

Нарушение кубической симметрии в редкоземельных додекаборидах с динамическими зарядовыми страйпами¹⁾

К. М. Красиков⁺²⁾, А. Н. Азаревич⁺, В. В. Глушков⁺, С. В. Демишев^{+*}, А. Л. Хорошилов⁺, А. В. Богач⁺,
Н. Ю. Шицевалова[×], В. Б. Филиппов[×], Н. Е. Случанко⁺

⁺Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

^{*}Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

[×]Институт проблем материаловедения им. И. М. Францевича Национальной академии наук Украины, 03142 Киев, Украина

Поступила в редакцию 25 августа 2020 г.

После переработки 5 сентября 2020 г.

Принята к публикации 5 сентября 2020 г.

При температурах $T \leq 150$ К обнаружен эффект понижения симметрии для параметров электронного транспорта в редкоземельных додекаборидах RB_{12} ($R = \text{Ho}, \text{Er}, \text{Tm}, \text{Lu}$) с гцк структурой кристаллической решетки. Показано, что при переходе в разупорядоченную фазу каркасного стекла ниже $T^* \sim 60$ К резко усиливается анизотропия магнетосопротивления, причем этот эффект наблюдается в магнитных и немагнитных редкоземельных додекаборидах, включая твердые растворы $R_x\text{Lu}_{1-x}\text{B}_{12}$ с сильным беспорядком замещения. Обсуждается роль электронного фазового расслоения (зарядовые страйпы вдоль направления $\langle 110 \rangle$) в этих металлах с открытыми траекториями на поверхности Ферми.

DOI: 10.31857/S1234567820190040

1. Введение. Сильно коррелированные электронные системы (СКЭС) представляются перспективными как для практических применений, так и с точки зрения исследований фундаментальных аспектов физики конденсированного состояния [1–3]. В частности, наличие в СКЭС электронной и структурной неустойчивостей, возникающих вследствие конкуренции между различными активными степенями свободы, часто приводит к появлению сложных фазовых диаграмм, аномалиям свойств и анизотропии характеристик [1]. Анализ природы аномалий в СКЭС, таких, как электронный нематический эффект, зарядовые страйпы и др. (см., например, [1–4]), часто оказывается затруднен вследствие сложного химического состава и низкой симметрии кристаллической структуры. В то же время, среди различных СКЭС выделяется семейство редкоземельных (РЗ) додекаборидов RB_{12} , в которых электронная и структурная неустойчивости наблюдаются в соединениях со сравнительно простой гцк решеткой.

РЗ додекабориды кристаллизуются в структуре типа NaCl , в узлах первого типа находятся кластеры B_{12} , в узлах второго типа – атомы металла. Среди РЗ додекаборидов LuB_{12} является ре-

перным немагнитным соединением с полностью заполненной $4f$ оболочкой (конфигурация $4f^{14}$), тогда как HoB_{12} ($4f^{10}$), ErB_{12} ($4f^{11}$) и TmB_{12} ($4f^{12}$) являются антиферромагнитными (АФ) металлами с температурами Нееля $T_N = 7.3, 6.7$ и 3.3 К соответственно [5]. Недавние исследования особенностей кристаллической структуры и анизотропии магнетосопротивления (МС) в LuB_{12} [6–8] позволили обнаружить формирование динамических зарядовых страйпов вдоль направлений $\langle 110 \rangle$, что обусловлено динамическим кооперативным эффектом Яна–Теллера на кластерах $[B_{12}]^{2-}$ и связанной с этим модуляцией степени гибридизации зонных $5d-2p$ состояний. Анизотропия МС, предположительно обусловленная зарядовыми страйпами, также была обнаружена в АФ и парамагнитной фазах твердых растворов замещения $\text{Ho}_x\text{Lu}_{1-x}\text{B}_{12}$ различных составов [9–11] и $\text{Tm}_{1-x}\text{Yb}_x\text{B}_{12}$ [12]. Подчеркнем, что filamentарное распределение электронной плотности вследствие неустойчивости борного каркаса является общим для всех РЗ додекаборидов (см., например, [13] для TmB_{12}).

Классический сценарий возникновения анизотропии МС в металлах при низких температурах связан с наличием открытых траекторий на поверхности Ферми (ПФ) [14, 15]. При этом в пределе сильного поля ($\omega_c \tau \gg 1$, ω_c – циклотронная частота, τ – время релаксации) наличие открытых траекторий на

¹⁾См. дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru.

²⁾e-mail: krasikokirill@yandex.ru

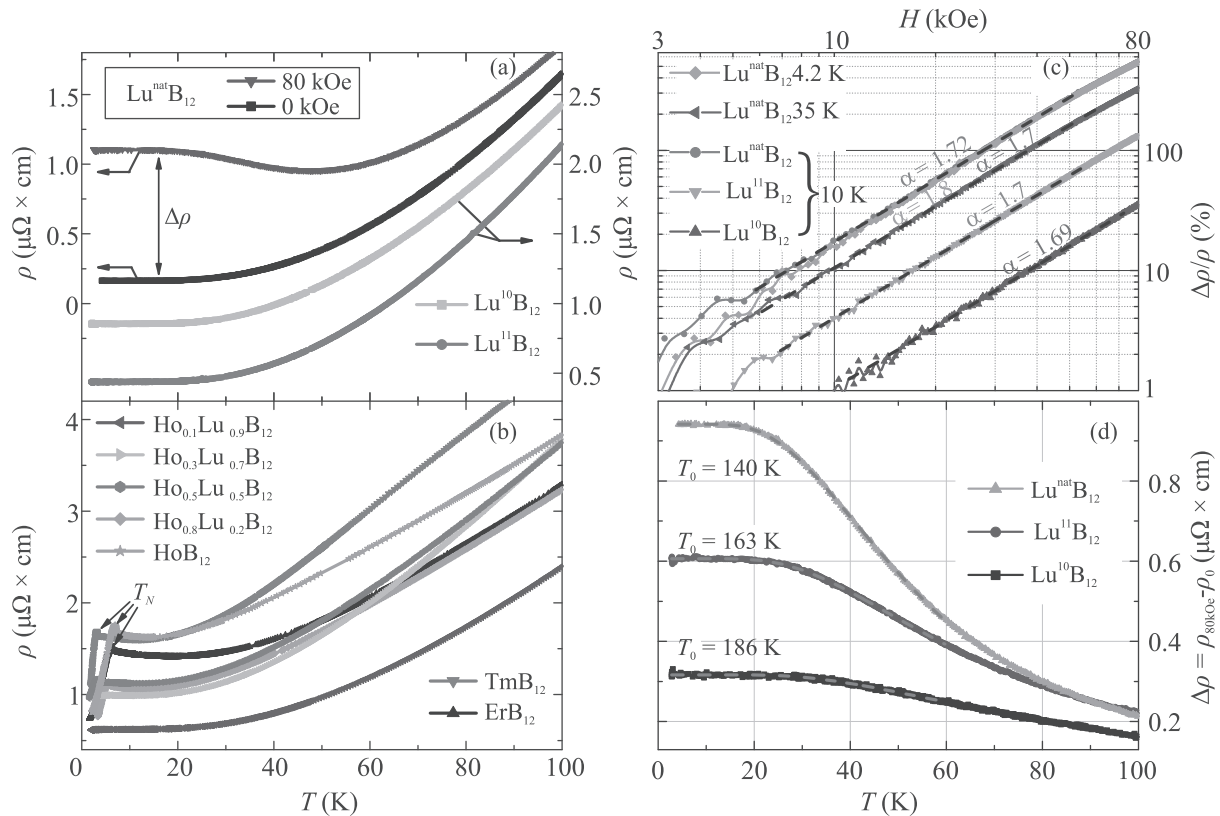


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a), (b) – Температурные зависимости удельного сопротивления для ряда додекаборидов RB_{12} . На панели (a) дополнительно показана зависимость для $Lu^{nat}B_{12}$ в магнитном поле $H = 80$ кЭ с ориентацией $H \parallel [001]$ (синяя кривая). (c) – Полевые зависимости МС при ориентации $H \parallel [001]$ для LuB_{12} с различными изотопами бора, пунктиром показаны линейные в двойном логарифмическом масштабе участки кривых (степенная зависимость вида $\Delta\rho/\rho \sim H^\alpha$). (d) – Температурные зависимости магнитного вклада в удельное сопротивление в поле $H = 80$ кЭ с ориентацией $H \parallel [001]$ для кристаллов LuB_{12} с различным изотоп-составом по бору. Пунктирными кривыми показана аппроксимация соотношением (2)

ПФ может приводить к огромной анизотропии МС при изменении ориентации магнитного поля с переходом от замкнутых к открытым орбитам электронов [14, 15]. Поскольку в RB_{12} дырочный лист ПФ в форме “монстра” [16] имеет несколько групп открытых траекторий [17–19], представляет интерес выяснить природу анизотропии МС в RB_{12} и провести сравнение с аномалиями МС, обнаруженными ранее для меди с аналогичной топологией ПФ.

С этой целью в работе представлены результаты измерений температурных, полевых и угловых зависимостей МС и выполнен анализ вкладов в магнитных и немагнитных додекаборидах RB_{12} ($R = Ho, Er, Tm, Lu$) и в твердых растворах замещения на их основе. Мы покажем, что обнаруженное понижение симметрии электронного транспорта при низких и промежуточных температурах не может быть связано исключительно с топологией ПФ в этих металлах со структурной и электронной неустойчивостя-

ми. Взаимосвязь между флуктуациями электронной плотности и топологией ПФ предположительно является фактором, определяющим широкий температурный диапазон и значительную амплитуду наблюдаемой анизотропии.

2. Образцы и экспериментальная установка. Монокристаллические образцы RB_{12} были выращены методом бестигельной индукционной зонной плавки в инертной атмосфере в ИПМ НАН Украины, методика получения кристаллов детально описана в [20]. Измерения удельного сопротивления в магнитном поле до 80 кЭ при гелиевых и промежуточных температурах были выполнены на установке для гальваномагнитных измерений в ИОФ РАН. Для измерений на постоянном токе использовалась стандартная 4-х контактная схема с коммутацией тока через образец. Предварительно ориентированные образцы монтировались на столик с возможностью вращения вокруг токового направления. Экс-

перимент с вращением образцов вокруг оси $\mathbf{I}||[1\bar{1}0]$ позволяет в пошаговом режиме изменять ориентацию магнитного поля в плоскости $(1\bar{1}0)$, проходя основные направления $\mathbf{H}||[001]$, $[110]$ и $[111]$ в гцк решетке.

3. Результаты и обсуждение. На рисунке 1а, б приведены температурные зависимости удельного сопротивления для ряда РЗ додекаборидов. Остаточное сопротивление оказывается минимальным в LuB_{12} (~ 0.15 мкОм·см) и возрастает на порядок величины в антиферромагнетиках HoB_{12} , ErB_{12} и TmB_{12} вследствие магнитного рассеяния носителей заряда на РЗ ионах (см. рис. 1б). Во внешнем магнитном поле в LuB_{12} наблюдается значительный рост сопротивления при температурах ниже $T^* \sim 60$ К, причем амплитуда положительного МС в поле 80 кЭ достигает значений $\Delta\rho/\rho \sim 5.5$ (рис. 1а). На рисунке 1с приведены полевые кривые МС при температурах 4.2, 10 и 35 К, полученные для LuB_{12} с различным изотоп-составом по бору для $\mathbf{H}||[001]$. Как видно из рис. 1с, кривые хорошо спрямляются в двойных логарифмических координатах и характеризуются степенной зависимостью вида $\frac{\Delta\rho}{\rho} \sim H^\alpha$ с $\alpha = 1.7-1.8$. Отметим, что столь сильный рост МС без насыщения во внешнем магнитном поле в рамках классической физики металлов (см. [14, 15, 21]) должен свидетельствовать об открытых траекториях вдоль $\langle 110 \rangle$ для направления $\mathbf{H}||[001]$.

Для уточнения направлений внешнего магнитного поля, отвечающих открытым и замкнутым траекториям на поверхности Ферми в LuB_{12} , в работе было проведено моделирование ПФ и анализ траекторий в обратном пространстве, возникающих для различных направлений \mathbf{H} . По данным измерений эффекта де Гааза – ван Альфена [18, 19] в LuB_{12} нами были скорректированы сечения многосвязной дырочной ПФ и восстановлена модельная ПФ. При этом использовалась классическая формула [15]

$$E(\mathbf{p}) = \alpha \left\{ 3 - \cos\left(\frac{ap_x}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{ap_y}{\hbar}\right) - \cos\left(\frac{ap_y}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right) - \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{ap_x}{\hbar}\right) + \beta \left[3 - \cos\left(\frac{ap_x}{\hbar}\right) - \cos\left(\frac{ap_y}{\hbar}\right) - \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right) \right] + \delta \left[1 - \cos\left(\frac{ap_x}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{ap_y}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{ap_z}{\hbar}\right) \right] \right\} = \zeta_0 \quad (1)$$

с уточненными значениями параметров $\frac{\zeta_0}{\alpha} = 4.1$; $\beta = 0.1$; $\delta = 0.28$ (p_x, p_y, p_z – компоненты импульса, a – постоянная решетки, \hbar – постоянная Планка). Результаты разделения на открытые и замкну-

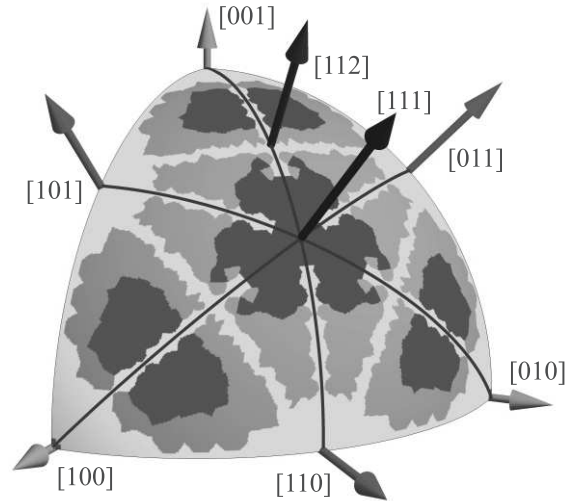


Рис. 2. (Цветной онлайн) Схематичное изображение направлений вектора \mathbf{H} магнитного поля для ПФ LuB_{12} , приводящих к открытым траекториям (желтые области), только замкнутым траекториям (красные области) и замкнутым, но распространяющимся на 10 и более зон Бриллюэна в обратном пространстве траекториям (оранжевые области). Стрелками обозначены основные направления в гцк решетке

тые траектории при различных направлениях \mathbf{H} и значениях p_z (ось $z||\mathbf{H}$) приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, в окрестности направлений $\langle 001 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ в широком слое p_z наблюдаются открытые и замкнутые траектории, тогда как строго вдоль $\langle 001 \rangle$ в соответствии с предсказаниями [15] имеются лишь замкнутые траектории (детали представлены в дополнительном материале на рис. S1). Суммируя результаты расчетов, отметим, что траектории при $\mathbf{H}||\langle 110 \rangle$ оказываются замкнутыми практически во всем диапазоне значений p_z (орбиты типа “собачья кость” [12]) и не дают вклада в тензор проводимости. Отметим также, что аналогичный эффект был обнаружен ранее для меди [22], где при $\mathbf{H}||[110]$ наблюдается огромный провал на кривых МС (см. в дополнительном материале данные моделирования для меди (рис. S2 и S3) в сравнении с экспериментальными результатами [22]). Причем такая особенность наблюдается несмотря на наличие открытых траекторий в узком слое при больших p_z (так называемые лимонные орбиты). В широкой окрестности $\langle 111 \rangle$, включая и сами эти направления, в LuB_{12} регистрируются только замкнутые траектории. Подчеркнем, что выводы, сделанные по результатам моделирования (рис. 2), применимы ко всем РЗ додекаборидам в силу сходства их ПФ, учитывая общие направления и близкие размеры перемычек “монстра” вдоль $\langle 111 \rangle$.

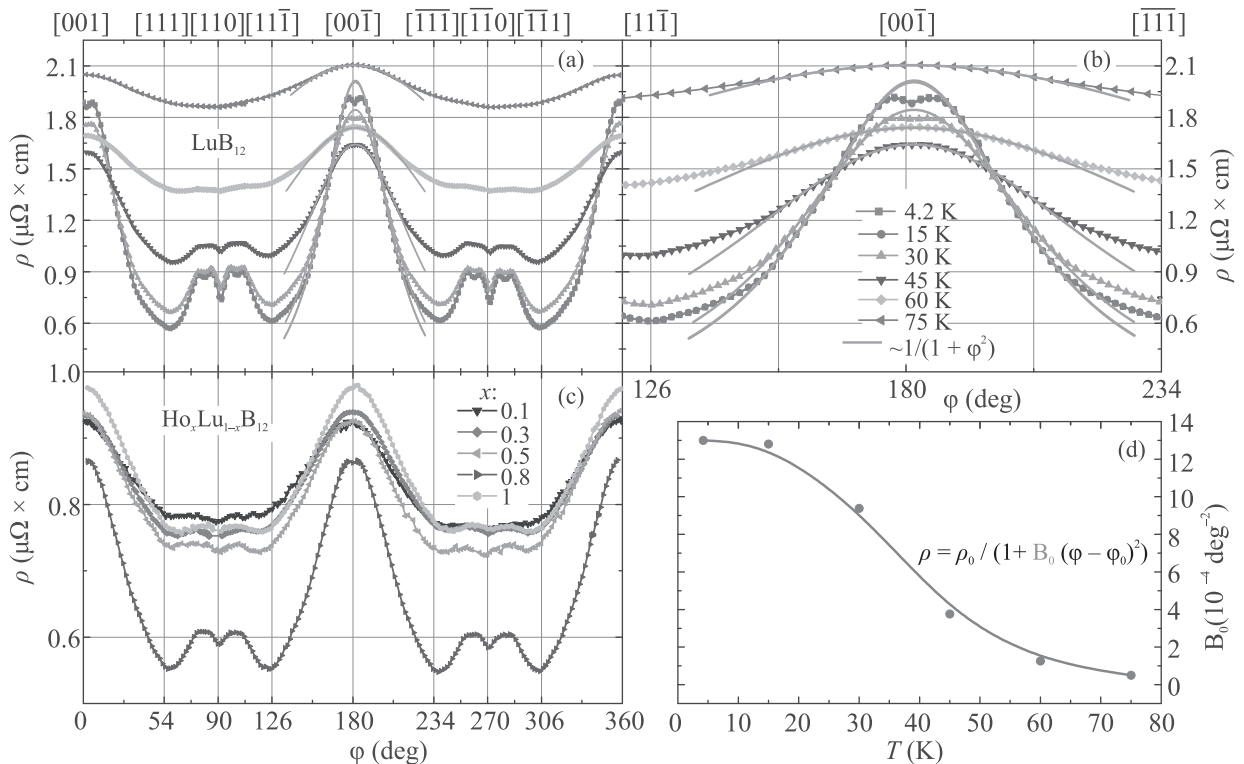


Рис. 3. (Цветной онлайн) Угловые зависимости удельного сопротивления LuB₁₂ (a), (b) и Ho_xLu_{1-x}B₁₂ (c) в магнитном поле $H = 80$ кЭ. Сплошными линиями на панелях (a), (b) показана аппроксимация пика МС в окрестности $\mathbf{H} \parallel [00\bar{1}]$ формулой (3) (оранжевые кривые). (d) – Температурная зависимость параметра B_0 в соотношении (3), определенного из аппроксимации на панелях (a), (b)

Основываясь на приведенных выше результатах моделирования, при измерениях МС наиболее важными представляются эксперименты с вращением кристаллов RB₁₂ вокруг оси $\mathbf{I} \parallel [1\bar{1}0]$, в которых вектор \mathbf{H} проходит все три основных направления в гцк решетке (см. рис. 2). Такие угловые измерения сопротивления были выполнены нами в магнитном поле 80 кЭ для LuB₁₂ в широком диапазоне температур 4.2–100 К (см. рис. 3а, б), для составов Ho_xLu_{1-x}B₁₂ с $0 < x \leq 1$ (рис. 3с, см. также рис. S4 в дополнительном материале), и при температурах выше T_N для АФ соединений TmB₁₂ (рис. 4а, б) и ErB₁₂ (рис. 4с, д). Отметим, что проведенные нами исследования эффекта Холла позволяют также оценить параметр $\omega_c\tau$, который для лучших кристаллов LuB₁₂ в магнитном поле 100 кЭ достигает значений $\omega_c\tau \sim 1$ (см. рис. S5 в дополнительном материале) и, таким образом, режим слабого поля $\omega_c\tau < 1$ реализуется в поле до 80 кЭ для всех исследованных нами кристаллов магнитных и немагнитных додекаборидов. Это хорошо согласуется с оценками характерных длин для лучшего кристалла LuB₁₂: длина свободного пробега $l \sim 350 \text{ \AA}$ при $T = 4.2 \text{ K}$ оказывается заметно меньше ларморовского радиуса $r_L = 780 \text{ \AA}$

в поле 80 кЭ, и существенно меньше связанной с переходом в соседнюю зону Бриллюэна длины траектории $L \sim 6800 \text{ \AA}$ (изменение волнового вектора на $2\pi/a$).

Как видно из рис. 3, 4, угловые зависимости характеризуются значительной анизотропией сопротивления как для немагнитного LuB₁₂, так и для магнитных додекаборидов, причем в окрестности $\mathbf{H} \parallel [00\bar{1}]$ на кривых $\rho(\varphi)$ для всех RB₁₂ наблюдается широкий пик ($\Delta\varphi \sim 100^\circ$, рис. 3, 4), что противоречит предсказаниям [14, 15]. В случае LuB₁₂, характеризующегося максимальными среди RB₁₂ значениями $\omega_c\tau \leq 1$, в окрестности $\mathbf{H} \parallel [00\bar{1}]$ и $\mathbf{H} \parallel [110]$ при низких температурах в сильном магнитном поле регистрируются также узкие провалы малой амплитуды, которые, напротив, соответствуют результатам расчетов [14, 15], и могут быть связаны с замкнутыми траекториями на ПФ вдоль этих направлений (см. рис. 2). Отметим, что угловые зависимости с похожими особенностями огромной амплитуды ($\Delta\rho/\rho \sim 500$) наблюдались ранее для меди [22], где также реализуется ПФ в виде “монстра” (см. сравнение кривых на рис. S2 в дополнительном материале). С ростом температуры до $T^* \sim 60 \text{ K}$ указанные

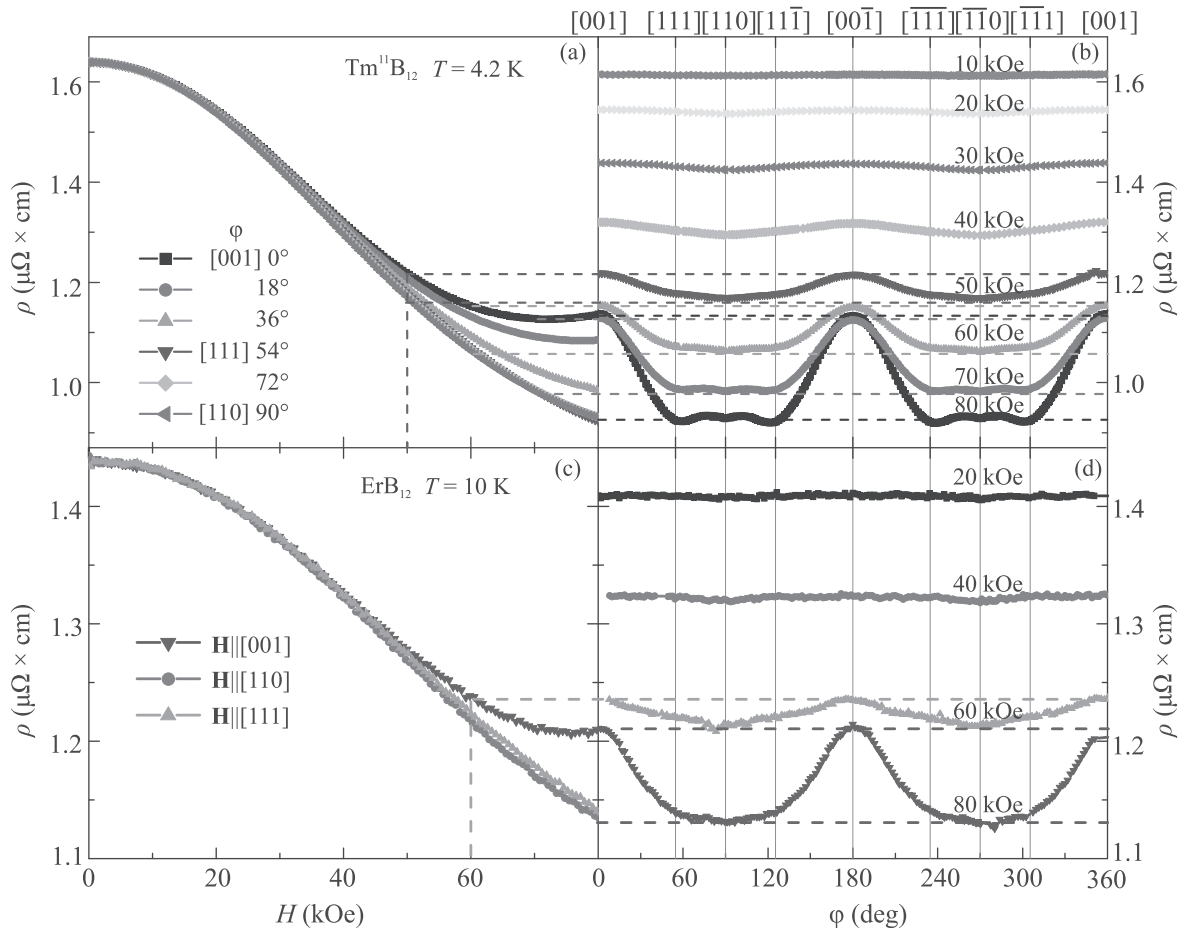


Рис. 4. (Цветной онлайн) Полевые (а), (с) и угловые (б), (д) зависимости удельного сопротивления для додекаборидов $\text{Tm}_{11}\text{B}_{12}$ при $T = 4.2\text{ K}$ (панели (а) и (б)) и ErB_{12} при $T = 10\text{ K}$ (панели (с) и (д))

провалы, связанные с топологией ПФ в LuB_{12} , практически пропадают, однако максимум в окрестности $\mathbf{H} \parallel [00\bar{1}]$ на кривых $\rho(\varphi)$ сохраняется (см. рис. 3а).

Для оценки температурного интервала, в котором наблюдается анизотропия МС, достигающая максимальных значений для $\mathbf{H} \parallel [00\bar{1}]$, положительный магнитный вклад $\Delta\rho = \rho_{80\text{kOe}} - \rho_0$ (см. рис. 1а), найденный для кристаллов LuB_{12} различного изотоп-состава, аппроксимировался в работе эмпирическим соотношением

$$\Delta\rho = \Delta\rho_0 - A/T \cdot e^{-T_0/T} \quad (2)$$

(на рис. 1d фиты показаны пунктиром). Как видно из рис. 1d, $\Delta\rho$ в LuB_{12} наиболее резко растет ниже $T^* \sim 60\text{ K}$, причем этот магнитный вклад сохраняется вплоть до высоких температур. Соотношение (2) с параметром $T_0 \sim 140\text{--}180\text{ K}$, близким к эйнштейновской температуре $\theta_E \sim 150\text{--}170\text{ K}$, найденной из структурных и тепловых измерений [8], по-видимому, характеризует усиление рассеяния носи-

телей заряда на квазилокальных колебаниях ионов Lu^{3+} с ростом температуры. Для анализа параметров максимума на угловых кривых $\rho(\varphi)$ в окрестности $[00\bar{1}]$ нами использовалось полученное в [13, 14] соотношение вида

$$\rho = \rho_0 / (1 + B_0(\varphi - \varphi_0)^2) \quad (3)$$

(результаты аппроксимации показаны сплошными линиями на рис. 3а, б для LuB_{12} и на рис. S4 в дополнительном материале для $\text{Ho}_{0.5}\text{Lu}_{0.5}\text{B}_{12}$). Как видно из рис. 3d, амплитуда пика резко увеличивается, а ширина уменьшается при переходе в разупорядоченную фазу каркасного стекла ниже $T^* \sim 60\text{ K}$ [23].

При обсуждении характера аномалий на угловых кривых в додекаборидах с магнитными ионами Ho, Er и Tm отметим, что в парамагнитном состоянии этих металлов доминирующим является практически изотропный отрицательный вклад в МС (см. рис. 4а–с, а также [9, 10, 24]). Отрицательная спин-поляронная компонента МС в магнитных RB_{12} бы-

ла обнаружена ранее в [25] и связана с рассеянием носителей с переворотом спина на локализованных магнитных моментах РЗ ионов. Таким образом, уменьшение анизотропии МС в $R\text{B}_{12}$ с магнитными ионами объясняется значительным уменьшением длины свободного пробега и, соответственно, параметра $\omega_c\tau$ вследствие сильного магнитного рассеяния. Очевидно, что как магнитное рассеяние и рассеяние, связанное с беспорядком замещения в $\text{Ho}_x\text{Lu}_{1-x}\text{B}_{12}$ (рис. 3с) и в $\text{Tm}_{1-x}\text{Yb}_x\text{B}_{12}$ [12], так и электрон-фононное рассеяние при промежуточных температурах резко уменьшают длину пробега носителей. В результате этого в режиме слабого поля ($\omega_c\tau \ll 1$) эффекты, обусловленные топологией ПФ, не могут приводить к возникновению анизотропного вклада в МС в этих металлах. Напротив, взаимодействие внешнего магнитного поля с динамическими зарядовыми страйпами [6–12] представляется наиболее вероятным механизмом, обуславливающим наблюдаемое нами нарушение симметрии при низких и промежуточных температурах в РЗ додекаборидах. В то же время, поскольку картина анизотропии МС в $R\text{B}_{12}$ оказывается подобной той, которая ожидается для данной ПФ в классической теории [14, 15] при $\omega_c\tau \gg 1$, по-видимому, следует предположить, что формирование динамических страйпов также связано с топологией ПФ. Действительно, поскольку обусловленное динамическим эффектом Яна–Теллера периодическое изменение $5d-2p$ гибридизации зонных состояний должно приводить к модуляции размера зоны проводимости и ПФ, можно ожидать, что именно вдоль открытых траекторий на ПФ будут происходить наиболее заметные изменения электронной плотности. Однако в настоящее время теория подобного эффекта отсутствует, что затрудняет количественное описание механизма возникновения анизотропии МС в металлах с динамическими страйпами.

4. Заключение. Проведенные исследования удельного сопротивления семейства магнитных и немагнитных РЗ додекаборидов $R\text{B}_{12}$ установили понижение симметрии электронного транспорта при низких и промежуточных температурах, которое не может быть связано исключительно с топологией ПФ в этих металлах со структурной (эффект Яна–Теллера) и электронной (зарядовые страйпы вдоль [110]) неустойчивостью. Предложено объяснение анизотропии МС в терминах взаимодействия динамических зарядовых страйпов с сильным магнитным полем. В то же время, полученные в работе результаты моделирования ПФ LuB_{12} и выполненный анализ открытых и замкнутых траекторий

на ПФ, позволяет предположить, что взаимосвязь между флуктуациями электронной плотности и топологией ПФ является фактором, определяющим широкий температурный диапазон и значительную амплитуду наблюдаемой анизотропии.

Работа выполнена при поддержке грантов Российского научного фонда (#17-12-01426) и Российского фонда фундаментальных исследований (#18-02-01152).

Авторы признательны В. Н. Краснорусскому за помощь в эксперименте и полезные обсуждения.

1. E. Dagotto, *Science* **309**, 257 (2005).
2. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, *Nature* **518**, 179 (2015).
3. S. Sachdev and B. Keimer, *Phys. Today* **64**(2), 29 (2011).
4. S. V. Demishev, V. N. Krasnorussky, A. V. Bogach, V. V. Voronov, N. Y. Shitsevalova, V. B. Filipov, V. V. Glushkov, and N. E. Sluchanko, *Sci. Rep.* **7**(1), 1 (2017).
5. K. Flachbart, P. Alekseev, G. Grechnev, N. Shitsevalova, K. Siemensmeyer, N. Sluchanko, and O. Zogal, *Rare earth dodecaborides-magnetism, superconductivity and other properties*, Nova Science Publishers, N.Y. (2008).
6. N. Sluchanko, A. Bogach, N. Bolotina, V. Glushkov, S. Demishev, A. Dudka, V. Krasnorussky, O. Khrykina, K. Krasikov, V. Mironov, V. B. Filipov, and N. Shitsevalova, *Phys. Rev. B* **97**(3), 1 (2018).
7. N. B. Bolotina, A. P. Dudka, O. N. Khrykina, V. N. Krasnorussky, N. Y. Shitsevalova, V. B. Filipov, and N. E. Sluchanko, *J. Phys. Condens. Matter* **30**(26), 265402 (2018).
8. N. B. Bolotina, A. P. Dudka, O. N. Khrykina, V. V. Glushkov, A. N. Azarevich, V. N. Krasnorussky, S. Gabani, N. Y. Shitsevalova, A. V. Dukhnenko, V. B. Filipov, and N. E. Sluchanko, *J. Phys. Chem. Solids* **129**, 434 (2019).
9. N. Sluchanko, A. Khoroshilov, V. Krasnorussky, and K. Krasikov, *Acta Phys. Pol. A* **137**(5), 756 (2020).
10. A. L. Khoroshilov, V. N. Krasnorussky, K. M. Krasikov, A. V. Bogach, V. V. Glushkov, S. V. Demishev, N. A. Samarin, V. V. Voronov, N. Y. Shitsevalova, V. B. Filipov, S. Gabani, K. Flachbart, K. Siemensmeyer, S. Y. Gavrilkin, and N. E. Sluchanko, *Phys. Rev. B* **99**(17), 1 (2019).
11. K. M. Krasikov, A. V. Bogach, A. D. Bozhko, V. V. Glushkov, S. V. Demishev, A. L. Khoroshilov, N. Y. Shitsevalova, V. Filipov, S. Gabani, K. Flachbart, and N. E. Sluchanko, *Solid State Sciences* **104**, 106253 (2020).
12. A. Azarevich, A. Bogach, S. Demishev, V. Glushkov, and N. Shitsevalova, *Acta Phys. Pol. A* **137**(5), 788 (2020).

13. A. P. Dudka, O. N. Khrykina, N. B. Bolotina, and N. Y. Shitsevalova, *Crystallography Reports* **64**(5), 737 (2019).
14. I. M. Lifshitz and V. G. Peschansky, *Sov. Phys. JETP* **8**(5), 875 (1959).
15. I. M. Lifshitz and V. G. Peschansky, *Sov. Phys. JETP* **11**(1), 137 (1960).
16. D. Shoenberg, *Magnetic Oscillations in Metals*, Cambridge University Press, Cambridge (2009).
17. V. A. Gasparov, I. Sheikin, F. Levy, J. Teyssier, and G. Santi, *Phys. Rev. Lett.* **101**(9), 1 (2008).
18. M. Heinecke, K. Winzer, J. Noffke, H. Kranefeld, H. Grieb, K. Flachbart, and Y. B. Paderno, *Zeitschrift für Phys. B Condens. Matter* **98**(2), 231 (1995).
19. H. Liu, M. Hartstein, G. J. Wallace, A. J. Davies, M. C. Hatnean, M. D. Johannes, N. Shitsevalova, G. Balakrishnan, and S. E. Sebastian, *J. Phys. Condens. Matter* **30**(16), 1 (2018).
20. H. Werheit, V. Filipov, K. Shirai, H. Dekura, N. Shitsevalova, U. Schwarz, and M. Armbrüster, *J. Phys. Condens. Matter* **23**(6), 065403 (2011).
21. S. Zhang, Q. Wu, Y. Liu, and O. V. Yazyev, *Phys. Rev. B* **99**(3), 1 (2019).
22. J. R. Klauder, W. A. Reed, G. F. Brennert, and J. E. Kunzler, *Phys. Rev.* **141**(2), 592 (1966).
23. N. E. Sluchanko, A. N. Azarevich, A. V. Bogach, I. I. Vlasov, V. V. Glushkov, S. V. Demishev, A. A. Maksimov, I. I. Tartakovskii, E. V. Filatov, K. Flachbart, S. Gabani, V. B. Filippov, N. Y. Shitsevalova, and V. V. Moshchalkov, *JETP* **113**(3), 468 (2011).
24. N. E. Sluchanko, A. L. Khoroshilov, A. V. Bogach, V. V. Voronov, V. V. Glushkov, S. V. Demishev, V. N. Krasnorussky, K. M. Krasikov, N. Y. Shitsevalova, and V. B. Filipov, *JETP Lett.* **107**(1), 30 (2018).
25. N. E. Sluchanko, A. V. Bogach, V. V. Glushkov, S. V. Demishev, N. A. Samarin, D. N. Sluchanko, A. V. Dukhnenko, and A. V. Levchenko, *JETP* **108**(4), 668 (2009).