

Парные связанные состояния в континууме в волноводах с резонатором Фабри–Перо

Н. М. Шубин¹, В. В. Капаев¹, А. А. Горбачевич¹

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 июля 2023 г.

После переработки 10 августа 2023 г.

Принята к публикации 10 августа 2023 г.

Рассматриваются связанные состояния в континууме (ССК) в резонаторе Фабри–Перо (ФП) внутри квантово-механического волновода. Показано, что в случае, когда ССК существует уже в изолированных зеркалах, в ФП резонаторе, помимо типичных ФП ССК, соответствующих дискретному набору длин резонатора, появляются симметричный и антисимметричный парные ССК (ПССК). В отличие от ФП ССК, ПССК не требует формирования стоячей волны ФП резонанса между зеркалами, поэтому энергия и параметры ПССК практически не зависят от длины ФП резонатора, а его волновая функция имеет экспоненциально малую амплитуду между зеркалами. Результаты численного моделирования двумерного квантово-механического волновода с двумя притягивающими областями рассеяния (“примесями”), играющими роль зеркал, проиллюстрированы наглядной аналитической моделью.

DOI: 10.31857/S1234567823180040, EDN: wppesb

Введение. Связанные состояния в континууме (ССК) – это локализованные состояния с энергиями, лежащими в континууме распространяющихся состояний. ССК – это фундаментальное явление интерференции волн, которое можно наблюдать в физических системах различной природы: квантово-механических, электромагнитных, акустических (см., например, обзоры [1–3]). ССК можно рассматривать как резонанс с нулевой шириной и формально бесконечной добротностью (без учета материальных потерь). ССК ортогональны распространяющимся состояниям и не связаны с ними. Условие расщепления с непрерывным спектром соответствует выделенной точке в пространстве параметров системы, что вряд ли может быть точно достигнуто на практике. Тем не менее, вблизи этой точки ССК переходит в узкий резонанс (квази-ССК), который обладает чрезвычайно высокой добротностью. Таким образом, изучение ССК обеспечивает регулярный способ построения структур с высокой добротностью, имеющий практическую значимость для широкого круга приложений, включая лазеры с компактным резонатором [4–7], генерацию высших гармоник [8], сенсорику [9] и т.д. Возможно также и дополнительное увеличение Q -фактора вблизи точки слияния ССК [10–12]. В работах [13–15] слияние ССК интерпретируется как аннигиляция частицеподобных объектов с топологическими зарядами про-

тивоположного знака. В этом письме мы продолжаем аналогию ССК с частицеподобными объектами, которые в нашем случае взаимодействуют друг с другом туннельным образом на расстоянии.

Деструктивная интерференция, обеспечивающая ортогональность ССК и состояний континуума, может иметь симметричное происхождение, как в случае ССК защищенных симметрией, или может быть следствием рассеяния на двух или более резонансах – ССК Фридриха–Винтгена (ФВ) [16]. ССК Фабри–Перо (ФП) [11, 17–22] зачастую рассматривают как отдельный вид ССК, который образуется при совпадении условия набега фазы в ФП резонаторе и энергии (частоты) нулевой прозрачности зеркал (антирезонанс Фано) с учетом взаимодействия зеркал через затухающие моды [19]. Таким образом, ФП ССК возникают при дискретном наборе длин резонатора, когда разность кругового набега фазы есть целое кратное 2π . В настоящем письме мы сосредоточимся на квантово-механической модели волновода, которая допускает прозрачное аналитическое рассмотрение и где многомодовая интерференция обеспечивает различные особенности формирования ССК [23]. Тем не менее, предыдущие исследования физики ССК в квантово-механических и оптических волноводах [11, 23, 24] дают основания полагать, что основные результаты нашей работы будут качественно справедливы и для оптических систем. Показано, что в геометрии ФП могут существовать ССК нового типа, которые появляются всегда парами при прак-

¹)e-mail: gorbachevichaa@lebedev.ru

тически любой длине ФП резонатора (за исключением очень малых длин). Такие парные ССК (ПССК) возникают в резонаторе ФП с зеркалами, имеющими ФВ ССК. В некотором смысле физический механизм возникновения ПССК можно рассматривать как продолжение аналогии между ССК и частицепоподобными объектами на случай туннельной связи между двумя ФВ ССК.

Численный расчет. Для ФП ССК требуется ФП резонатор и идеальные зеркала. Рассмотрим двумерный квантово-механический однородный вдоль оси x (направление распространения) волновод шириной H , окруженный потенциальным барьером $U_0 > 0$ в направлении y с двумя одинаковыми рассеивающими областями (“примесиями”) длины L и ширины h с притягивающим потенциалом $U_w < 0$, которые играют роль зеркал (см. рис. 1а). Известно, что такие “примеси” демонстрируют антирезонансы Фано в спектре пропускания и, следовательно, при определенных энергиях становятся совершенно непрозрачными [19, 25, 26]. Таким образом, при соответствующих энергиях (или близких к ним) можно ожидать образования ФП ССК при необходимом выборе расстояния D между “примесиями” (длины ФП резонатора). Более того, многомодовая интерференция в таких волноводных системах обеспечивает весьма богатое поведение интерференционных явлений даже для отдельной “примеси” [23, 25]. Изменяя один параметр (например, длину “примеси” L), можно управлять ее антирезонансами вплоть до образования ССК [19, 25, 26]. Взаимодействие ССК в одиночных зеркалах и ФП ССК в резонаторе является основным объектом нашего исследования в настоящем письме.

Рассмотрим движение электрона с эффективной массой $0.0665m_0$ и положим $U_0 = 1$ эВ и $U_w = -0.3$ эВ. Выбранные параметры имеют типичные значения для материалов на основе GaAs. Для удобства численных расчетов поперечные моды непрерывного спектра моделировались плотным набором дискретных состояний, для чего в структуру были добавлены искусственные бесконечно высокие барьеры на расстоянии Δ от волновода. Решение двумерного уравнения Шредингера, описывающего рассеяние или задачу на собственные значения в этой структуре, получено с помощью метода разложения по поперечным модам [25, 27–30]. Конкретные значения числа учитываемых поперечных мод N и параметра Δ выбираются согласованно, исходя из сходимости результатов численного моделирования к точному решению ($N \rightarrow \infty$, $\Delta \rightarrow \infty$). Выбранные в настоящей статье значения $N = 10$ и $\Delta = 5$ нм обеспе-

чивают относительную погрешность численных значений энергии и параметров ССК, определяемую по величине погрешности выполнения закона сохранения потока вероятности, не более 10^{-4} .

Помимо ССК, в изолированных “примесях” [25], может наблюдаться слияние антирезонансов [23], которое определяет наличие или отсутствие деструктивной интерференции и, следовательно, может нарушить возможность образования ФП резонанса. Эти явления выходят за рамки настоящего письма и заслуживают отдельного рассмотрения. В связи с этим, параметры структуры для численного моделирования выбираются таким образом, чтобы уменьшить влияние высших мод и предотвратить упомянутый выше эффект слияния. Выбираем $H = 5$ нм и $h = 3.5$ нм, а остальные геометрические параметры D и L варьируем для изучения условий формирования ССК. Интересующий нас диапазон энергий лежит между порогами первой и второй мод в волноводе, которые для рассматриваемых значений параметров составляют $E_1 \approx 131.8$ мэВ и $E_2 \approx 506.3$ мэВ соответственно.

На рисунке 1б,с показаны численно рассчитанные зависимости энергии ССК и необходимой для его образования длины “примесей” (зеркал) от заданного расстояния D между ними. Вблизи энергии $E_{VIC,1}$ и значения длины $L_{VIC,1}$, соответствующей ССК в изолированной “примеси”, существует пара ССК (симметричный и антисимметричный), слабо зависящих от длины ФП резонатора D и следующие за ССК в одной “примеси”. Назовем такие ССК парными (ПССК). Отметим, что наблюдаемое туннельное расщепление ССК не связано с туннельным расщеплением антирезонансов изолированных зеркал как, например, в работах [31, 32], а непосредственно возникает из-за туннельного расщепления ССК в изолированных зеркалах по аналогии с обычными связанными состояниями, например, в квантовых ямах (хотя эта аналогия, конечно, не буквальная). Вообще говоря, ФП ССК и ПССК в известном смысле комплементарны друг другу. Так, ФП ССК существует в широком диапазоне значений длины зеркал L , но в узком диапазоне расстояний между ними D (дискретный набор значений, удовлетворяющий условию ФП резонанса). С другой стороны, ПССК существуют в узком диапазоне значений L , соответствующих образованию ССК в изолированном зеркале, но, в то же время, в широком диапазоне значений D .

Вблизи энергии и параметров, соответствующих ССК в отдельном зеркале, ПССК и ФП ССК гибридизуются и между ними происходит непрерывная трансформация при изменении параметров (см.

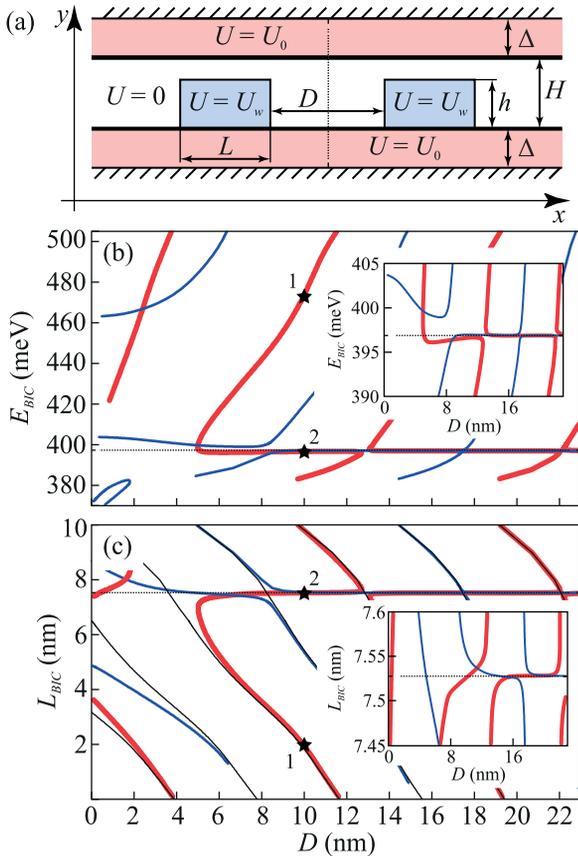


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схема двумерного квантово-механического волновода с двумя притягивающими “примесями”. Численно рассчитанная зависимость энергии ССК E_{BIC} (b) и соответствующей длины “примеси” L_{BIC} (c) от расстояния между ними D . Красная жирная и синяя тонкая линии описывают симметричный и антисимметричный ССК соответственно. Горизонтальные тонкие пунктирные черные линии показывают энергию $E_{BIC,1} \approx 396.869$ мэВ и соответствующую длину $L_{BIC,1} \approx 7.528$ нм для ССК в изолированной “примеси”. На вставках показано поведение ССК вблизи ССК в изолированной “примеси”. Вдали от ССК изолированной “примеси”, ФП ССК следуют условию для набега фазы в ФП резонаторе (см. тонкие черные сплошные линии в части (c)). Черные звездочки 1 и 2 обозначают соответственно симметричные ФП ССК и ПССК, распределения плотности вероятности которых показаны на рис. 2

вставки на рис. 1b, c). Гибридизация происходит из-за эванесцентной связи между “примесями” через затухающие моды и, следовательно, исчезает по мере увеличения расстояния между ними. Важно обратить внимание, что при фиксированном значении параметров D и $L = L_{BIC}$ в системе существует только один ПССК. Второй ПССК с близкой энергией существует при близких, но все же отличающихся параметрах. В частности, совпадение энергий ССК, име-

ющее место на рис. 1b, кажущееся, так как при этом эти ССК соответствуют различным значениям параметра L (рис. 1c), т.е. квантово-механическое вырождение в обычном понимании отсутствует.

Вдали от энергии и параметров, соответствующих ССК в изолированной “примеси”, существуют ФП ССК, которые с высокой точностью подчиняются простым одномодовым условиям образования ФП резонанса с учетом фазы коэффициента отражения зеркал (показаны тонкими черными линиями на рис. 1c). ФП ССК, естественно, требуют образования ФП резонанса между зеркалами. Следовательно, условие их появления периодически по D , а волновая функция ССК имеет ненулевую амплитуду в первой (распространяющейся) моде внутри ФП резонатора, сравнимую с амплитудой внутри зеркал. Следует отметить, что отражение рассматриваемых зеркал (“примесей”) основано на антирезонансе Фано, для создания которого требуется относительно большая амплитуда волновой функции. С другой стороны, ПССК не нуждаются в ФП резонансе и поэтому почти не зависят от расстояния D между зеркалами, и их волновая функция экспоненциально мала внутри резонатора из-за отсутствия составляющей в распространяющейся моде. Рисунок 2 иллюстрирует это ключевое различие между волновыми функциями ФП ССК и ПССК.

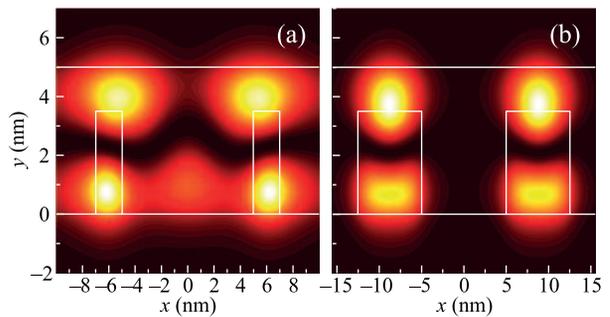


Рис. 2. (Цветной онлайн) Распределение плотности вероятности в симметричных ФП ССК (а) и ПССК (b) при одном и том же расстоянии $D = 10$ нм между “примесями”. Энергия и длина “примеси”, соответствующие этим ССК показаны на рис. 1: $L_{BIC} \approx 2$ нм, $E_{BIC} \approx 472.324$ мэВ для ФП ССК и $L_{BIC} \approx 7.528$ нм, $E_{BIC} \approx 396.583$ мэВ для ПССК

Симметричные ФП ССК возникают, начиная с $L_{BIC} = 0$, что соответствует порогу второй моды в волноводе E_2 . Для антисимметричных состояний всегда имеется область при малых L , где они отсутствуют. С увеличением номера n резонанса ФП эта область уменьшается. Следуя рис. 1c, кривые существования ССК для симметричных ССК выше про-

стого предсказания по фазовым условиям образования ФП резонанса, тогда как для антисимметричных ССК они ниже. Это связано с вкладом высших (затухающих) мод в резонаторе. В конечном итоге это приводит к тому, что при прохождении ССК в одиночной “примеси” ($E_{VIC,1}, L_{VIC,1}$) при увеличении L происходит резкое изменение набег фазы в ФП резонаторе на $2\sigma_{s,a}\pi$ ($\sigma_s = 1$ для симметричных состояний и $\sigma_a = -1$ для антисимметричных). Другими словами, ФП ССК с n и $n + 2\sigma_{s,a}$ непрерывно переходят друг в друга при изменении параметров через область ССК в одиночной “примеси”.

Аналитическая модель. Чтобы дать аналитическое описание образования ПССК, рассмотрим модель квантово-механического волновода с δ -функциональными рассеивателями, перепутывающими моды и играющими роль зеркал. Задача рассеяния (как и задача на собственные значения) в этой системе является фактически одномерной с учетом дополнительных измерений путем введения соответствующих мод поперечного размерного квантования [19, 30]. Гамильтониан описанной многомодовой одномерной задачи принимает вид

$$\hat{H} = -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{I} + \hat{V}_0 + \delta\left(x + \frac{D}{2}\right) \hat{V}_1 + \delta\left(x - \frac{D}{2}\right) \hat{V}_2, \quad (1)$$

где \hat{I} – единичная матрица, $\hat{V}_0 = \text{diag}(E_1, E_2, \dots)$ – диагональная матрица, содержащая пороги поперечных мод, а матрица \hat{V}_i представляет внутри- и межмодовые δ -функциональные потенциалы, образующие левое ($i = 1$) и правое ($i = 2$) зеркала. Далее мы сосредоточимся на симметричных системах с $\hat{V}_1 = \hat{V}_2 = \hat{V}$. Здесь выбраны единицы, в которых $\frac{\hbar^2}{2m} = 1$.

Рассматриваем диапазон энергий между порогами первой и второй мод волновода ($E \in (E_1, E_2)$), поэтому существует только одна распространяющаяся мода, а все остальные – затухающие. Внутри и снаружи резонатора волновод однороден с определенным набором таких мод. В этих областях решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) выражается в виде суперпозиции распространяющейся и затухающей волн. В каждом δ -зеркале накладывается условие непрерывности волновой функции и разрыва ее производных, следующие из (1):

$$\Psi_{i+1}(x_i) = \Psi_i(x_i), \quad (2a)$$

$$\Psi'_{i+1}(x_i) - \Psi'_i(x_i) = \hat{V}_i \Psi_i(x_i). \quad (2b)$$

Здесь $\Psi_i(x)$ – вектор-столбец волновых функций всех поперечных мод в i -й области ($i = 1$ и $i = 3$ вне

ФП резонатора и $i = 2$ – внутри него) и $x_{1,2} = \pm D/2$ – положения δ -зеркал.

ССК могут быть описаны либо с точки зрения задачи рассеяния как резонансы или антирезонансы с нулевой шириной [25, 33, 34], либо прямым решением задачи на собственные значения с нулевыми исходящими волнами. В пространственно-симметричных системах различают собственные состояния по четности, что позволяет вдвое сократить количество неизвестных переменных (амплитуд волновой функции). Поэтому в симметричных многомодовых структурах удобнее изучать ССК через задачу на собственные значения. Таким образом, ищем симметричный (s) и антисимметричный (a) ССК в виде:

$$\begin{aligned} \Psi_1^{s,a}(x) &= (0, a_2 e^{\kappa_2 x}, a_3 e^{\kappa_3 x}, \dots)^\top, \\ \Psi_2^s(x) &= (b_1 \cos kx, b_2 \cosh \kappa_2 x, b_3 \cosh \kappa_3 x, \dots)^\top, \\ \Psi_2^a(x) &= (b_1 \sin kx, b_2 \sinh \kappa_2 x, b_3 \sinh \kappa_3 x, \dots)^\top, \\ \Psi_3^{s,a}(x) &= \sigma_{s,a} (0, a_2 e^{-\kappa_2 x}, a_3 e^{-\kappa_3 x}, \dots)^\top. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\sigma_s = -\sigma_a = 1$, k – волновое число в первой распространяющейся моде, κ_n – постоянная затухания в n -й моде. Применение условия непрерывности (2a) к волновым функциям (3) в первой моде дает $b_1 \cos \frac{kD}{2} = 0$ или $b_1 \sin \frac{kD}{2} = 0$ для симметричного и антисимметричного состояний соответственно. Вместе эти условия могут быть объединены как

$$b_1 \sin kD = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) выполняется, если либо $\sin kD = 0$, что соответствует условию резонанса ФП для точечных (δ -функциональных) зеркал, либо при $b_1 = 0$.

Подстановка $\sin kD = 0$ в условия (2b) показывает, что уравнения для затухающих мод можно решать независимо от распространяющейся моды, что дает связанные состояния в системе затухающих мод (собственные состояния эффективной молекулы ССК, связанной с каналом распространения). В случае ФП ССК амплитуда волновой функции b_1 в распространяющейся моде внутри ФП резонатора отлична от нуля:

$$b_1 = \frac{(-1)^n}{k} \left(V_{12} a_2 e^{-\frac{\kappa_2 D}{2}} + V_{13} a_3 e^{-\frac{\kappa_3 D}{2}} + \dots \right), \quad (5)$$

где V_{1n} с $n \geq 2$ – соответствующие элементы матрицы \hat{V} .

Аналогично, условие $b_1 = 0$, примененное к уравнениям (2b), приводит к эффективному отсутствию взаимодействия распространяющейся и эванесцентных мод, что приводит к задаче на собственные значения только для затухающих мод (ССК молекула).

Однако в этом случае задача на собственные значения снабжается дополнительным условием $b_1 = 0$, которое можно сформулировать как обращение в ноль правой части уравнения (5). Это требование просто означает обращение в ноль связи с распространяющейся модой. Таким образом, для ПССК амплитуда волновой функции равна нулю вдоль всей распространяющейся моды, и, как следствие, при $D \rightarrow \infty$ как симметричные, так и антисимметричные ПССК стремятся к ССК в изолированных зеркалах.

Простейшая модель, описывающая ФП ССК подробно обсуждалась в [19] и представляет собой двухмодовый волновод с зеркалами, моделируемыми двумя идентичными δ -функциональными ямами во второй моде, локально связанными с первой распространяющейся модой. ПССК в этой системе отсутствуют потому, что правая часть уравнения (5) имеет только один член в двухмодовом случае, и обращение его в ноль требует либо тождественно нулевой волновой функции, либо тривиального отсутствия какой-либо связи между распространяющейся и затухающей модами.

Гораздо более богатая картина возникает, если в отдельных зеркалах существует ССК, для чего требуется не менее двух резонансов в каждом зеркале [16]. Рассмотрим две затухающие моды с порогом $U \pm \Delta U$, каждая из которых имеет две δ -ямы при $x = \pm D/2$ (см. рис. 3а). Матрица межмодовых связей \hat{V} имеет вид:

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_2 & \gamma_3 \\ \gamma_2 & -\alpha_2 & \gamma \\ \gamma_3 & \gamma & -\alpha_3 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Используя формализм [2, 34], нетрудно показать, что ССК существует в одиночном зеркале, если выполняется следующее условие:

$$\alpha_{2,3} = 2\kappa_{2,3} - \gamma \frac{\gamma_{2,3}}{\gamma_{3,2}}, \quad (7)$$

где $\kappa_{2,3} = \sqrt{U \mp \Delta U - E}$.

Применяя граничные условия (2) к решению вида (3) с матрицей \hat{V} из (6), можно определить необходимые параметры для формирования ПССК и ФП ССК. Следуя общему соображению, предложенному выше, симметричные и антисимметричные ФП ССК возникают, если $\sin kD = 0$ и

$$\left(\alpha_2 - \frac{2\kappa_2}{1 + \sigma_{s,a} e^{-\kappa_2 D}} \right) \left(\alpha_3 - \frac{2\kappa_3}{1 + \sigma_{s,a} e^{-\kappa_3 D}} \right) = \gamma^2. \quad (8)$$

Уравнение (8) определяет собственные состояния молекулы ССК – связанные состояния в двух взаимо-

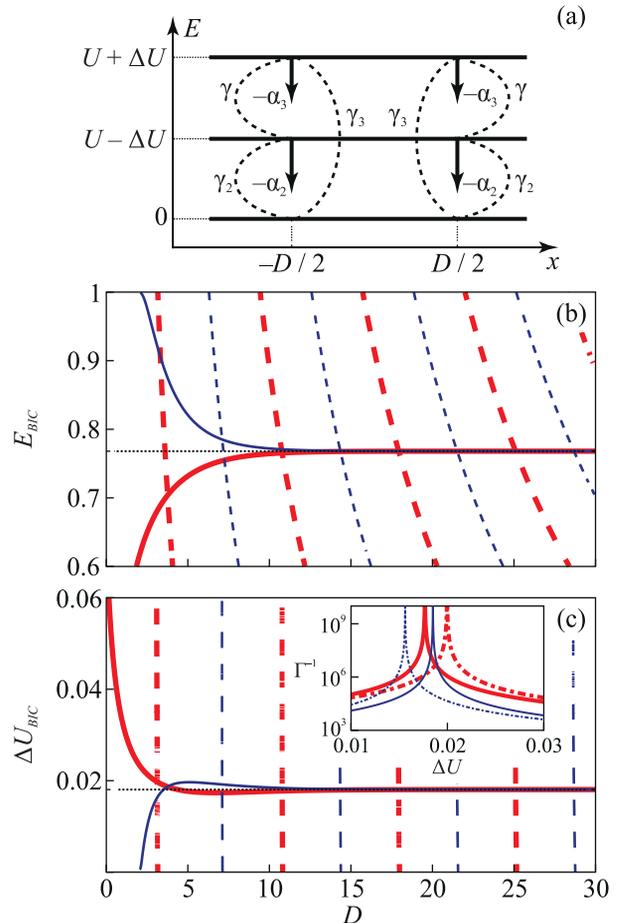


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Схематический вид модели, описывающий формирование ФП ССК и ПССК. Зависимость энергии ССК (b) и необходимого для его формирования значения расщепления между эванесцентными модами (c) от расстояния D между δ -зеркалами. Сплошные линии соответствуют ПССК, а штриховые линии – ФП ССК (жирная красная и тонкая синяя линии указывают на симметричное и антисимметричное состояния соответственно). Горизонтальные тонкие пунктирные черные линии показывают энергию $E_{BIC,1}$ и соответствующее значение параметра $\Delta U_{BIC,1}$ для ССК в изолированном зеркале, определяемые уравнением (7). На вставке в части (c) показана зависимость добротности симметричных (жирные красные линии) и антисимметричных (тонкие синие линии) квази-ПССК от ΔU при $D = 3$ (сплошные линии) и $D = 10$ (штрихпунктирные линии). Параметры выбраны следующим образом: $\alpha_2 = 0.3$, $\alpha_3 = 0.6$, $\gamma_2 = 1$, $\gamma_3 = 0.8$ и $\gamma = 0.5$

действующих эванесцентных модах с четырьмя δ -функциональными ямами. В пределе $D \rightarrow \infty$ условие (8) сводится к $(\alpha_2 - 2\kappa_2)(\alpha_3 - 2\kappa_3) - \gamma^2 = 0$, что соответствует связанным состояниям в затухающих модах для изолированного зеркала и, следовательно-

но, как легко показать, определяет энергии его полной непрозрачности. Из-за требования формирования ФП резонанса волновая функция ФП ССК имеет ненулевую амплитуду в распространяющейся моде внутри резонатора в соответствии с уравнением (5) с V_{12} и V_{13} , взятыми из (6).

Условия образования пары симметричных и антисимметричных ПССК выводятся аналогично и дают следующие два уравнения:

$$\alpha_{2,3} = \frac{2\kappa_{2,3}}{1 + \sigma_{s,a}e^{-\kappa_{2,3}D}} - \gamma \frac{\gamma_{2,3}}{\gamma_{3,2}}. \quad (9)$$

Как и следовало ожидать, при большом расстоянии между зеркалами энергия E_{BIC} и значение требуемого параметра ΔU_{BIC} , вычисляемое по уравнению (9), стремятся к значениям $E_{BIC,1}$ и $\Delta U_{BIC,1}$, соответствующие ССК в изолированном зеркале и удовлетворяющие условиям (7):

$$\begin{aligned} E_{BIC} &\approx E_{BIC,1} - \frac{\sigma_{s,a}}{4} [\tilde{\alpha}_2^2 e^{-\kappa_2 D} + \tilde{\alpha}_3^2 e^{-\kappa_3 D}], \\ \Delta U_{BIC} &\approx \Delta U_{BIC,1} - \frac{\sigma_{s,a}}{4} [\tilde{\alpha}_2^2 e^{-\kappa_2 D} - \tilde{\alpha}_3^2 e^{-\kappa_3 D}], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\tilde{\alpha}_{2,3} = \alpha_{2,3} + \gamma\gamma_{2,3}/\gamma_{3,2}$. Такие ПССК не требуют формирования ФП резонанса и, следовательно, практически не зависят от расстояния между зеркалами, а их волновая функция экспоненциально мала внутри резонатора из-за отсутствия составляющей в распространяющейся моде ($b_0 = 0$). Именно это и наблюдалось при численном моделировании (см. рис. 1 и 2).

Уравнение (8) вместе с $\sin kD = 0$, а также уравнения (9) можно решить численно, чтобы получить энергию E_{BIC} и требуемый параметр (разность энергий между порогами затухающих мод ΔU_{BIC}) для ФП ССК и ПССК соответственно. На рисунке 3б, с показана зависимость E_{BIC} и ΔU_{BIC} от длины резонатора D . Как и в результатах численного моделирования (ср. с рис. 1б, с), видно, что ФП ССК являются периодическими по D , тогда как ПССК демонстрируют довольно слабую зависимость от D , особенно в пределе $D \rightarrow \infty$. Однако, в отличие от результатов численных расчетов, где ПССК и ФП ССК гибридизировались друг с другом, здесь они полностью независимы, что является результатом нулевой ширины зеркал в упрощенной аналитической модели.

Заключение и обсуждение. В настоящем письме численно и аналитически исследованы ССК в квантово-механических волноводных структурах с двумя связанными рассеивающими потенциалами. Благодаря деструктивной многомодовой

интерференции эти потенциалы действуют как зеркала, составляющие резонатор Фабри–Перо (ФП) вместе с полостью между ними. Мы показали, что, помимо хорошо известных ФП ССК, возникающих из-за резонансного удержания между зеркалами, существуют парные ССК (ПССК), связанные с ССК в изолированных зеркалах. ПССК можно рассматривать как результат туннельного взаимодействия двух частицеподобных объектов (мета-атомов), каждый из которых соответствует ССК в изолированном зеркале. Этот результат нетривиален, так как наличие ССК в одиночном резонаторе требует пространственной симметрии в направлении распространения, что уменьшает количество эффективных каналов, необходимых для его формирования [12, 35]. В структуре ФП резонатора пространственная симметрия для каждого отдельного зеркала локально отсутствует из-за наличия другого зеркала, хотя и существует для всей структуры в целом. Следовательно, *a priori* не было очевидно, что ССК одиночного зеркала будут существовать и в структуре с двумя зеркалами.

Рассмотрение ПССК в настоящем письме ограничено квантово-механической моделью в иллюстративных целях. Однако основные практические приложения ССК в настоящее время существуют в классических волновых системах: электромагнитных или акустических [2, 3]. В волноводах уравнения Шредингера и Гельмгольца для нормального падения ($k_z = 0$) волны в ТЕ поляризации схожи, но, в частности, из-за частотной зависимости параметров решение последнего представляет собой нелинейную задачу на собственные значения. Следовательно, аналитическое рассмотрение электромагнитных волноводов, раскрывающее основные физические механизмы, гораздо менее прозрачно, чем квантово-механическое. Тем не менее, в силу принципиальной аналогии волновых явлений, качественная картина образования ПССК должна быть справедливой и для волноводов другой физической природы (в том числе и электромагнитных). Необходимо также отметить, что в случае ТМ поляризации существует нулевая мода (с постоянным значением поля поперек волновода), что может иметь качественное влияние на все интерференционные явления, в том числе и на ССК. Поэтому образование и поведение ССК в такой поляризации требует отдельного исследования.

ПССК не требуют формирования ФП резонанса (стоячей волны большой амплитуды) для своего возникновения. Следовательно, они существуют почти при любых расстояниях между зеркалами, за исключением очень малых, когда внутрзеркальные

структуры разных зеркал начинают сильно взаимодействовать друг с другом. В этой области энергия ПССК становится зависимой от длины ФП резонатора и может непрерывно регулироваться ее изменением, что важно для практических приложений.

Волновые функции ПССК имеют в резонаторе исчезающе малую амплитуду, оставаясь при этом когерентной по всей структуре. Возникает интригующий вопрос, может ли ПССК служить посредником взаимодействия удаленных квантовых объектов (например, кубитов), что заслуживает отдельного изучения. Другим интересным предметом последующих исследований являются свойства более крупных ССК молекул с тремя или более мета-атомами, а также массивы взаимодействующих ССК и их связь с ССК метаповерхностями.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект # 21-19-00808).

1. C. W. Hsu, B. Zhen, A. D. Stone, J. D. Joannopoulos, and M. Soljačić, *Nat. Rev. Mater.* **1**, 16048 (2016).
2. A. F. Sadreev, *Rep. Prog. Phys.* **84**, 055901 (2021).
3. К. Л. Кошелев, З. Ф. Садриева, А. А. Щербаков, Ю. С. Кившарь, А. А. Богданов, *УФН* **193**, 528 (2023).
4. A. Kodigala, T. Lepetit, Q. Gu, B. Bahari, Y. Fainman, and B. Kanté, *Nature* **541**, 196 (2017).
5. K. Koshelev, S. Kruk, E. Melik-Gaykazyan, J. H. Choi, A. Bogdanov, H.-G. Park, and Yu. Kivshar, *Science* **367**, 288 (2020).
6. M. S. Hwang, H. C. Lee, K. H. Kim, K. Y. Jeong, S.-H. Kwon, K. Koshelev, Yu. Kivshar, and H.-G. Park, *Nat. Commun.* **12**, 4135 (2021).
7. М. Ю. Губин, А. В. Шестериков, В. С. Волков, А. В. Прохоров, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 273 (2023).
8. L. Carletti, S. S. Kruk, A. A. Bogdanov, C. De Angelis, and Yu. Kivshar, *Phys. Rev. Res.* **1**, 023016 (2019).
9. F. Yesilkoy, E. R. Arvelo, Y. Jahani, M. Liu, A. Tittl, V. Cevher, Yu. Kivshar, and H. Altug, *Nat. Photonics* **13**, 390 (2019).
10. E. Bulgakov, A. Pilipchuk, and A. Sadreev, *Phys. Rev. B* **106**, 075304 (2022).
11. L. Huang, B. Jia, Y. K. Chiang, S. Huang, C. Shen, F. Deng, T. Yang, D. A. Powell, Y. Li, and A. E. Miroschnichenko, *Adv. Sci.* **9**, 2200257 (2022).
12. N. M. Shubin, *J. Math. Phys.* **64**, 042103 (2023).
13. B. Zhen, C. W. Hsu, L. Lu, A. D. Stone, and M. Soljačić, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 257401 (2014).
14. H. M. Dooelman, F. Monticone, W. den Hollander, A. Alu, and A. F. Koenderink, *Nat. Photonics* **12**, 397 (2018).
15. M. Kang, S. Zhang, M. Xiao, and H. Xu, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 117402 (2021).
16. H. Friedrich and D. Wintgen, *Phys. Rev. A* **32**, 3231 (1985).
17. T. V. Shahbazyan and M. E. Raikh, *Phys. Rev. B* **49**, 17123 (1994).
18. Sh. Fan, P. R. Villeneuve, J. D. Joannopoulos, M. J. Khan, C. Manolatu, and H. A. Haus, *Phys. Rev. B* **59**, 15882 (1999).
19. Ч. С. Ким, О. Н. Рознова, А. М. Сатанин, В. Б. Штенберг, *ЖЭТФ* **121**, 1157 (2002).
20. E. N. Bulgakov and A. F. Sadreev, *JETP Lett.* **90**, 744 (2010).
21. A. F. Sadreev, E. N. Bulgakov, and I. Rotter, *JETP Lett.* **82**, 498 (2005).
22. D. C. Marinica, A. G. Borisov, and S. V. Shabanov, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 183902 (2008).
23. N. M. Shubin, V. V. Караев and A. A. Gorbatshevich, *Phys. Rev. B* **106**, 125425 (2022).
24. N. M. Shubin, V. V. Караев, and A. A. Gorbatshevich, *Phys. Rev. B* **104**, 125414 (2021).
25. C. S. Kim, A. M. Satanin, Y. S. Joe, and R. M. Cosby, *Phys. Rev. B* **60**, 10962 (1999).
26. Н. М. Шубин, В. В. Караев, А. А. Горбачевич, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 204 (2022).
27. J. Sanchez-Dehesa, J. A. Porto, F. Agullo-Rueda, and F. Meseguer, *J. Appl. Phys.* **73**, 5027 (1993).
28. G. N. Henderson, T. K. Gaylord, and E. N. Glytsis, *Proc. IEEE* **79**, 1643 (1991).
29. M. Asada, Y. Miyamoto, and Y. Suematsu, *IEEE J. Quantum Electron* **22**, 1915 (1986).
30. A. A. Gorbatshevich and V. V. Караев, *Russ. Microelectron.* **36**, 1 (2007).
31. А. Ф. Садреев, А. С. Пилипчук, *Письма в ЖЭТФ* **100**, 664 (2014).
32. A. F. Sadreev, D. N. Maksimov, and A. S. Pilipchuk, *J. Phys. Condens. Matter.* **27**, 295303 (2015).
33. M. L. L. De Guevara, F. Claro, and P. A. Orellana, *Phys. Rev. B* **67**, 195335 (2003).
34. A. A. Gorbatshevich and N. M. Shubin, *Phys. Rev. B* **96**, 205441 (2017).
35. F. Remacle, M. Munster, V. Pavlov-Verevkin, and M. Desouter-Lecomte, *Phys. Lett. A* **145**, 265 (1990).