ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2019, том 45, № 1, с. 45–54

РАСПАД КРУПНОМАСШТАБНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТРУБКИ У ОСНОВАНИЯ КОНВЕКТИВНОЙ ЗОНЫ СОЛНЦА

© 2019 г. Л. Л. Кичатинов[1*]

[1] Институт Солнечно-Земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

Поступила в редакцию 13.04.2018 г.; после доработки 14.08.2018 г.; принята к публикации 04.09.2018 г.

Подавление турбулентной теплопроводности магнитным полем приводит к неустойчивости крупномасштабного поля с образованием изолированных в пространстве областей усиленного поля. К такому выводу приводит линейный анализ устойчивости в рамках магнитной гидродинамики средних полей с учетом зависимости теплопроводности от напряженности поля. Характерное время развития неустойчивости мало по сравнению с 11-летним периодом солнечной активности. Размер областей усиленного поля составляет десятки тысяч километров. Данная неустойчивость может создавать магнитные неоднородности, всплывание которых на солнечную поверхность создает активные области Солнца. Магнитная энергия образующихся сгустков поля совпадает по порядку величины с энергией активных областей.

Ключевые слова: Солнце: магнитные поля, динамо, конвекция.

DOI: 10.1134/S0320010819010042

ВВЕДЕНИЕ

Глобальные магнитные поля Солнца и относительно мелкомасштабные поля активных областей взаимосвязаны. Бэбкок (1961), вероятно, первым отметил, что правило Джоя (Хейл и др., 1919) для групп солнечных пятен может быть причиной 11-летних циклических изменений глобального поля. Оценки по данным о солнечных пятнах подтверждают присутствие предсказанного Бэбкоком механизма на Солнце (Ерофеев, 2004; Даси-Эспиг и др., 2010; Кичатинов, Олемской, 2011). В то же время магнитные поля активных областей связывают с выходом фрагментов глобального тороидального поля — магнитных трубок — на солнечную поверхность[1]. Такая картина подтверждается наблюдениями формирующихся активных областей (см., например, Цван, 1992; Лайтс и др., 1998; Хлыстова, Ториуми, 2017). Расчеты всплывающих трубок тороидального поля объясняют правило Джоя для активных областей (Дасилва, Чудури, 1993).

Проблему, однако, представляет то обстоятельство, что расчеты всплывающих трубок согласуются с наблюдениями только для достаточно сильных полей порядка 10^5 Гс (Дасилва, Чудури 1993; Калигари и др., 1995; Вебер и др., 2011). Точнее, такую напряженность поля должны иметь трубки у основания конвективной зоны, в начале своего пути к солнечной поверхности. Необходимость настолько сильных полей для соответствия теории солнечным наблюдениям особенно ясно объяснил Чудури (2015). Ни одна модель солнечного динамо не дает столь сильных полей. Это и понятно: конвективное динамо не может усилить поле до напряженности, при которой плотность магнитной энергии превышает плотность кинетической энергии генерирующих это поле течений. Напряженность поля равнораспределения

$$B_{\rm eq} = \sqrt{4\pi\rho}\, u \qquad (1)$$

(ρ — плотность, u — среднеквадратичная скорость конвекции) достигает наибольшей величины $\lesssim 10^4$ Гс вблизи основания солнечной конвективной зоны. Ситуация усугубляется тем, что наиболее успешные на настоящее время модели динамо основываются на механизме Бэбкока–Лейтона (Бэбкок, 1961; Лейтон, 1969) и тем самым неявно предполагают присутствие полей высокой напряженности у основания зоны конвекции.

Это кажущееся противоречие устраняют, предполагая, что среднее крупномасштабное поле динамо с напряженностью в несколько килогаусс состоит из изолированных трубок гораздо большей напряженности. Однако какой-либо механизм, способный усилить поле до ~100 кГс, опре-

* Электронный адрес: kit@iszf.irk.ru

[1] Речь, разумеется, не идет об идеальных трубках постоянного сечения в виде окружности. Термин “магнитная трубка” используется для краткого обозначения ограниченных в пространстве областей усиленного, преимущественно азимутального, магнитного поля.

делен не был. Изолированные области усиленного поля могут возникать из-за неустойчивости магнитной плавучести (Паркер, 1982), а также при его вытеснении из области циркуляционного течения (Вайс, 1966), однако усиления поля выше уровня равнораспределения (1) это не дает. Для существенного превышения этого уровня необходим источник более мощный, чем энергия конвективных течений, например, использующий тепловую энергию. Интересную в этом отношении возможность отметил Паркер (1984): изолированные области усиленного поля могут возникать из-за магнитного подавления конвективного переноса тепла.

Идея Паркера заключается в следующем. Магнитное поле ослабляет конвекцию. Это приводит к увеличению сверхадиабатического градиента, а следовательно, и к увеличению тепловой энергии в зоне конвекции. Перераспределение поля в пространстве с его концентрацией в изолированных друг от друга областях (магнитных трубках) оказывается "энергетически выгодным". Увеличение магнитной энергии при таком перераспределении компенсируется уменьшением тепловой энергии из-за усиления конвективного переноса тепла в областях слабого поля между трубками.

Данная статья делает первые шаги в количественном анализе этой возможности. Рассматривается слой вблизи основания конвективной зоны с горизонтальным магнитным полем, имитирующим крупномасштабное тороидальное поле Солнца. Используется формализм средних полей, т.е. конвекция учитывается в неявном виде путем введения эффективных (турбулентных) коэффициентов переноса. Учитывается зависимость эффективной теплопроводности от напряженности поля. Такой подход ранее применялся в изучении равновесия солнечных пятен (Кичатинов, Мазур, 2000; Кичатинов, Олемской, 2006). В отсутствие магнитного поля слой устойчив (в рамках формализма средних полей, разумеется). С появлением магнитного поля возникает неустойчивость, создающая изолированные области усиленного поля. Статья ограничивается линейным анализом устойчивости, поэтому амплитуда создаваемых неустойчивостью "сгустков" поля остается неопределенной. Расчеты, однако, показывают, что приращение тепловой энергии из-за подавления теплопроводности магнитным полем существенно превышает энергию самого поля. В этой связи усиление поля на нелинейной стадии развития неустойчивости может быть существенным.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные параметры и геометрия модели

Рассмотрим горизонтальный слой толщиной h вблизи основания конвективной зоны, где, как считается, солнечное динамо создает поля наибольшей напряженности. Используемый подход требует, чтобы слой полностью находился в зоне конвекции. Однако его нижнюю границу разумно разместить как можно ближе к основанию этой зоны. Поэтому плотность $\rho_0 = 0.15$ г/см^3, температуру $T_0 = 2.1 \times 10^6$ К и ускорение свободного падения $g = 5 \times 10^5$ см^2/с на нижней границе слоя возьмем из модели строения Солнца для того расстояния r_b от его центра, где лучистый поток тепла

$$F^\mathrm{rad} = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho}\frac{\partial T}{\partial r} \qquad (2)$$

лишь немного меньше полного потока: $F^\mathrm{rad} = (1 - \varepsilon)L_\odot/(4\pi r_\mathrm{b}^2)$, $\varepsilon \simeq 10^{-3}$ (Штикс, 1989). В уравнении (2) σ — постоянная Стефана–Больцмана, κ — непрозрачность, использованы другие стандартные обозначения. Непрозрачность рассчитывалась по таблицам *OPAL*[2]. Относительные (по массе) содержания водорода и тяжелых элементов в этих расчетах были приняты равными $X = 0.71$ и $Z = 0.02$ соответственно.

Будем пренебрегать кривизной поверхностей постоянной температуры и плотности и считать плоский слой неограниченным по горизонтальным направлениям. Используется прямоугольная система координат, плоскость $z = 0$ которой совпадает с нижней границей слоя. Ось z направлена вверх.

Относительная величина отклонений градиентов плотности и температуры от соответствующих величин для адиабатической стратификации в глубине конвективной зоны мала ($\lesssim 10^{-5}$). Нижняя часть конвективной зоны "лежит практически на одной адиабате" (Гилман, 1986, с. 98). Поэтому отклонениями от адиабатических профилей

$$T(z) = T_0\,(1 - z/H)\,, \quad H = c_\mathrm{p}T_0/g, \qquad (3)$$
$$\rho(z) = \rho_0\,(1 - z/H)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

пренебрегаем. Здесь $c_\mathrm{p} = 3.45 \times 10^8$ ед. сгс — удельная теплоемкость при постоянном давлении и $\gamma = c_\mathrm{p}/c_\mathrm{v} = 5/3$ — показатель адиабаты. Отклонением от адиабатичности, однако, нельзя пренебрегать в распределении удельной энтропии $S = c_\mathrm{v}\ln(P/\rho^\gamma)$ (P — давление), градиент которой не мал по сравнению с (равным нулю) градиентом для адиабатической стратификации.

Через основание слоя поступает постоянный поток энергии $F = L_\odot/(4\pi r_\mathrm{b}^2) = 1.226 \times 10^{11}$ эрг/(см^{2}с). Внутри слоя энергия переносится излучением и конвекцией.

[2] https://opalopacity.llnl.gov

Основные уравнения и исходное равновесие

Уже отмечалось, что влияние турбулентной конвекции в используемом подходе средних полей учитывается введением турбулентных коэффициентов переноса. Строго говоря, характерный масштаб турбулентной конвекции у основания конвективной зоны не мал по сравнению с масштабом изменения средних полей. Поэтому процессы турбулентного переноса здесь должны описываться нелокальными (интегральными) уравнениями. Однако нелокальная теория таких процессов до сих пор не развита, и данная статья в отсутствие лучших возможностей ограничивается локальным диффузионным приближением. Влияние магнитного поля уменьшает величину коэффициентов переноса и делает их анизотропными: коэффициенты переноса для направлений вдоль и поперек магнитного поля отличаются. В данной статье не учитывается вызванная магнитным полем анизотропия, а также уменьшение вязкости и магнитной диффузии. Множество упрощений и приближений неизбежно в сложной задаче: без них не удается выяснить, что именно определяет результаты.

Ожидаемая неустойчивость связана с подавлением теплопроводности магнитным полем. Поэтому в уравнении переноса тепла

$$\rho T\left(\frac{\partial S}{\partial t}+\mathbf{u}\times\boldsymbol{\nabla}S\right)= \tag{4}$$
$$=\boldsymbol{\nabla}\times\left(\rho T\chi\boldsymbol{\nabla}S-\mathbf{F}^{\mathrm{rad}}\right)$$

сохраняется зависимость турбулентной температуропроводности χ от магнитного поля

$$\chi=\chi_{\mathrm{T}}\phi(\beta), \tag{5}$$

где χ_{T} — температуропроводность в отсутствие магнитного поля и $\beta=B/B_{\mathrm{eq}}$ — отношение напряженности поля к полю равнораспределения (1). Функциональную зависимость от напряженности поля возьмем из квазилинейной теории

$$\phi(\beta)=\frac{3}{8\beta^2}\left(\frac{\beta^2-1}{\beta^2+1}+\frac{\beta^2+1}{\beta}\mathrm{arctg}\beta\right) \tag{6}$$

(Кичатинов и др., 1994).

Температуропроводность в отсутствие магнитного поля, $\chi_{\mathrm{T}}=\ell u/3$, оценим из соотношения теории длины перемешивания $u^2=-\frac{\ell^2 g}{4c_{\mathrm{p}}}\frac{\partial S}{\partial z}$, где $\ell=\alpha_{\mathrm{MLT}}H_{\mathrm{p}}$ — длина перемешивания, пропорциональная шкале высот давления $H_{\mathrm{p}}=-P\left(\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z}\right)^{-1}$. Стационарное решение уравнения (4) при этом дает

$$\chi_{\mathrm{T}}=\alpha_{\mathrm{MLT}}^{4/3}\frac{(c_{\mathrm{p}}-c_{\mathrm{v}})T}{g}\left(\frac{(\gamma-1)\delta F}{36\gamma\rho}\right)^{1/3}, \tag{7}$$

$$B_{\mathrm{eq}}=\sqrt{\pi}\rho^{1/6}\left(6\alpha_{\mathrm{MLT}}\frac{\gamma-1}{\gamma}\delta F\right)^{1/3},$$

где $\delta F=F-F^{\mathrm{rad}}$ — конвективный поток тепла.

На рис. 1 показаны следующие из (7) зависимости от высоты z над основанием конвективной зоны для толщины слоя $h=40$ тыс. км и $\alpha_{\mathrm{MLT}}=0.49$. На высоте около 40 тыс. км турбулентная диффузия достигает максимальной величины и убывает как к основанию, так и к поверхности. Выбор значения α_{MLT} будет пояснен в дальнейшем.

Уравнение индукции крупномасштабного поля

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\boldsymbol{\nabla}\times\left(\mathbf{v}\times\mathbf{B}-\sqrt{\eta_{\mathrm{T}}}\boldsymbol{\nabla}\times(\sqrt{\eta_{\mathrm{T}}}\mathbf{B})\right) \tag{8}$$

учитывает диамагнитный перенос с эффективной скоростью $\mathbf{v}_{\mathrm{dia}}=-\boldsymbol{\nabla}\eta_{\mathrm{T}}/2$ (Зельдович, 1956; Краузе, Рэдлер, 1984). Уравнение движения с турбулентной вязкостью ν_{T} запишем в виде

$$\rho\frac{\partial v_i}{\partial t}+\rho v_j\nabla_j v_i= \tag{9}$$
$$=\nabla_j\rho\nu_{\mathrm{T}}\left(\nabla_j v_i+\nabla_i v_j-\frac{2}{3}\delta_{ij}(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{v})\right)+$$
$$+\frac{1}{4\pi}\nabla_j\left(B_iB_j-\delta_{ij}B^2/2\right)-\nabla_i P+\rho g_i,$$

где повторение индексов означает суммирование.

Число Прандтля $\mathrm{Pr}=\nu_{\mathrm{T}}/\chi_{\mathrm{T}}$ и магнитное число Прандтля $\mathrm{Pm}=\nu_{\mathrm{T}}/\eta_{\mathrm{T}}$ для турбулентной конвекции близки к единице (Йозеф и др., 2003). Квазилинейная теория дает для этих чисел равные значения $\mathrm{Pr}=\mathrm{Pm}=0.8$ (Кичатинов и др., 1994), которые и используются в дальнейшем.

В исходном для анализа устойчивости стационарном состоянии будем считать магнитное поле на верхней границе заданным. Так как вращение не учитывается, то все горизонтальные направления равноправны. Будем считать поле $\mathbf{B}$ направленным вдоль оси y. Напряженность поля B_0 на верхней границе слоя является параметром модели. Уравнения (8) и (4) дают распределение магнитного поля и градиента энтропии для исходного равновесия:

$$B(z)=B_0\left(\frac{\eta_{\mathrm{T}}(h)}{\eta_{\mathrm{T}}(z)}\right)^{1/2}, \tag{10}$$
$$\frac{\partial S_0}{\partial z}=-\frac{\delta F}{\rho T\chi_{\mathrm{T}}\phi(\beta)},$$

а уравнение (9) допускает отсутствие течения, $\mathbf{v}=0$. Для анализа устойчивости понадобится лишь градиент удельной энтропии (10), но не ее абсолютное значение. Тем не менее фиксируем это значение граничным условием $S(h)=0$.

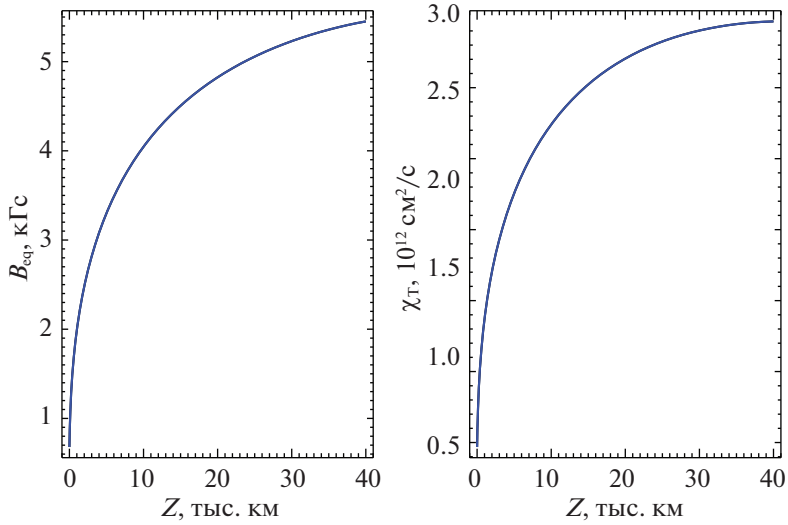

Рис. 1. Зависимости напряженности поля равнораспределения (*слева*) и турбулентной диффузии (*справа*) от высоты z над основанием конвективной зоны.

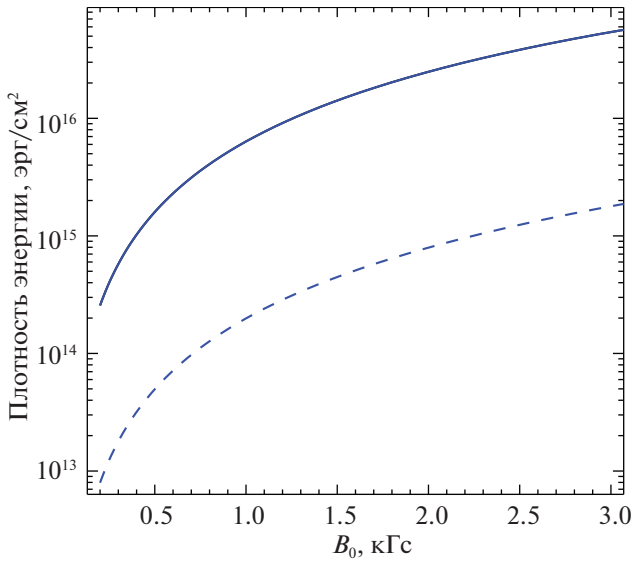

Рис. 2. Зависимости магнитной энергии (11) (штриховая линия) и приращения тепловой энергии (12) (сплошная линия) от величины поля B_0 на поверхности слоя.

Примечательно, что поверхностная плотность магнитной энергии в слое, т.е. проинтегрированная по толщине плотность энергии

$$W_{\rm B} = \frac{1}{8\pi}\int\limits_0^h B^2(z){\rm d}z \qquad (11)$$

меньше вызванного магнитным полем приращения тепловой энергии

$$W_{\rm T} = \int\limits_0^h \rho T\delta S{\rm d}z. \qquad (12)$$

Здесь δS — приращение удельной энтропии из-за магнитного поля, т.е. разница между значениями S в присутствии поля и без него. Зависимости величин (11) и (12) от напряженности поля B_0 на верхней границе показаны на рис. 2. Приращение тепловой энергии в десятки раз больше магнитной энергии. Поэтому распад поля на трубки (Паркер, 1984) действительно может быть “энергетически выгодным”.

Линейная задача об устойчивости

Для течений в глубине конвективной зоны Солнца оправдано приближение неупругости (см., например, Гилман, Глатцмайер, 1981), в котором уравнение непрерывности записывается как $\nabla\cdot(\rho\mathbf{v}) = 0$. Для анализа устойчивости определенного выше равновесия к малым возмущениям удобно

различать в возмущениях магнитного поля $\mathbf{b}$ и плотности импульса $\rho\mathbf{v}$ их тороидальные и полоидальные составляющие:

$$\mathbf{b} = \boldsymbol{\nabla} \times \left(\hat{\mathbf{z}}T' + \boldsymbol{\nabla} \times (\hat{\mathbf{z}}P')\right), \qquad (13)$$
$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla} \times (\hat{\mathbf{z}}W + \boldsymbol{\nabla} \times (\hat{\mathbf{z}}V)),$$

где $\hat{\mathbf{z}}$ — единичный вектор вдоль оси z, штрих в обозначениях потенциалов тороидального (T') и полоидального (P') поля отличает их от обозначений температуры и давления. Представление (13) подобно используемому в задачах об устойчивости в сферической геометрии (Чандрасекар, 1961, с. 622) и обеспечивает соленоидальность магнитных возмущений и течений.

Линеаризация уравнений (4), (8) и (9) относительно малых возмущений дает систему из пяти уравнений линейной задачи об устойчивости: четыре уравнения для полоидальных и тороидальных составляющих магнитного поля и течения, а также уравнение для возмущений энтропии. Коэффициенты этих уравнений не зависят от координат x и y. Поэтому зависимость от этих координат можно задать в виде $\exp(\mathrm{i}k_1x + \mathrm{i}k_2y)$. Два уравнения получаемой системы требуют комментариев.

Уравнение для возмущений энтропии

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\mathrm{i}}{\rho T}\frac{\partial}{\partial z} \times \qquad (14)$$
$$\times \left(\rho T\phi'(\beta)\frac{\chi_\mathrm{T}}{B_\mathrm{eq}}\frac{\mathrm{d}S_0}{\mathrm{d}z}\left(k_2\frac{\partial P'}{\partial z} - k_1T'\right)\right) +$$
$$+ \frac{1}{\rho T}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho T\chi_\mathrm{T}\phi(\beta)\frac{\partial S}{\partial z}\right) -$$
$$- k^2\chi_\mathrm{T}\phi(\beta)S - \frac{k^2}{\rho}\frac{\partial S_0}{\partial z}V$$

содержит вклад магнитных возмущений (первое слагаемое в правой части). Этим рассматриваемая задача отличается от стандартного анализа конвективной устойчивости. Дополнительный вклад появился из-за зависимости эффективной температуропроводности (5) от магнитного поля. Он во многом определяет решение задачи. В уравнении (14) $k^2 = k_1^2 + k_2^2$ и ϕ' означает производную функции (6).

Для рассмотрения соленоидального течения (13) важно исключить в уравнении (9) потенциальную составляющую. Для этого от уравнения (9) берется ротор, z-составляющая возникающего при этом уравнения дает уравнение для тороидального течения. Уравнение для полоидального течения получается как z-составляющая после двукратного взятия ротора. Пренебрегая возмущениями давления, что исключает неустойчивость магнитной плавучести (Ачесон, 1978), преобразуем вклад силы тяжести следующим образом:

$$\hat{\mathbf{z}} \times (\boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{\nabla} \times \rho\mathbf{g})) = \qquad (15)$$
$$= -\frac{\rho g}{c_\mathrm{p}}(\hat{\mathbf{z}} \times \boldsymbol{\nabla}) \times (\hat{\mathbf{z}} \times \boldsymbol{\nabla})S = -\frac{\rho g}{c_\mathrm{p}}\Delta_2 S,$$

где $\Delta_2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — двухмерный лапласиан. Приходим к следующему уравнению для полоидального течения:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)V\right) = \qquad (16)$$
$$= -\frac{\rho g}{c_\mathrm{p}}S + \frac{\mathrm{i}k_2}{4\pi}\left(B\frac{\partial^2 P'}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial z^2}P' - k^2BP'\right) +$$
$$+ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k^2\right)\left(\rho\nu_\mathrm{T}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial z} - \nu_\mathrm{T}k^2V\right) +$$
$$+ 2k^2\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2(\rho\nu_\mathrm{T})}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial(\rho\nu_\mathrm{T})}{\partial z}\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)V.$$

Вывод остальных уравнений системы затруднений не вызывает и комментариев не требует. Поэтому эти уравнения выписывать не будем.

Условия на нижней границе слоя предполагают поверхность раздела со сверхпроводником, отсутствие поверхностной плотности внешних сил, равенство нулю нормальных составляющих магнитного поля и скорости, а также отсутствие возмущений конвективного потока тепла:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\sqrt{\eta_\mathrm{T}}T') = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{W}{\rho}\right) = \qquad (17)$$
$$= \frac{\partial S}{\partial z} = P' = V = 0, \quad z = 0.$$

На (искусственной) верхней границе ($z = h$) все возмущения полагались равными нулю.

Уравнения для возмущений решались численно с конечно-разностным представлением производных по координате z. Неоднородность решений вблизи нижней границы может быть большой. Поэтому использовалась неоднородная сетка с большей плотностью узлов вблизи нижней границы:

$$z_1 = 0,\ z_i = h\left[1 - \cos\left(\pi\frac{i - 3/2}{2N - 3}\right)\right], \qquad (18)$$
$$2 \le i \le N,$$

где N — число узлов. Последующие результаты получены для $N = 52$. Несколько пробных расчетов для большего числа узлов дали те же результаты.

Зависимость малых возмущений от времени можно искать в виде $\exp(\sigma t)$, что приводит к задаче на собственные значения (здесь и далее σ —

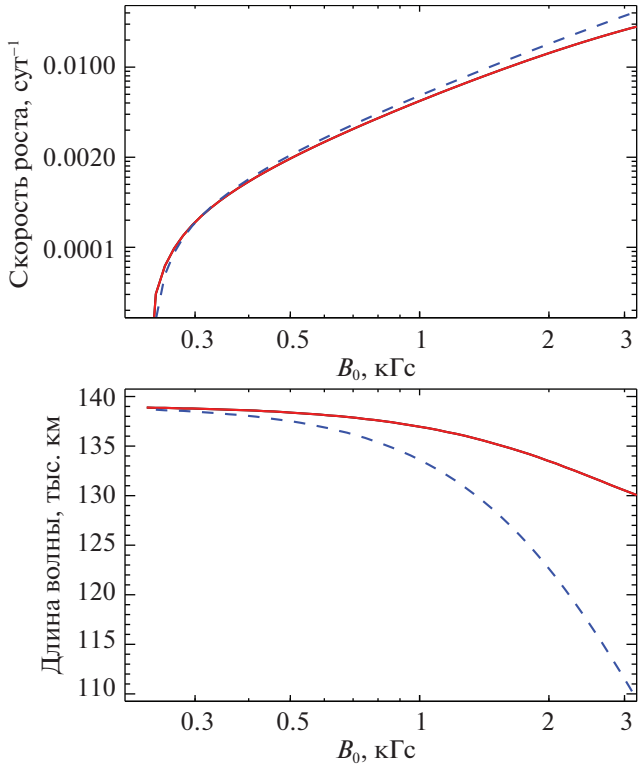

Рис. 3. Вверху: скорости роста изгибных (сплошная линия) и перестановочных (пунктир) возмущений в зависимости от напряженности поля B_0. Внизу: длина волны изгибных и перестановочных возмущений, для которой достигаются наибольшие скорости роста, показанные на верхней панели.

собственное значение линейной задачи). Положительная вещественная часть $\Re(\sigma) > 0$ означает неустойчивость.

Неустойчивость, разумеется, может возникнуть и без магнитного поля, если турбулентные коэффициенты переноса задать слишком малыми (Туоминен и др., 1994). Чем меньше турбулентная теплопроводность, тем больше градиент энтропии (сверхадиабатичность) в исходном состоянии. При достаточно малой теплопроводности возникает обычная конвективная неустойчивость. При этом постановка задачи теряет внутреннюю согласованность, так как турбулентные коэффициенты переноса уже нельзя считать адекватной параметризацией конвективной турбулентности. Величина турбулентной диффузии (7) определяется параметром $\alpha_{\rm MLT}$. Пороговым значением для развития конвективной неустойчивости является $\alpha_{\rm MLT} = 0.48$. В последующих расчетах используется слабо надкритическая величина $\alpha_{\rm MLT} = 0.49$. Такой выбор обоснован в предшествующей работе (Кичатинов, Мазур, 2000). Относительно малая величина $\alpha_{\rm MLT} = 0.49$ связана с рассмотрением глубокой области конвективной зоны вблизи ее основания. Чем выше рассматриваемая область, тем больше критическая величина $\alpha_{\rm MLT}$. Вероятно в более реалистичной модели $\alpha_{\rm MLT}$ должен зависеть от глубины и уменьшаться с глубиной.

Из уравнений для малых возмущений можно увидеть, что собственные значения не изменяются при обращении знаков волновых чисел k_1 и k_2, как по отдельности, так и одновременно. Поэтому можно ограничиться обсуждением результатов для положительных значений волновых чисел.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Собственные значения для всех неустойчивых возмущений являются вещественными (смена устойчивости). Не было случаев, когда наибольшей скоростью роста обладали возмущения, обе составляющих волнового вектора которых k_1 и k_2 были отличны от нуля. В зависимости от величины магнитного поля B_0 наиболее быстро растут возмущения с волновым вектором вдоль оси x или y. Поэтому ограничимся рассмотрением этих двух случаев. Возмущения с $k_1 = 0$ и $k_2 \neq 0$ приводят к деформации (изгибанию) силовых линий магнитного поля. Поэтому будем называть такие возмущения изгибными. В случае $k_1 \neq 0$ и $k_2 = 0$ происходит лишь перестановка силовых линий. Назовем такие возмущения перестановочными.

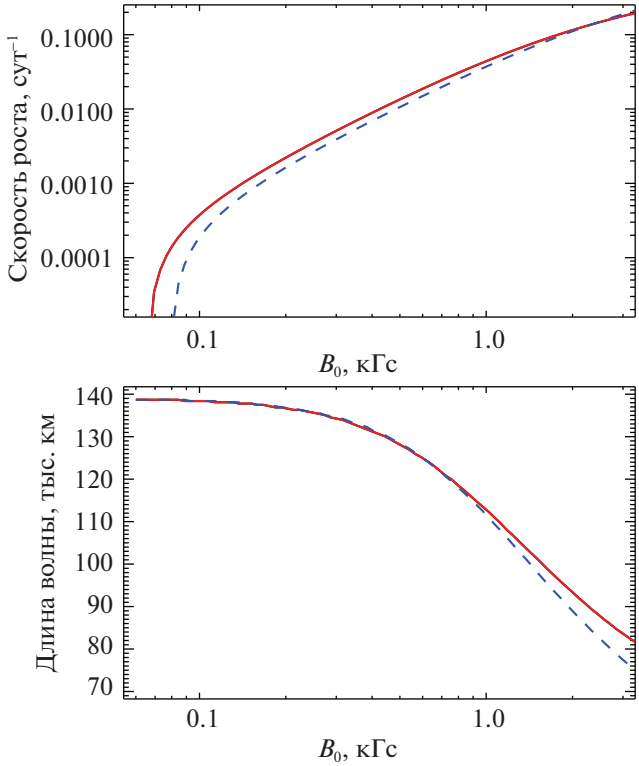

Рис. 4. То же, что на рис. 3, но для $B_{\rm eq}$, уменьшенного в три раза по сравнению с рис. 1.

Магнитное поле может оказывать противодействие течению, изгибающему силовые линии. Поэтому кажется очевидным, что магнитное подавление турбулентной теплопроводности должно приводить к неустойчивости перестановочных мод, для которых деформация силовых линий не происходит. Однако на рис. 3 показано, что скорости роста изгибных и перестановочных возмущений близки по величине, причем для слабых полей быстрее растут изгибные возмущения. Это следствие подавления теплопроводности магнитным полем. Если не учитывать этот эффект (пренебречь первым слагаемым в правой части уравнения (14), то перестановочная мода доминирует для любых значений B_0.

Численные эксперименты Карака и др. (2014) показывают, что формулы (5) и (6) неплохо воспроизводят зависимость от магнитного поля, но только в том случае, если $B_{\rm eq}$ (1) определять не для исходной турбулентности, которая имела бы место в отсутствие магнитного поля, а по фактическому течению в магнитном поле. Это эквивалентно уменьшению величины $B_{\rm eq}$ по сравнению с используемой в наших расчетах. Поэтому были проведены также расчеты с $B_{\rm eq}$, уменьшенным в три раза по сравнению с рис. 1. Результаты показаны на рис. 4. В этом случае изгибные моды доминируют для большего интервала значений B_0, и скорости роста существенно возрастают. Различие между тепловой и магнитной энергией также возрастает по сравнению с рис. 2. Однако структура неустойчивых возмущений, к обсуждению которой мы переходим, слабо зависит от определения $B_{\rm eq}$. Дальнейшее обсуждение относится к определению $B_{\rm eq}$ согласно формуле (7) и рис. 1.

На рис. 5 показана структура наиболее быстро растущей перестановочной моды для $B_0 = 1$ кГс. Возмущения магнитного поля сконцентрированы в нижней части слоя. Усиления (положительные возмущения) поля здесь связаны со сходящимся горизонтальным течением. Восходящие течения происходят в относительно горячих областях положительных возмущений энтропии.

Наиболее быстро растущая изгибная мода показана на рис. 6. Для иллюстрации структуры поля, возникающей при развитии данной моды неустойчивости, на рис. 7 показана суперпозиция фонового поля и его возмущения с амплитудой около 30% от фонового поля (разумеется, такое представление не вполне корректно: линейная задача не применима для больших возмущений). Заметим, что, в отличие от перестановочной моды (рис. 5), теперь присутствует неоднородность вдоль оси y, то есть вдоль линий фонового поля. Горизонтальные течения происходят вдоль линий фонового поля и магнитных возмущений не вызывают. Усиления поля у основания слоя происходят в области нисходящего течения.

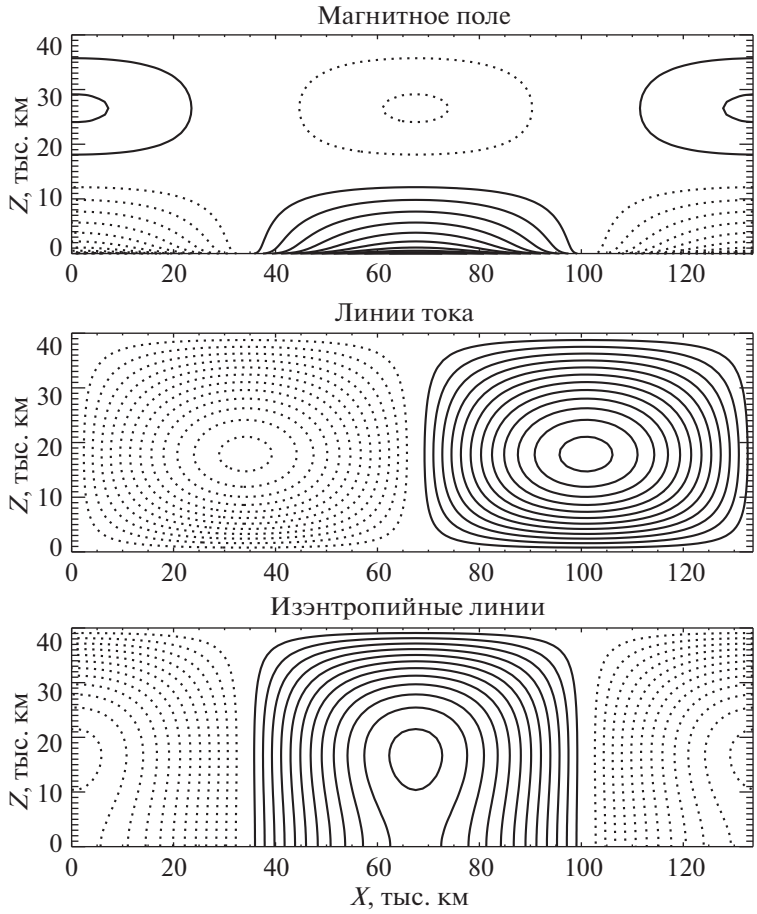

Рис. 5. Сверху вниз: изолинии возмущений магнитного поля, линии тока для возмущений скорости и изолинии возмущений энтропии для наиболее быстро растущей перестановочной моды для $B_0 = 1000$ Гс. Сплошные (пунктирные) линии показывают положительные (отрицательные) уровни и циркуляцию по (против) часовой стрелке.

Перестановка силовых линий вряд ли может привести к существенному усилению поля. Для возможного образования областей с большой напряженностью поля более интересна изгибная мода (рис. 6 и 7). В этом случае перетекание вещества вдоль силовых линий может существенно повлиять на величину поля. Изгибные возмущения, однако, не создают трубок: они однородны вдоль горизонтального направления, нормального к фоновому полю. Области усиленного поля, ограниченные по обоим горизонтальным направлениям, могут возникать в результате суперпозиции изгибных и перестановочных возмущений (так же, как ячейки Бенара получаются в линейной теории конвекции в результате суперпозиции неустойчивых мод с различными направлениями горизонтальных волновых векторов; Чандрасекар, 1961, с. 47).

Сравнение тепловой и магнитной энергий (рис. 2) показывает, что усиление поля в неустойчивых возмущениях может быть значительным. Определить его величину могут только нелинейные расчеты. Однако некоторые оценки по порядку величины возможны на основе решения линейной задачи.

На рис. 5 и 6 показано, что характерный размер области усиления поля по обоим горизонтальным направлениям $L_x \approx L_y \approx 50$ тыс. км. Возмущения сосредоточены у основания конвективной зоны. Их вертикальный размер $L_z \approx 10$ тыс. км. Поэтому магнитная энергия $W_{\rm M} \approx B^2 L_x^2 L_z/(8\pi)$ в этой области

$$W_{\rm M} \approx 10^{33} \left(\frac{B}{1{\rm kG}}\right)^2 \text{ эрг}, \qquad (19)$$

где B — характерная напряженность фонового поля. Простая и, вероятно, довольно грубая оценка (19) является первой попыткой установления соответствия между крупномасштабным полем солнечного динамо и активными областями Солнца. Примечательно, что эта оценка согласуется по порядку величины с магнитной энергией активных областей (Сун и др., 2012; Лившиц и др., 2015).

Модели динамо дают напряженность тороидального поля у основания конвективной зоны в

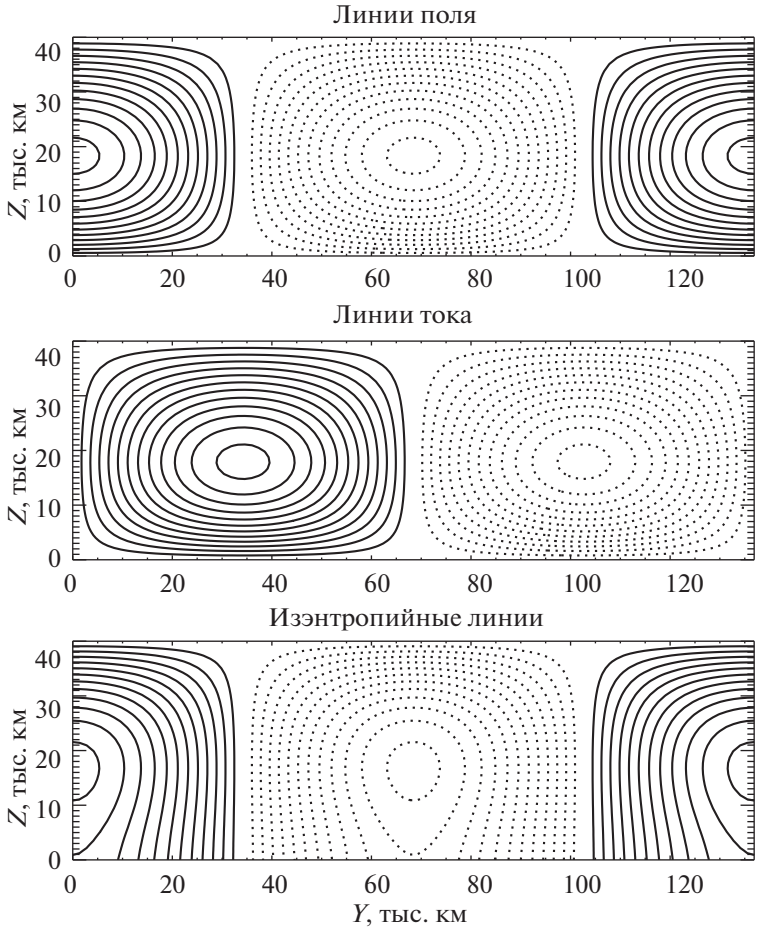

Рис. 6. Сверху вниз: силовые линии возмущений магнитного поля, линии тока и изолинии возмущений энтропии изгибной моды для $B_0 = 1000$ Гс. Сплошные (пунктирные) линии показывают положительные (отрицательные) уровни и циркуляцию по (против) часовой стрелке.

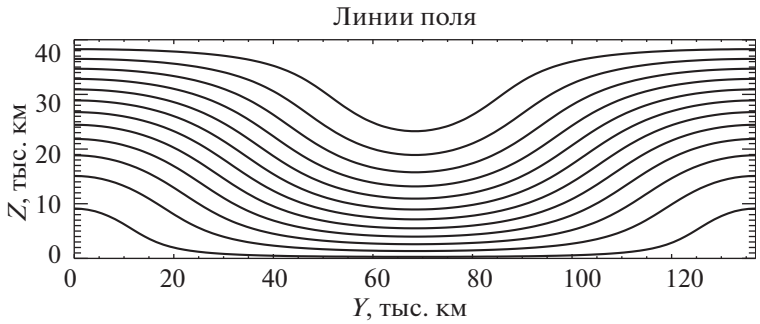

Рис. 7. Силовые линии суперпозиции фонового магнитного поля и магнитных возмущений изгибной моды рис. 6. Амплитуда магнитных возмущений положена равной около 30% от фонового поля.

несколько килогаусс. Это поле должно усилиться предполагаемой неустойчивостью в десятки раз для того, чтобы его подъем к солнечной поверхности соответствовал наблюдениям активных областей (Дасилва, Чудури, 1993). Напряженность поля в солнечных пятнах показывает, что расширение магнитных трубок при таком подъеме снова уменьшает напряженность поля до нескольких килогаусс, сохраняя оценку (9) для магнитной энергии. На рис. 3 и 4 показано, что характерное время развития неустойчивости от одного до нескольких

месяцев мало по сравнению с 11-летним периодом солнечного цикла.

Работа выполнена в рамках базового финансирования программы ФНИ II.16 и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 17-02-00016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ачесон (D.J. Acheson), Phyl. Trans. Roy. Soc. London A **289**, 459 (1978).
2. Бэбкок (H.W. Babcock), Astrophys. J. **133**, 572 (1961).
3. Вайс (N.O. Weiss), Proc. Roy. Soc. London A **293**, 310 (1966).
4. Вебер и др. (M.A. Weber, Y. Fan, and M.S. Miesch), Astrophys. J. **741**, 11 (2011).
5. Гилман (P.A. Gilman), *Physics of the Sun* (Ed. P. A. Sturrock, Dordrecht, D. Reidel Publ. Co., 1986), v. 1, p. 95.
6. Гилман, Глатцмайер (P.A. Gilman and G.A. Glatzmaier), Astrophys. J. Suppl. Ser. **45**, 335 (1981).
7. Дасилва, Чудури (S. D'Silva and A.R. Choudhuri), Astron. Astrophys. **272**, 621 (1993).
8. Даси-Эспиг и др. (M. Dasi-Espuig, S.K. Solanki, N.A. Krivova, R. Cameron, and T. Peñuela), Astron. Astrophys. **518**, A7 (2010).
9. Ерофеев (D.V. Erofeev), *Multi-Wavelength Investigation of Solar Activity, IAU Symp. 223* (Ed. A.V. Stepanov, E.E. Benevolenskaya, A.G. Kosovichev, Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2004), p. 97.
10. Зельдович Я.Б., ЖЭТФ **31**, 154 (1956) [Ya.B. Zel'dovich, Sov. Phys. JETP **4**, 460 (1957)].
11. Йозеф и др. (T.A. Yousef, A. Brandenburg, and G. Rüdiger), Astron. Astrophys. **411**, 321 (2003).
12. Калигари и др. (P. Caligari, F. Moreno-Insertis, and M. Schüssler), Astrophys. J. **441**, 886 (1995).
13. Карак и др. (B.B. Karak, M. Rheinhardt, A. Brandenburg, P.J. Käpylä, and M.J. Käpylä), Astrophys. J. **795**, 16 (2014).
14. Кичатинов, Мазур (L.L. Kitchatinov and M. V. Mazur), Solar Phys. **191**, 325 (2000).
15. Кичатинов Л.Л., Олемской С.В., Письма в Астрон. журн. **32**, 357 (2006) [L.L. Kitchatinov and S.V. Olemskoi, Astron. Lett. **32**, 320 (2006)].
16. Кичатинов Л.Л., Олемской С.В., Письма в Астрон. журн. **37**, 713 (2011) [L.L. Kitchatinov and S.V. Olemskoy, Astron. Lett. **37**, 656 (2011)].
17. Кичатинов и др. (L.L. Kitchatinov, V.V. Pipin, and G. Rüdiger), Astron. Nachr. **315**, 157 (1994).
18. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х., *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо* (М: Мир, 1984) [F. Krause and K.-H. Rädler *Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory* (Berlin, Akademie-Verlag, 1980)].
19. Лайтс и др. (B.W. Lites, A. Skumanich, and V. Martinez Pillet), Astron. Astrophys. **333**, 1053 (1998).
20. Лейтон (R.B. Leighton), Astrophys. J. **156**, 1 (1969).
21. Лившиц и др. (M.A. Livshits, G.V. Rudenko, M. M. Katsova, and I.I. Myshyakov), Adv. Space Res. **55**, 920 (2015).
22. Паркер Е., *Космические магнитные поля* (М.: Мир, ч. 1, 1982) [E.N. Parker *Cosmical Magnetic Fields* (Oxford, Clarendon Press, 1979)].
23. Паркер (E.N. Parker), Astrophys. J. **283**, 343 (1984).
24. Туоминен и др. (I. Tuominen, A. Brandenburg, D. Moss, and M. Rieutord), Astron. Astrophys. **284**, 259 (1994).
25. Сун и др. (X. Sun, J.T. Hoeksema, Y. Liu, T. Wiegelmann, K. Hayashi, Q. Chen, and J. Thalmann), Astrophys. J. **748**, 77 (2012).
26. Хейл и др. (G.E. Hale, F. Ellerman, S.B. Nicholson, and A.H. Joy), Astrophys. J. **49**, 153 (1919).
27. Хлыстова,Ториуми (A. Khlystova and S. Toriumi), Astrophys. J. **839**, 63 (2017).
28. Цван (C. Zwaan), *Sunspots: Theory and Observations* (Ed. J.H. Thomas, N.O. Weiss, Kluwer Academic Publishers, 1992), p. 75.
29. Чандрасекар (S. Chandrasekhar), *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford: Clarendon Press, 1961).
30. Чудури (A.R. Choudhuri), *Nature's Third Cycle* (Oxford University Press, 2015).
31. Штикс (M. Stix), *The Sun* (Springer, Berlin, 1989).