьшаясь с пробегом волны, если начальные значения σ больше 0.2. При таких значениях σ происходит видимое обрушение волн; его процентная доля показана в левой колонке табл. 1 (в скобках). При значениях $\sigma \leq 0.1$ обрушения не наблюдаются, и крутизна волн с разгоном меняется незначительно.

В первой точке измерений, $P1 = 8$ м, все спектры имеют вид острого пика, локализованного вблизи частоты генерации волнопродуктора f_{p0} , с резко падающей интенсивностью с ростом частоты. Ввиду тривиальности, эти спектры не приводятся. Для конечной точки измерений, $P4 = 20.5$ м, частотные спектры $S(f)$ для волн с параметрами волнопродуктора $H_s = 3-10$ см и $f_{p0} = 1.5$ Гц показаны на рис. 2а. Видно, что спектры волн с параметрами $H_s = 7$ и 10 см в конечной точке измерений уже имеют закон спада $S(f) \propto f^{-4.2 \pm 0.1}$ в широкой полосе частот $2f_p < f \leq 5f_p$, называемой далее хвостом спектра. При этом важно, что для волн с $H_s = 10$ см (когда крутизна $\sigma > 0.3$), такая форма имеет место даже в точке $P3 = 15.5$ м; но для волн с начальными значе-

Таблица 1. Основные параметры механических регулярных волн

Высота волн волно-продуктора H_s , см	Точка измерения											
	8 м				12 м				20.5 м			
	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ , б/р	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ , б/р	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ , б/р
	Частота волнопродуктора $f_{p0} = 1.5$ Гц											
3	1.41	1.49	8.9	0.126	1.36	1.49	8.9	0.12	1.15	1.49	8.9	0.10
5 (5%)	2.31	1.49	8.9	0.21	2.13	1.49	8.9	0.19	1.93	1.48	8.8	0.17
7 (30%)	2.95	1.48	8.9	0.26	2.76	1.48	8.9	0.25	2.45	1.43	8.2	0.20
10 (50%)	3.46	1.48	8.9	0.31	3.20	1.48	8.8	0.28	2.44	1.36	7.4	0.18
	Частота волнопродуктора $f_{p0} = 1.0$ Гц											
3	1.09	1.0	4.0	0.044	1.03	1.0	4.0	0.04	0.98	1.0	4.0	0.04
5	1.85	1.0	4.0	0.074	1.74	1.0	4.0	0.07	1.66	1.0	4.0	0.07
7	2.60	1.0	4.0	0.105	2.45	1.0	4.0	0.10	2.37	1.0	4.0	0.009
10 (5%)	3.63	1.0	4.0	0.15	3.48	1.0	4.0	0.14	3.39	1.0	4.0	0.14
15 (10%)	5.21	1.0	4.0	0.21	5.03	1.0	4.0	0.20	4.94	0.99	4.0	0.20
	Частота волнопродуктора $f_{p0} = 0.7$ Гц											
15	3.70	0.7	1.97	0.073	3.70	0.7	1.97	0.07	2.63	0.7	1.97	0.07
20	4.80	0.7	1.97	0.095	5.03	0.7	1.97	0.10	4.80	0.7	1.97	0.09

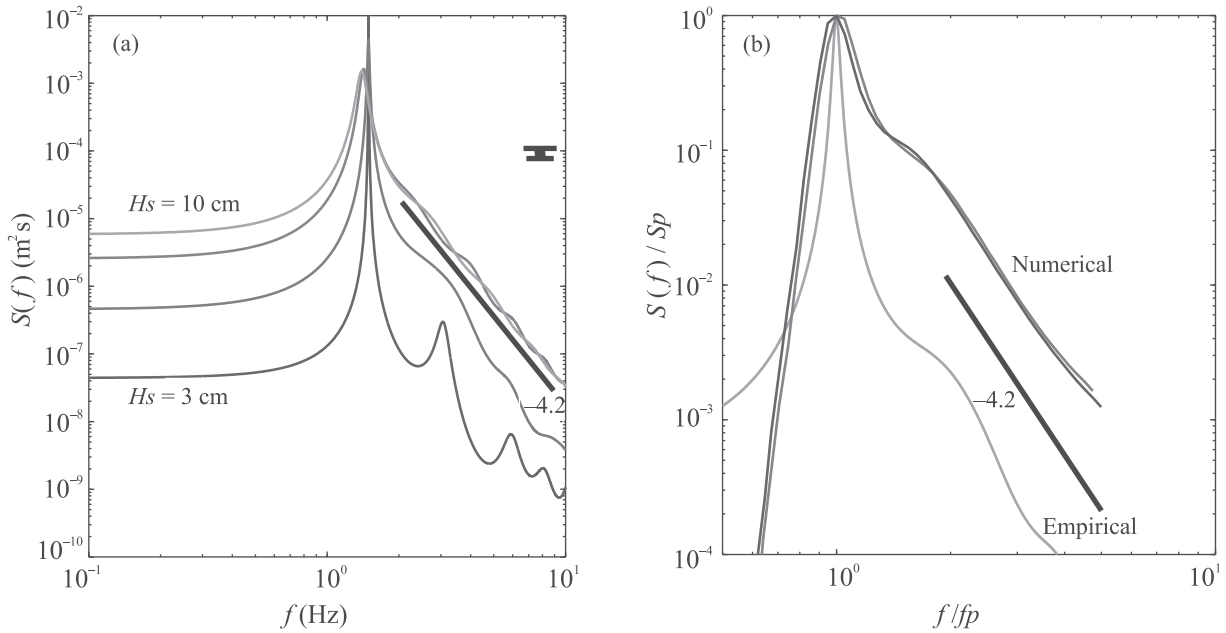


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) Спектры регулярных волн в точке $P4 = 20.5$ м для значительных высот $H_s = 3, 5, 7$ и 10 см (линии снизу вверх) с начальной частотой волнопродуктора $f_{p0} = 1.5$ Гц; значок справа указывает 95% доверительные интервалы; (б) – “эмпирическая” кривая – линия совпадающих нормированных спектров в точке $P4$ для волн с $H_s = 7$ и 10 см при $f_{p0} = 1.5$ Гц; “численная” кривая – линия совпадающих нормированных численных спектров, полученных путем решения КУ (4) для разгонов 15 и 20 м при начальных значениях параметров волн $H_s = 7$ см и $f_p = 1.5$ Гц. В обеих частях рисунка жирные черные линии с цифрами показывают закон убывания интенсивности хвостов спектров волн с $H_s = 7$ и 10 см (ошибка $\approx 2-3\%$)

ниями $H_s \leq 5$ см (когда $\sigma \leq 0.21$), даже в точке $P4$ спектры еще не успевают достичь указанной формы (две нижние кривые рис. 2а).

Нормирование спектров $S(f)$ из рис. 2а, для вариантов с величиной H_s равной 7 и 10 см, на их значения в пике $S(f_p)$, а частот f – на f_p , приво-

дит к их полному совпадению (нижняя кривая на рис. 2б). Это означает, что спектры, имеющие хвост $S(f) \propto f^{-4.2 \pm 0.1}$, являются автомодельными; далее они обозначаются как $S_{sf}(f)$.

Для волн с такими же значениями H_s , но с частотами $f_{p0} \leq 1.0$ Гц, имеющих начальную крутизну

$\sigma < 0.2$ (см. табл. 1), форма $S_{sf}(f)$ в точке $P4 = 20.5$ м установиться не успевают.

3.2. Нерегулярные волны. Параметры для нерегулярных волн очень похожи на те, что показаны в табл. 1; по этой причине они здесь не представлены. Основными отличиями являются очень малые значения начальной крутизны σ ; даже для спектров РМ с $H_s = 10$ см величина σ порядка 0.05–0.07, что технически обусловлено занижением реальных значений f_p по сравнению с задаваемой частотой волнопродуктора f_{p0} . Малость крутизны таких волн приводит к незначительной эволюции формы спектра на размерах лотка.

Для спектров вида JONSWAP удавалось генерировать волны с параметрами $H_s = 15$ см и $f_{p0} = 1.0$ Гц, имеющими значение крутизны $\sigma \approx 0.11$. Форма таких спектров уже существенно меняется по мере распространения волны, стремясь с ростом пробега к автомодельной форме $S_{sf}(f)$. Так, если в точке $P1$ степенной параметр n в форме $S(f) \propto f^{-n}$ для спектра JONSWAP был $n \approx -6.5$, то в конечной точке $P4$ он приобретает значение $n \approx -4.5$. Этот результат означает, что на более длинных пробегах спектр достаточно крутых нерегулярных волн будет эволюционировать до автомодельной формы $S_{sf}(f)$ и иметь параметр наклона порядка $n \approx -4$, как и в случае регулярных волн с большими начальными σ .

4. Результаты для ветровых волн. Основные параметры ветровых волн приведены в табл. 2. Из нее следует, что интегральные законы роста волн, связывающие безразмерные энергию волн $E = a^2/2$ и частоту пика спектра $\omega_p = 2\pi f_p$ с безразмерным разгоном X , имеют вид, типичный для ветровых волн [11, 15]

$$\begin{aligned} E g^2 / W^4 &= 5.5 \cdot 10^{-7} (X g / W^2)^{1.05 \pm 0.1}; \\ \omega_p W / g &= 18.2 (X g / W^2)^{-0.35 \pm 0.3}. \end{aligned} \quad (3)$$

Соотношения (3) с ошибкой менее 5% количественно соответствуют известному закону “3/2” Тобы [11], связывающему значительную высоту волн H_s с доминантным периодом T_p , вида $H_s = 1.3 \times 10^{-2} (gW)^{1/2} T_p^{3/2}$, если использовать соотношения: $H_s \cong 3a$ и $T_p = 1/f_p$. Такое соответствие между найденными и известными зависимостями $a(X, W)$ и $f_p(X, W)$ свидетельствует о достоверности наших измерений.

Вместе с тем результаты, касающиеся эволюции спектра, значительно отличаются от таковых из работы [11]. Об этом свидетельствует ансамбль спектров для пяти значений ветра в конечной точке измерений $P4$ (рис. 3а). Видно, что в диапазоне частот

$2f_p < f \leq 5f_p$, для любых величин ветра W спектры ветровых волн имеют одинаковый закон спада: $S(f) \propto f^{-4.0 \pm 0.05}$, установленный еще в работе [11]. Однако для различных величин W в области хвоста изменения интенсивности спектра составляют порядка 10 единиц, в то время как значение W изменяется всего втрое. Кроме того видно, что наклоны “–4”, показанные прямыми линиями на рис. 3а, не охватывают области пика спектров, в отличие от упрощенной модели Тобы, предполагающей наклон спектра “–4” вплоть до f_p [11].

Еще более явно факт отсутствия автомодельности формы спектра ветровых волн в области хвоста ($f > 2f_p$) демонстрируют нормированные спектры, приведенные на рис. 3б (для простоты картины показаны только три спектра). Согласно модели Тобы [11], слияние кривых должно быть во всем диапазоне частот, в то время как на рис. 3б интенсивности хвостов нормированных спектров изменяются почти пропорционально величине W . Отсутствие автомодельности лотковых спектров ветровых волн – первое существенное отличие наших результатов для спектров от таковых в [11].

Второе существенное отличие проявляется при умножении спектров на фактор f^4 , показанное на рис. 4а, б. В области $f > 2f_p$ наблюдается существенное различие уровней величины $I \equiv S(f) \cdot f^4$ для различных значений ветра. Здесь мы используем спектры, рассчитанные по методу Уэлча, как более предпочтительные для описания интенсивности спектров [14]. Как видно, в точке $P1$ (рис. 4а) изменение уровней величины I составляет почти 6 единиц при изменении скорости трения u_* всего в 3.5 раза. А в точке $P4$ (рис. 4б) такие вариации составляют 10 единиц для I и около 4 единиц для u_* . Следовательно, хвост спектра зависит от скорости трения u_* более сильно, чем по линейному закону Тобы (1). Кроме того, сопоставление двух нижних линий на рис. 4а, б, показывает, что интенсивность хвоста спектра зависит и от разгона X , уменьшаясь с его увеличением.

В итоге, для ветровых волн установлено два новых эффекта эволюции: 1) форма спектра ветровых волн не автомодельна; 2) интенсивность хвоста спектра зависит от скорости трения сильнее, чем по линейному закону Тобы (1), и спадает с разгоном X .

5. Анализ результатов и обсуждение.

5.1. Механические волны. Установление формы хвоста спектра вида $S(f) \propto f^{-n}$ при $n \approx 4.17$ для механических волн в лотке впервые было показано в работе [16], но без демонстрации факта их автомодельности. Автомодельная форма спектров волн $S_{sf}(f)$ (рис. 2б) для механических волн в лотке эм-

Таблица 2. Основные параметры ветровых волн

Ветер венти- лятора W , м/с	Точка измерения											
	8 м				12 м				20.5 м			
	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ , б/р	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ	a , см	f_p , Гц	k_p , р/м	σ
4	0.29	4.84	94.2	0.27	0.53	3.58	51.5	0.27	0.75	2.56	26.3	0.20
6	0.50	3.82	58.7	0.29	0.77	2.89	33.6	0.26	1.06	2.17	18.9	0.20
8	0.74	3.36	45.4	0.34	1.01	2.64	28.0	0.28	1.53	2.0	16.1	0.25
10	1.01	2.85	32.6	0.33	1.33	2.32	21.6	0.29	2.09	1.78	12.7	0.26
12	1.24	2.74	30.2	0.37	1.65	2.06	17.0	0.28	2.54	1.67	11.2	0.28

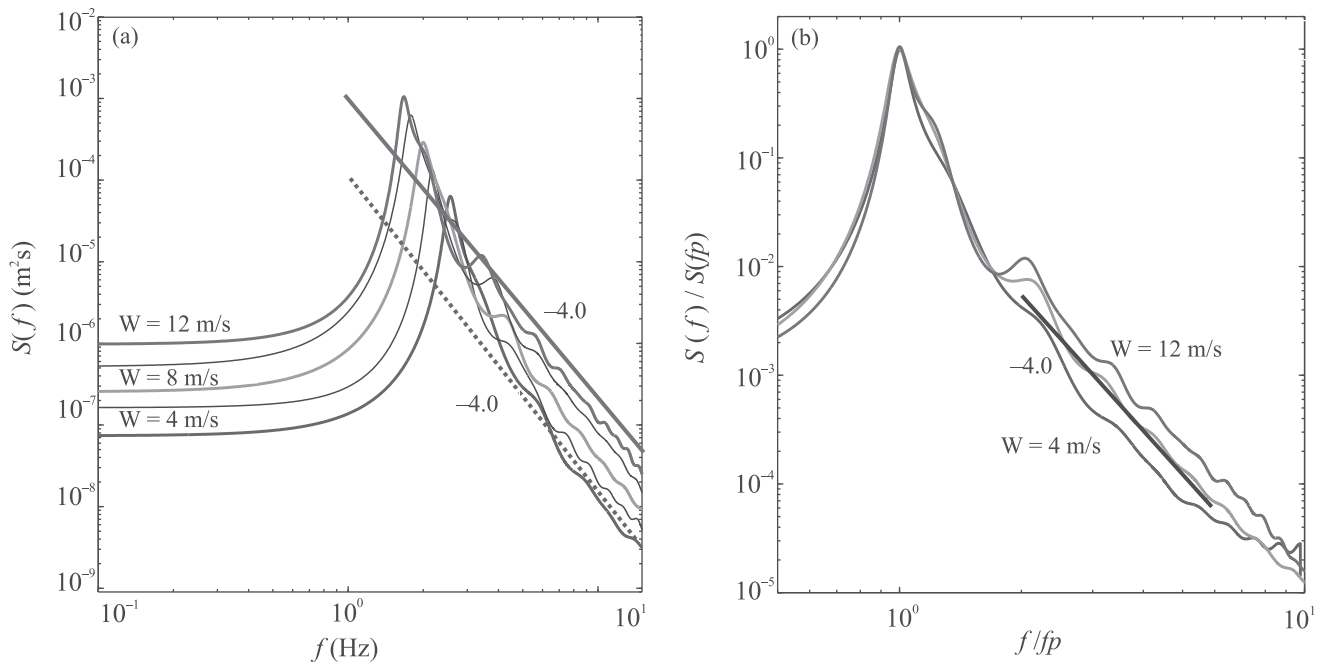


Рис. 3. (Цветной онлайн) Ансамбль спектров ветровых волн в точке $P4 = 20.5$ м: (а) – обычные спектры для пяти значений ветра $W = 4, 6, 8, 10$ и 12 м/с; (б) – нормированные спектры (для значений $W = 4, 8$ и 12 м/с). Соответствующие значения ветра W отражены вблизи линий спектров. Прямые линии на рис. (а) показывают существенное изменение наклона спектра в области пика. Цифры “–4.0” показывают закон убывания интенсивности хвостов спектров

пирически установлена впервые. В своих основных чертах она напоминает известные результаты численных решений четырехволнового КУ (2), описывающего эволюцию нелинейных поверхностных гравитационных волн (например, [6, 7]). Это дает основания полагать, что наблюдаемый эффект установления автомодельного спектра представляет собой типичную эволюцию свободных (без внешнего воздействия) нелинейных поверхностных гравитационных волн. Чтобы проверить эту идею, следует численно решить КУ (2), которое для описания одномерной пространственной эволюции установившихся волн принимает вид (“fetch-limited” version)

$$(g/2\omega)\partial S(f, \theta; x)/\partial x = I_{NL}(S). \quad (4)$$

Выполненное нами численное решение КУ (4) показало, что при задании начальной крутизны волн

больше 0.2 и очень узкого углового распределения спектра $\Psi(\theta)$ (при $X = 0$ в расчетах принято $\Psi(\theta) = \cos^{20} \theta$), численные спектры приобретают автомодельную форму $S_{sf}(f)$ на разгонах X порядка 20 м и более. Из рисунка 2b видно, что численные и эмпирические спектры $S_{sf}(f)$ по форме очень похожи (форма заострения пика аналогична, а наклоны хвоста спектра совпадают), хотя частотная ширина спектрального пика для численного спектра почти в два раза больше эмпирической.

Нам представляется, что с физической точки зрения указанная разница в ширине пика не принципиальна, если учесть неизбежное несоответствие между эмпирической и числовой начальной формой спектра $S(f, \theta)$, обусловленное численными ограничениями применения КУ [5]. Наблюдаемая близость форм

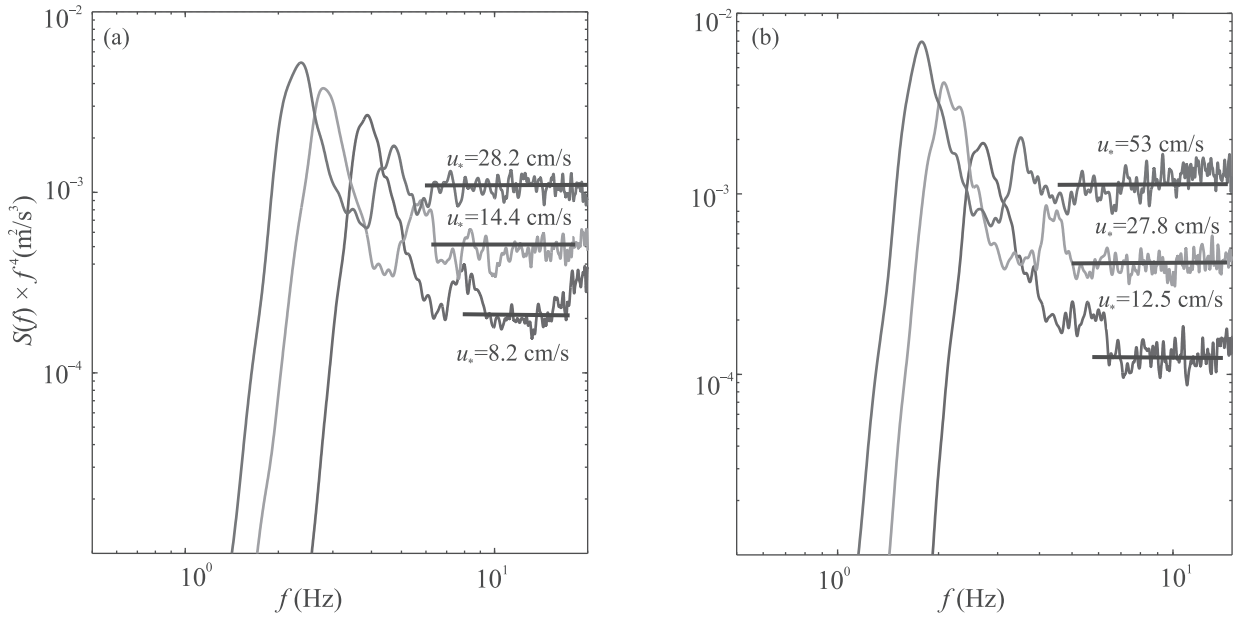


Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры ветровых волн $S(f)$ (рассчитанные по методу Уэлча), умноженные на коэффициент f^4 : (a) – точка P1; (b) – точка P4. Горизонтальные отрезки прямых означают средние уровни интенсивности величины $S(f) \cdot f^4$ для трех значений ветров, для которых указаны соответствующие им скорости трения u_* .

спектров в обоих случаях позволяет заключить, что установленный эмпирический эффект (формирование автомодельной формы спектров для механических волн в лотке) может служить свидетельством естественной эволюции нелинейных поверхностных волн.

Приведенная трактовка указанного эффекта не является окончательной в силу многих причин, касающихся применимости КУ: неидеальность жидкости, отсутствие потенциальности, наличие обрушений. Отдельно важно отметить и квазиоднаправленность гравитационных механических волн, для которых точные резонансы четверок частот: $\omega(k_1) + \omega(k_2) = \omega(k_3) + \omega(k_4)$ и волновых векторов $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$, присутствующие в кинетическом интеграле $I_{NL}(S)$, запрещены [5, 17]. Однако, как показано в [18], даже небольшие отклонения от резонансов для четверки частот ($\omega(k)$ при резонансах четверок волновых векторов \mathbf{k} приводят к ненулевым взаимодействиям, что обеспечивает эволюцию спектра волн. Этот эффект был численно подтвержден в работе [17], что и дает возможность изучения вопроса о применимости КУ для однонаправленных волн путем построения уточнений для кинетического интеграла с учетом работ [17, 18].

Формирование автомодельности спектров крутых механических волн с формой хвоста $S(f) \propto f^{-4.2 \pm 0.1}$ численно воспроизводится путем решения КУ (4); а ее отсутствие для волн с малой крутизной волн

σ также объясняется в рамках КУ тем, что скорость нелинейной эволюции пропорциональна крутизне волны в четвертой степени [5, 6]. Для волн с малыми σ имеющаяся длина лотка просто слишком мала для обнаружения эффекта (как и в работе [16]). Поэтому указанные выше дискуссионные аргументы свидетельствуют лишь о необходимости дальнейших теоретических, численных и экспериментальных исследований наблюдаемого эффекта, направленных на уточнение предложенной трактовки формирования автомодельного спектра для механических волн в лотках больших размеров.

5.2. Ветровые волны. Выполним вначале анализ зависимости спектров ветровых волн от скорости трения u_* и разгона X , на основе оценок u_* , приведенных в табл. 3.

Таблица 3. Параметры ветра в лотке

Ветер вентиля- тора, м/с	Расположение трубок Пито (РТ)			
	9 м		20 м	
	u_* см/с	W_{10} м/с	u_* см/с	W_{10} м/с
4	8.2	4.8	12.5	5.3
6	11.7	6.6	17.5	7.6
8	14.4	8.5	27.8	10.3
10	20.4	10.8	40	13.3
12	28.2	12.5	53	15.8

Для параметризации зависимости хвоста спектра волн от параметров системы u_* и X использу-

ем вначале форму Тобы (1) с безразмерным коэффициентом C_T , близким к указанному в [11] и изменяющимся в диапазоне $(1 \div 3) \cdot 10^{-4}$. Для любого фиксированного C_T эта форма дает среднюю ошибку более 200 % для совокупности результатов, представленных на рис. 4а, б. Чтобы компенсировать ошибку, обобщим форму (1) на соотношение: $S(f, u_*) = F(f_p, u_*)gu_*f^{-4}$, в котором введен безразмерный множитель $F(f_p, u_*)$, не меняющий форму хвоста спектра: $S(f) \propto f^{-4}$. Простейшая версия этого множителя вида $F(f_p, u_*) = C_m \cdot (f_p u_* / g)^m$ с параметром $m = 1$ приводит к форме

$$S(f, u_*) = C_1(f_p u_* / g)gu_*f^{-4} = C_P(u_*^2 / Xg)^{1/3}gu_*f^{-4}, \quad (5)$$

где использовано второе соотношение из законов роста (3). Соотношение (5) с фиксированным значением коэффициента $C_P = 4.1 \cdot 10^{-3}$ соответствует результатам, показанным на рис. 4а, б с ошибкой менее 50 %, т.е. гораздо лучше, чем соотношение (1). Одновременно, соотношение (5) задает обобщение формы (1) на зависимость хвоста спектра ветровых волн от разгона X , наличие которой широко обсуждалось ранее [15, 19].

Обсудим теперь эффект отсутствия автомодельности спектра ветровых волн, который со всей очевидностью следует из рис. 3б (некоторая степень автомодельности имеет место лишь в области спектрального пика $0.7f_p < f \leq 2f_p$). Такая форма спектра с законом спада вида (5) не может быть получена как решение КУ вида (4). В случае ветровых волн в лотке (без учета боковых границ), это КУ должно быть обобщено до вида

$$(g/2\omega)\partial S(f, \theta)/\partial x = I_{NL}(S) + In(S) - Dis(S) \quad (6)$$

путем добавления в правую часть (4) слагаемых накачки волн ветром $In(S)$ и их диссипации $Dis(S)$, как дополнительных механизмов эволюции ветровых волн [1, 13, 15]. Согласно работе [13], наблюдаемая здесь форма спектра (рис. 3а), в принципе, может быть численно смоделирована путем подбора специального вида слагаемых $In(S)$ и $Dis(S)$ в правой части (6). Однако в настоящее время мы не располагаем аналитическими представлениями таких слагаемых. Теоретически их получить невозможно [15], а полуэмпирический поиск вида $In(S)$ и $Dis(S)$ требует дополнительных исследований [13, 15].

В качестве теоретических моделей, объясняющих устойчивое существование спектра вида $S(f) \propto f^{-4}$ для волн на воде можно отметить работы [20–22]. Первая из них [20] свидетельствует об усилении роли

нелинейности волн в формировании спектра ветровых волн по сравнению со свободными волнами, что и может приводить к спектрам ветровых волн с законами спада вида $s(f) \propto f^{-4}$, как и для свободных волн [6]. Работы [21, 22] построены на идее наличия особенностей во вторых производных от возвышений поверхности воды $\partial^2 \eta(t)/\partial t^2$, обеспечивающих спектр этих производных типа “белого шума”. В итоге спектр возвышений будет иметь вид $S(f) \propto f^{-4}$. Однако перечисленные модели нивелируют роль механизмов накачки и диссипации волн $In(S)$ и $Dis(S)$ в формировании спектра ветровых волн, что не позволяет теоретически выявить зависимости спектра от u_* и X вида (5). В этом направлении целесообразно совершенствование указанных моделей.

6. Заключение. Установлены следующие новые эффекты эволюции спектра волн.

Первое. При величинах начальной крутизны механических волн, превышающих 0.2, на масштабах пробега волн 15–20 м их спектры в лотке приобретают автомодельную форму, имеющую вид $s(f) \propto f^{-4.2 \pm 0.1}$ в области частот $2f_p < f \leq (4-5)f_p$. Этот эффект трактуется как проявление естественной эволюции нелинейных поверхностных волн, что качественно подтверждается численным решением КУ вида (4). Более точная интерпретация эффекта требует его экспериментального изучения в лотках с большими размерами, привлечением измерений двумерных спектров волн и разработки теоретического описания, учитывающего квази-однонаправленность механических волн в лотках.

Второе. Спектры ветровых волн в лотке не являются автомодельными (рис. 3б).

Третье. Форма хвоста спектра ветровых волн в лотке зависит от скорости трения u_* более сильно, чем линейно, и спадает с ростом разгона X (рис. 4а, б). С ошибкой менее 50 % она параметризуется соотношением $S(f, u_*, X) = 4.1 \cdot 10^{-3}(u_*^5 g^2 / X)^{1/3} f^{-4}$, существенно отличающимся от формы Тобы (1).

Требуются дополнительные экспериментальные подтверждения приведенных результатов и поиск методов их теоретического описания, позволяющих численно воспроизвести установленные эффекты в спектрах ветровых волн в рамках КУ (6).

Авторы благодарны студентам Ван Ху (Wang Hue) и Ли Чао (Li Chao) за помощь в проведении эксперимента. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 18-05-00161, и гранта китайского совместного фонда NSFC-Shandong, # U1606405.

1. O. M. Phillips, *The dynamics of the upper ocean*, 2nd ed., Cambridge Univ., UK (1977).
2. H. Mitsuasu, Proc. Jpn. Acad., Ser. B **91**, 109 (2015).
3. S. Nazarenko and S. Lukaschuk, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **7**, 61 (2016).
4. А. С. Манин, А. М. Яглом, *Статистическая гидромеханика*, Наука, М. (1967), ч. 2.
5. V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. L'vov, *Kolmogorov Spectra of Turbulence, Wave Turbulence. Series in nonlinear dynamics*, Springer-Verlag, Berlin (1992), v. I.
6. S. I. Badulin, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov, Nonlinear Process. Geophys. **12**, 891 (2005).
7. V. G. Polnikov and F. Qiao, IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. **231**, 012043 (2019).
8. O. M. Phillips, J. Fluid Mech. **4**, 231 (1958).
9. O. M. Phillips, J. Fluid Mech. **156**, 505 (1985).
10. S. A. Kitaigorodskii, J. Phys. Oceanogr. **13**(5), 816 (1983).
11. Y. Toba, J. Oceanogr. Soc. Jpn. **29**, 209 (1973).
12. M. Donelan, M. Hamilton, and W. H. Hui, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A **315**, 509 (1985).
13. V. G. Polnikov, Izv. Atmos. and Ocean. Phys. **54**(4), 394 (2018).
14. S. M. Kay, *Modern Spectral Estimation, Theory and Application*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, New Jersey (1988).
15. G. I. Komen, L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, and P. A. E. M. Janssen, *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, Cambridge University Press, London (1994).
16. P. Denissenko, S. Lukaschuk, and S. Nazarenko, Phys. Rev. Lett. **99**, 014501 (2007).
17. D. Chalikov, Phys. Lett. **376**, 2795 (2012).
18. M. M. Zaslavskii and V. G. Polnikov, Izv. Atmos. and Ocean. Phys. **34**(5), 609 (1998).
19. M. A. Donelan, B. K. Haus, N. Reul, W. J. Plant, M. Stiassnie, H. C. Graber, O. B. Brown, and E. S. Saltzman, Geophys. Res. Lett. **31**, L18306 (2004).
20. Е. А. Кузнецов, П. М. Лушников, ЖЭТФ **108**(2), 614 (1995).
21. Е. А. Кузнецов, Письма в ЖЭТФ **80**(2), 92 (2004).
22. Г. С. Голицын, Доклады РАН **398**(2), 177 (2004).