

# Механизмы перехода диэлектрик–металл и спинового кроссовера в CoO при высоких давлениях

В. А. Гавричков<sup>+</sup>, Ю. С. Орлов<sup>+\*</sup>, Т. М. Овчинникова<sup>×</sup>, С. Г. Овчинников<sup>+\*1)</sup>

<sup>+</sup>Институт физики им. Л. В. Киренского, Федеральный исследовательский центр “Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук”, 660036 Красноярск, Россия

<sup>\*</sup>Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

<sup>×</sup>Институт леса им. В. Н. Сукачева, Федеральный исследовательский центр “Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук”, 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 7 июля 2020 г.

После переработки 7 июля 2020 г.

Принята к публикации 8 июля 2020 г.

Влияние высокого давления на электронные свойства CoO проанализировано в рамках многоэлектронной модели оксидов переходных металлов. Обсуждается особенность спинового кроссовера для  $\text{Co}^{+2}$  термов  $d^7$  по сравнению с  $d^5$  и  $d^6$  конфигурациями. Предсказан переход антиферромагнетик–ферромагнетик по давлению в точке спинового кроссовера. Предложена модель изменения электросопротивления с ростом давления со скачком на 8 порядков в точке структурного перехода при давлении 43 ГПа и дальнейшей металлизации выше 133 ГПа.

DOI: 10.31857/S1234567820160077

1. Тенденция к металлизации диэлектриков при мегабарных давлениях хорошо известна и на этом пути достигнуты недавние успехи в получении высокотемпературной сверхпроводимости в гидридах с критической температурой выше 200 К при давлениях выше 200 ГПа [1–4]. В связи с этим усилился интерес к исследованию поведения и других материалов при сверхвысоких давлениях, например, гидридов железа [5], металлизации молекулярного водорода [6]. Окислы переходных металлов обычно при нормальном давлении являются антиферромагнитными (АФМ) диэлектриками Мота–Хаббарда благодаря эффектам сильных электронных корреляций, например монооксиды MnO, FeO, CoO и NiO со структурой NaCl. При высоких давлениях в таких материалах могут происходить переходы диэлектрик–металл благодаря уширению электронной зоны и спиновые кроссоверы из состояния с высоким спином (HS) в состояние с низким спином (LS) благодаря росту величины кристаллического [7–11]. Эти два явления, вообще говоря, могут быть взаимосвязаны [12].

В настоящей работе мы рассмотрим спиновый кроссовер и металлизацию в CoO, в котором экспериментально при давлениях до 150 ГПа обнаружены структурные фазовые переходы из кубической фа-

зы Куб I в орторомбическую Ромбо I при давлении  $P_{c1} = 43$  ГПа без изменения объема, затем Ромбо I–Ромбо II при давлении  $P_{c2} \sim 90$  ГПа с изменением объема на 2.7% и возвращение в кубическую фазу Куб II при давлении  $P_{c3} \sim 120$  ГПа [13, 14]. Зависимость электрического сопротивления от давления характеризуется резким понижением (скачком на 8 порядков) в интервале давлений 43–63 ГПа, изломом при 80 ГПа и металлическим поведением при 133 ГПа [14]. Авторы [14] обсуждают возможность спинового коллапса в интервале 80–90 ГПа, в основном ссылаясь на расчеты [7]. Прямых экспериментальных свидетельств спинового кроссовера в CoO в литературе мы не нашли.

Поэтому мы рассмотрим теоретически особенности механизмов перехода диэлектрик–металл и спинового кроссовера и их возможную взаимосвязь в CoO в рамках многоэлектронного подхода [12, 15]. Ранее в работе [15] было показано, что спиновый кроссовер в общем случае может изменять величину эффективного параметра электронных корреляций, в частности, ослаблять их для  $d^5$  конфигураций. Усиление эффектов корреляций для  $d^6$  конфигураций и особенности переходов диэлектрик–металл под давлением были рассмотрены в работе [12]. В настоящей работе мы покажем, что для иона  $\text{Co}^{+2}$  в конфигурации  $d^7$  спиновый кроссовер не влияет на параметр электронных корреляций, и обсудим возможные ме-

<sup>1)</sup>e-mail: sgo@iph.krasn.ru

ханизмы влияния давления на поведение электрического сопротивления.

**2.** Как известно, сильные корреляции расщепляют одноэлектронную зону в модели Хаббарда на нижнюю и верхнюю хаббардовские подзоны (ЛНВ и УНВ соответственно). В обычной модели Хаббарда с орбитально невырожденной зоной шириной  $2W$  и внутриатомным кулоновским параметром Хаббарда  $U$ , диэлектрическая щель в случае наполовину заполненной зоны  $E_g = U - W$  в режиме сильных электронных корреляций ( $U \gg W$ ) уменьшается с ростом  $P$  из-за увеличения ширины зоны при сближении атомов,  $W(P) = W(0) + \alpha_W P$ . Это приводит к переходу Мота–Хаббарда диэлектрик–металл, когда полуширина зоны достигает критического  $W_c = aU$  ( $a \sim 1$ ) [16, 17]. Параметр Хаббарда  $U$  имеет внутриатомную природу и предполагается независимым от давления.

Ситуация меняется в многоорбитальных аналогах модели Хаббарда, которые можно использовать для описания окислов  $3d$  металлов с преимущественно ионным типом химической связи. Для таких моделей первоначальные идеи Хаббарда необходимо дополнить наличием различных многоэлектронных  $d^n$  термов и присутствием анионных  $sp$  состояний. В низкоэнергетической области эффективный гамильтониан подобной многозонной  $p$ - $d$  может быть записан в виде эффективной модели Хаббарда, в которой атомные термы  $d^0$ ,  $d^1$  и  $d^2$  однозонной модели Хаббарда заменяются локальными многоэлектронными термами  $d^{n-1}$ ,  $d^n$  и  $d^{n+1}$  [18, 19]. Аналоги ЛНВ и УНВ в атомном пределе ( $W = 0$ ) имеют энергии  $\Omega_v = E_0(d^n) - E_0(d^{n-1})$  и  $\Omega_c = E_0(d^{n+1}) - E_0(d^n)$ , соответственно, где  $E_0(d^n)$  есть энергия основного терма  $d^n$  конфигурации. Предполагается, что среднее число электронов  $\langle n_d \rangle = n$ . Тогда щель между УНВ и ЛНВ определяется эффективным параметром Хаббарда [18]:

$$U_{\text{eff}}(d^n) = E_0(d^{n+1}) + E_0(d^{n-1}) - 2E_0(d^n). \quad (1)$$

Благодаря конкуренции внутриатомного обменного взаимодействия Хунда  $J$  и кубической компоненты кристаллического поля  $10Dq$  каждый терм  $d^n$  ( $n = 4-7$ ) может иметь HS или LS основные состояния [20, 21]. Спиновый кроссовер HS-LS может иметь место из-за роста кристаллического поля с давлением, которое можно аппроксимировать также линейной зависимостью  $10Dq(P) = 10Dq(0) + \alpha_{\Delta} P$  [22]. В результате спиновый кроссовер изменяет  $U_{\text{eff}}(d^n)$ , обуславливая взаимосвязь с переходом Мота–Хаббарда. Влияние спинового кроссовера на параметр электронных корреляций оказалось не уни-

версальным, для  $d^5$  ионов  $U_{\text{eff}}$  подавляется, но для  $d^6$  ионов  $U_{\text{eff}}$  возрастает благодаря спиновому кроссоверу [12, 15, 22, 23].

**3.** В случае CoO с ионом  $\text{Co}^{+2}$  в конфигурации  $d^7$  с ростом давления конкурируют два терма:

а) высокоспиновый HS со спином  $S = 3/2$  и энергией

$$E_{\text{HS}}(d^7) = E_C(d^7) - 8Dq - 11J; \quad (2)$$

б) низкоспиновый LS со спином  $S = 1/2$  и энергией

$$E_{\text{LS}}(d^7) = E_C(d^7) - 18Dq - 9J. \quad (3)$$

Здесь  $E_C(d^7)$  есть независимая от величины спина часть кулоновского взаимодействия для 7 электронов в ионе  $\text{Co}^{+2}$ . Из этих формул видно, что для свободного иона при нулевом кристаллическом поле выгоднее высокоспиновое состояние, но с ростом кристаллического поля низкоспиновое состояние понижает свою энергию быстрее и равенство энергий происходит при выполнении условия  $10Dq = 2J$ , что достигается при давлении

$$P_S = (2J - 10Dq(0))/\alpha_{\Delta}. \quad (4)$$

Для расчета зависимости эффективного параметра Хаббарда (1) от давления необходимо записать энергии высоко- и низкоспиновых термов конфигураций  $d^6$  с одной дыркой и  $d^8$  с одним добавленным электроном аналогично формулам (2), (3) (рис. 1).

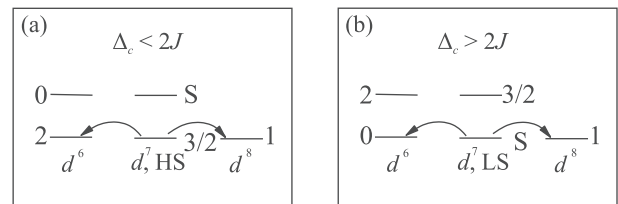


Рис. 1. Схема многоэлектронных термов для нейтральной конфигурации  $d^7$ , дырочной  $d^6$  и электронной  $d^8$  для основного высокоспинового состояния, когда кристаллическое поле меньше критического значения  $2J$  (а) и низкоспинового состояния, когда кристаллическое поле больше критического значения  $2J$  (б). Числа у термов показывают величину спина. Стрелками показаны процессы рождения дырки и электрона в основных состояниях

Соответствующие выражения приведены в работе [15]. В результате найдем, что как для HS, так и для LS состояний

$$U_{\text{eff}}(d^7) = U - J \quad (5)$$

и не зависит от давления. Таким образом, кулоновская часть диэлектрической щели для CoO не зависит от давления, в отличие от оксидов с  $d^5$  и  $d^6$

ионами. Поскольку полуширина зоны  $W = zt$ , где  $z$  – число ближайших соседей и  $t$  – интеграл перескока между ближайшими соседями, также не зависят от спинового состояния, мы приходим к выводу о независимости спинового кроссовера и перехода диэлектрик-металл в CoO.

4. Для анализа зависимости электросопротивления от давления необходимо учитывать зависимость ширины зоны от межатомного расстояния, что приводит к следующей формуле для энергии диэлектрической щели

$$E_g(P) = U - J - W(0) - \alpha_W P. \quad (6)$$

Структурный переход из кубической фазы Куб I в орторомбическую Ромбо I при давлении  $P_{c1} = 43$  ГПа может изменить ширину зоны благодаря орторомбическому искажению на величину  $\delta W$ . В результате выше точки перехода в фазе Ромбо I диэлектрическая щель может быть записана как  $E_g(P) = U - W(0) - \alpha_W P - \delta W$ . Поскольку в работе [14] нет никаких сведений о наличии примесей и механизме проводимости, мы предполагаем активационный тип проводимости с энергией активации  $E_a = 1/2 E_g$ . Тогда из величины скачка сопротивления на 8 порядков в точке  $P_{c1} = 43$  ГПа при комнатной температуре можно оценить величину скачка щели  $\delta W \approx 0.5$  эВ. Остальные параметры, входящие в уравнение (6) при нулевом давлении ( $U_{\text{эф}} = U - J$ ,  $W(0) = 6t_0$ ), мы оценим по величине температуры Нееля  $T_N = 290$  К [24] и используя результаты расчетов параметров в рамках теории функционала плотности [25]. В рамках ограниченного метода (*constrained DFT*) авторы [25] получили для CoO  $U = 5.1$  эВ,  $J = 0.9$  эВ. Расчеты диэлектрической щели  $E_g$  в этой же работе в рамках различных приближений дают следующие значения для CoO: 2.21 эВ (LDA +  $U$ ), 2.47 эВ (LDA +  $U$  + корреляционные поправки в несамосогласованном методе  $G_0W_0$ ), и 2.54 эВ (LDA+ $U$ +корреляционные поправки в частично самосогласованном методе  $GW_0$ ). Экспериментально измеренные значения зонной щели для CoO методами фотоэлектронной спектроскопии равны  $2.5 \pm 0.3$  эВ [26, 27], рентгеновской спектроскопии XAS и XES – 2.6 эВ [28], по спектрам оптического поглощения – 2.5 эВ [29]. Поэтому в дальнейших расчетах мы используем щель при нулевом давлении  $E_g(0) = 2.5$  эВ.

Для оценки интеграла межатомного перескока  $t_0$  в отсутствие внешнего давления мы воспользуемся выражением для межатомного эффективного гейзенберговского обменного взаимодействия  $I_H$  по ме-

ханизму суперобмена Крамерса–Андерсона в модели Хаббарда,

$$I_H = 2t_0^2/U_{\text{эф}} = 2t_0^2/(U - J). \quad (7)$$

Величину  $I_H$  мы оценим через значение температуры Нееля в приближении среднего поля

$$T_N = \frac{1}{3} I_H z S(S + 1) = 7.5 I_H. \quad (8)$$

Используя экспериментальные значения диэлектрической щели 2.5 эВ и  $T_N = 290$  К и выражения (6)–(8), находим  $t_0 = 0.076$  эВ и  $U - J = 3$  эВ. Для хундовского обмена  $J = 1$  эВ (близкого к значению 0.9 эВ из [25]) в результате получим параметр Хаббарда  $U = 4$  эВ, что вполне согласуется со значениями из работы [25]. Заметим, что параметр электронного перескока  $t_0 = 0.076$  эВ получался у нас ранее для FeVO<sub>3</sub> [28], и такое совпадение неудивительно, учитывая близость расстояния металл-кислород в октаэдрах и одинаковый тип химической связи.

Зная обменный интеграл Хунда 1 эВ, величину кристаллического поля  $10Dq(0) = 0.7$  эВ [27] и предполагая, что барическая производная  $\alpha_\Delta$  для CoO близка к соответствующему параметру для FeVO<sub>3</sub>  $\alpha_\Delta = 0.018$  эВ/ГПа, мы получаем оценку для давления спинового кроссовера  $P_s = 72$  ГПа, что близко к значениям спинового коллапса из расчета [7]. Отличие ионных радиусов для высокоспинового и низкоспинового состояний примерно на 10% приводит обычно к изоструктурному переходу также с большим изменением объема. Ситуация для CoO осложняется наличием нескольких структурных фазовых переходов, возможно поэтому переход в интервале 80–90 ГПа, который авторы [14] и связывают со спиновым кроссовером, сопровождается достаточно небольшим (2.7%) изменением объема. С учетом скачка диэлектрической щели в точке  $P_{c1} = 43$  ГПа выражение для всего интервала давлений может быть записано в виде

$$E_g(P) = \begin{cases} E_g(0) - \alpha_W P, & P < P_{c1}, \\ E_g(0) - \delta W - \alpha_W P, & P > P_{c1}. \end{cases} \quad (9)$$

Единственный неизвестный параметр в выражении (9), барическую производную щели  $\alpha_W$  оценим из условия  $E_g(133 \text{ ГПа}) = 0$ , что дает  $\alpha_W = 0.015$  эВ/ГПа. Полученная в результате зависимости электрического сопротивления от давления показана на рис. 2 и качественно совпадает с экспериментальной кривой из работы [14]. Вблизи точки перехода диэлектрик–металл поведение системы может быть более сложным [30], но в данной работе мы ограничиваемся только качественной картиной.

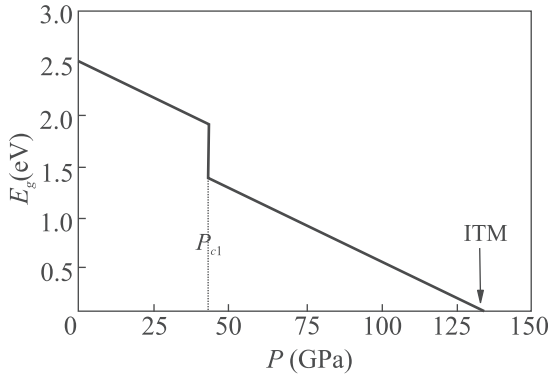


Рис. 2. Схема зависимости сопротивления от давления для CoO со скачком в точке структурного перехода  $P_{c1}$  и переходом диэлектрик металл (ИМТ)

**5.** Обсудим изменение эффективного гейзенберговского обменного взаимодействия  $I_H$  при спиновом кроссовере. В стандартной теории суперобменного взаимодействия магнитных катионов в основном состоянии через промежуточный анион величина антиферромагнитного обменного параметра  $I_H \sim t^2/U$  [31], где параметр  $t$  описывает амплитуду рождения электронно-дырочных пар при межзонных перескоках электронов катион-анион-катион, а  $U$  есть диэлектрическая щель. Изменение основного состояния магнитного катиона в нейтральной конфигурации (рис. 1) вследствие кроссовера а также возможные кроссоверы в дырочной и электронной конфигурациях на рис. 1, может изменить тип перекрытия волновых функций и тем самым повлиять не только на величину, но и на знак суперобменного взаимодействия. Ранее для  $\text{FeVO}_3$  было показано, что спиновый кроссовер изменяет знак суперобмена от антиферромагнитного в HS состоянии до ферромагнитного в LS состоянии [32]. Общая теория суперобменного взаимодействия для различных спиновых состояний магнитных катионов в конфигурациях  $d^2-d^9$  развита в работе [29], где получен простой критерий для определения характера (ФМ или АФМ) суперобменного взаимодействия в оксидах переходных элементов. Ниже мы применим метод, развитый в работе [33], для анализа влияния спинового кроссовера в CoO на обменное взаимодействие. Знак взаимодействия определяется соотношением спинов электрона  $S_\tau(d^8)$  и дырки  $S_\nu(d^6)$  на виртуальной электрон-дырочной паре в состоянии  $|\tau\rangle|\nu\rangle$ , рожденной в процессе электронного перескока с  $i$ -го и  $j$ -й магнитный ион (см. рис. 3а, б). Если выполняется соотношение  $S_\tau(d^8) = S_\nu(d^6)$ , то вклад во взаимодействие  $I_H$  от такой пары имеет АФМ характер. В случае  $S_\tau(d^8) = S_\nu(d^6) \pm 1$  – это ФМ вклад. В случае кон-

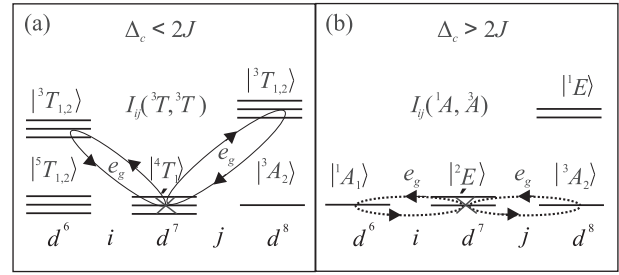


Рис. 3. Графическая схема виртуальной электрон-дырочной пары, дающей основной вклад в суперобменное взаимодействие  $i$ - и  $j$ -го ионов: (а) – в HS CoO под обычным давлением, где АФМ характер обусловлен вкладом  $I_{ij}(^3T, ^3T)$  с участием возбужденных  $^3T_{1,2}$  состояний и  $\sigma$  типом перекрытия; (б) – в LS CoO под высоким давлением, где ФМ характер обусловлен вкладом  $I_{ij}(^1A, ^3A)$  с  $\sigma$  типом перекрытия

кренции между ними преобладает вклад с наибольшим  $\sigma$  орбитальным перекрытием. Согласно этому критерию, при обычном давлении оксид кобальта – это АФМ материал с суперобменным взаимодействием

$$I_H = \sum_{i \neq j} I_{ij}(^3T, ^3T) \left( \hat{S}_i \hat{S}_j - \frac{1}{4} \hat{n}_i^{(e)} \hat{n}_j^{(h)} \right), \quad (10)$$

где  $I_{ij}(^3T, ^3T)$  – это вклад виртуальных перескоков  $e_g$  электронов с участием  $^3T_{1,2}$  состояний и  $\sigma$  типом перекрытия (рис. 3а).

После спинового кроссовера основных нейтрального  $(3d^7)|^4T_1\rangle \leftrightarrow |^2E\rangle$  и дырочного  $(3d^6)$  состояний  $|^5T_2\rangle \leftrightarrow |^1A_1\rangle$  схема суперобменного взаимодействия в CoO под высоким давлением изменяется. Спин в основном терме дырочной конфигурации  $d^6$  равен 0, а для электронной конфигурации  $d^8$  спин равен 1. Вследствие этого, согласно [33], в LS состоянии возникает ФМ характер взаимодействия

$$I_H = - \sum_{i \neq j} I_{ij}(^1A, ^3A) \left( \hat{S}_i \hat{S}_j + \frac{1}{4} \hat{n}_i^{(e)} \hat{n}_j^{(h)} \right), \quad (11)$$

обусловленный вкладом  $I_{ij}(^1A, ^3A)$  также с  $\sigma$  типом перекрытия, где  $I_{ij}(^1A, ^3A)$  – это ФМ вклад виртуальных перескоков  $e_g$  электронов с участием основных  $^1A_1, ^3A_2$  состояний и  $\sigma$  типом перекрытия (рис. 3б). Таким образом, спиновый кроссовер при высоком давлении в CoO может привести к изменению характера магнитного упорядочения с АФМ на ФМ.

**6.** В заключение мы хотим подчеркнуть, что зависимость электронных и магнитных свойств CoO от давления в сравнении с другими оксидами пере-

ходных металлов имеет как общие черты (металлизация с ростом давления, переход из высокоспинового состояния в низкоспиновое), так и специфические различия. В первую очередь это слабая корреляция спинового кроссовера и перехода диэлектрик-металл. Для соединений железа с ионами  $\text{Fe}^{+3}$  в конфигурации  $d^5$  и  $\text{Fe}^{+2}$  в конфигурации  $d^6$  кроссовер непосредственно влиял на кулоновскую составляющую диэлектрической щели. Для  $\text{CoO}$ , как мы показали, кулоновская часть щели не меняется в точке кроссовера. Вообще говоря, за счет изменения объема в точке кроссовера может измениться величина ширины зоны, это иной механизм влияния спинового кроссовера на диэлектрическую щель.

Следует отметить, что в настоящее время нет прямых экспериментальных доказательств наблюдения спинового кроссовера в  $\text{CoO}$ . Если в соединениях железа есть удобный метод наблюдения спинового кроссовера с помощью эффекта Мессбауэра, то для  $\text{CoO}$  этот способ не годится. Возможно наблюдение спинового кроссовера через изменение интенсивности низкоэнергетического сателлита в рентгеновских эмиссионных спектрах высокого разрешения при изменении давления, как это было сделано в работе [34] для кроссовера в парамагнитной фазе  $\text{GdFe}_3(\text{VO}_3)_4$ , но это нетривиальный эксперимент. Косвенным методом подтверждения спинового кроссовера в  $\text{CoO}$  может быть обнаружение фазового перехода антиферромагнетик-ферромагнетик, предсказанный в настоящей работе.

Авторы благодарят Российский научный фонд за финансовую поддержку в рамках проекта Российского научного фонда 18-12-00022.

1. A. Drozdov, M. Eremets, I. Troyan, V. Ksenofontov, and S. Shylin, *Nature* **525**, 73, (2015).
2. I. Troyan, A. Gavriliuk, R. Ruffer, A. Chumakov, A. Mironovich, I. Lyubutin, D. Perekalin, A. Drozdov, and M. Eremets, *Science* **351**, 1303 (2016).
3. M. Somayazulu, A. Muhtar, A. Mishra, Z. Geballe, M. Baldini, Y. Meng, V. Struzhkin, and R. Hemley, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 027001 (2019).
4. D. V. Semenok, A. G. Kvashnin, A. G. Ivanova, V. Svitlyk, V. Yu. Fominski, A. V. Sadakov, O. A. Sobolevskiy, V. M. Pudalov, I. A. Troyan, and A. R. Oganov, *Mater. Today* **33**(3), 36 (2020).
5. Д. Н. Сагатова, П. Н. Гаврюшкин, Н. Е. Сагатов, И. В. Медриш, К. Д. Литасов, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 160 (2020).
6. Г. Э. Норман, И. М. Сайтов, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 175 (2020).
7. R. E. Cohen, I. I. Mazin, and D. G. Isaak, *Science* **275**, 654 (1997).
8. Z. Fang, K. Terakura, H. Sawada, T. Miyazaki, and I. Solovyev, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1027 (1998).
9. S. Ohnishi, *Phys. Earth Planet. Int.* **17**, 130 (1978).
10. D. M. Sherman and H. J. F. Jansen, *Geophys. Res. Lett.* **22**, 1001 (1995).
11. И. С. Любутин, А. Г. Гаврилюк, *УФН* **179**, 1048 (2009).
12. S. G. Ovchinnikov, *ЖЭТФ* **116**(1), 123 (2013).
13. Q. Guo, H. K. Mao, J. Hu, J. Shu, and R. J. Hemley, *J. Phys. Condens. Matter.* **14**, 11369 (2002).
14. T. Atou, M. Kawasaki, and S. Nakajima, *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**(10A), L1281 (2004).
15. С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **134**, 172 (2008).
16. N. F. Mott, *Metal-Insulator Transitions*, Taylor and Francis, London (1974).
17. J. C. Hubbard, *Proc. R. Soc. London Ser. A* **276**, 238 (1963).
18. J. Zaanen, G. A. Sawatzky, and J. W. Allen, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 418 (1985).
19. С. Г. Овчинников, *УФН* **167**, 1043 (1997).
20. Y. Tanabe and S. Sugano, *J. Phys. Soc. Jpn.* **9**, 753 (1954).
21. С. Г. Овчинников, *Письма в ЖЭТФ* **77**, 808 (2003).
22. А. Г. Гаврилюк, И. А. Троян, С. Г. Овчинников, И. С. Любутин, В. А. Саркисян, *ЖЭТФ* **126**, 650 (2004).
23. I. S. Lyubutin, S. G. Ovchinnikov, A. G. Gavriliuk, and V. V. Struzhkin, *Phys. Rev. B* **79**, 085125 (2009).
24. M. D. Reichtin, S. C. Moss, and B. L. Averbach, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 1485 (1970).
25. H. Jiang, R. I. Gomez-Abal, P. Rinke, and M. Scheffler, *Phys. Rev. B* **82**, 045108 (2010).
26. J. van Elp, R. H. Potze, H. Eskes, R. Berger, and G. A. Sawatzky, *Phys. Rev. B* **44**, 1530 (1991).
27. J. van Elp, J. L. Wieland, H. Eskes, P. Kuiper, and G. A. Sawatzky, *Phys. Rev. B* **44**, 6090 (1991).
28. E. Z. Kurmaev, R. G. Wilks, A. Moewes, L. D. Finkelstein, S. N. Shamin, and J. Kunes, *Phys. Rev. B* **77**, 165127 (2008).
29. G. W. Pratt and R. Coelho, *Phys. Rev.* **116**, 281 (1959).
30. В. Н. Пудалов, М. Е. Гершензон, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 237 (2020).
31. P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **115**, 2 (1959).
32. В. А. Гавричков, С. И. Полукеев, С. Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **154**(4), 835 (2018).
33. V. A. Gavrichkov, S. I. Polukeev, and S. G. Ovchinnikov, *Phys. Rev. B* **101**, 094409 (2020).
34. И. С. Любутин, А. Г. Гаврилюк, В. В. Стружкин, С. Г. Овчинников, С. А. Харламова, Л. Н. Безматерных, М. Ху, П. Чоу, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 610 (2006).