# МАЛОМАССИВНЫЕ НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ С ВРАЩЕНИЕМ

© 2019 г. А. В. Юдин<sup>1,2\*</sup>, Т. Л. Разинкова<sup>1</sup>, С. И. Блинников<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>НИЦ "Курчатовский институт" — ИТЭФ, Москва, Россия

<sup>2</sup>Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия <sup>3</sup>Kavli IPMU, Tokyo University, Kashiwa (WPI)

Поступила в редакцию 07.11.2019 г.; после доработки 11.11.2019 г.; принята к публикации 11.11.20190 г.

Рассмотрены свойства нейтронных звезд малых масс, обладающих твердотельным вращением. Рассчитаны возможные пути эволюции таких звезд в тесной двойной системе с обменом масс. Кратко обсуждаются свойства гамма-всплеска GRB170817A, интерпретируемые в рамках модели обдирания (stripping), естественным ингредиентом которой является взрыв маломассивной нейтронной звезды — компонента двойной системы.

Ключевые слова: нейтронные звезды малых масс, двойные системы, вращение звезд.

DOI: 10.1134/S0320010819120076

## ВВЕДЕНИЕ

Нейтронные звезды (НЗ) являются, наряду с черными дырами, конечным пунктом эволюции массивных звезд, взрывающихся как сверхновые. Они обладают удивительными, до конца еще непонятыми свойствами, а вещество в их недрах находится в самом экстремальном состоянии из всех, доступных в современной Вселенной. Хорошо известно, что НЗ имеют максимальную массу, лежащую в диапазоне  $2 \le M/M_{\odot} \le 3$  (Родс, Руффини, 1974; Деморест и др., 2010). НЗ с большими массами находятся под пристальным вниманием как наблюдателей, так и теоретиков, поскольку точная величина максимальной массы критически зависит от неизвестного уравнения состояния вещества с плотностью, превышающей ядерную (Хензель и др., 2007). Однако у НЗ имеется и минимальная масса, равная примерно 0.1  $M_{\odot}$  (см., например, Хензель и др., 2002). НЗ таких малых масс привлекают меньшее внимание, во-первых, поскольку их свойства сравнительно лучше известны: вещество внутри них находится в значительно менее экстремальном состоянии, чем у массивных НЗ, вследствие их меньшей плотности. Во-вторых, до сих пор неясно, можно ли получить НЗ такой малой массы в результате коллапса ядра массивной звезды и последующего взрыва сверхновой. По всей видимости, непосредственно сделать это не удается. НЗ может достигнуть минимальной массы только в результате эволюции

в составе тесной двойной системы нейтронных звезд.

Одними из первых, кто предложил и детально рассмотрел такой сценарий, были Кларк и Эрдли (1977). В их расчетах две звезды с массами  $1.3~M_{\odot}$ и 0.8  $M_{\odot}$  сближались вследствие потери момента импульса системой на излучение гравитационных волн, и в некоторый момент начиналось перетекание вещества с менее массивного, но большего по размеру компаньона, на более массивный. Маломассивная нейтронная звезда (МНЗ), достигнув минимальной массы НЗ, теряла гидродинамическую устойчивость и взрывалась. Этот процесс затем был предложен Блинниковым и др. (1984) как источник коротких гамма-всплесков. В последующей работе Блинникова и др. (1990) Д.К. Надёжиным был осуществлен гидродинамический одномерный сферически-симметричный расчет взрывного разрушения МНЗ, достигшей минимальной массы. Удивительным образом кинетическая энергия взрыва оказалась чрезвычайно близкой к классической энергии взрыва сверхновой, порядка 1 Бете, т.е. 10<sup>51</sup> эрг. Это привело В.С. Имшенника (1992) к формулировке ротационного механизма взрыва сверхновых, в котором тесная система НЗ образуется в результате коллапса и последующей фрагментации ядра массивной звезды. Эволюция такой системы НЗ, заканчивающаяся взрывом маломассивного компонента, приводит в конечном итоге к взрыву всей звезды как сверхновой. Взрыв МНЗ рассматривался в работе М. Кольпи и др. (1989), а также в работе Сумиоши и др. (1998), которые, помимо

<sup>\*</sup>Электронный адрес: yudin@itep.ru

прочего, изучили свойства сопутствующей взрыву вспышки нейтринного излучения и процессы нуклеосинтеза. К.В. Мануковский (2010), взяв в качестве начальных данных параметры из работы Блинникова и др. (1990), осуществил трехмерный самосогласованный гидродинамический расчет взрыва МНЗ, находящейся на орбите массивного компаньона. Многие исторические детали развития рассматриваемого сценария можно найти в обзоре Бакланова и др. (2016).

Однако со временем интерес к этому механизму коротких гамма-всплесков упал, поскольку их наблюдаемые энергии были, как правило, значительно больше, а спектры — жестче, чем предсказывалось в работе Блинникова и др. (1990) (см., например, Хамидани и др., 2019, и ссылки там). Возродить интерес помог гаммавсплеск GRB170817А, ассоциированный с сигналом GW170817 на гравитационно-волновых интерферометрах LIGO и Virgo (Аббот и др., 2017а). Он оказался пекулярным: с малой изотропной энергией (Аббот и др., 2017b), спектральными особенностями (Виллар и др., 2017) и большой оцениваемой массой выброшенного вещества (Зигель, 2019). Кроме того, не наблюдалось и следов присутствия сильного джета (Доби и др., 2018). Все эти характерные черты GRB170817А трудно объяснить в рамках стандартной модели слияния НЗ, в которой происходит именно слияние (merging) двух НЗ в один объект — сверхмассивную НЗ или черную дыру. С другой стороны, эти особенности естественно объясняются в рамках механизма Блинникова и др. (1984), который мы далее будем именовать моделью обдирания (stripping).

Детальное обсуждение моделей слияния и обдирания и их сравнение с данными наблюдений будут даны в соответствующем месте (Блинников и др., 2020). Здесь же заметим лишь, что реализуемость этих сценариев определяется в основном начальным отношением (асимметрией) масс системы. Нейтронным звездам с массой порядка солнечной на диаграмме масса-радиус НЗ соответствует практически вертикальный участок (см., например, Латтимер, Пракаш, 2001). Таким образом, радиус таких НЗ слабо зависит от массы (эффективный показатель политропы  $n \approx 1$ ), и при слиянии они ведут себя подобно двум каплям жидкости и сливаются в один объект. Заметим, что практически все проведенные до сих пор расчеты этого процесса имели дело именно со случаем равных и достаточно больших масс. Даже в случае, когда рассматривалось большое отношение масс (Дитрих и др., 2017), масса менее массивного компонента была достаточно велика (порядка солнечной). Если же отношение масс велико и масса маломассивной НЗ достаточно мала, реализоваться должен сценарий

обдирания. Конкретное значение массы H3, достаточно малое для начала обдирания, зависит от уравнения состояния вещества в ядерной и, что в данном случае более важно, в субъядерной области. Как показано в работе Сотани и др. (2014), в поведении кривых "масса—радиус H3 малых масс" существуют значительные неопределенности. Однако анализ рис. 1 этой статьи позволяет оценить характерное значение этой массы как  $M \sim 0.5 M_{\odot}$ . Нейтронные звезды с массами, меньшими этого значения, мы будем называть маломассивными (MH3).

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В большинстве цитированных выше исследований собственным вращением НЗ двойной системы пренебрегалось. В первом приближении это вполне оправдано для плотного массивного компонента. Однако МНЗ имеет специфическое строение: маленькое плотное компактное ядро, содержащее бо́льшую часть массы, и протяженную оболочку. Для такой структуры эффекты вращения могут оказаться важными.

Мы рассмотрим влияние собственного вращения МНЗ на ее параметры и возможные пути эволюции. При этом приливной деформацией со стороны массивного компаньона будем пренебрегать, считая распределение вещества в МНЗ аксиальносимметричным. Справедливость этого приближения нарушается только для внешних, наименее плотных слоев, структура которых определяется изолиниями модифицированного (с учетом собственного вращения МНЗ) потенциала Роша. В общем виде определение формы МНЗ в этом случае требует решения трехмерной задачи.

Кроме того, мы будем считать закон вращения МНЗ твердотельным, т.е. будем предполагать, что характерное время перераспределения момента импульса внутри НЗ много меньше времени обмена масс. Это предположение может нарушаться лишь на последних стадиях эволюции двойной системы НЗ.

Поскольку используемый нами для расчета вращающихся конфигураций оригинальный код ROTAT (см. его описание ниже) является ньютоновским, т.е. не учитывает эффекты общей теории относительности (ОТО), мы ограничимся исследованием МНЗ с массой  $M \leq 0.2 M_{\odot}$ . Радиус таких звезд  $R \geq 20$  км, и релятивистский параметр оказывается достаточно мал:  $\frac{2GM}{Rc^2} \leq 0.03$ .



**Рис. 1.** Диаграмма масса—радиус МНЗ. Штрихпунктирные линии, ограничивающие область в виде "рога", соответствуют последовательности невращающихся конфигураций  $\theta = 1$  и конфигураций с фиксированным сжатием  $\theta = 2/3$ . Штриховые линии дают последовательность звезд с постоянным полным моментом импульса *J*. Сплошные соответствуют закону эволюции  $dJ/dM = \omega R^2$ . Остальные подробности в тексте.

#### Уравнение состояния

Мы будем использовать в качестве уравнений состояния (УрС) вещества аппроксимации для зависимости давления от плотности  $P = P(\rho)$ , предложенные в работе Хензеля и Потехина (2004). Они описывают свойства вещества H3 при температуре T = 0 в широком диапазоне плотностей как в субъядерной области, так и при плотностях выше ядерной. На сайте одного из авторов http://www.ioffe.ru/astro/NSG/BSk/

**Таблица 1.** Свойства нейтронных звезд минимальной массы для разных уравнений состояния

УрС	$M_{\rm min} \left[ M_\odot  ight]$	R [KM]	$ ho_{ m c}$ [ $ m cm^{-3}$ ]
BSk19	0.097	208	$1.8\times10^{14}$
BSk22	0.089	272	$1.5\times10^{14}$
BSk24	0.093	238	$1.9\times10^{14}$
BSk25	0.091	233	$2.3\times10^{14}$
BSk26	0.096	222	$1.8\times 10^{14}$

представлены удобные для использования подпрограммы, написанные на языке FORTRAN, вычисляющие различные термодинамические величины для нескольких возможных УрС. При низких плотностях ( $\rho \leq 3 \times 10^5$  г см<sup>-3</sup>) эти аппроксимации становятся неточны, и мы гладко сшиваем их с политропой n = 3/2 ( $P = P_0 \rho^{5/3}$ ). Параметры невращающихся МНЗ, вычисленные с использованием некоторых из этих УрС, приведены в табл. 1. В ней первый столбец аббревиатура УрС, второй — соответствующее значение минимальной массы, третий — радиуса, последний — центральной плотности. Везде ниже мы будем использовать аппроксимацию BSk19 как базовый случай для наших вычислений.

## Программа ROTAT

Опишем кратко алгоритм, реализованный в программе ROTAT (Аксёнов, Блинников, 1994). Рассмотрим осесимметричную звездную конфигурацию в состоянии стационарного вращения. Уравнение движения элемента жидкости имеет вид

$$\rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \nabla P + \rho\nabla\Phi = 0, \tag{1}$$

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 45 № 12 2019

где **v** — скорость,  $\rho$  — плотность вещества,  $\Phi$  — гравитационный потенциал, который удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho, \tag{2}$$

а *Р* — давление вещества, которое связано с плотностью баротропным уравнением состояния

$$P = P(\rho). \tag{3}$$

В случае баротропного уравнения состояния, поверхности постоянного давления и постоянной плотности совпадают, а угловая скорость вращения  $\omega(\xi)$  зависит исключительно от расстояния  $\xi$  от оси вращения; т.е. она постоянна вдоль цилиндров, соосных с осью вращения (теорема Пуанкаре, см. Приложение А). Таким образом, линейная скорость элемента жидкости связана с его угловой скоростью выражением

$$\mathbf{v} = \xi \omega(\xi) \mathbf{e}_{\varphi},\tag{4}$$

где  $\mathbf{e}_{\varphi}$  — единичный вектор в направлении азимутального угла  $\varphi$ . Интегрируя уравнение движения (1), можно получить интеграл Бернулли

$$H(\rho) + \Phi + \Psi = C, \tag{5}$$

где *С* — постоянная интегрирования, а *H* — это энтальпия, которая определяется выражением

$$H(\rho) = \int^{P(\rho)} \frac{\mathrm{d}P'}{\rho'},\tag{6}$$

и  $\Psi$  — центробежный потенциал, который связан с угловой скоростью выражением

$$\Psi = -\int^{\xi} \omega^2(\xi')\xi' \mathrm{d}\xi'. \tag{7}$$

Для твердотельного вращения

$$\Psi = -\frac{C_{\psi}}{2}\xi^2. \tag{8}$$

Если мы используем интеграл Бернулли (5), чтобы выразить плотность как функцию, обратную энтальпии, и подставим это в уравнение Пуассона (2), то получим уравнение, содержащее гравитационный потенциал и константы C и  $C_{\psi}$ . Это уравнение затем записывается в конечных разностях на двумерной сетке  $(r, \vartheta)$ , где r — расстояние от центра конфигурации и  $\vartheta$  — полярный угол, измеренный от оси вращения. Радиальная координата на сетке вне сферы, охватывающей всю звезду, является величиной, обратно пропорциональной расстоянию до центра (Клемент 1974).

Граничные условия соответствуют симметрии в центре: при  $r \to 0$  имеем

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right|_{r=0} = \frac{4\pi}{3} G \rho_{\rm c}, \qquad (9)$$

где  $\rho_{\rm c}$  — значение плотности в центре звезды (опечатка в оригинальной статье Аксёнова и Блинникова (1994) в сеточной записи центрального условия исправлена в Приложении Б). При  $r \to \infty$  задается условие  $\Phi \to 0$ . В дополнение к этому отношения полярного и экваториального радиусов  $\theta = R_{\rm p}/R_{\rm e}$  и максимальной плотности позволяют определить C и  $C_{\psi}$  одновременно с полем  $\Phi$ .

Плотность в каждом узле сетки можно найти с помощью (5). Положение узла, в котором достигается максимальная плотность, может быть найдено в процессе вычислений. Благодаря использованию дифференциального соотношения (2) между гравитационным потенциалом и плотностью вместо интегрального выражения для потенциала через плотность, матрица коэффициентов для системы разностных уравнений разрежена, т.е. в ней много нулевых элементов. Система разностных уравнений решалась квадратично сходящимся методом Ньютона. При этом использовался метод решения системы линейных уравнений (получаемых при линеаризации полной системы в методе Ньютона) с разреженными матрицами коэффициентов, описанный в книге Эстербю и Златев (1987). Точность расчетов контролировалась вириальным тестом

$$VT = \frac{1}{|W|} \Big| 2T + W + 3 \int P dV \Big|, \qquad (10)$$

где T — кинетическая энергия вращения звезды, а W — ее гравитационная энергия.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Основные результаты расчетов приведены на рис. 1. На нем показана нижняя часть диаграммы масса-радиус (M-R) для МНЗ. На врезке центральная часть рисунка показана крупно. Штрихпунктирные линии, ограничивающие узкую область в виде "рога", соответствуют конфигурациям с фиксированной величиной сжатия  $\theta \equiv R_{\rm p}/R_{\rm e}$ , где R<sub>р</sub> и R<sub>e</sub> — полярный и экваториальный радиусы соответственно. Везде в дальнейшем параметр R на диаграмме равен значению экваториального радиуса  $R_{\rm e}$  звезды. Значение  $\theta = 1$  отвечает, естественно, невращающимся звездам. С другой стороны область полученных нами конфигураций ограничена (примерным) значением  $\theta = 2/3$ . Более сжатые конфигурации с твердотельным вращением получить не удается. Причина этого подробно объясняется в Приложении А. Здесь скажем лишь, что при этих значениях heta у твердотельно вращающихся МНЗ начинается истечение вещества с экватора. Таким образом, все допустимые конфигурации заключены в узкой полосе между кривыми  $\theta = 1$  и  $\theta = 2/3$ . Эти результаты также находятся в полном согласии с выводами работы Хензеля и др. (2002).



**Рис.** 2. Пространственная структура предельно ( $\theta = 2/3$ ) вращающихся звезд с массами  $M = 0.15 M_{\odot}$  (слева) и  $M = 0.1 M_{\odot}$  (справа). Показаны линии уровня плотности, числа соответствуют величине  $\lg \rho r/cm^3$ . Три центральные линии для звезды с  $M = 0.1 M_{\odot}$  соответствуют значениям  $\lg \rho = 12, 13$  и 14; соответствующие числа не показаны, чтобы не загромождать график.

Рассмотрим теперь возможные пути эволюции МНЗ в двойной системе. Штриховыми линиями показаны конфигурации с постоянным полным моментом импульса (J = const). Если бы звезда могла терять вещество без изменения J (например, в виде приполярного истечения или "джета"), то ее эволюция на диаграмме (M-R) описывалась бы одной из штриховых кривых в направлении, указанном стрелками. Каждая такая кривая начинается практически касательно от линии  $\theta = 1$  и плавно подходит к пределу экваториального истечения  $\theta = 2/3$ . Однако такой путь эволюции выглядит малореалистичным.

Обратимся теперь к более вероятному сценарию: МНЗ в двойной системе заполняет свою полость Роша и начинает перетекать на более массивный компаньон. При этом вещество истекает практически с экватора. В зависимости от ориентации оси собственного вращения МНЗ относительно плоскости орбиты, точка истечения может лежать не точно на экваторе. Мы ограничимся здесь простейшим случаем экваториального истечения. Тогда звезда будет терять не только массу, но и момент импульса. Легко показать, что происходить это будет в соответствии с законом:

$$\frac{dJ}{dM} = \omega(R_{\rm e})R_{\rm e}^2,\tag{11}$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения, которая в рассматриваемом нами случае твердотельного вращения постоянна по звезде, хотя и меняется, конечно, при ее движении по диаграмме (M-R). Соответствующие траектории показаны сплошными линиями со стрелками. Как видно, в этом случае

путь эволюции нетривиален: вначале звезда движется влево по диаграмме масса—радиус, быстро теряя момент импульса. При этом изменение массы сравнительно невелико. При приближении к линии невращающихся конфигураций  $\theta = 1$  трек звезды разворачивается и начинает асимптотически приближаться к ней, двигаясь вниз и вправо. Таким образом, фактически эволюция МНЗ в двойной системе разбивается в этом случае на два этапа: на первом она теряет угловой момент и ее радиус уменьшается, на втором — ее эволюция практически неотличима от эволюции невращающихся конфигураций: радиус быстро растет при потере массы.

Обсудим еще два вопроса. Во-первых, рассмотрим структуру МНЗ с предельным вращением. На рис. 2 показана структура МНЗ с сжатием  $\theta =$ =2/3 и массами  $M=0.15~M_{\odot}$  (слева) и M= $= 0.1 \ M_{\odot}$  (справа). Кривые с цифрами — линии уровня логарифма плотности  $\lg \rho$  (г/см<sup>3</sup>). На правой панели центральные линии соответствуют значениям  $\lg \rho = 12, 13, 14;$  соответствующие числа не нанесены, чтобы не загромождать рисунок. Как видно, звезда представляет собой маленькое плотное практически сферическое ядро и протяженную деформированную оболочку (ср. дискуссию в работе Хензель и др., 2002). В случае  $M = 0.1~M_{\odot}$ контраст между размером ядра, содержащего основную долю массы, и размером оболочки особенно разителен.

Конфигурации с критическим вращением были проверены на устойчивость в соответствии с критерием, разработанным в статье Бисноватого-Когана



**Рис. 3.** Область диаграммы масса-радиус НЗ в районе минимума. Показаны линии невращающихся  $\theta = 1$  и предельно вращающихся  $\theta = 2/3$  конфигураций.

и Блинникова (1974). А именно, для каждой конфигурации строилась присоединенная серия моделей, сохраняющая распределение удельного углового момента  $j(m) = \omega(\xi)\xi^2$  от безразмерной массовой координаты внутри звезды  $m = M(\xi)/M_s$ , где  $\xi$  — значение цилиндрического радиуса (цилиндрической координаты), а  $M_s$  — полная масса звезды. Для устойчивости конфигурации необходимо выполнение условия

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \rho_{\rm c}}\right)_{j(m)} > 0, \tag{12}$$

где  $\rho_c$  — плотность в центре, а производная в (12) берется вдоль присоединенной серии моделей. Все рассмотренные звездные конфигурации оказались устойчивы. Это неудивительно, так как гидродинамическая устойчивость МНЗ определяется в основном свойствами их массивных ядер. Но даже вращение, предельное для их оболочки, оказывается чрезвычайно слабым для центральных областей звезды. Истечение вещества с экватора начинается значительно раньше, чем теряется гидродинамическая устойчивость. Ситуация, однако, может измениться при дифференциальном вращении, в случае, когда ядро вращается значительно быстрее оболочки (см. также Приложение А). Этот вопрос требует специального рассмотрения, мы планируем провести соответствующее исследование в ближайшем будущем.

Второй вопрос, который следует обсудить свойства МНЗ с вращением в области минимальной массы. На рис. З крупно показана нижняя часть диаграммы масса-радиус МНЗ. Нанесены две предельные кривые:  $\theta = 1$  — без вращения и  $\theta = 2/3$  — кривая с предельным в смысле истечения вращением. Эта область диаграммы особенно интересна, потому что здесь МНЗ теряют устойчивость и испытывают взрывное расширение (Блинников и др., 1990). Соответственно вращение может повлиять на точку потери устойчивости, а значит, и на параметры взрыва. Рисунок 3 показывает, что минимальная масса даже для случая предельного вращения изменяется (увеличивается) незначительно. Радиус последней устойчивой невращающейся конфигурации чуть больше 200 км (см. табл. 1), для вращающейся — порядка 300 км. Учитывая то, что  $\theta$  здесь равно 2/3, это увеличение радиуса объясняется просто деформацией легкой протяженной оболочки. Можно сделать вывод, что твердотельное вращение незначительно влияет на свойства нижнего предела масс НЗ, а значит, и на параметры взрыва, следующего за потерей устойчивости МНЗ.

#### ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим и обсудим основные результаты данной работы. Во-первых, мы показали, что все допустимые состояния твердотельно вращающихся МНЗ занимают на диаграмме масса-радиус сравнительно узкую область (рис. 1), ограниченную кривыми с постоянным значением сжатия:  $\theta = 1$  (невращающиеся конфигурации) и  $\theta = 2/3$ . Причина выделенности последнего значения объясняется в Приложении А. Все конфигурации в рассматриваемой области ("роге") оказываются гидродинамически устойчивыми, а при приближении к линии  $\theta = 2/3$  у звезды начинается истечение вещества с экватора (рис. 2, показывающий структуру нескольких критических конфигураций). Вовторых, мы показали (рис. 3), что твердотельное вращение слабо влияет на минимальную массу НЗ. Этот вывод представляется важным с точки зрения изучения условий, сопутствующих потере устойчивости MH3 и процессов, следующих вслед за этим.

Но самым главным результатом работы мы считаем полученные эволюционные пути (сплошные кривые на рис. 1), соответствующие потере звездой вещества с экватора. Такой ход событий представляется наиболее вероятным в случае обмена масс в тесной системе нейтронных звезд. Две НЗ сближаются из-за потерь на гравитационное излучение. Рассмотрим сперва случай невращающейся МНЗ: при сближении она первой заполняет свою полость Роша. Как только часть ее вещества перетекает на более массивный компаньон, расстояние между звездами увеличивается, поскольку система становится более асимметричной. Но и радиус МНЗ также увеличивается (рис. 1). Значит, могут реализоваться два случая: при достаточно большой массе МНЗ этого увеличения радиуса недостаточно, чтобы аккреция продолжалась, и до нового обмена масс системе нужно снова потерять момент импульса из-за гравитационного излучения. Таким образом, эволюция системы на этой стадии будет управляться именно (медленным) излучением гравитационных волн. В случае же, если масса МНЗ достаточно мала, ее радиус растет быстрее, чем компоненты разъезжаются, и эволюция системы будет идти на гидродинамическом (быстром) масштабе времени.

Рассмотрим теперь случай обмена масс в системе с МНЗ, имеющей достаточно сильное вращение. Эволюция МНЗ пойдет по пути, показанному на рис. 1 сплошными линиями в направлении стрелок. Таким образом, ее радиус будет падать до тех пор, пока МНЗ не потеряет практически весь момент импульса! Это значит, что в течение всего этого периода темп эволюции двойной системы будет

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 45 № 12 2019

определяться медленной потерей энергии на гравитационное излучение. Только практически полностью избавившись от вращения, трек МНЗ поворачивает и асимптотически приближается к линии невращающихся конфигураций  $\theta = 1$ . В дальнейшем ее эволюция мало отличается от таковой для звезды без вращения. Таким образом, собственное вращение МНЗ может лишь удлинить время эволюции двойной системы НЗ, но к минимальной массе МНЗ подходит практически невращающейся, а значит, и параметры ее взрыва, знаменующего потерю ей устойчивости, будут такими же, как и в случае отсутствия вращения. Этот вывод представляется нам особенно важным.

Работа А.В. Юдина и С.И. Блинникова поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 18-29-021019 мк).

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

## МАКСИМАЛЬНОЕ СЖАТИЕ В МОДЕЛИ РОША

Опишем причину, по которой предельное сжатие МНЗ близко к величине 2/3 (см. также Крат, 1950). Рассмотрим вращающуюся аксиально-симметричную звезду. Уравнения равновесия запишутся в виде (Тассуль, 1982)

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{d\xi} = -\frac{d\varphi_{\rm G}}{d\xi} + \omega^2 \xi, \qquad (1)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dz} = -\frac{d\varphi_{\rm G}}{dz}.$$
(2)

Здесь P — давление,  $\rho$  — плотность вещества,  $\varphi_{\rm G}$  — гравитационный потенциал, а  $\omega$  — угловая скорость вращения. Уравнение (1) описывает равновесие вещества в плоскости, перпендикулярной оси вращения,  $\xi = \sqrt{x^2 + y^2}$  — цилиндрический радиус. В аналогичном уравнении (2) z — координата вдоль оси вращения. Предположим, что уравнение состояния является баротропным, т.е.  $P = P(\rho)$  (это заведомо так для рассматриваемого нами случая холодной H3). Тогда, введя энтальпию

$$H(\rho) \equiv \int \frac{dP'}{\rho'} \tag{3}$$

и проинтегрировав уравнение (2), получим  $H + \varphi_{\rm G} = F(\xi)$ , где  $F(\xi)$  — некоторая функция. Подставив это выражение в (1), получим теорему Пуанкаре о постоянстве угловой скорости на цилиндрических поверхностях, соосных вращению,  $\omega = \omega(\xi)$ , и явный вид самой функции  $F(\xi)$ :

$$F(\xi) = H + \varphi_{\rm G} = \int \omega^2 \xi d\xi + \text{const.}$$
(4)

В модели Роша вся масса сосредоточена в центре, и можно указать явный вид гравитационного потенциала:  $\varphi_{\rm G} = -\frac{GM}{r}$ . МНЗ имеют маленькое плотное ядро, в котором сосредоточена практически вся их масса, и протяженную разряженную оболочку (см., например, рис. 2). Поэтому модель Роша должна хорошо описывать, по крайней мере в первом приближении, наш случай. Пусть экваториальный радиус звезды есть  $R_{\rm e}$ , а полярный —  $R_{\rm p}$ . Тогда из (4) получаем

$$\int_{0}^{R_{\rm e}} \omega^2 \xi d\xi = \varphi_{\rm G}(R_{\rm e}) - \varphi_{\rm G}(R_{\rm p}) =$$
(5)
$$= GM\left(\frac{1}{R_{\rm p}} - \frac{1}{R_{\rm e}}\right).$$

При предельном вращении у звезды начинается истечение вещества с экватора, т.е. выполняется условие

$$\omega^2(R_{\rm e})R_{\rm e} = \frac{GM}{R_{\rm e}^2}.$$
 (6)

Введем безразмерные величины  $\varpi \equiv \omega(\xi)/\omega(R_e)$  и  $\zeta = \xi/R_e$ . Тогда соотношение (5) запишется в виде

$$\frac{R_{\rm e}}{R_{\rm p}} = 1 + \int_0^1 \varpi^2(\zeta)\zeta d\zeta, \qquad (7)$$

с ограничениями

$$\varpi(1) = 1, \quad \frac{d\varpi(\zeta)\zeta^2}{d\zeta} \ge 0. \tag{8}$$

Последнее условие Золберга-Хейланда обеспечивает устойчивость вращения (см. подробнее Тассуль, 1982). Для твердотельного вращения  $\varpi =$ сопst, и мы получаем  $R_{\rm e}/R_{\rm p} = 3/2$ , что и требовалось доказать. Часто рассматриваемый закон вращения, который с учетом нормировки записывается как  $\varpi(\zeta) = (1 + \alpha)/(1 + \alpha \zeta^2)$ , где  $\alpha$  — некоторая положительная константа, приводит к соотношению  $R_{\rm e}/R_{\rm p} = (3 + \alpha)/2$ . Таким образом, дифференциально вращающиеся МНЗ могут, вообще говоря, быть сжаты сильнее, до величин  $\theta = R_{\rm p}/R_{\rm e} < 2/3$ .

#### ПРИЛОЖЕНИЕ Б

#### ЦЕНТРАЛЬНОЕ ГРАНИЧНОЕ УСЛОВИЕ В ПРОГРАММЕ ROTAT

Граничные условия соответствуют симметрии в центре: при  $r \to 0$  имеем

$$\int_{0}^{\pi} \nabla^2 \Phi \sin \vartheta d\vartheta \to 3 \int_{0}^{\pi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \sin \vartheta d\vartheta, \qquad (1)$$

так что

$$4\pi G\rho_{\rm c} = \frac{1}{2} \int_{0}^{\pi} \nabla^2 \Phi \sin \vartheta d\vartheta \Big|_{r=0} \simeq \qquad (2)$$
$$\simeq \frac{6}{(\Delta r)^2} \sum_{k} \left\{ \cos\left[\max(0, \vartheta(k-1/2))\right] - \cos\left[\min(\pi/2, \vartheta(k+1/2))\right] \right\} (\Phi_{1,k} - \Phi_{0,k}),$$

где использовано обозначение  $\Phi_{i,k} \equiv \Phi(r_i, \vartheta_k)$ , и суммирование по k для взятия интеграла (1) идет от полюса до экватора. Коэффициент 6 в последнем уравнении получается из произведения 3 в (1) на 2 в аппроксимации второй производной по радиусу в центре:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = 2 \frac{\Phi_{1,k} - \Phi_{0,k}}{(\Delta r)^2}.$$
(3)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Аббот и др. (В.Р. Abbott, et al.), Astrophys. J. Lett. **848**, L:12 (2017а).
- 2. Аббот и др. (B.P. Abbott, et al.), Astrophys. J. Lett. **848**, L:13 (2017b).
- Аксёнов, Блинников (A.G. Aksenov and S.I. Blinnikov), Astron. Astrophys. 290, 674 (1994).
- Бакланов П.В., Блинников С.И., Мануковский К.В., Надёжин Д.К., Панов И.В., Утробин В.П., Юдин А.В., Успехи физ. наук 186, 8 (2016).
- 5. Бисноватый-Коган, Блинников (G.S. Bisnovatyi-Kogan and S.I. Blinnikov), Astron. Astrophys. **31**, 391 (1974).
- Блинников С.И., Надёжин Д.К., Юдин А.В., готовится к публикации в журнале "Ядерная физика" (2020).
- Блинников С.И., Новиков И.В., Переводчикова Т.В., Полнарев А.Г., Письма в Астрон. журн. 10, 422 (1984) [S.I. Blinnikov, I.D. Novikov, T.V. Perevodchikova, and A.G. Polnarev, Sov. Astron. Lett. 10, 177 (1984)].
- Блинников С.И., Имшенник В.С., Надёжин Д.К., Новиков И.Д., Переводчикова Т.В., Полнарев А.Г., Астрон. журн. 67, 1181 (1990) [S.I. Blinnikov, V.S. Imshennik, D.K. Nadyozhin, I.D. Novikov, T.V. Perevodchikova, A.G. Polnarev, Sov. Astron. 34, 595 (1990)].
- 9. Виллар и др. (V.A. Villar, J. Guillochon, E. Berger, et al.), Astroph. J. Lett. 851:L21 (2017).
- 10. Деморест и др. (P.B. Demorest, T. Pennucci, S.M. Ransom, et al.), Nature **467**, 1081 (2010).
- 11. Дитрих и др. (Т. Dietrich, М. Ujevic, W. Tichy, S. Bernuzzi, and B. Brügmann), Phys. Rev. D **95**, 2 (2017).
- 12. Доби и др. (D. Dobie, D.L. Kaplan, T. Murphy, et al.), Astrophys. J. Lett. **858**, 15 (2018).
- 13. Зигель (D.M. Siegel), Eur. Phys. J. A 55, 203 (2019).

- Имшенник В.С., Письма в Астрон. журн. 18, 489 (1992) [V.S. Imshennik, Sov. Astron. Lett. 18, 194 (1992)].
- 15. Кларк, Эрдли (J.P.A. Clark and D.M. Eardley), Astrophys. J. 215, 311 (1977).
- 16. Клемент (M.J. Clement), Astrophys. J. **194**, 709 (1974).
- 17. Кольпи и др. (М. Colpi, S.I. Shapiro, and S.A. Teukolsky), Astrophys. J. **339**, 318 (1989).
- Крат В.А., Фигуры равновесия небесных тел (Гос. Издат. Техн.-теор. литературы, Москва, Ленинград, 1950).
- 19. Латтимер, Пракаш (J.M. Lattimer and M. Prakash), Astrophys. J. **550**, 426 (2001).
- Мануковский К.В., Письма в Астрон. журн. 36, 203 (2010) [К.V. Manukovsiy, Astron. Lett. 36, 191 (2010)].
- 21. Родс, Руффини (С.Е. Rhoades and R. Ruffini), Phys. Rev. Lett. **32**, 324 (1974).
- 22. Сотани и др. (H. Sotani, K. Iida, K. Oyamatsu, A. Ohnishi), Prog. Theor. Exp. Phys. **2014**, 5 (2014).

- 23. Сумиоши и др. (K. Sumiyoshi, S. Yamada, H. Suzuki, and W. Hillebrandt), Astron. Astrophys. **334**, 159 (1998).
- 24. Тассуль Ж.-Л., *Теория вращающихся звезд* (Москва: Мир, 1982).
- 25. Хамидани и др. (Н. Hamidani, К. Kiuchi, and K. Ioka), arXiv:1909.05867 (2019).
- 26. Хензель и др. (P. Haensel, J.L. Zdunik, and F. Douchin), Astron. Astrophys. **385**, 301 (2002).
- 27. Хензель и др. (P. Haensel, A.Y. Potekhin, and D.G. Yakovlev), Neutron Stars 1 (Equation of State and Structure) Springer, 619 (2007).
- 28. Хензель, Потехин (P. Haensel and A.Y. Potekhin), Astron. Astrophys. **428**, 191 (2004).
- Эстербю О., Златев З., Прямые методы для разреженных матриц (Пер. с англ. Х. Икрамова, М.: Мир, 1987), 120 с.