

МАССЫ ТРОЯНСКИХ ГРУПП ЮПИТЕРА

© 2019 г. Е. В. Питьева^{1*}, Н. П. Питьев^{2,1}

¹Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 01.11.2019 г.; после доработки 01.11.2019 г.; принята к публикации 11.11.2019 г.

Исследована возможность получения динамической оценки общих масс в двух астероидных группах троянцев Юпитера. Компактные группы “Греки” (L4) и “Троянцы” (L5) содержат несколько десятков тысяч астероидов в окрестностях устойчивых точек Лагранжа, двигающихся в резонансе 1:1 с орбитальным движением Юпитера. Оценки динамических масс

$$M_{L4} = (8.63 \pm 0.51) \times 10^{-6} M_{\oplus},$$

$$M_{L5} = (5.46 \pm 0.54) \times 10^{-6} M_{\oplus}$$

были получены на основе обработки более чем 800 тысяч наблюдений планет и космических аппаратов, используя новую версию планетных эфемерид EPM2019, созданную в ИПА РАН.

Ключевые слова: Солнечная система, эфемериды планет, троянцы Юпитера, динамические массы.

DOI: 10.1134/S0320010819120040

ВВЕДЕНИЕ

При построении высокоточных эфемерид планет EPM (Ephemerides of the Planets and the Moon), разрабатываемых в Институте прикладной астрономии Российской Академии Наук, используется современная динамическая модель Солнечной системы. В ней принимаются во внимание взаимные гравитационные возмущения между телами Солнечной системы и эффекты Общей теории относительности. Динамическая модель регулярно модернизируется с учетом возрастающей точности наблюдательных данных и растущей потребности в более точных положениях объектов в Солнечной системе для различных астрономических и космических программ и приложений.

В настоящее время динамическая модель Солнечной системы включает в себя гравитационные взаимодействия между планетами, Солнцем, Луной, большими астероидами, транснептуновыми объектами (ТНО), Главным поясом астероидов и поясом Койпера, релятивистские эффекты ОТО. Чтобы получить высокоточные координаты планет, необходимо учитывать наряду с притяжением Солнца, планет, больших тел Солнечной системы, также и более слабые гравитационные силы и эффекты, чьи зоны влияния различны в разных частях Солнечной системы.

Например, для космических исследований в области Меркурия и в околосолнечном пространстве становится необходимым не только принять во внимание сжатие Солнца, но также релятивистский эффект Лензе–Тирринга, связанный с вращением Солнца. При исследовании отдаленных частей Солнечной системы или планировании космических миссий в направлении далеких больших планет и ТНО, необходимо включить в динамическую модель, вместе с гравитационным воздействием крупных тел, также и многочисленные небольшие объекты пояса Койпера. Общая масса небольших тел пояса Койпера больше, чем масса 30 известных крупнейших тел пояса Койпера, которые учитываются индивидуально (Питьева, Питьев, 2018а).

Тела Главного пояса астероидов играют важную роль в области Солнечной системы, где движутся Земля, Марс и Юпитер. Еще в работах (Вильямс, 1989; Стэндиш и др., 1995) была показана необходимость учета больших тел Главного пояса. Затем стал необходим учет общего гравитационного возмущения от небольших тел и пыли Главного пояса астероидов (Красинский и др., 2002). Миллионы астероидов двигаются в Главном поясе, есть небольшие тела, осколки и пылевая среда. Необходимость учитывать притяжение малых тел Главного пояса для получения высокоточных эфемерид Марса для DE была показана в работе (Кучунка, Фолкнер, 2013), также в работе

* Электронный адрес: evp@iaaras.ru

(Питьева, 2005) для EPM2004. Для моделирования влияния больших и малых тел в эфемеридах DE, уравнения движения 3714 астероидов Главного пояса были включены в общее интегрирование динамической модели (Кучинка, Фолкнер, 2013). Массы 343 крупных астероидов были оценены индивидуально, а затем улучшены регуляризацией Тихонова. Для оставшегося 3371 астероида используются размеры, определенные по инфракрасным наблюдениям, и значения средней плотности. В EPM эфемеридах учет гравитационного притяжения Главного пояса астероидов делится на две части. Влияние относительно крупных тел пояса (301 объект) учитывается индивидуально, и эти астероиды включены в численное интегрирование. Возмущение от других объектов пояса, которые включают в себя небольшие астероиды, обломки и пыль, моделируются с использованием дискретной модели (Питьева, Питьев, 2018а,б). Эта часть составляет всего около 4% массы Главного пояса, но также важна для получения высокоточных эфемерид.

Так как точность современных наблюдений внутренних планет достигла порядка нескольких метров (~2 м для Марса), и новые данные с космического корабля Юнона (Джонс и др., 2018) уменьшили погрешность положения Юпитера до ~10 м, то следует учитывать систематическое влияние двух компактных групп троянцев Юпитера в районах устойчивых Лагранжевых точек L4 и L5. В окрестности их находится большое количество астероидов, куда входят десятки тысяч тел с диаметром $D \sim 10$ км и меньших размеров.

Суммарные массы групп астероидов в областях L4 и L5 были найдены в работе динамическим методом по данным космических аппаратов. Полученные массы для групп астероидов практически совпадают с общей массой мелких тел, осколков и пыли в Главном поясе и превышают массы многих астероидов, которые индивидуально учитываются в эфемеридах DE, EPM и INPOP. Учитывая также, что точности данных наблюдений и соответствующих эфемерид для Марса и Юпитера постоянно улучшаются, влияние групп троянцев Юпитера было добавлено в новую динамическую модель EPM2019 эфемерид.

ТРОЯНЦЫ

Троянцами называют астероиды, двигающиеся в окрестности устойчивых точек Лагранжа L4 и L5 в орбитальном резонансе 1:1 с движением планеты. Точки L4 и L5 для круговой орбиты планеты расположены в плоскости орбитального движения планеты, впереди нее (L4) и позади от нее (L5) на 60° .

В настоящее время троянцы найдены для многих планет Солнечной системы. Для Земли первый троянский астероид был открыт в 2010 г. (2010 TC7). Это небольшое тело, его диаметр около 300 м, движется около точки L4. Троянские астероиды были найдены для Марса (7): один рядом с L4, шесть в непосредственной близости от L5. Об открытии первого троянского астероида для Урана было объявлено в 2013 г. (2011 QF99). Этот объект имеет диаметр 60 км, находится около L4. 17 троянцев были найдены для Нептуна: 13 вблизи L4 и 4 возле L5.

Наибольшее количество троянцев было найдено для Юпитера. Первый троянец был обнаружен в 1906 г. немецким астрономом Максом Вольфом в окрестности L4. Этот троянец был обозначен (588) Ахиллес. Число троянцев Юпитера в настоящее время оценивается несколькими десятками тысяч. Группа астероидов, которая движется в окрестности L4, расположенной впереди Юпитера, называется “Греками”. За Юпитером около точки L5 находится группа “Троянцы”. Вместе эти две группы называются троянцами. Количество учтенных троянцев Юпитера в базе данных Центра Малых Планет (MPC), превышает 7200, см. <http://www.minorplanetcentre.org/iau/lists/Trojans.html>. Расчетное общее количество троянцев с диаметром более 2 км оценивается порядка 10^5 астероидов (Накамура, Ёсида, 2008). Из наблюдений следует, что ведущая группа L4 является более населенной, но оценки соотношения количества тел L4/L5 отличаются у разных авторов: от 1,4 до 2,0 (Грэйв и др., 2011; Сжабо и др., 2007; Накамура, Ёсида, 2008; Виноградова, Чернетенко, 2015а).

Вопрос о происхождении троянцев Юпитера является предметом дискуссий. Основные варианты связаны с гипотезой о миграции больших планет во время формирования Солнечной системы (Морбиделли и др., 2005; Несворный и др., 2013).

НАСА готовится к исследованию троянцев Юпитера с помощью космического корабля Lucy, который планируется запустить в октябре 2021 г. Предполагается, что космический корабль прибудет в окрестность группы L4 в 2027 г. и сблизится с некоторыми троянцами. Затем планируется вернуться к Земле для гравитационного маневра и направиться к L5 для сближения с двойным троянцем 617 Patroclus-Menoetius.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ ТРОЯНЦЕВ ЮПИТЕРА НА ДВИЖЕНИЕ ПЛАНЕТ

В настоящей работе гравитационное влияние на движение планеты от групп астероидов “Греки” и

“Троянцы” моделируются точечными массами, как в статье Виноградовой, Чернетенко, 2015а. Группы занимают пространственные области вблизи точек либрации L4 и L5 и имеют размеры порядка 1–2 а.е., несколько вытянутые вдоль орбиты Юпитера. Однако в настоящее время учет реальной формы, размеров и плотности в этих “облаках” астероидов не может дать заметного улучшения. Это связано с относительно малым возмущением от групп L4 и L5 и текущим уровнем наблюдательной и эфемеридной точности, порядка 2–10 м для Земли, Марса и Юпитера. Как получено в данной статье (раздел “Заключение”), суммарная масса астероидов вблизи точек L4 и L5 имеет порядок масс соответственно астероидов Euphrosyne (31) и Eunomia (15) Главного пояса, которые учитываются индивидуально в эфемеридах DE и EPM. Так как общее притяжение групп L4 и L5 мало, то поправки, обусловленные отличием от сферически симметричного пространственного распределения тел вокруг L4 и L5 на движения планет, будут небольшими и не превысят ошибки текущих наблюдательных данных.

Поэтому в этой работе гравитационное влияние групп астероидов в L4 и L5 моделируется двумя материальными точками, двигающимися по круговой орбите с радиусом, равным полуоси орбиты Юпитера. Плоскость круговой орбиты совпадает с орбитальной плоскостью орбиты Юпитера, материальные точки расположены в 60° от Юпитера впереди (L4) и позади (L5). Круговые скорости соответствуют прямому движению и равны средней орбитальной скорости Юпитера. Массы троянских групп m_{L4} и m_{L5} предполагаются разными. Начальные массы в точках L4 и L5 были взяты из статистических оценок (Виноградова, Чернетенко, 2015а), и были равны соответственно: $m_{L4} = 0.19 \times 10^{-10} M_{\odot}$, $m_{L5} = 0.11 \times 10^{-10} M_{\odot}$. Затем массы (L4, L5) были получены в итерационном процессе из обработки наблюдений космических аппаратов. Чтобы определить влияние троянцев Юпитера на движение планет, мы вычисляли разницу в гелиоцентрических координатах планет, полученных по эфемеридам EPM2017 (влияние троянцев не было принято во внимание), и тестовых эфемеридах EPM2018t, где влияние троянцев на планеты учитывалось, как изложено в разделе “Моделирование возмущений от троянцев Юпитера на движение планет” на интервале современных наблюдений с 1984 по 2017 г. Хотя влияние гравитационного притяжения троянцев на внутренние планеты оказывалось небольшим (несколько метров), но тем не менее превосходит настоящую точность наблюдений Марса. Оно постепенно увеличивается от Меркурия к Марсу, достигая 17 м. Для Юпитера, смещение положения заметное, что,

вероятно, должно быть принято во внимание при обработке будущих наблюдений КА Juno до 2021 г.

ЭФЕМЕРИДЫ EPM2017, EPM2019

Для нахождения динамических масс групп троянцев в окрестности точек L4 и L5 были использованы эфемериды ИПА РАН — EPM (Эфемериды Планет и Луны). Они начали строиться с 1970-х годов. прошлого века для поддержки российских космических миссий и продолжают их развитие и совершенствование. Эволюция эфемерид от EPM1987 до EPM2014 описана в работе (Питьева, Питьев, 2014), дальнейшая эволюция в (Питьева, Павлов, 2017; Питьева, Питьев, 2018а).

В эфемеридах EPM2017, EPM2019 уравнения движения Солнца, Луны, планет подчиняются уравнениям Эйнштейна–Инфельда–Хоффмана в инерциальной барицентрической системе и шкале времени TDB с дополнительными возмущениями от крупнейших астероидов и ТНО, моделируется влияние небольших астероидов Главного пояса астероидов и пояса Койпера, учитывается сжатие Солнца.

Количество высокоточных наблюдений, на которых текущие версии EPM основаны, постоянно увеличивается, а общее число наблюдений, используемых в планетных теориях EPM2017, EPM2019 более 800 тыс. Для космических аппаратов отдельные измерения КА не используются, а используются только их нормальные места, в которые наблюдения за один оборот космического корабля около планеты были объединены в JPL доктором У. Фолкнером, поскольку эти наблюдения коррелируют друг с другом. При построении эфемерид внутренних планет в настоящее время используются только высокоточные измерения дальности КА, которые охватывают временной интервал более полувека. Оптические наблюдения уступают в точности на несколько порядков и не используются для этих планет. Большая часть наблюдений была взята из сайта Лаборатории реактивного движения США (JPL). База данных была создана М. Стэндишем и поддерживается и продолжается доктором Фолкнером: https://ssd.jpl.nasa.gov/?eph_data. Недавно в базу данных были добавлены новые данные о дальности КА Odyssey и MRO до 2018 г. и VLBA MRO (Парк и др., 2015), и были использованы в эфемеридах EPM2019.

Кроме того, были использованы российские радиолокационные наблюдения планет (1961–1995), доступные по ссылке <http://iaaras.ru/en/dept/-ephemeris/observations/>, а также оптические данные, полученные в Пулковской обсерватории, пересмотренные данные Плутона, полученные в

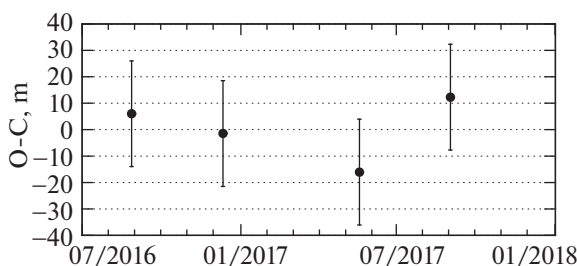


Рис. 1. Остаточные невязки от Земли до Юпито, полученные с использованием эфемерид EPM2019, $1\sigma = 10.73$ м.

обсерватории им. Лоуэлл. В обработке также участвовали новые наблюдения CCD бразильской обсерватории Pico dos Dias и данные дальности КА Венера-Экспресс (VEX) и Марс-Экспресс (MEX), полученные благодаря любезности доктора Файенга: <http://www.geoazur.fr/astrogeo/?href=observations/base>.

После обработки всех наблюдений и уточнения около 300 параметров EPM2017 среднеквадратичные ошибки остаточных невязок расстояний между Землей и планетами составляют (1σ) для наблюдений КА MESSENGER 0.7 м, VEX 2.9 м, Mars Global Surveyor — MGS 1.17 м, Odyssey 0.95 м, Mars Reconnaissance Orbiter — MRO 0.96 м и Cassini 20.17 м, вращающихся около Меркурия, Венеры, Марса и Сатурна. Они приведены в работе (Питьева, Питьев, 2018b). Дополнительно в 2018 г. четыре нормальные точки КА Юпито стали доступны, полученные в 2016–2017 гг. для четырех оборотов Юпито около Юпитера (Джонс и др., 2018); остаточные невязки для них показаны на рис. 1 ($1\sigma = 10.73$ м).

Работа по определению динамической массы троянцев была проведена с помощью обновленной EPM2019 эфемериды, которая включает гравитационное притяжение троянцев Юпитера в динамической модели движения планет и дополнительные данные, описанные выше.

РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ ДЛЯ МАСС ГРУПП ТРОЯНЦЕВ

Ранее несколько оценок общей массы групп троянцев Юпитера были получены разными авторами, используя, как правило, статистические методы. В табл. 1 приведены доступные оценки массы. Значение массы в работе (Джуитт, 2018) примерно на порядок больше, чем оценки других авторов. Как показано в статье (Виноградова, Чернетенко, 2015а), это объясняется принятием большего значения средней плотности астероидов и значительным завышением оценки количества крупных астероидов. Большой диапазон возможных значений массы указан в статье (Морбиделли

и др., 2005). Также, по-видимому, несколько завышенная оценка массы приведена в статье (Ли, Сан, 2018). Все другие оценки согласуются.

Динамический метод был использован только в работе (Виноградова, Чернетенко, 2015b) и в данной статье, и их оценки согласуются в пределах точности. В последних строках табл. 1 приведены результаты данной работы. В строках 8–9 показаны оценки из работы (Виноградова, Чернетенко, 2015b), где массы троянцев были определены из оптических наблюдений 122 троянских астероидов. В текущей статье это было сделано, используя большой массив точных траекторных измерений для КА вблизи планет. Поэтому неопределенность оценки масс групп L4 и L5 уменьшилась, и соотношение между массами групп изменилось: $M_{L4}/M_{L5} = 1.58$.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ТРОЯНЦЕВ И ОСТАТОЧНЫЕ НЕВЯЗКИ МАРСИАНСКИХ КА И КА JUNO

Цель данной работы — определить динамические массы групп троянцев Юпитера L4 и L5 и описать метод учета возмущений троянцев на планеты. Хотя число троянцев Юпитера с диаметрами, превышающими 1 км, составляет сотни тысяч, но общая масса троянцев незначительна и примерно в 32 раза меньше общей массы Главного пояса астероидов. Все же, как показано в статье, учет гравитационного притяжения групп троянцев приводит к некоторому смещению положений Марса и Юпитера. В табл. 2 показаны среднеквадратичные ошибки остаточных невязок для марсианских КА (Mars Global Surveyor — MGS, Odyssey, Mars Reconnaissance Orbiter — MRO, Mars-Express — MEX), обозначенные в табл. 2 как Марсианские КА, и для КА Юпито. Остаточные невязки (WRMS) были вычислены по эфемериде EPM2017, где влияние троянцев не было принято во внимание, а затем по эфемериде EPM2019 с учетом влияния групп троянцев. Значительная часть невязок, возникающая из-за неучтенного притяжения троянцев в EPM2017, поглощается уточнением орбитальных

Таблица 1. Массы Троянцев Юпитера

Авторы	Группы	Масса в M_{\odot}	Масса в M_{\oplus}
Джуитт и др. (2000)	L_4	3.0×10^{-10}	$\sim 10^{-4}$
Морбиделли и др. (2005)	$L_4 + L_5$	$(0.12-0.90) \times 10^{-10}$	$(4-30) \times 10^{-6}$
Марчис и др. (2006)	$L_4 + L_5$	0.2×10^{-10}	7×10^{-6}
Виноградова (2012)	$L_4 + L_5$	0.42×10^{-10}	14×10^{-6}
Виноградова, Чернетенко (2015а), статистич. метод	L_4	$(0.19 \pm 0.11) \times 10^{-10}$	$(6.3 \pm 3.7) \times 10^{-6}$
	L_5	$(0.11 \pm 0.07) \times 10^{-10}$	$(3.7 \pm 2.3) \times 10^{-6}$
Виноградова, Чернетенко (2015б) динамич. метод	L_4	$(0.26 \pm 0.04) \times 10^{-10}$	$(8.7 \pm 1.3) \times 10^{-6}$
	L_5	$(0.13 \pm 0.05) \times 10^{-10}$	$(4.3 \pm 1.7) \times 10^{-6}$
Ли, Сан (2018)	$L_4 + L_5$	0.56×10^{-10}	18.61×10^{-6}
Данная работа, динамический метод	L_4	$(0.259 \pm 0.016) \times 10^{-10}$	$(8.63 \pm 0.51) \times 10^{-6}$
	L_5	$(0.164 \pm 0.017) \times 10^{-10}$	$(5.46 \pm 0.54) \times 10^{-6}$

Таблица 2. Влияние групп троянцев на остаточные невязки Марсианских КА и КА Juno около Юпитера

Эфемериды	Число н.т. марсианских КА	WRMS марс. КА, м	Число н.т. Juno	WRMS Juno, м
ЕРМ2017 (исключая троянцы)	16221	1.060	4	10.73
ЕРМ2019 (включая троянцы)	16221	1.042	4	10.44

элементов планет. Тем не менее все же небольшое уменьшение (на $\sim 2\%$) WRMS заметно для Марсианских КА и данных КА Juno.

Из табл. 2 следует, что среднеквадратичные ошибки остаточных невязок Марсианских КА стали меньше на 1.7% для ЕРМ2019. Для КА Juno есть только четыре нормальные точки наблюдений, полученные на четырех оборотах вокруг Юпитера, но заметно уменьшение невязок по этим данным на 2.7%. Когда интервал наблюдений КА Juno увеличится, эффект станет заметнее. Чтобы оценить влияние увеличения количества и интервала наблюдений, мы смоделировали наблюдения Juno, называя их pseudo-Juno. НАСА продлило миссию

Juno до 1 августа 2021 г., и аппарат будет совершать облет Юпитера за 53.4 дня, как и раньше. Планируется, что JPL будет получать нормальные точки наблюдений Juno за каждый оборот (есть соответствующее расписание с датами). Pseudo-Juno наблюдения в эти даты были смоделированы как данные расстояний от Земли до Юпитера с гауссовским шумом со стандартным отклонением 40 м. Эфемериды ЕРМ2019 (с учетом групп троянцев) и ЕРМ2019Т (без троянцев) были улучшены по четырем реальным наблюдениям КА Juno и 27 pseudo-Juno. Эффект от учета влияния троянцев стал более заметным: уменьшение WRMS на 3.56 м, то есть на 15.85% (табл. 3) для эфемерид

Таблица 3. Влияние групп троянцев на остаточные невязки Juno and pseudo-Juno

Эфемериды	Число норм. т. Juno + pseudo-Juno	WRMS Juno + pseudo-Juno, m
ЕРМ2019Т (исключая троянцы)	31	22.33
ЕРМ2019 (включая троянцы)	31	18.78

ЕРМ2019. Если миссия Juno успешно завершится и наблюдения охватят интервал времени до августа 2021 г., то, вероятно, следует обработать эти наблюдения с учетом притяжения групп троянцев Юпитера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе сделаны следующие выводы:

- Текущая точность траекторных измерений КА и современные ЕРМ планетные эфемериды делают возможным обнаружить и оценить малые возмущения на движение планет.
- В частности, получены динамические оценки суммарных масс групп троянцев Юпитера L4 и L5:

$$M_{L4} = (8.63 \pm 0.51) \times 10^{-6} M_{\oplus};$$

$$M_{L5} = (5.46 \pm 0.54) \times 10^{-6} M_{\oplus}.$$

Эти значения масс по порядку величины соответствуют массам астероидов Euphrosyne (31) and Eunomia (15) Главного пояса астероидов, гравитационное влияние которых уже ранее включено в эфемериды DE и ЕРМ.

- Полученные оценки дают следующее значение для отношения масс групп L4 и L5:

$$M_{L4}/M_{L5} = 1.58 \pm 0.18.$$

- Учет гравитационного влияния групп L4 и L5 Троянцев Юпитера включен в динамическую модель ЕРМ2019 эфемерид.

Авторы благодарят Д.А. Павлова за развитие программного комплекса ЭРА, позволившее сделать важный шаг в развитии ЕРМ эфемерид и версии ЕРМ2019: включение дополнительных гравитационных ускорений от троянцев в общую модель для интегрирования дифференциальных уравнений; интегрирование изохронных производных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вильямс (J.G. Williams), Bull. Am. Astron. Soc. **21**, 1009 (1989).
2. Виноградова (Т. Vinogradova), Тр. ИПА РАН (СПб.: Наука **26**, 110, 2012).
3. Виноградова, Чернетенко (Т.А. Vinogradova and Ya.A. Chernetenko), Solar System Res. **49**, 391 (2015a).
4. Виноградова, Чернетенко (Т.А. Vinogradova and Ya.A. Chernetenko), *Near Earth astrometry, Proc. international conference* (Ed. V.M. Shustov, L.V. Rykhlova, E.S. Bakanas., A.P. Kartashova, Moscow, 2015b), p. 13.
5. Грэйв и др. (T. Grav, A.K. Mainzer, J. Bauer, J. Masiero, T. Spahr, R.S. McMillan, R. Walker, R. Cutri, et al.), Astrophys. J. **742**, 40 (2011).
6. Джуитт (D. Jewitt), Astron. J. **155**, 56 (2018).
7. Джуитт и др. (D.C. Jewitt, C.A. Trujillo, and J.H. Iau), Astron. J. **120**, 1140 (2000).
8. Джонс и др. (D.L. Jones, W.M. Folkner, R.S. Parks, et al.), *Proc. IEEE Aerospace Conf.*, held 3–10 March 2018 (2018).
9. Красинский и др. (G.A. Krasinsky, E.V. Pitjeva, M.V. Vasilyev, et al.), Icarus **158**, 98 (2002).
10. Кучанка, Фолкнер (P. Kuchynka and W. Folkner), Icarus **222**, 243 (2013).
11. Ли, Сан (J. Li. and Y.S. Sun), Astron. Astrophys. **616**, A70, 9 (2018).
12. Марчис и др. (F.D. Marchis, P. Hestroffer, J.B. Descamps, J. Berthier, A.H. Bouchez, R.D. Campbell, J.C.Y. Chin, M.A. van Dam, et al.), Nature **39**, 565 (2006).
13. Морбиделли и др. (A. Morbidelli, H.F. Levison, K. Tsiganis, and R. Gomes), Nature **435**, 462 (2005).
14. Накамура, Ёшида (T. Nakamura and F. Yoshida), Publ. Astron. Soc. Japan **60**, 29 (2008).
15. Несворный и др. (D. Nesvorny, D. Vokrouhlicky, and A. Morbidelli), Astrophys. J. **768**, 45 (2013).

16. Пак и др. (R.S. Park, W.M. Folkner, D.L. Jones, J.S. Border, A.S. Konopliv, T.J. Martin-Mur, V. Dhawan, Ed Fomalont, and J.D. Romney), *Astron. J.* **150**, 121 (2015).
17. Питьева (E.V. Pitjeva), *Transit of Venus: new views of the solar system and galaxy, IAU Coll. 196* (Ed. D. W. Kurtz, Cambridge: Cambridge Univer. Press, 2005), p. 230.
18. Питьева, Павлов (E. Pitjeva and D. Pavlov), Ephemerides EPM2017 and EPM2017H, 2017, <http://iaargas.ru/en/dept/ephemeris/epm/2017/>.
19. Питьева, Питьев (E.V. Pitjeva and N.P. Pitjev), *Celest. Mech. Dynam. Astron.* **119**, 237 (2014).
20. Питьева, Питьев (E.V. Pitjeva and N.P. Pitjev), *Celest. Mech. Dynam. Astron.* **130**, article 57 (2018a).
21. Питьева Е.В., Питьев Н.П., Письма в Астрон. журн **44**, 604 (2018б) [E.V. Pitjeva and N.P. Pitjev, *Astron. Lett.* **44**, 554 (2018b)].
22. Сжабо и др. (G.M. Szabo, Z. Ivezić, M. Juric, and R. Lupton), *MNRAS* **377**, 1393 (2007).
23. Стэндиш и др. (E.M. Standish, Newhall XX, J. G. Williams, et al.), *Interoffice Memorandum*, 314.10-127 (1995).