Письма в ЖЭТФ, том 111, вып. 9, с. 632 – 638 © 2020 г. 10 мая

Иерархия времен открытых оптических квантовых систем и роль эффективного гамильтониана при применении приближения белого шума

А. И. Трубилко, А. М. Башаров[1)]

Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России, 196105 С.-Петербург, Россия

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

Кафедра математики и математических методов физики Московского физико-технического института, 141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 3 апреля 2020 г.
После переработки 3 апреля 2020 г.
Принята к публикации 4 апреля 2020 г.

Иерархия характерных времен естественным образом служит обоснованием необходимости перехода от исходного "точного"' гамильтониана открытой квантовой системы и ее окружения к приближенному эффективному гамильтониану для дальнейшего использования марковского приближения и модели дельта-коррелированного окружения открытой системы. Переход к эффективному гамильтониану в рамках алгебраической теории возмущений позволяет учитывать интерференционные каналы релаксации и своеобразную интерференцию случайных процессов, которые невозможно обнаружить и отсутствуют при использовании приближения вращающейся волны. Показано, что в случае ансамбля одинаковых квантовых осцилляторов своеобразная интерференция приводит к невинеровской динамике ансамбля.

DOI: 10.31857/S1234567820090104

1. Особенностью теоретического анализа оптических открытых систем является необходимость построения эффективного гамильтониана для каждого рассматриваемого случая взаимодействия электромагнитных полей с квантовой системой. Этот этап часто опускается. Вместо построения эффективного гамильтониана предполагается описание процессов взаимодействия в приближении вращающейся волны [1] и дальнейшее получение кинетического уравнения системы. Или вообще используется готовое кинетическое уравнение [2, 3].

Подход с использованием приближения вращающейся волны упускает из рассмотрения процессы второго порядка по взаимодействию с широкополосными квантованными полями, а также разного рода интерференционные процессы (см., например, [4, 5] и приведенные в работах ссылки). Типичный пример широкополосного квантованного поля дает вакуумное электромагнитное поле.

Использование готового кинетического уравнения часто выводит исследователя за рамки применимости этого уравнения, например, при рассмотрении дисперсионных пределов. Анализ таких ситуаций приведен в работах [6–8].

У разработчиков новых подходов к получению кинетического уравнения при формулировке исследуемых моделей и их теоретическом описании проявляется желание применить разработанные общие методы для получения кинетического уравнения (*master equation*) непосредственно к исходному гамильтониану системы, чтобы, как бы, точнее описать исходную систему. Такой подход также является весьма распространенным [9, 10]. В другой классической монографии [11] вообще не обсуждается проблема формулировки исходного гамильтониана для последующего получения кинетического уравнения.

Но давно было замечено [12], что применительно к квантовому осциллятору, взаимодействующему с широкополосным квантованным полем, использование исходного и как бы точного гамильтониана приводит к некорректному результату. Корректный результат получается при применении общих методов теории открытых квантовых систем не к исходному гамильтониану осциллятора, взаимодействующего с квантованным широкополосным полем, а к гамильтониану в приближении вращающейся волны.

Главным отличием приближения вращающейся волны является отсутствие в операторе взаимодействия быстроменяющихся во времени слагаемых, если его рассматривать в представлении взаимодей-

[1)]e-mail: basharov@gmail.com

ствия. Природу и важность этого факта не рассматривали в контексте задач теории открытых квантовых систем. В упомянутых монографиях [9, 10] разработанные новые методы получения кинетического уравнения для открытых квантовых систем применялись как к гамильтониану в приближении вращающейся волны, так и к исходному гамильтониану взаимодействия, содержащему в представлении взаимодействия как медленно меняющиеся функции времени, так и быстро меняющиеся. Но каких-либо общих выводов из сравнения результатов применения общих подходов к различным гамильтонианам сделано не было.

Следует заметить, что упомянутые работы использовали наиболее эффективное приближение в теории открытых квантовых систем – марковское приближение. В рамках марковского подхода все общие методы теории открытых квантовых систем, так или иначе, используют представления о белом шуме – квантовом или классическом случайном процессе с нулевым временем корреляции. Общие основания здесь лежат в "вездесущности" центральных предельных теорем.

Впервые представления о белом шуме были применены Ланжевеном [13] в теории броуновского движения. Динамика броуновской частицы определялась масштабом времени, задаваемым коэффициентом вязкого трения и размерами частицы, тогда как время корреляции случайной силы, введенной в рассмотрение Ланжевеном, было существенно меньше и могло быть положено равным нулю. Это позволило впервые эффективно применить представления о белом шуме и получить результаты, согласующиеся с другими теориями.

2. В открытых оптических квантовых системах существуют характерные времена, которые, в большинстве случаев, ничтожно малы и никак не могут рассматриваться больше времени корреляции квантового белого шума. Но время корреляции квантового белого шума равно нулю! Таким временем в теории открытых квантовых оптических систем является, например, время "оборота" электрона вокруг ядра. В оптике это время порядка 10^{-15} с. Будем рассматривать эту величину как имя нарицательное, говоря о быстрых процессах, связанных со структурой рассматриваемых объектов. Если взаимодействие с окружением рассматривать в марковском приближении, то формальное определение марковского процесса взаимодействия сводится к аппроксимации термостата математическим белым шумом с нулевым временем корреляции. При этом еще есть характерное время усреднения τ_{av}, если говорим о времени корреляции, причем должно выполняться условие $\tau_{av} \gg \tau_{\rm cor}$. При переходе к реальным системам, где все времена конечны, соотнесение упомянутых величин требует детализации и учета при построении модели. Поскольку наряду со временем корреляции термостата $\tau_{\rm cor}$ есть характерный и очень малый масштаб 10^{-15} с изменения быстроменяющихся слагаемых гамильтониана открытой системы, то время корреляции термостата не может быть порядка 10^{-15} с – оно его существенно превосходит, $\tau_{\rm cor} \gg 10^{-15}$ с, поскольку здесь идет реальный и достаточно инерционный процесс межчастичных взаимодействий, приводящий к установлению равновесия внутри самого термостата. Кроме того, должно быть выполнено условие γ^{-1}, $\tau_d \gg \tau_{av} \gg \tau_{\rm cor} \gg \gg 10^{-15}$ с, где τ_d – характерное время динамики открытой системы, γ^{-1} – характерное время ее релаксационной динамики. В реальной физической ситуации открытой квантовой оптической системы это невозможно! Поэтому, чтобы применять какие-либо общие методы для получения кинетического уравнения рассматриваемой открытой системы, основанные на представлении о белом шуме, необходимо, прежде всего, построить модель рассматриваемой системы и избавиться от быстро меняющихся слагаемых в гамильтониане. Речь идет о быстроменяющихся слагаемых в представлении взаимодействия. Таким образом, необходима процедура, состоящая в построении модели и ее гамильтониана без быстроменяющихся слагаемых в представлении взаимодействия. Это мы называем построением эффективного гамильтониана открытой системы, т.е. по заданному исходному гамильтониану необходимо построить эффективный гамильтониан и уже для него развивать марковское приближение и представления о белом шуме. Если в эффективном гамильтониане не будет быстроменяющихся во времени слагаемых, то будет оправданным полагать $\tau_{\rm cor} = 0$, поскольку в отсутствии быстроменяющихся во времени слагаемых условие γ^{-1}, $\tau_d \gg \tau_{av} \gg \tau_{\rm cor}$ вполне можно удовлетворить. К такой модельной системе можно успешно применять приближение белого шума! Заметим, что такой анализ теории открытых оптических квантовых систем отсутствует в известных монографиях [9–11].

3. Под эффективным гамильтонианом квантовой системы имеют в виду различные представления. Помимо простого отбрасывания "неудобных" слагаемых, широко используют различные преобразования. В квантовой теории большинство таких преобразований используют унитарную симметрию квантовой теории. Так с самого зарождения квантовой механики – в работе ван Флека [14] унитарное преобразование стало применяться для исключений неудобных слагаемых. А в работах [15–17] развит метод непрерывного унитарного преобразования гамильтониана, приводящего к его диагонализации. Подход с использованием диагонализации исходного гамильтониана известен как глобальный подход [18] и во многих работах сравнивают результаты, полученные в рамках глобального подхода и подхода, основанного на тех или иных приближения. В последнем случае говорят о локальном подходе. Стоит отметить, что при использовании марковского приближения глобальный подход в оптических квантовых системах зачастую является избыточным и удобнее пользоваться локальным подходом. Реальная суть локального подхода в свете отмеченной иерархии характерных времен системы должна состоять, прежде всего, в исключении быстроменяющихся слагаемых в представлении взаимодействия.

Еще Крыловым, Боголюбовым и Митропольским [19, 20] разработан метод усреднения дифференциальных уравнений, содержащих слагаемые с разными масштабами изменения во времени. В монографии [21] этот метод применен к дифференциальным уравнениям, описывающим динамику квантовых оптических систем. В монографии [22] изложен алгебраический вариант метода Крылова–Боголюбова–Митропольского, а в работе [23] для исключения быстроменяющихся во времени слагаемых предложено использовать унитарное преобразование исходного гамильтониана. Этот подход отличается от других подходов [24–28] с использованием унитарной симметрии квантовой теории (сравнение двух подходов можно найти в [29]). Использование унитарной симметрии квантовой теории в построении эффективного гамильтониана с целью исключения переменных, быстроменяющихся во времени в представлении взаимодействия, приводит к формулировке оригинальной теории возмущений, которую естественно называть алгебраической теорией возмущений (аналогично [22]). Эту теорию удобно применять к квантовым открытым системам [4, 30] и в нашем случае такое применение состоит в следующем.

В расширенном пространстве состояний открытой системы и квантованного электромагнитного поля исходный гамильтониан H^{Ini} определяет уравнение Шредингера для волнового вектора: $i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi^{S+F}\rangle = H^{\mathrm{Ini}}|\Psi^{S+F}\rangle$. Предположения о характере начального состояния $|\Psi^{S+F}\rangle$ при $t=0$ в алгебраической теории возмущений делаются после построения эффективного гамильтониана задачи. Это же касается и формулировки марковского приближения.

Чтобы удобнее было отделять быстроменяющиеся слагаемые во времени от медленно меняющихся, необходимо перейти в представление взаимодействия, в котором остаются только операторы взаимодействия между элементами системы $V_S(t)$ и между системой и окружением системы $V_{S-F}(t)$:

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi^{S+F}(t)\rangle = (V_{S-F}(t)+V_S(t))|\Psi^{S+F}(t)\rangle. \quad (1)$$

Здесь явное написание аргумента времени служит указанием на использование представления взаимодействия.

Важно отметить, что часто взаимодействие между элементами системы является следствием взаимодействия между системой и окружением. Примером здесь служит диполь-дипольное взаимодействие между атомами атомного ансамбля, рассматриваемого как открытая система в электромагнитном широкополосном окружении [31]. Поэтому одна из идей глобального подхода к открытым системам [32] о необходимости диагонализации гамильтониана открытой системы перед дальнейшим ее изучением, вообще говоря, в открытых оптических квантовых системах не актуальна. При этом мнение об “ущербности” локального подхода находит опору в ошибочных выводах, подобных [33], где вместо использования алгебраической теории возмущений и анализа характерных времен задачи приближение вращающейся волны использовано за рамками его применимости.

В силу унитарной симметрии квантовой теории перейдем от исходных векторов и операторов к преобразованным по формулам

$$|\widetilde{\Psi}(t)\rangle = \mathcal{T}(t)|\Psi(t)\rangle, \quad \mathcal{T}(t) = e^{-iS(t)}, \quad S^{+}(t) = S(t).$$

Преобразованный вектор будет удовлетворять уравнению Шредингера $i\hbar\frac{d|\widetilde{\Psi}(t)\rangle}{dt} = \widetilde{H}(t)|\widetilde{\Psi}(t)\rangle$ с преобразованным гамильтонианом

$$\widetilde{H}(t) = \mathcal{T}(t)V(t)\mathcal{T}^{+}(t) - i\hbar\mathcal{T}(t)\frac{d}{dt}\mathcal{T}^{+}(t),$$

$$V(t) = V_{S-F}(t) + V_S(t).$$

В дальнейшем удобно использовать формальное решение уравнение Шредингера для оператора эволюции $U(t,t_0)$ с преобразованным гамильтонианом, которое выражается с помощью Т-оператора

$$U(t,t_0) = I + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)\int\limits_{t_0}^{t}\widetilde{H}(t')dt' + \left(-\frac{i}{\hbar}\right)^2 \times$$

$$\times\int\limits_{t_0}^{t}\int\limits_{t_0}^{t'} \widetilde{H}(t')\widetilde{H}(t'')dt'dt''+\ldots = \overleftarrow{T}\exp\left(-\frac{i}{\hbar}\int\limits_{t_0}^{t}\widetilde{H}(t')dt'\right),$$

$$|\widetilde{\Psi}(t)\rangle = U(t,t_0)|\widetilde{\Psi}(_0)\rangle.$$

Алгебраическая теория возмущений основана на разложении генераторов преобразования во времени $\widetilde{H}(t)$ и рассматриваемого унитарного преобразования $S(t)$ в ряд по константам взаимодействий

$$S(t) = S^{(1,0)}(t) + S^{(0,1)}(t) + S^{(2,0)}(t) + \ldots,$$
$$\widetilde{H}(t) = \widetilde{H}^{(1,0)}(t) + \widetilde{H}^{(0,1)}(t) + \widetilde{H}^{(1,1)}(t) + + \widetilde{H}^{(2,0)}(t) + \widetilde{H}^{(0,2)}(t) + \ldots$$

Левый индекс каждой пары верхних индексов описывает порядок слагаемого по константе связи γ_{S-F} между открытой системой и окружением, а правый индекс – порядок по константе g_S между элементами системы. Реально порядок взаимодействия с полями грубо определяется отношением энергии взаимодействия между полями к энергии кванта осциллятора, а параметров взаимодействия может быть несколько в силу возможности участия нескольких полей и/или различных элементов системы.

С учетом формулы Бейкера–Хаусдорфа (см., например, [27, 34]) нетрудно получить

$$\widetilde{H}^{(1,0)}(t) = \hbar\frac{dS^{(1,0)}(t)}{dt} + V_{S-F}(t),$$

$$\widetilde{H}^{(0,1)}(t) = \hbar\frac{dS^{(0,1)}(t)}{dt} + V_{S}(t),$$

$$\widetilde{H}^{(1,1)}(t) = \hbar\frac{dS^{(1,1)}(t)}{dt} - \frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V_S(t)] - - \frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), \widetilde{H}^{(0,1)}(t)] - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V_{S-F}(t)] - - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), \widetilde{H}^{(1,0)}(t)], \qquad (2)$$

$$\widetilde{H}^{(2,0)}(t) = \hbar\frac{dS^{(2,0)}(t)}{dt} - - \frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V_{S-F}(t)] - \frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), \widetilde{H}^{(1,0)}(t)],$$

Формулы (2) могут лежать в основе разных алгоритмов построения эффективного гамильтониана. Алгебраическая теория возмущений следует идеям метода усреднения Крылова–Боголюбова–Митропольского и определяет такой отбор слагаемых в формулах (2) – в представлении взаимодействия в слагаемых $\widetilde{H}^{(1,0)}(t)$, $\widetilde{H}^{(0,1)}(t)$ и др. эффективного гамильтониана $H^{\mathrm{Eff}}(t) = \widetilde{H}^{(1,0)}(t)+\widetilde{H}^{(0,1)}(t)+\widetilde{H}^{(1,1)}(t)+\widetilde{H}^{(2,0)}(t)+\ldots$ должны остаться только величины, медленно меняющиеся во времени [4, 23, 34]. Это условие однозначно определяет (в предположении адиабатического включения полей) величины $S^{(i,j)}$ и накладывает ограничение на спектр мод широкополосных полей, учитываемых в эффективном гамильтониане $H^{\mathrm{Eff}}(t)$ [4, 5, 34–36]. Тогда величины $S^{(i,j)}$ вбирают в себя все быстро меняющиеся во времени величины и можно упростить выражения (2), представив их в виде

$$\widetilde{H}^{(1,0)}(t) = V'_{S-F}(t), \quad \widetilde{H}^{(0,1)}(t) = V'_{S}(t),$$

$$\widetilde{H}^{(1,1)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V''_S(t)]' - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V''_{S-F}(t)]',$$

$$\widetilde{H}^{(2,0)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(1,0)}(t), V''_{S-F}(t)]', \qquad (3)$$

$$\widetilde{H}^{(0,2)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V''_{S}(t)]'$$

$$\ldots$$

Одним штрихом обозначено выражение, представленное в виде суммы слагаемых, из которой исключены все слагаемые, содержащие быстро меняющиеся функции времени. Двумя штрихами отмечено выражение, после отбрасывания из его составляющих всех медленно меняющихся слагаемых.

Подчеркнем, что работ, в которых использовался подход на основе формул Бейкера–Хаусдорфа, слишком много, чтобы их перечислять, но в них были дальше применены другие принципы отбора слагаемых (в дополнение к [25–27], см. [37–42]). При этом в качестве основы для отбора слагаемых в эффективный гамильтониан нигде не рассматривалась иерархия характерных времен задачи, как и требование отсутствия быстроменяющихся во времени слагаемых в представлении взаимодействия. Во многих работах просто исключалось линейное по константе связи слагаемое при рассмотрении многофотонных процессов [38–40].

Слагаемые $\widetilde{H}^{(1,0)}(t)$ и $\widetilde{H}^{(0,1)}(t)$ в случае однофотонных резонансов [32] отвечают приближению вращающейся волны, т.е. эффективный гамильтониан, ограниченный этими слагаемыми,

$$H^{\mathrm{Eff}}(t) = \widetilde{H}^{(1,0)}(t) + \widetilde{H}^{(0,1)}(t) \equiv H^{RW}(t) \qquad (4)$$

и есть используемый в многочисленных подходах к теории открытых систем.

Однако, если в качестве эффективного гамильтониана выбрать, например, такой

$$H^{\mathrm{Eff}}(t) = \widetilde{H}^{(1,0)}(t) + \widetilde{H}^{(0,1)}(t) + \widetilde{H}^{(1,1)}(t), \qquad (5)$$

то он будет описывать новый канал взаимодействия и релаксации открытой системы.

4. Обсудим типичный пример, описываемый взаимодействием (5) – один осциллятор связан с другими, которые в свою очередь взаимодействуют с общим термостатом. Операторы взаимодействий здесь такие

$$V_{S-F}(t) =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \sum_{\omega} \gamma_{S-F,j} (c_j e^{-i\omega_j t} + c_j^+ e^{i\omega_j t})(a_\omega e^{-i\omega t} + a_\omega^+ e^{i\omega t}),$$

$$V_S(t) =$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \sum_{\omega} g_{sj} (c_j e^{-i\omega_j t} + c_j^+ e^{i\omega_j t})(c_s e^{-i\omega_s t} + c_s^+ e^{i\omega_s t}).$$

Здесь частоты осцилляторов и их бозонные операторы рождения и уничтожения ω_j, c_j^+, c_j, $j = 1, \ldots, N$. Введен индекс s для выделенного осциллятора, который не взаимодействует напрямую с термостатом. Подчеркнем, что осциллятор s есть элемент открытой системы и не взаимодействует с окружением открытой системы, т.е. в начальном операторе взаимодействия отсутствует слагаемое, которое описывает его взаимодействие с окружением открытой системы. Будем считать, что все другие осцилляторы одинаковые $\omega_j = \omega_c$, $j = 1, \ldots, N$, и вместе с выделенным осциллятором образуют открытую систему. Эта ситуация отличается от двойственной ситуации, в которой "другие" осцилляторы различны и моделируют термостатное окружение первого осциллятора.

Пусть только один осциллятор рассматривается в качестве "других", $N = 1$. Тогда возможны такие характерные случаи. Случай "изолированного" выделенного осциллятора. У этого осциллятора появляется свой канал релаксации [5], которого в приближении вращающейся волны не существует и поэтому в принципе невозможно в общепринятом приближении описать. С точностью до слагаемых первого порядка (приближение вращающейся волны) осцилляторы ведут себя как независимые, поскольку в (4)

$$\widetilde{H}^{(1,0)}(t) = V'_{S-F}(t), \quad \widetilde{H}^{(0,1)}(t) = V'_S(t) = 0.$$

Однако во втором порядке имеем в (5)

$$\widetilde{H}^{(1,1)}(t) = -\frac{i}{2}[S^{(1,0}(t), V''_S(t)]' - \frac{i}{2}[S^{(0,1)}(t), V''_{S-F}(t)]'.$$

Это слагаемое определяет прямой распад "изолированного" осциллятора в термостат, с которым связан другой осциллятор. При этом происходит взаимодействие осцилляторов с квантами термостата, частоты которых лежат в различных областях спектра, которые далеки друг от друга и не перекрываются между собой.

Тот же канал будет и в случае двухфотонной связи между обсуждаемыми осцилляторами [7], однако обычно, при обсуждении многоквантовых взаимодействий внутри системы такие процессы остаются незамеченными (см., например, [40, 41]).

Алгебраическая теория возмущений позволяет учесть и следующее слагаемое $\widetilde{H}^{(2,0)}(t)$ и/или $\widetilde{H}^{(0,2)}(t)$. Пусть теперь в открытой системе отсутствует осциллятор s и открытая система состоит из N одинаковых осцилляторов, операторы рождения и уничтожения которых c^+ и c. Эти осцилляторы взаимодействуют с общим термостатным полем окружения, но совсем не взаимодействуют между собой. Такая модельная система может описывать пучок световодов, многоканальный направленный ответвитель [43] и т.п. Будем говорить об ансамбле резонаторов, связанных на зеркале с общим электромагнитным полем окружения. Тогда

$$H^{\text{Eff}}(t) = \widetilde{H}^{(1)}(t) + \widetilde{H}^{(2)}(t). \tag{6}$$

Здесь возникает своеобразная интерференция, в которой конкурируют процессы ухода фотона из резонатора в окружающее поле и процесс переизлучения фотона – аналог высокочастного штарк-эффекта в атомах, – когда число фотонов в резонаторе не меняется. Общий оператор взаимодействия, после перенормировки частоты и формулировки марковского приближения [1, 4, 34], дается выражением

$$\widetilde{H}^{(1)} = \gamma \sum_{\omega} (C a_\omega^+ e^{i(\omega-\omega_c)t} + C^+ a_\omega e^{-i(\omega-\omega_c)t}),$$

$$\widetilde{H}^{(2)}(t) = \gamma^{(2)} N \sum_{\omega,\omega'} a_\omega^+ a_{\omega'} e^{i(\omega-\omega')t}. \tag{7}$$

Здесь γ – константа связи осциллятора открытой системы с полем общего термостата, $\gamma^{(2)} \sim \gamma^2$. При этом $C = \underbrace{c \otimes \ldots \otimes c}_{N}$ – операторы уничтожения осцилляторов действуют в разных пространствах состояний каждого осциллятора (резонатора).

Уравнение Шредингера $i\hbar \frac{d|\widetilde{\Psi}(t)\rangle}{dt} = H^{\text{Eff}}(t)|\widetilde{\Psi}(t)\rangle$ с гамильтонианом (6), (7) математически не определено, однако приобретает корректный статус как квантовое стохастическое дифференциальное уравнение [1, 4, 34] в случае дельта коррелированности фотонов окружения $\langle a_\omega a_{\omega'}^+ \rangle = \delta(\omega - \omega')$. При этом стохастическое дифференциальное уравнение для оператора эволюции $U(t) \equiv U(t, t_0)$ имеет стандартный общий вид [4, 11]

$$dU(\bar{t}) = -H^{\text{Eff}-S}(\bar{t}) dt U(\bar{t}) +$$

$$+\left(Y^{+}\frac{Y_{\Lambda}^{e}+iY_{\Lambda}}{(Y_{\Lambda})^{2}}Yd\bar{t}+Y^{+}\frac{Y_{\Lambda}^{e}}{Y_{\Lambda}}dB(\bar{t})+\right.$$
$$\left.+\frac{Y_{\Lambda}^{e}}{Y_{\Lambda}}YdB^{+}(\bar{t})+Y_{\Lambda}^{e}d\Lambda(\bar{t})\right)U(\bar{t}). \qquad (8)$$

Здесь $Y=\bar{\gamma}C$, $Y_{\Lambda}=\bar{\gamma}^{(2)}N$, $Y_{\Lambda}^{e}=e^{-iY_{\Lambda}}-1$. Введены стандартные операторы, определяющее квантовое стохастическое уравнение невинеровского типа [43]:

$$B(\bar{t})=\int\limits_{0}^{\bar{t}}dt'a(t'),\ \Lambda(\bar{t})=\int\limits_{0}^{\bar{t}}dt'a^{+}(t')a(t'),$$

$$a(\bar{t})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\bar{\omega}e^{-i(\bar{\omega}-\bar{\omega}_{c})\bar{t}}a_{\bar{\omega}},$$

а также их дифференциалы Ито, удовлетворяющие алгебре Хадсона–Партасорати [43]:

$$d\Lambda(\bar{t})=\Lambda(\bar{t}+d\bar{t})-\Lambda(\bar{t}),\ dB(\bar{t})=B(\bar{t}+d\bar{t})-B(\bar{t}),$$
$$d\Lambda(\bar{t})d\Lambda(\bar{t})=d\Lambda(\bar{t}),\ dB(\bar{t})dB^{+}(\bar{t})=d\bar{t},$$
$$d\Lambda(\bar{t})dB^{+}(\bar{t})=dB^{+}(\bar{t}),\ dB(\bar{t})d\Lambda(\bar{t})=dB(\bar{t}),$$
$$d\Lambda(\bar{t})dB(\bar{t})=d\Lambda(\bar{t})d\bar{t}=dB^{+}(\bar{t})d\Lambda(\bar{t})=$$
$$=dB^{+}(\bar{t})d\bar{t}=dB(\bar{t})d\bar{t}=d\bar{t}d\bar{t}=0.$$

Черта над символом отмечает его обезразмеренный вариант, например, $\bar{t}=\omega_{c}t$.

Зависимость от N коэффициента $Y_{\Lambda}=\bar{\gamma}^{(2)}N$ перед дифференциалом Ито считывающего процесса $d\Lambda(\bar{t})$ и считывающее свойство $dB(\bar{t})d\Lambda(\bar{t})=dB(\bar{t})$ обеспечивают рост влияния слагаемых второго порядка малости с ростом N. Тогда константа связи $\bar{\gamma}$ перенормируется, как и в случае атомной открытой системы [45–48], и в обычных ситуациях все процессы в рассматриваемой системе могут быть описаны обычными формулами с заменой $\bar{\gamma}\to 2\bar{\gamma}\frac{1-\cos(\bar{\gamma}^{(2)}N)}{(\bar{\gamma}^{(2)}N)^{2}}$. Здесь роль такой перенормировки зависит от числа N осцилляторов в ансамбле. Возможна такая идеализированная ситуация, когда $\bar{\gamma}^{(2)}N=2\pi$ и процессы второго порядка полностью подавят процессы первого порядка! Однако в оценке реальной ситуации необходимо помнить о сделанном марковском приближении и процедуре введения квантовых случайных процессов.

Выявленная перенормировка константы релаксации открытой системы есть результат отмеченной выше своеобразной интерференции, в которой хоть и конкурируют, казалось бы, несоразмерные процессы первого и второго порядка алгебраической теории возмущений, но процесс второго порядка обладает считывающим свойством и "встраивается" в процессы первого порядка. Это и нашло отражение в именно такой перенормировке константы $\bar{\gamma}$.

5. Таким образом, алгебраическая теория возмущений дает путь решения проблемы, связанной с соотношением времени корреляции случайных полей, моделирующих термостат, и наличием быстропеременных слагаемых в оптических системах, характерное время изменения которых много меньше времени корреляции шумовых полей. При этом возникают новые аспекты, которые не учитывались ранее без применения алгебраической теории возмущений. Важным следствием переосмысления уравнения Шредингера как квантового стохастического уравнения является необходимость учета слагаемых более высокого порядка в открытых оптических системах, поскольку именно они ответственны за своеобразный новый тип интерференции. Наконец, квантовое стохастическое уравнение (8), которое получается в рамках алгебраической теории возмущений, является универсальным [4, 11], управляется всеми основными квантовыми случайными процессами – рождающим, уничтожающим и считывающим [4, 44–51], чего нет в подходах [1, 9, 10].

Обсуждая иерархию характерных времен открытой оптической системы не следует забывать факты, установленные еще в 1950-х гг. [52, 53]. Марковское приближение приводит к экспоненциальной динамике открытой системы, которая не может быть "вечной". За масштабом времен, много больших γ^{-1}, наступает царство редких событий, которые представленная теория неспособна пока описывать.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 19-02-00234а).

1. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Springer-Verlag, Berlin (2000, 2004).
2. G. Lindblad, Comm. Math. Phys. **48**, 119 (1976).
3. V. Gorini, A. Frigerio, M. Verri, A. Kossakowski, E. C. G. Sudarshan, Rep. Math. Phys. **13**, 149 (1978).
4. А. М. Башаров, ЖЭТФ **142**, 419 (2012).
5. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, ЖЭТФ **157**, 74 (2020).
6. A. M. Basharov, V. N. Gorbachev, and A. A. Rodichkina, Phys. Rev. A **74**, 042313 (2006).
7. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **110**, 505 (2019).
8. A. M. Basharov, J. Phys.: Conf. Ser. **613**, 012007 (2015).
9. L. Accardi, Y. G. Lu, and I. Volovich, *Quantum theory and its stochastic limit*, Springer-Verlag, Berlin (2002).

10. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *Theory of Open Quantum Systems*, OUP, Oxford (2002).
11. А. С. Холево, *Квантовая вероятность и квантовая статистика. Итоги науки и техн. Совр. пробл. математики. Фунд. Направления*, ВИНИТИ **83**, 3 (1991).
12. D. F. Walls, Z. Phys. **234**, 231 (1970).
13. P. Langevin, C.R. Acad. Sci. (Paris) **146**, 530 (1908).
14. J. H. van Vleck, Phys. Rev. **33**, 467 (1929).
15. F. Wegner, Ann. Phys. **3**, 77 (1994).
16. S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D **48**, 5863 (1993).
17. S. D. Glazek and K. G. Wilson, Phys. Rev. D **49**, 4214 (1994).
18. A. E. Teretenkov, Infin. Dimens. Anal. Quantum Probab. Relat. Top. **22**(04), 1930001 (2019).
19. Н. М. Крылов, Н. Н. Боголюбов, *Введение в нелинейную механику*, РХД, М. (2004) (переиздание книги 1937 г.).
20. Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, ГИФМЛ, М. (1958).
21. В. С. Бутылкин, А. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопуло, Е. И. Якубович, *Резонансные взаимодействия света с веществом*, Наука, М. (1977).
22. V. N. Bogaevski and A. Povzner, *Algebraic Methods in Nonlinear Perturbation Theory*, Springer, Berlin (1991).
23. А. М. Башаров, А. И. Маймистов, Э. А. Маныкин, ЖЭТФ **84**, 487 (1983).
24. H. Frohlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950).
25. W. Heitler, *The quantum theory of radiation*, Clarendon Press, Oxford (1954).
26. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках*, Наука, М. (1972).
27. M. Wagner, *Unitary transformations in solid state physics*, North-Holland, Amsterdam (1986).
28. H. Haas, D. Puzzuoli, F. Zhang, and D. G. Cory, J. Phys. **21**, 103011 (2019).
29. А. М. Башаров, Оптика и спектроскопия **128**, 186 (2020).
30. А. М. Башаров, Оптика и спектроскопия **116**, 532 (2014).
31. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and atoms. Introduction to quantum electrodynamics*, Wiley, N.Y. (1997).
32. P. P. Hofer, M. Perarnau-Llobet, L. D. M. Miranda, G. Haack, R. Silva, J. B. Brask, and N. Brunner, New J. Phys. **19**, 123037 (2017).
33. A. Levy and R. Kozloff, EPL **107**, 20004 (2014).
34. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Kluwer Academic, Dordrecht (1999).
35. А. М. Башаров, ЖЭТФ **102**, 1126 (1992).
36. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, ЖЭТФ **156**, 407 (2019).
37. H. Frohlich, H. Pelzer, and S. Zienau, Philos. Mag. **44**, 329 (1953).
38. M. Takatsuji, Phys. Rev. **11**, 619 (1975).
39. С. Д. Ганичев, С. А. Емельянов, Е. Л. Ивченко, Е. Ю. Перлин, И. Д. Ярошецкий, Письма в ЖЭТФ **37**, 479 (1983).
40. С. Д. Ганичев, С. А. Емельянов, Е. Л. Ивченко, Е. Ю. Перлин, Я. В. Терентьев, А. В. Федоров, И. Д. Ярошецкий, ЖЭТФ **91**, 1233 (1986).
41. R. Ramesh and M. S. Krishnan, J. Chem. Phys. **114**, 5967 (2001).
42. G.V. Varada and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **45**, 6721 (1992).
43. G. Agrawal, *Applications of Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, N.Y. (2008).
44. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).
45. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **94**, 28 (2011).
46. A. M. Basharov, Phys. Rev. A **84**, 013801 (2011).
47. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **107**, 151 (2018).
48. А. И. Трубилко, А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **107**, 555 (2018).
49. В. П. Белавкин, УМН **47**, 47 (1992).
50. A. M. Chebotarev, *Lectures on quantum probability*, Sociedad Mathematica Mexicana, Mexico (2000).
51. K. R. Parthasarathy, *An Introduction to Quantum Stochastic Calculus*, Birkhauser, Basel (1992).
52. Л. А. Халфин, ДАН СССР **115**, 277 (1957).
53. Л. А. Халфин, ЖЭТФ **33**, 1371 (1958).