

# Моделирование квантового эффекта Холла в образцах с длинноволновым слабым беспорядком<sup>1)</sup>

О. А. Ткаченко<sup>+2)</sup>, В. А. Ткаченко<sup>+\*</sup>, Д. Г. Бакшеев<sup>\*</sup>, О. П. Сушков<sup>×</sup>

<sup>+</sup>Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>×</sup>School of Physics, University of New South Wales, 2052 Sydney, Australia

Поступила в редакцию 1 июня 2020 г.

После переработки 3 июля 2020 г.

Принята к публикации 7 июля 2020 г.

В режиме квантового эффекта Холла численно изучена тонкая структура плотности состояний при баллистическом прохождении электрона через площадку  $1 \text{ мкм}^2$  двумерного электронного газа со слабым длинноволновым беспорядком. Найденные ширины строгих квантовых плато соответствуют экспериментальным данным. В центральной части нижней зоны Ландау обнаружены периодические осцилляции кондактанса, отвечающие добавлению двух электронов к моделируемой площадке. Внутри площадки и на ее краю обнаружены одномерные противотоки, разделенные магнитной длиной и объясняемые движением электрона с малой дрейфовой скоростью.

DOI: 10.31857/S1234567820150094

Квантовый эффект Холла (КЭХ) [1, 2] широко известен благодаря своей связи с мировыми константами и узнаваемости экспериментальных проявлений в разнообразных двумерных проводящих системах (см. обзоры [3–6] и ссылки там). Несмотря на обширность литературы по механизму КЭХ, неясным остается: как происходит переход между режимами локализованных, делокализованных и краевых состояний [3, 7, 8], сосуществуют ли они, как соотносятся между собой ширины плато квантованных значений сопротивления и переходных областей, как эти ширины зависят от типа, амплитуды беспорядка и крупномасштабных особенностей потенциала [9–13], как беспорядок влияет на квантование Ландау [3, 4, 14, 15] и какую роль в КЭХ играют спин, взаимодействие, корреляции и фазовые переходы в многочастичной системе [4–6, 13, 16, 17]. Для объяснения КЭХ было выполнено множество квантово-механических расчетов, в том числе, весьма сложных [16, 17]. При этом результаты автоматически распространялись на макроскопические системы с двумерным электронным газом (ДЭГ), хотя были получены для *субмикронных* размеров области счета. При таких размерах вклад краевых состояний в ширины квантованных плато зна-

чительно больше, чем в макросистемах, для которых так же велика роль декогерентности [5], сжимаемых/несжимаемых полос [12] и неоднородностей холловских полей [13]. Моделирование экспериментальных наблюдений КЭХ в небольших мезоскопических структурах позволило бы ответить на часть вопросов.

Благодаря совершенствованию технологии и измерений [6, 18–20] недавно удалось наблюдать КЭХ в очень чистой баллистической структуре с квадратом ДЭГ размером  $1 \text{ мкм}^2$  и довольно резкими краями (почти без несжимаемых полос) [21]. Важно, что в малых образцах холловские плато наблюдаемы не только в сопротивлении  $R_{xy}$  [22, 23], но также в кондактансе по диагонали через образец  $G_{xy}$  [21, 24] и в обычном двухтерминальном кондактансе [25, 26]. Трактовка последнего в подходе Ландаура [27] не нуждается в рассмотрении холловских полей и распределений химпотенциала внутри образца, которое необходимо для макросистем [13].

Целью настоящей работы является моделирование целочисленного КЭХ в структурах с чистым ДЭГ, которое ограничивается расчетом когерентного рассеяния частицы на слабом длинноволновом беспорядке в квадратных образцах со стороной от 1 до 4 мкм в двухтерминальной ситуации. Беспорядок считается длинноволновым, если его корреляционная длина  $L_{\text{corr}}$  много больше магнитной длины  $l_B$ . Универсальным способом решения задачи од-

<sup>1)</sup>См. дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru).

<sup>2)</sup>e-mail: [otkach@isp.nsc.ru](mailto:otkach@isp.nsc.ru)

нчастичного квантового рассеяния является метод неравновесных функций Грина [27, 28], который позволяет численно находить локальную и полную плотность состояний (LDoS( $x, y$ ) и DoS), кондактанс  $G$  и распределение неравновесного тока  $J(x, y)$  практически для любой малой двумерной системы, встроенной в однородный канал [29–32]. В этой работе двумерный эффективный потенциал  $U(x, y)$  получен в результате численного решения задачи трехмерной электростатики твердотельной структуры по найденному коррелированному распределению локализованных зарядов на плоскости, удаленной от ДЭГ [33]. Беспорядок в  $U(x, y)$  характеризуется корреляционной функцией Гаусса  $\exp[-(|\Delta\mathbf{r}|/L_{\text{corr}})^2]$ . Расчеты показывают, что в зависимости от расстояния  $z$  между плоскостью локализованных зарядов и ДЭГ длина корреляции  $L_{\text{corr}}$  меняется от 30 до 100 нм. При  $z \geq 40$  нм ( $L_{\text{corr}} \geq 80$  нм) в квантующих магнитных полях  $B \geq 1$  Тл ( $l_B \leq 26$  нм) беспорядок можно считать длинноволновым:  $L_{\text{corr}} \gg \gg l_B$ . Способ расчета  $U(x, y)$  и  $L_{\text{corr}}$  приведен в приложении (см. дополнительный материал к данной работе). Чтобы промоделировать ослабление влияния беспорядка, мы использовали вычисленный из трехмерной электростатики потенциал  $U(x, y)$ , умноженный на некоторый коэффициент, меньший единицы. Диапазоны изменения амплитуд флуктуаций потенциала 0.05–1.5 мэВ и, соответственно, среднеквадратичных отклонений  $\delta U_{\text{rms}}$  от 0.016 до 0.5 мэВ отвечают высокому качеству структур с подвижностью ( $10^6$ – $10^7$  см<sup>2</sup>/Вс) [6, 18, 20]. В предлагаемой модели КЭХ область рассеяния встроена в однородный канал, внутри которого потенциал  $U$  принят равным  $-\Delta U$ , а на границах – бесконечным (рис. 1). Канал находится между широкими резервуарами ДЭГ. Функции распределения электронов, падающих на область рассеяния слева ( $k_x > 0$ ) и справа ( $k_x < 0$ ) есть  $f^+(E) = \Theta(\mu_L - E)$ ,  $f^-(E) = \Theta(\mu_R - E)$  [27]. Двухтерминальный кондактанс определяется по формуле Ландауэра для нулевой температуры при  $V \rightarrow 0$ . Одночастичные состояния при  $V = 0$  заполняются вплоть до уровня Ферми  $E_F$ . Спиновое расщепление состояний [3, 5] и зависимость двумерного потенциала  $U$  от  $B$  и  $n$  – концентрации ДЭГ [4, 9, 18] не учитываются. Мы строим зависимости DoS,  $G$  и  $E_F$  от  $n$  при фиксированном  $B$ , а не наоборот, что требовало бы самосогласованного расчета  $E_F(B, n)$ . Такие расчеты без дополнительных гипотез позволяют получить ширины квантованных плато кондактанса, тонкую структуру уровней Ландау и распределение одномерных токовых состояний. Результаты сравниваются с измерениями в больших

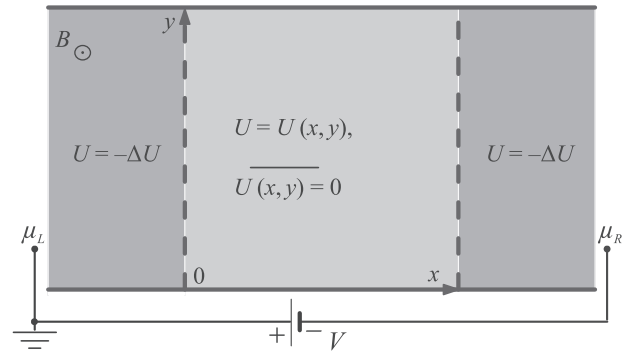


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение моделируемой ситуации: область рассеяния с потенциалом  $U(x, y)$  ограничена пунктирными линиями в канале,  $U$  – потенциал в двумерном уравнении Шредингера,  $\mu_L, \mu_R$ , – химпотенциалы,  $V$  – напряжение между резервуарами ДЭГ

и малых образцах [10, 11, 18, 19, 21, 23]. Дробные особенности кондактанса [21, 25, 26] остаются за пределами предложенной модели.

Рисунки 2, 3 демонстрируют вычисленные по алгоритму [28] зависимости DoS( $n$ ),  $G(n)$  и  $E_F(n)$  для одной реализации двумерного потенциала  $U$ , отвечающей некоторому рабочему состоянию мезоскопического образца. В расчете использован потенциал  $U(x, y)$  с  $L_{\text{corr}} = 80$  нм, заданный на квадрате со стороной 1 мкм и показанный на рис. 4 вместе с координатными зависимостями локальной плотности состояний и неравновесного тока. Задача квантового рассеяния решалась при характерном для КЭХ фиксированном перпендикулярном магнитном поле  $B = 2$  Тл ( $\hbar\omega_c = 3.46$  мэВ). Плотность состояний DoS в области рассеяния и двухтерминальный кондактанс  $G$  вычислялись через функции Грина [27] в зависимости от энергии электрона  $E$ , меняемой с малым шагом  $\sim 10^{-6}$  мэВ. Суммированием DoS( $E$ ), начиная от состояния с DoS = 0 до текущей энергии Ферми  $E_F$ , находилась плотность ДЭГ  $n(E_F)$  в области рассеяния. Затем строились зависимости от затворно-управляемой переменной концентрации  $n$ . Анализ этих зависимостей является основным содержанием данной работы, поскольку их легко сопоставлять с измерениями электронного транспорта. Подробности расчетов, в том числе, вычисленные зависимости по энергии, вынесены в дополнительный материал. В контрасте с исходной зависимостью DoS( $E$ ) (Fig. S2 дополнительного материала) уровни Ландау, имеющие при слабом плавном беспорядке ширину  $\Gamma \sim \delta U_{\text{rms}} = 0.016$  мэВ  $\ll \hbar\omega_c$  превратились на зависимости DoS( $n$ ) в широкие зоны, а провалы между ними резко сузились (рис. 2а).

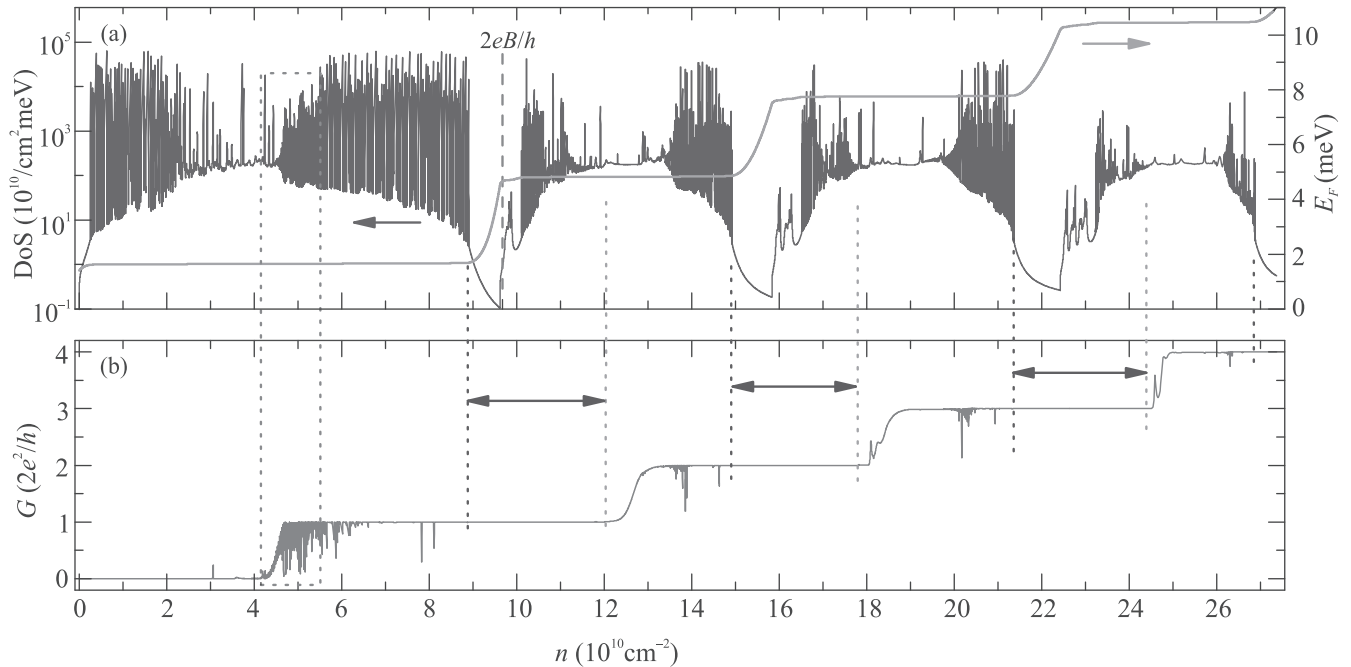


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости плотности состояний  $\text{DoS}(n)$ , уровня Ферми  $E_F(n)$  (а) и кондуктанса  $G(n)$  (б) при  $B = 2\text{Тл}$  для одной из реализаций потенциала в области рассеяния  $1\text{мкм}^2$  с  $U_{\text{max}} - U_{\text{min}} = 0.1\text{мэВ}$ ,  $\delta U_{\text{rms}} = 0.016\text{мэВ}$ ,  $L_{\text{corr}} = 80\text{нм}$ ,  $\Delta U = 0.25\text{мэВ}$ . Горизонтальные стрелки показывают ширины строгих квантовых плато кондуктанса

Хорошо видна тонкая структура зон Ландау. Эти зоны состоят из сотен узких пиков DoS, причем их высота в довольно широкой окрестности центра зоны на порядки ниже, чем на хвостах зоны. Заметим, что с увеличением размера изучаемой области рассеяния количество пиков DoS растет. В макроскопическом образце происходит усреднение зависимости  $\text{DoS}(E)$ , и информация о распределении локализованных и делокализованных состояний пропадает.

Из рисунка 2b видно, что на левой стороне каждого плато квантования кондуктанса есть узкие провалы. Участки непрерывных плато строгого квантования, окружающих характерные значения плотности  $n = 10, 16, 23 \cdot 10^{10}\text{см}^{-2}$ , одинаковы по ширине. Сравнение графиков  $G(n)$ ,  $\text{DoS}(n)$  и  $E_F(n)$  (рис. 2) показывает, что возле этих характерных значений  $n$  находятся глубокие провалы DoS и резкие переходы между широкими, почти горизонтальными участками  $E_F(n)$ . Непрерывные строгие плато квантования кондуктанса проникают в соседние зоны Ландау, причем гораздо глубже в начало зон с более высоким номером, так что центры строгих плато лежат по  $n$  справа от точек минимального DoS, например, от  $2eB/h$ . Отметим, что подобный сдвиг в экспериментах является редкостью, но при близ-

ких условиях [21], действительно, наблюдался сдвиг центров плато  $R_{xy}$  к более высоким  $B$  по сравнению с предсказанными по классическому эффекту Холла. На рисунке 2 ширина переходных областей  $G(n)$ , содержащих узкие пики, провалы кондуктанса и плавные изменения  $G(n)$ , соизмерима с шириной строгого плато. Об этом говорят приблизительно равные дистанции  $3 \cdot 10^{10}\text{см}^{-2}$  между соседними вертикальными пунктирными разделительными линиями (рис. 2a, b). Исходя из рис. 2, можно ожидать, что ширина строгих плато в чистых структурах с учетом снятия спинового вырождения будет  $1.5 \cdot 10^{10}\text{см}^{-2}$ . Это значение почти совпадает с измеренной шириной квантовых плато при факторах заполнения  $\nu = 1$  и  $\nu = 2$  в случае макроскопических образцов с подвижностями  $(0.5\text{--}4) \times 10^6\text{см}^2/\text{Вс}$  [18]. В мезоскопическом холловском мостике размером  $2 \times 13\text{мкм}$  экспериментально обнаружена тонкая структура в  $\text{DoS}(n)$  с большим числом тонких пиков на краю зоны Ландау и ее проникновение вглубь плато  $R_{xy} = h/2e^2$  [23], что напоминает поведение при  $n \approx 10^{11}\text{см}^{-2}$  на рис. 2.

На рисунке 3 в увеличенном масштабе показаны периодические антифазные осцилляции  $\text{DoS}(n)$  и  $G(n)$  в центральной области первой зоны Ландау. Период осцилляций отвечает добавлению к области

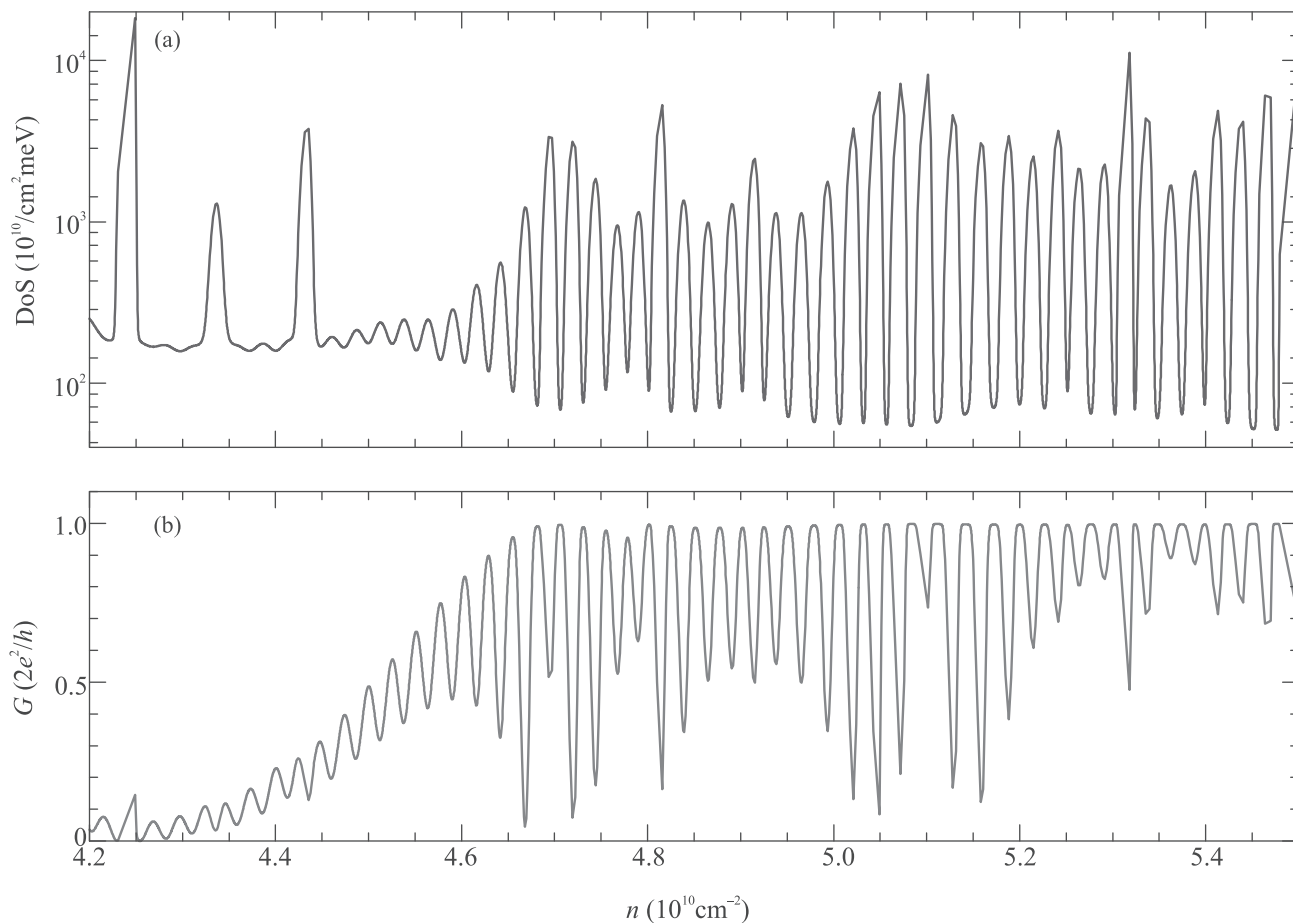


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимости  $\text{DoS}(n)$  и  $G(n)$ , отвечающие области внутри пунктирного прямоугольника возле центра нижней зоны Ландау из рис. 2

рассеяния приблизительно 2.5 электронов, что будет обсуждаться ниже.

Наиболее простые картины  $\text{LDoS}(x, y)$  и  $J(x, y)$  получаются для глубоких провалов  $\text{DoS}$ , т.е. состояний глубоко внутри строго квантованных плато кондактанса, когда  $E_F - \hbar\omega/2 \gg \delta U_{\text{rms}}$  (пример на рис. 4а, б). Видны обычные краевые состояния в виде тонких линий повышенной  $\text{LDoS}$  на краях канала, отвечающие равновесному току при нулевом тянущем напряжении (рис. 4а). Неравновесный ток присутствует лишь на том краю квадрата, который отвечает заданному знаку разности химпотенциала в подводящих идеальных каналах. Распределение тока по  $y$  на этом краю выглядит *одиночной* узкой линией, и его направление указано стрелкой (рис. 4б). Пространство вне указанных линий является изолятором, поскольку  $\text{LDoS}(x, y)$  и  $J(x, y)$  здесь меньше, чем на линиях почти на 8 порядков. Слабый плавный беспорядок в  $U(x, y)$ , найденный решением задачи 3D электростатики (рис. 4с),

не проявляет себя на этих линиях и в области изолятора.

Ситуация качественно меняется для состояний, отвечающих области периодических осцилляций кондактанса возле центра нижней зоны Ландау  $E_F - \hbar\omega_c/2 < \delta U_{\text{rms}}$ . Это показано на рис. 4d, e, f. Из сравнения с рис. 4с видно, что электроны на уровне Ферми заполняют лишь сеть линий  $\text{LDoS}$  (рис. 4е), совпадающих с изолиниями потенциала при  $U(x, y) = 0$ . Ширины извилистых линий  $\text{LDoS}(x, y)$  определяются магнитной длиной. В промежутках между линиями  $\text{LDoS}(x, y)$  падает на порядки. Отметим, что аналогичная сеть в  $\text{LDoS}$  наблюдалась экспериментально, но для более сильного и менее плавного беспорядка [10]. Неравновесный ток на рис. 4d, f тоже течет вдоль изолиний нулевого потенциала, но не в одном, как было на рис. 4б, а в *двух встречных* направлениях, что проявляется в раздвоенности линий плотности тока  $J$ , показанной мелкими стрелками (направление стрелок можно

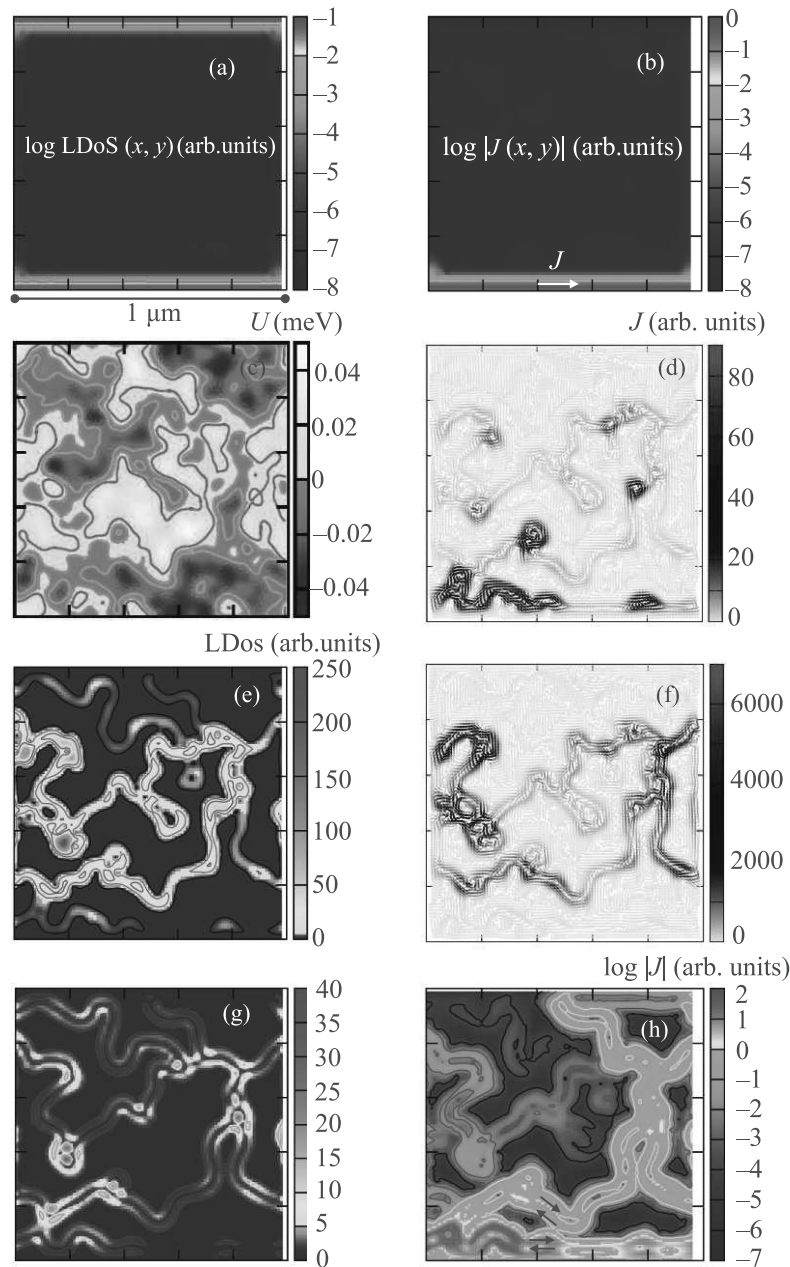


Рис. 4. (Цветной онлайн) Картины LDOS (a), (e), (g) и неравновесного тока (b), (d), (f), (h) в области рассеяния. (a), (b) – Случай наиболее глубокого провала DoS из рис. 2 ( $n = 2eB/h$ ,  $E_F = \hbar\omega_c$ ,  $G = 2e^2/h$ ): обычное краевое состояние с однонаправленным током (b), направление указано стрелкой. (c) –  $U(x, y)$ , использованный при построении рис. 2, 3. (e) – Пример линий повышенной LDOS, идущих вдоль изолиний  $U(x, y) = 0$  для состояний возле центра нижней зоны Ландау с  $E_F \approx \hbar\omega_c/2$ ,  $G = 0.7 \cdot 2e^2/h$ . (d), (f) – Примеры линий повышенной плотности тока  $J$ , идущего во встречных направлениях вдоль изолиний  $U(x, y) = 0$ . (d) – Случай  $G = 0.99 \cdot 2e^2/h$  при  $n = 4.68 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , отвечающий узкому пику на рис. 3. (f) – Случай  $G = 0.084 \cdot 2e^2/h$  при  $n = 5.05 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , отвечающий узкому провалу. (g), (h) – Состояние возле центра второй зоны Ландау с  $E_F \approx 3\hbar\omega_c/2$ ,  $G = 1.98 \cdot 2e^2/h$ . Видны идущие вдоль изолиний  $U(x, y) = 0$  двойные линии повышенной LDOS и сдвоенные линии встречных токов, обозначенных стрелками

разглядеть в сильно увеличенном масштабе, см. дополнительный материал). Этот эффект объясняется малой дрейфовой скоростью электрона.

В данном случае скорость кругового движения электрона  $\omega_c r_c \approx 10^6 \text{ см/с}$  в 50 раз выше дрейфовой. Видно, что на изолиниях потенциала LDOS

неоднородна из-за плавных и резких изменений величины и направления дрейфовой скорости. Если с повышением  $n$  электроны заполняют лишь невырожденные квазидискретные уровни, то резонансы следуют с периодом по  $n$ , отвечающим добавлению двух электронов ко всей моделируемой площадке. Простой расчет для развилки одномерных проводников [29] показывает, что средний период по  $n$  может увеличиваться до 2.5 электронов.

Рисунок 4g, h в дополнение к рис. 4d, e, f демонстрирует универсальность эффекта движения электрона вдоль изолиний  $U(x, y) = 0$ , когда речь идет о состояниях возле центра зоны Ландау. В данном случае зона является второй и кондактанс чуть ниже, чем  $2 \cdot 2e^2/h$ . Линии LDoS теперь раздвоены (два максимума плотности вероятности). Заметим, что подобное раздвоение извилистых линий LDoS недавно наблюдалось экспериментально при менее плавном беспорядке [11]. Линии  $J$  на рис. 4h, как и на рис. 4d, f, состоят из двух противотоков. В дополнительном материале показано, что аналогичные противотоки существуют на краю структур, как при более сильном беспорядке, так и в его отсутствии. Их причиной является быстрое движение частицы по окружности, центр которой медленно дрейфует. Краевые состояния появляются в виде противотоков, когда электроны населяют примерно половину уровня Ландау (дрейфовая скорость близка к нулю), а затем преобразуются в однонаправленные токи в провале DoS между уровнями Ландау (дрейфовая скорость высокая). В дополнительном материале также показано, что узким пикам на краях (хвостах) зон Ландау отвечают локализованные состояния в виде кольцевых токов, которые сосуществуют с краевым током. Вместе с рис. 2–4 это уточняет предсказания проникновения квантовых плато  $R_{xy}$  в область локализованных состояний [3, 8].

Мы проверили устойчивость плато кондактанса к изменению  $B$  от 1 до 3 Тл, ширины канала от 1 до 3 мкм и к изменению параметров потенциала. Если беспорядок оставался длинноволновым и меньшим, чем  $\hbar\omega_c$ , то строгие плато  $G(n)$  глубоко проникали в зоны Ландау. Однако при указанных  $B$  этот эффект исчез, когда длинноволновый беспорядок был заменен короткодействующим с сохранением  $\delta U_{\text{rms}}$ . Наконец, в дополнительном материале показано, что в случае отсутствия беспорядка увеличение ширины канала до 3 мкм резко сужает квантованные плато кондактанса, т.е. убивает квантовый эффект Холла.

Итак, при слабом длинноволновом беспорядке численно изучена тонкая структура плотности состояний в квантовом эффекте Холла. В центральной

части зоны Ландау одночастичные токи текут вдоль изолиний нулевого потенциала в двух противоположных направлениях, что связано с медленным дрейфом электрона. На краях зоны Ландау кольцевые токи внутри образца сосуществуют с краевыми токами. Квазипериодические осцилляции в  $\text{DoS}(n)$  отвечают добавлению двух электронов к области рассеяния. Ширины плато кондактанса и переходных областей согласуются с измерениями.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-30023). Использовались вычислительные ресурсы Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН, авторы благодарят А. Р. Hamilton, А. А. Быкова, Э. Д. Квона, Г. М. Минькова, Д. Г. Полякова, И. В. Горного за обсуждение.

1. K. von Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
2. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
3. H. Aoki, Rep. Prog. Phys. **50**, 655 (1987).
4. I. V. Kukushkin and V. B. Timofeev, Adv. Phys. **45**, 147 (1996).
5. В. Т. Долгополов, УФН **184**, 113 (2014).
6. M. J. Manfra, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **5**, 347 (2014).
7. H. Levine, S. Libby, and A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **51**, 1915 (1983).
8. K. Shizuya, Phys. Rev. Lett. **73**, 2907 (1994).
9. A. L. Efros, F. G. Pikus, and V. G. Burnett, Phys. Rev. B **47**, 2233 (1993).
10. K. Hashimoto, C. Sohrmann, J. Wiebe, T. Inaoka, F. Meier, Y. Hirayama, R. A. Römer, R. Wiesendanger, and M. Morgenstern, Phys. Rev. Lett. **101**, 256802 (2008).
11. J. R. Bindel, J. Ulrich, M. Liebmann, and M. Morgenstern, Phys. Rev. Lett. **118**, 016803 (2017).
12. D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
13. J. Weis and K. von Klitzing, Phil. Trans. R. Soc. A **369**, 3954 (2011).
14. E. Brezin, D. J. Gross, and C. Itzykson, Nucl. Phys. B **235**, 24 (1984).
15. I. S. Burmistrov and M. A. Skvortsov, JETP Lett. **78**, 156 (2003).
16. J. Oswald and R. A. Römer, Phys. Rev. B **96**, 125128 (2017).
17. W. Zhu and D. N. Sheng, Phys. Rev. Lett. **123**, 056804 (2019).

18. S. Ilani, J. Martin, E. Teitelbaum, J.H. Smet, D. Mahalu, V. Umansky, and A. Yacoby, *Nature* **427**, 328 (2004).
19. O. E. Dial, R. C. Ashoori, L.N. Pfeiffer, and K. W. West, *Nature* **448**, 176 (2007).
20. M. Sammon, M. A. Zudov, and B. I. Shklovskii, *Phys. Rev. Mater.* **2**, 064604 (2018).
21. J. Nakamura, S. Fallahi, H. Sahasrabudhe, R. Rahman, S. Liang, G. C. Gardner, and M. J. Manfra, *Nature Phys.* **15**, 563 (2019).
22. Z. D. Kvon, E. B. Ol'shanestkii, M. I. Katkov, A. E. Plotnikov, A. I. Toropov, N. T. Moshegov, M. Cassé, and J. C. Portal, *Semiconductors* **33**, 1238 (1999).
23. O. Couturaud, S. Bonifacie, B. Jouault, D. Mailly, A. Raymond, and C. Chaubet, *Phys. Rev. B* **80**, 033304 (2009).
24. N. Pascher, C. Rössler, T. Ihn, K. Ensslin, C. Reichl, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. X* **4**, 011014 (2014).
25. X. Du, I. Skachko, F. Duerr, A. Luican, and E. Y. Andrei, *Nature* **462**, 192 (2009).
26. A. Grivnin, H. Inoue, Y. Ronen, Y. Baum, M. Heiblum, V. Umansky, and D. Mahalu, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 266803 (2014).
27. S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK (1997).
28. A. Cresti, R. Farchioni, G. Grosso, and G. P. Parravicini, *Phys. Rev. B* **68**, 075306 (2003).
29. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, Z. D. Kvon, A. L. Aseev, and J.-C. Portal, *Nanotechnology* **23**, 095202 (2012).
30. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, *Письма в ЖЭТФ* **99**, 231 (2014).
31. О. А. Tkachenko, V. A. Tkachenko, I. S. Terekhov, and O. P. Sushkov, *2D Materials* **2**, 014010 (2015).
32. O. Tkachenko, V. Tkachenko, Z. Kvon, D. Sheglov, and A. Aseev, in *Advances in Semiconductor Nanostructures, Growth, Characterization, Properties and Applications*, ed. by A. Latyshev, A. Dvurechenskii, and A. Aseev, Elsevier, Amsterdam (2017), p. 131.
33. О. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, В. А. Ткаченко, О. П. Сушков, *Труды международной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики"*, Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск (2019), с. 509, 515.