

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ УБЕГАЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ В СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШКАХ

© 2019 г. П. А. Грицык^{1*}, Б. В. Сомов^{1**}

¹Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
Поступила в редакцию 28.10.2018 г.; после доработки 25.11.2018 г.; принята к публикации 25.12.2018 г.

Природа жесткого рентгеновского излучения солнечных вспышек хорошо известна. Наблюдаемое излучение как в короне, так и в хромосфере состоит из двух компонент: нетепловой и тепловой. Нетепловая компонента обусловлена тормозным излучением ускоренных электронов, тепловая — тормозным излучением нагретых электронов плазмы. Вследствие того, что спектры нетеплового и теплового жесткого рентгеновского излучения частично перекрываются, их корректная интерпретация напрямую зависит от точности кинетических моделей, описывающих распространение в атмосфере Солнца убегающих электронов тепловой и нетепловой природы. Эволюция функции распределения последних, т.е. электронов, ускоренных в области магнитного пересоединения, точно описывается в приближении современных моделей толстой мишени с обратным током. В настоящей работе рассмотрена модель теплового убегания электронов и найдено аналитическое решение соответствующего кинетического уравнения, в котором учтены кулоновские столкновения. Сделаны оценки степени поляризации излучения, которая не превышает ~5%. Полученная функция распределения может быть также использована для расчета спектра теплового рентгеновского излучения и, как следствие, интерпретации наблюдений тепловой компоненты в рентгеновском спектре вспышки.

Ключевые слова: Солнце, магнитные поля, солнечные вспышки, тепловые электроны, тормозное излучение, поляризация.

DOI: 10.1134/S032001081904003X

1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно исторически первым, но в значительной мере правильным и основополагающим теоретическим представлениям о механизме солнечных вспышек (Джиованелли, 1948; Паркер, 1957; Свит, 1958, 1969; Сыроватский, 1962, 1966), источником энергии вспышки являются сильные магнитные поля в атмосфере Солнца. В упомянутых классических работах была показана ключевая роль своеобразного перераспределения потоков магнитного поля, меняющего их топологическую связность — магнитного пересоединения. В результате эффекта магнитного пересоединения энергия взаимодействующих магнитных потоков преобразуется в кинетическую энергию заряженных частиц и быстрых направленных МГД течений плазмы — джетов.

При всем многообразии физических условий, при которых реализуется магнитное пересоединение как фундаментальный механизм пер-

вичного энерговыделения в солнечных вспышках, общая картина вспышки и ее сценарий в наши дни считаются понятными и хорошо известными (Прист, Форбс, 2000; Сомов, 2012, 2013; Крукер и др., 2008; Жаркова и др., 2011; Эмсли и др., 2012). Перед началом наиболее мощной, так называемой импульсной фазы, которая длится от нескольких секунд до нескольких десятков секунд, в короне формируются условия, необходимые для быстрого магнитного пересоединения. В процессе такого пересоединения происходит ускорение электронов, протонов и других ионов электрическим полем внутри пересоединяющего высокотемпературного токового слоя до энергий, намного превышающих тепловые энергии частиц в короне и хромосфере (Хадсон, Райан, 1995; Сомов, 2000; Ашванден, 2002; Мирошниченко, 2015).

Типичный сценарий вспышки схематически, но с учетом последовательности физических процессов и их взаимного расположения, показан на рис. 1. Из солнечной короны плазма с “вмороженным” сильным магнитным полем втекает в пересоединяющий токовый слой (Reconnecting Current

* Электронный адрес: pgritsyk@gmail.com

** Электронный адрес: somov-boris@mail.ru

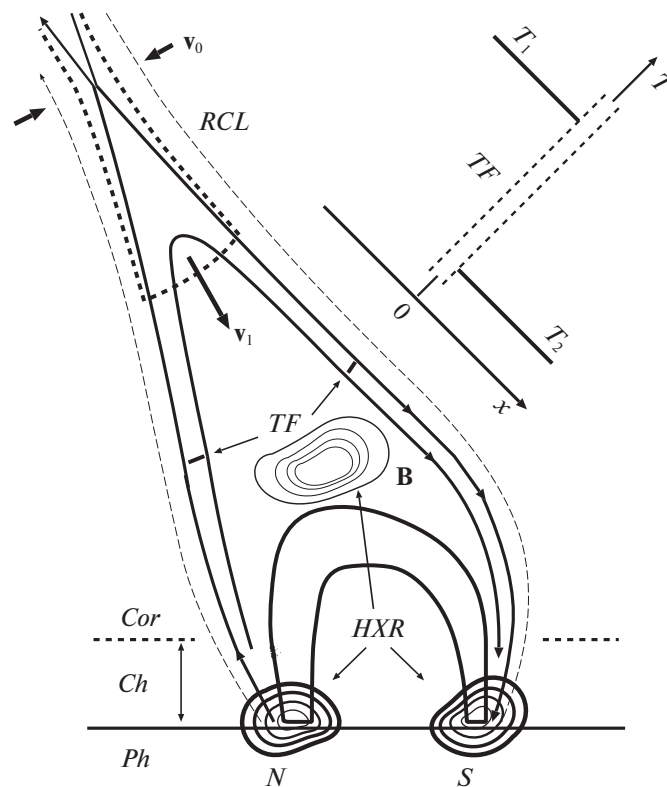


Рис. 1. Наиболее существенный фрагмент классической картины солнечной вспышки. Энергичные электроны убегают из пересоединяющего токового слоя RCL с температурой T_1 через турбулентный фронт TF в менее горячую (более холодную) плазму вспышечной петли с температурой T_2 .

Layer, RCL) с относительно небольшой скоростью $v_0 \sim 10$ км/с. Внутри токового слоя условия “вмороженности” нарушаются, и пересоединенные линии магнитного поля вместе со “сверхгорячей” (электронная температура $T_e \gtrsim 30$ МК), почти бесстолкновительной плазмой движутся из сверхгорячего токового слоя в противоположные стороны (преимущественно вверх и вниз) со скоростями $v_1 \sim 10^3$ км/с (Сомов, 2013). Тормозное излучение электронов сверхгорячей плазмы и ускоренных электронов образует движущийся в короне источник жесткого рентгеновского излучения. Постепенно охлаждаясь, сверхгорячая плазма становится видимой в менее жестком рентгеновском излучении. На рис. 1 показан лишь наиболее яркий фрагмент протяженной области всей вспышки, а именно пересоединенные линии магнитного поля B , движущиеся из токового слоя со скоростью v_1 вниз, в направлении к хромосфере Ch и фотосфере Ph ; N и S — пара источников фотосферного магнитного поля, например, солнечных пятен.

Проникая в хромосферу, где плотность плазмы существенно выше, энергичные электроны быстро теряют кинетическую энергию за счет кулоновских столкновений. Здесь, как и в короне, они генери-

руют тормозное жесткое рентгеновское излучение, причем довольно часто наиболее интенсивное. Источники этого излучения находятся в основаниях трубок пересоединенных линий магнитного поля, так называемых вспышечных петель, и в совокупности основания трубок образуют “вспышечные ленты”. Последние доступны самому всестороннему изучению с помощью наземных и космических наблюдений. На рис. 1 контурами показаны корональный и хромосферные источники жесткого рентгеновского излучения.

В некоторых вспышках (например, с ярким корональным источником) учета первичного ускорения в пересоединяющем токовом слое оказывается недостаточно. Сценарий двойного последовательного ускорения электронов одной популяции (ускорение в токовом слое плюс последующее ускорение тех же электронов в коллапсирующей магнитной ловушке) предложен в работе Сомова, Косуги (1997) и назван *двухшажным* ускорением (double step acceleration). Указанный эффект не следует путать с так называемым двухфазным ускорением (Уайлд, 1963), когда первично ускоренные электроны во время импульсной фазы вспышки (несколько секунд) или, быть может, совсем другие

электроны ускоряются до релятивистских энергий (как ранее предполагалось, на ударных волнах) существенно позже, во время второй фазы вспышки (с запаздыванием от нескольких минут до часов; Сакай, де Ягер, 1996).

Спектр жесткого рентгеновского излучения солнечной вспышки формируется как тепловыми, так и нетепловыми убегающими электронами. Полное модельное описание распространения энергичных электронов в атмосфере Солнца (нагретых и ускоренных) включает в себя как корональные коллапсирующие магнитные ловушки, ускоряющие и тепловые, и нетепловые частицы (Сомов, Богачев, 2003; Богачев, Сомов, 2005, 2007), так и эффект обратного тока (Грицык, Сомов, 2014). Предлагаемая нами тепловая модель является неотделимой частью полного описания, поскольку учитывает взаимодействие с короной и хромосферой тепловых, точнее говоря, сверхгорячих электронов. Учет генерируемого ими излучения необходим для интерпретации жесткого рентгеновского излучения вспышки как в короне, так и особенно в хромосфере, где мишень становится толстой.

Нетепловая и тепловая компоненты жесткого рентгеновского излучения частично перекрываются не только по энергии фотонов, но и просто в пространстве. Дополнительная трудность в интерпретации наблюдаемых спектров и пространственных распределений жесткого рентгеновского излучения солнечных вспышек возникает из-за того, что энергичные сверхгорячие электроны убегают из сверхгорячей плазмы вдоль пересоединенных линий магнитного поля через тепловой турбулентный фронт TF . Последний движется со скоростью большей, чем скорость v_1 сверхгорячей плазмы (см. рис. 1). Таким образом, суммарное излучение в области под турбулентным слоем складывается из двух компонент — нетепловой и тепловой.

Тепловая компонента в спектре жесткого рентгеновского излучения в области низких энергий преобладает в случае хромосферного источника. Однако в короне, вблизи турбулентного фронта TF , картина несколько “смазывается” вкладом теплового тормозного излучения сверхгорячей плазмы, расположенной вблизи области пересоединения. Кроме того, наличие коллапсирующей магнитной ловушки может создавать дополнительный нагрев плазмы в короне. При всем многообразии и сложности физических процессов в солнечных вспышках (см., например, Сомов, 1992), в любом случае и в рамках любой реализации конкретной вспышки будет неизбежно присутствовать турбулентный фронт между сверхгорячей плазмой и менее горячей фоновой плазмой атмосферы Солнца.

В настоящее время не вызывает сомнений, что наблюдаемое жесткое рентгеновское излучение с энергией фотонов $\mathcal{E}_{h\nu} \gtrsim 20$ кэВ обусловлено тормозным излучением электронов, ускоренных электрическим полем в области магнитного пересоединения. Граничная функция распределения таких частиц имеет степенной вид, а ее изменение с глубиной точно описывается в рамках модели толстой мишени с обратным током (Литвиненко, Сомов, 1991). В работах Грицыка и Сомова (2014, 2016, 2017) указанное приближение успешно применялось для интерпретации высокоточных спутниковых наблюдений солнечных вспышек 6 декабря 2006 г. и 19 июля 2012 г. Большое практическое значение для интерпретации полного рентгеновского спектра вспышки имеет модельное описание распространения тепловых электронов, убегающих из области пересоединения и генерирующих тормозное рентгеновское излучение с энергией фотонов $\mathcal{E}_{h\nu} \lesssim 20$ кэВ (тепловая компонента в спектрах коронального и хромосферного источников).

Целью настоящей работы являются исследование и модельное описание процессов распространения тепловых убегающих электронов во время солнечных вспышек. Такая модель необходима для интерпретации тепловой составляющей в спектрах рентгеновского излучения и имеет особую актуальность в связи со значительным увеличением точности современных космических обсерваторий и, как следствие, необходимостью использования более точных кинетических моделей распространения электронов во время вспышек. В разделе 2 сформулирована соответствующая кинетическая задача. В разделе 3 приведено ее аналитическое решение. В разделе 4 на основе полученного решения сделаны оценки поляризации жесткого рентгеновского излучения. Необходимые выводы содержатся в Заключение.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

(А) Физическая постановка задачи. Как было отмечено во Введении, в солнечных вспышках источником энергии являются тонкие пересоединяющие токовые слои, расположенные в областях взаимодействия магнитных потоков в атмосфере Солнца, преимущественно в короне. Во время вспышек в токовых слоях энергия магнитного поля преобразуется в тепловую и кинетическую энергии плазмы и ускоренных частиц. При этом ускоренные частицы возбуждают плазменную турбулентность, приводящую к нагреву электронной компоненты плазмы в слое до огромных температур: $T_1 \gtrsim 10^8$ К (Сомов, 1981). Такой слой принято называть *сверхгорячим* турбулентным токовым слоем (Сомов, 2013). сверхгорячий турбулентный токовый слой пополняет “резервуар” сверхгорячих

электронов. Максвелловское распределение этих электронов в рамках нашей постановки задачи характеризуется температурой T_1 .

Современные “тепловые модели” учитывают некоторым образом взаимодействие высокотемпературных электронов с ионно-звуковой турбулентностью, возбуждаемой обратным током. Это взаимодействие порождает фронт аномальной теплопроводности (турбулентный фронт TF на рис. 1), распространяющийся вдоль вспышечной петли (см. рис. 1.2.6 в Сомов, 1992) в более холодную ($T_2 \gtrsim 10^6$ К в короне, $T_2 \lesssim 10^4$ К в хромосфере) плазму со скоростью ионного звука. В результате излучающая область, в отличие от модели толстой мишени (см., например, Сыроватский, Шмелева, 1972; Сомов, Сыроватский, 1976), постепенно заполняет весь объем магнитной трубки по мере продвижения фронта к хромосфере.

По отношению к сверхгорячим электронам турбулентный слой аномальной теплопроводности является тонким и не может изменить максвелловское распределение сверхгорячих электронов. Если бы он был толстым, то в принципе мог бы повлиять на анизотропию убегающих электронов. Однако, как покажут расчеты, угловое распределение сверхгорячих электронов остается почти изотропным вплоть до значительных глубин в хромосфере. В рамках нашей постановки задачи температура $T_2 \lesssim 10^4$ — максвелловская температура фоновой плазмы. Поэтому ничто не мешает нам воспользоваться интегралом столкновений Ландау для описания кулоновского взаимодействия убегающих электронов с плазмой.

Итак, предполагается, что электронная температура быстро спадает вдоль рассматриваемой магнитной трубки до температуры окружающей плазмы ($T_2 \sim 10^4 - 10^6$ К). Точнее говоря, предполагается, что характерный масштаб длины на градиенте температуры мал по сравнению с длиной свободного пробега сверхгорячих электронов. В этом случае перенос энергии из “резервуара” в источник жесткого рентгеновского излучения (низкотемпературную часть вспышечной петли; см. рис. 1) происходит недиффузионным образом. Одним из способов такого переноса энергии является тепловое убежание электронов. Этот эффект обеспечивает распространение направленного потока энергичных электронов в источник излучения. Отметим, что в настоящей работе не рассматривается возбуждение пучком ионно-звуковых колебаний в окружающей плазме и связанные с ними явления.

(Б) Математическая постановка задачи. Пусть для простоты в системе координат, связанной с фронтом, сверхгорячая и холодная плазма занимают два полупространства: $x < 0$ и $x > 0$,

разделенных плоским тонким турбулентным слоем TF при $x = 0$ (рис. 1). Суть эффекта теплового убежания сверхгорячих электронов через турбулентный фронт TF (рис. 1) в более холодную фоновую плазму состоит в том, что длина свободного пробега электрона в плазме растет с его кинетической энергией \mathcal{E} :

$$l_{\mathcal{E}} = l_T (\mathcal{E}/k_B T_1)^2, \quad (1)$$

где l_T — длина свободного пробега тепловых электронов с температурой T_1 в сверхгорячей плазме, k_B — постоянная Больцмана. В результате, при наличии градиента температуры (вообще говоря, любого), наряду с диффузией тепловых электронов, возникает некоторый поток быстрых электронов с длиной свободного пробега большей, чем характерный масштаб, на котором изменяется температура, т.е.

$$l_{\mathcal{E}} > \lambda \equiv T_1/|\nabla T_1|. \quad (2)$$

Это приводит к увеличению количества быстрых электронов в холодной плазме. По аналогии с эффектом убежания электронов в электрическом поле, это явление было названо *тепловым убежением* электронов и исследовалось, например, в работе Гуревича и Истомина (1979). Для нахождения функции распределения убегающих электронов $f_{\mathbf{v}}$ в холодной плазме авторы использовали кинетическое уравнение с интегралом столкновений Ландау, вычисленным для случая полностью ионизованной максвелловской плазмы (подробнее см., например, Сомов, 2012):

$$\frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial t} + v \cos \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial x} - \frac{eE}{m_e} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial v} = St_L(f_{\mathbf{v}}), \quad (3)$$

где

$$St_L(f_{\mathbf{v}}) = \quad (4)$$

$$= \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v^2 \nu_{\text{coll}}(v) \left(\frac{k_B T_2}{m_e} \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial v} + v f_{\mathbf{v}} \right) \right] +$$

$$+ \nu_{\text{coll}}(v) \frac{\partial}{\partial \cos \theta} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial f_{\mathbf{v}}}{\partial \cos \theta} \right).$$

Выражение (4) подразумевает, что скорости энергичных электронов $v \gg (2k_B T_2/m)^{1/2}$, т.е. рассматривается линеаризованный интеграл столкновений Ландау. Мы полагаем, что холодная плазма состоит из электронов и протонов с постоянной температурой T_2 .

Предполагается также, что параметры плазмы изменяются только вдоль одной координаты x , θ — угол между вектором скорости электрона \mathbf{v} и осью x , причем в нашей постановке задачи E — напряженность электрического поля обратного тока (см. Сомов, 2012). Индекс “ \mathbf{v} ” указывает на то, что искомая функция $f_{\mathbf{v}} = f_{\mathbf{v}}(x, v, \theta)$ является

функцией распределения электронов по вектору скорости \mathbf{v} .

В интеграле столкновений (4) частота соударений энергичных электронов с тепловыми электронами и протонами в холодной плазме

$$\nu_{\text{coll}}(v) = \frac{4\pi n_2 e^4}{m_e^2 v^3} \ln \Lambda, \quad (5)$$

где n_2 — концентрация электронов в холодной плазме, $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм.

В работе Гуревича и Истомина (1979) сделаны два упрощения. Во-первых, на временах, порядка времени кулоновских столкновений, в холодной плазме мишени процесс инжекции электронов можно рассматривать как стационарный, а их распределение в мишени, т.е. в полупространстве $x > 0$ (рис. 1), можно рассматривать как установившееся. По этой причине в кинетическом уравнении (3) можно пренебречь членом $\partial f_{\mathbf{v}}/\partial t$. Во-вторых, авторы положили величину электрического поля обратного тока E равной нулю.

(В) Безразмерная запись уравнений. Введем безразмерные переменные

$$\mu = \cos \theta, \\ s = \frac{\pi e^4 \ln \Lambda}{(k_B T_1)^2} \int_0^x n_2(x') dx'$$

— отношение глубины проникания энергичных электронов в холодную плазму (так называемая мишень) к длине свободного пробега,

$$z = m_e v^2 / 2k_B T_1$$

— отношение кинетической энергии энергичных электронов к тепловой энергии частиц сверхгорячей плазмы,

$$\tau = T_2 / T_1$$

— отношение температуры холодной плазмы к температуре сверхгорячей плазмы.

В новых переменных кинетическое уравнение (3) принимает вид

$$z^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s} - 2z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \left(1 - \tau \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \quad (6) \\ - 2\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - \\ - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0.$$

Вместо функции распределения $f_{\mathbf{v}}$ здесь введена новая функция

$$\varphi = -\ln f_{\mathbf{v}}. \quad (7)$$

В отличие от нашей постановки задачи в работе Гуревича и Истомина (1979) малым является параметр

$$\gamma = \frac{l_T}{T_1} \left| \frac{dT_1}{dx} \right|_{\max} \ll 1, \quad (8)$$

где

$$l_T = \frac{(k_B T_1)^2}{\pi e^4 n_1 \ln \Lambda}$$

— длина свободного пробега тепловых электронов в сверхгорячей плазме, $(dT_1/dx)_{\max}$ — максимальное значение градиента температуры, n_1 — концентрация электронов в сверхгорячей плазме. Условие (8) означает, что градиент температуры достаточно мал. Таким образом, уравнение (6) имело вид

$$z_{\gamma}^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_{\gamma}} - 2z_{\gamma} \frac{\partial \varphi}{\partial z_{\gamma}} \left(1 - 2\tau \gamma^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial z_{\gamma}} \right) - \quad (9) \\ - 4\gamma^{1/2} \tau z_{\gamma} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_{\gamma}^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - \\ - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0,$$

где переменные $s_{\gamma} = 4\gamma s$ и $z_{\gamma} = 2\gamma^{1/2} z$. Это позволило искать решение уравнения (9) в виде ряда по степеням малого параметра γ , а именно

$$\varphi = \frac{1}{\gamma^{1/2}} \varphi_0 + \frac{1}{\gamma^{1/4}} \varphi_1 + \varphi_2 + \dots \quad (10)$$

При этом основная функция распределения φ_0 оказалась сферически симметричной, а поправка к ней φ_1 , наоборот, — остро направленной в области высоких энергий. Проведенный авторами анализ показал, что недиффузионный поток электронов, зависящий экспоненциально от величины градиента температуры, превосходит диффузионный при $\gamma > 10^{-2}$. Однако, как было замечено во Введении при формулировке рассматриваемой модели применительно к солнечным вспышкам, градиент электронной температуры велик, т.е. $\gamma = l_T/\lambda \geq 1$, где λ — характерный пространственный масштаб градиента. Таким образом, в нашей модели нельзя использовать функцию распределения (10), полученную в работе Гуревича и Истомина (1979), поскольку ее вывод существенным образом предполагает условие (8).

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОМ УБЕГАНИИ СВЕРХГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНОВ

В приложениях к солнечным вспышкам в уравнении (9) малым является не γ , а другой параметр τ . Это позволяет нам найти решение для

сверхгорячих электронов в холодной плазме атмосферы Солнца во время вспышки. Параметр γ не будем предполагать малым. Напротив, имея в виду физические условия в солнечной вспышке особенно во время ее “горячей” или “главной” фазы (Сомов, 1992), положим

$$\gamma = 1. \quad (11)$$

Кроме того, сначала будем искать решение в малой окрестности оси потока убегающих электронов, т.е. вблизи точки $\mu = 1$. Пренебрегая в уравнении (9) двумя последними слагаемыми, которые содержат множитель $(1 - \mu^2)$, получим уравнение

$$z_\gamma^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_\gamma} - 2z_\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z_\gamma} \left(1 - 2\tau \frac{\partial \varphi}{\partial z_\gamma}\right) - 4\tau z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_\gamma^2} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = 0. \quad (12)$$

Заметим, что зависимость от s_γ и μ в (12) входит в виде комбинации

$$\eta = s_\gamma / \mu, \quad (13)$$

что соответствует простому кинематическому эффекту. Если пренебречь угловой диффузией, то энергичные электроны, движущиеся под углом θ к оси x , проходят путь, равный $x / \cos \theta = x / \mu \sim s_\gamma / \mu$. По этой причине решение уравнения (12) должно зависеть от переменной η . Подставив (13) в (12), получим уравнение

$$z_\gamma^2 \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - 2z_\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z_\gamma} \left(1 - 2\tau \frac{\partial \varphi}{\partial z_\gamma}\right) - 4\tau z_\gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z_\gamma^2} = 0. \quad (14)$$

Учитывая малость параметра τ , будем искать решение этого уравнения в виде

$$\varphi(\eta, z_\gamma) = \Phi_0(\eta, z_\gamma) + \Phi_1(\eta, z_\gamma), \quad (15)$$

где $\Phi_1(\eta, z_\gamma) = 0$ при $\tau = 0$. Функция $\Phi_0(\eta, z_\gamma)$ удовлетворяет простому линейному уравнению

$$z_\gamma^2 \frac{\partial \Phi_0}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \Phi_0}{\partial \eta} - 2z_\gamma \frac{\partial \Phi_0}{\partial z_\gamma} = 0. \quad (16)$$

Данное уравнение может быть решено методом характеристик (см. раздел 3.3 в Владимирова, 1981). В результате получаем общее решение

$$\Phi_0(\eta, z_\gamma) = F\left(\frac{z_\gamma}{2} + \frac{\eta}{z_\gamma}\right), \quad (17)$$

где F — произвольная функция.

Поскольку кулоновские столкновения электронов больших энергий с частицами более холодной фоновой плазмы малы, будем искать решение, удовлетворяющего граничному условию

$$\Phi_0(\eta, z_\gamma) \rightarrow \frac{z_\gamma}{2} \quad \text{при} \quad z_\gamma \rightarrow \infty \quad (18)$$

при любом фиксированном η . Другими словами, ввиду большой длины свободного пробега (1), очень быстрые электроны практически не взаимодействуют с плазмой, а их функцию распределения можно считать такой же, какой она была первоначально.

Учитывая условие (18), для решения (17) найдем

$$\Phi_0(\eta, z_\gamma) = \frac{z_\gamma}{2} + \frac{\eta}{z_\gamma}. \quad (19)$$

Теперь учтем нелинейные члены в уравнении (14). Пусть

$$\Phi_1(\eta, z_\gamma) = \psi_1(\eta, z_\gamma)\tau + \psi_2(\eta, z_\gamma)\tau^2 + \dots \quad (20)$$

Подставляя в уравнение (14) искомое решение в виде (19), (20) и пренебрегая высокими степенями $1/z_\gamma$, получаем уравнение для $\psi_1(\eta, z_\gamma)$:

$$z_\gamma^2 \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} - 2\eta \frac{\partial \psi_1}{\partial \eta} - 2z_\gamma \frac{\partial \psi_1}{\partial z_\gamma} + z_\gamma - \frac{4\eta}{z_\gamma} = 0. \quad (21)$$

Аналогично решению уравнения (16), методом характеристик находим общее решение уравнения (21):

$$\psi_1(\eta, z_\gamma) = R\left(\frac{z_\gamma}{2} + \frac{\eta}{z_\gamma}\right) - 2\left(\frac{z_\gamma}{2} + \frac{\eta}{z_\gamma}\right) \ln z_\gamma + \frac{3}{2}z_\gamma, \quad (22)$$

где R — произвольная функция. Потребуем, чтобы

$$\psi_1(\eta, z_\gamma) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z_\gamma \rightarrow \infty \quad (23)$$

и фиксированном η . Тогда, выбирая в выражении (22) вид функции R с учетом (23), получим

$$\psi_1(\eta, z_\gamma) = -\eta/z_\gamma. \quad (24)$$

Таким образом, в первом порядке по малому параметру τ и по $1/z_\gamma$ искомое решение (15) имеет вид

$$\varphi(s_\gamma, z_\gamma, \mu) = \frac{z_\gamma}{2} + (1 - \tau) \frac{s_\gamma}{\mu z_\gamma}. \quad (25)$$

Поскольку температура T_1 сверхгорячей плазмы много больше температуры T_2 более холодной (см. раздел 2), в формуле (25) можно пренебречь малым параметром τ :

$$\varphi(s_\gamma, z_\gamma, \mu) = \frac{z_\gamma}{2} + \frac{s_\gamma}{\mu z_\gamma}. \quad (26)$$

Это означает, что в пределах выбранного приближения здесь и в дальнейшем можно пренебрегать в уравнении (12) диффузией по энергии. Главными являются регулярные потери энергии потока быстрых электронов при кулоновских соударениях с частицами холодной плазмы, а не диффузия по энергии. Следует, однако, помнить, что энергетическая диффузия может оказаться существенной в области низких энергий, т.е. при $z_\gamma \rightarrow 2$ (или $z \rightarrow 1$).

Напомним, что решение (26) справедливо лишь в малой окрестности точки $\mu = 1$. Для того, чтобы найти функцию распределения для электронов с остальными значениями питч-угла, обратимся к уравнению (9). Однако с учетом полученных результатов положим в нем $\tau = 0$; кроме того, как уже отмечалось, $\gamma = 1$. Получаем уравнение

$$z_\gamma^2 \mu \frac{\partial \varphi}{\partial s_\gamma} - 2z_\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z_\gamma} + 2\mu \frac{\partial \varphi}{\partial \mu} + (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} \right)^2 - (1 - \mu^2) \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mu^2} \right) = 0. \quad (27)$$

Заметим, что на заданном расстоянии x от переходного слоя TF (см. рис. 1) следует ожидать большее число электронов с фиксированной энергией, движущихся под малым углом θ , т.е. электронов, которые прошли наименьшее расстояние, претерпев минимальное число рассеяний. Иными словами, следует ожидать, что функция распределения энергичных электронов резко анизотропна с максимумом при $\mu = 1$. Эти качественные соображения подтверждаются и решением, полученным в работе Гуревича и Истомина (1979). Таким образом, имеет смысл искать решение уравнения (27) в виде ряда по степеням малого параметра $(1 - \mu)$:

$$\varphi(s_\gamma, z_\gamma, \mu) = \varphi_0(s_\gamma, z_\gamma) + \varphi_1(s_\gamma, z_\gamma)(1 - \mu) + \varphi_2(s_\gamma, z_\gamma)(1 - \mu)^2 + \dots, \quad (28)$$

где, в силу (26),

$$\varphi_0(s_\gamma, z_\gamma) = \varphi(s_\gamma, 1, z_\gamma) = \frac{z_\gamma}{2} + \frac{s_\gamma}{z_\gamma}. \quad (29)$$

Подставив (28) в (27) и приравняв члены с одинаковыми степенями $(1 - \mu)$, получим цепочку уравнений для функций $\varphi_i(s_\gamma, z_\gamma)$. Первые два уравнения этой цепочки имеют вид

$$z_\gamma^2 \mu \frac{\partial \varphi_0}{\partial s_\gamma} - 2z_\gamma \frac{\partial \varphi_0}{\partial z_\gamma} - 2\varphi_1 = 0, \quad (30)$$

$$-z_\gamma^2 \frac{\partial \varphi_0}{\partial s_\gamma} + s_\gamma^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial s_\gamma} - 2z_\gamma \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_\gamma} + 2\varphi_1 + 2\varphi_1^2 - 8\varphi_2 = 0. \quad (31)$$

Пренебрегая высшими степенями $1/z_\gamma$, находим из (29)–(31)

$$\varphi_1(s_\gamma, z_\gamma, \mu) = s_\gamma/z_\gamma, \quad (32)$$

$$\varphi_2(s_\gamma, z_\gamma, \mu) = \frac{1}{2}s_\gamma/z_\gamma. \quad (33)$$

Итак, возвращаясь к переменным s и z , получаем искомую функцию распределения

$$\varphi(s, z, \mu) = z + 2\frac{s}{z} + 2\frac{s}{z}(1 - \mu) + \frac{s}{z}(1 - \mu)^2. \quad (34)$$

Вернемся к рассмотрению функции $\varphi_0(s, z)$. При любом фиксированном значении толщи s она имеет минимум по энергии (или скорости v) на кривой $z = \sqrt{2s}$. Следовательно, соответствующая φ_0 функция распределения $f_{v0} = \exp(-\varphi_0)$ достигает максимума по скоростям на этой же кривой, что подразумевает наличие неустойчивости, приводящей к раскату плазменных колебаний. Это, в свою очередь, означает, что полученное выражение для $\varphi_0(s, z)$ справедливо не при всех s и z , как это и следует из вывода.

Длина свободного пробега быстрых электронов в сверхгорячей плазме (1) или соответствующая ей безразмерная толщина определяется формулой

$$s(z) = z^2. \quad (35)$$

По этой причине в области энергий $z > \sqrt{s}$ на расстоянии s от переходного слоя имеется много электронов, практически не претерпевших рассеяния, что и создает направленность потока быстрых электронов. В то же время при $z < \sqrt{s}$ функция распределения мало отличается от изотропной. Будем считать для простоты (и это достаточно для нашего рассмотрения), что в области энергий $z < \sqrt{s}$ функция распределения изотропна и равна

$$\varphi_0(s, z) = z + 2s^{1/2}. \quad (36)$$

Из выражения (34) следует, что функция распределения электронов экспоненциально убывает с глубиной проникания в холодную плазму. Тогда ее направленность можно оценить следующим образом. Количество электронов с энергией z , прилетающих под углом θ в точку s

$$N_e \sim \exp(-\xi/\xi_z) = \exp\left[-\frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{1}{z}\right)^2 \frac{1}{\mu}\right], \quad (37)$$

где $\xi = \int_0^x n_2(x') dx'$ и $\xi_T = l_T n_1$. Рассмотрим электроны с энергией \mathcal{E} в области

$$k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T}\right)^{1/2} \leq \mathcal{E} \leq k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T}\right)^{1/2} + k_B T_1. \quad (38)$$

Они составляют большую часть всех электронов, описываемых функцией (34), поскольку $N_e \sim e^{-\mathcal{E}/k_B T_1}$. Из (37) видно, что большинство электронов прилетает в точку ξ в растворе угла:

$$\frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2 \lesssim \mu. \quad (39)$$

Оценив величину $(k_B T_1/\mathcal{E})^2$ из (38), получаем оценку направленности функции (34):

$$\mu \gtrsim \frac{\xi}{\left(\xi^{1/2} + \xi_T^{1/2} \right)^2}. \quad (40)$$

Соотношение (40) свидетельствует о правомерности разложения (28) и, следовательно, о справедливости решения (34) при $\xi \gg \xi_T$.

В области $0 \leq \xi \leq \xi_T$, примающей к переходному слою TF (рис. 1), функция распределения имеет иной вид. Электроны, описываемые этой

функцией распределения, слабо взаимодействуют с холодными электронами, поэтому, пренебрегая в уравнении (27) явной зависимостью от μ , получаем искомую функцию распределения в области $0 \leq \xi \leq \xi_T$:

$$\varphi(s, z) = z + 2 \frac{s}{z}. \quad (41)$$

Однако эта функция распределения не может быть изотропной. Анизотропию ее можно учесть, если приписать функцию (41) лишь тем электронам, которые еще не провзаимодействовали с холодной плазмой, т.е. летящие под углом μ таким, что

$$1 > \mu > \frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2. \quad (42)$$

Окончательно перепишем теперь функцию распределения энергичных электронов в размерных переменных. Получим

$$f_{\mathbf{v}}(\xi, \mathcal{E}, \theta) = \begin{cases} K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right) \right], & \cos \theta > \frac{\xi}{\xi_T} \left(\frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} \right)^2, \\ \xi < a \xi_T, \quad \mathcal{E} > k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2}, & \\ K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} (2 - \cos \theta) + \frac{\xi}{\xi_T} \frac{k_B T_1}{\mathcal{E}} (1 - \cos \theta)^2 \right) \right], & \\ \cos \theta \gtrsim \frac{\xi}{\left(\xi^{1/2} + \xi_T^{1/2} \right)^2}, \quad \xi > a \xi_T, \quad \mathcal{E} > k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2}, & \\ K \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{E}}{k_B T_1} + 2 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2} \right) \right], & \mathcal{E} < k_B T_1 \left(\frac{\xi}{\xi_T} \right)^{1/2}. \end{cases} \quad (43)$$

Здесь K — нормировочная постоянная. Например, в работе Грицыка и Сомова (2014) данная постоянная определяется из условия нормировки на плотность потока энергии, переносимой энергичными электронами. С помощью свободного параметра модели a можно задавать глубину проникания в холодную плазму тепловых электронов больших энергий, начиная с которой сечение кулоновских столкновений для таких частиц заметно возрастает. Разумеется, это будет существенно влиять на величину поляризации рентгеновского излучения в данной области энергий.

Функция распределения (43) учитывает эффект диффузии по углам θ , т.е. рассеяние потока энергичных электронов при кулоновских столкновениях с тепловыми электронами холодной плазмы. В этом можно убедиться, взглянув на рис. 2. Действительно, вблизи слоя TF , т.е. на границе ($\xi_1 = 0$), функция (43) изотропна. По мере проникания тепловых убегающих электронов в более глубокие

слои плазмы (ξ_2, ξ_3, ξ_4 на рис. 2), вследствие кулоновских рассеяний, их функция распределения убывает. Однако для частиц более высоких энергий и частиц с питч-углом $\cos \theta \simeq 1$ данный процесс происходит медленнее, что создает лишь небольшую направленность (анизотропию) функции распределения сверхгорячих электронов.

Используя (43) и выражения для сечения тормозного излучения, можно рассчитать спектр и поляризацию тормозного жесткого рентгеновского излучения, генерируемого потоком тепловых убегающих электронов во время вспышки. Расчет поляризации и сравнение полученных оценок с данными наблюдений имеют определяющее значение при проверке корректности модельного описания процессов распространения убегающих электронов в атмосфере Солнца. Оценки величины поляризации, полученные в рамках предложенной здесь тепловой модели, приведены в следующем разделе.

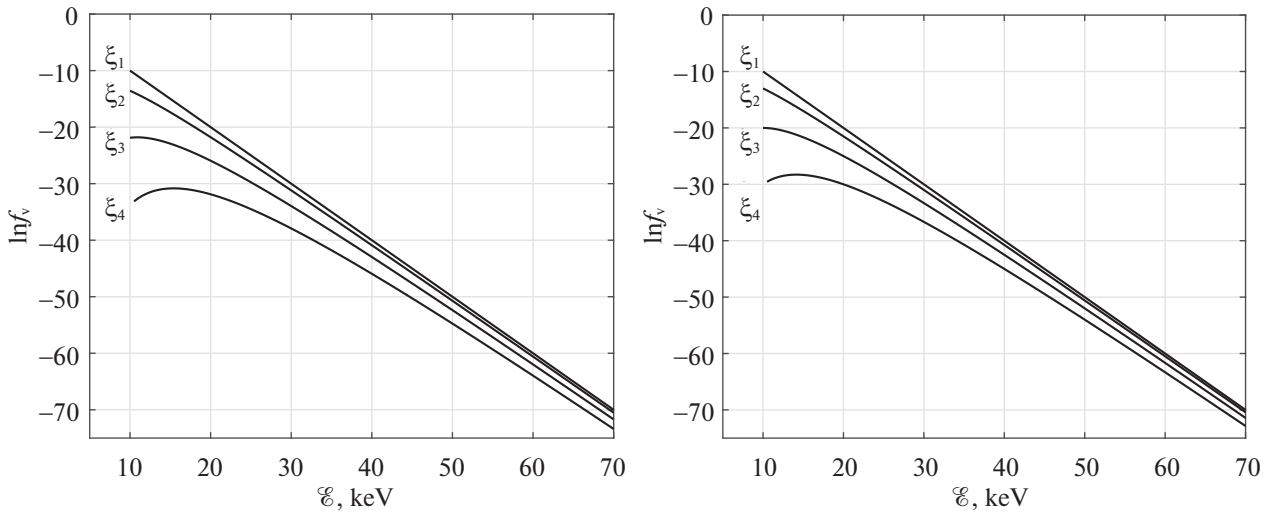


Рис. 2. Функции распределения тепловых убегающих электронов на различных толщах проникания в холодную плазму: $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 15 \xi_T$, $\xi_3 = 50 \xi_T$ и $\xi_4 = 100 \xi_T$. Расчеты выполнены в предположении, что температура источника энергичных электронов $T_1 = 10^8$ К, параметр $a = 10$, нормировочная постоянная $K = 1$. Рассмотрены следующие значения питч-угла: $\cos \theta = 0.8$ (левая панель) и $\cos \theta = 1$ (правая панель).

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЖЕСТКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Воспользуемся функцией распределения (43) для расчета поляризации тормозного жесткого рентгеновского излучения тепловых убегающих электронов. Пусть I_{\parallel} и I_{\perp} — соответствующие потоки излучения исследуемого источника с поляризацией параллельной и перпендикулярной плоскости, образованной лучом зрения (направлением из источника излучения на наблюдателя) и магнитным полем, у Земли. Тогда, согласно полученным в работе Ночеры и др. (1985) формулам, для потока жесткого рентгеновского излучения имеем

$$\begin{aligned}
 I_{\perp} + I_{\parallel} = & \quad (44) \\
 = & \kappa \left[8 \int_{h\nu}^{\infty} AC \left(\int_0^{\infty} L_0 d\xi \right) zdz + \right. \\
 & + \frac{8}{3} \int_{h\nu}^{\infty} BC \left(\int_0^{\infty} L_0 d\xi \right) zdz + \\
 & \left. + \frac{12 \sin^2 \psi - 8}{15} \int_{h\nu}^{\infty} BC \left(\int_0^{\infty} L_2 d\xi \right) zdz \right].
 \end{aligned}$$

Величина

$$\begin{aligned}
 I_{\perp} - I_{\parallel} = & -\frac{4}{5} \kappa \sin^2 \psi \int_{h\nu}^{\infty} BC \times \\
 & \times \left(\int_0^{\infty} L_2 d\xi \right) zdz. \quad (45)
 \end{aligned}$$

Здесь ψ — угол между лучом зрения и направлением, перпендикулярным к магнитному полю; A , B и C — дифференциальные сечения тормозного излучения (Эльверт, Хауг, 1970), $L_0 = L_0(z, \xi)$ и $L_2 = L_2(z, \xi)$ — коэффициенты разложения функции распределения (43) в ряд по полиномам Лежандра. Использование здесь величины ξ очень удобно, поскольку позволяет избежать необходимости делать предположения о распределении концентрации плазмы в мишени и протяженности рентгеновского источника. В (44) и (45) верхний предел интегрирования по толще ξ источника равен бесконечности. Константа $\kappa \sim K S_{HXR} / R^2$, где S_{HXR} — площадь источника излучения и R — расстояние от Земли до Солнца. Очевидно, величина поляризации

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}} \quad (46)$$

не зависит от конкретных значений указанной константы.

Результат расчета поляризации для различных значений угла ψ представлен на рис. 3. Степень поляризации в рамках предложенной здесь тепловой модели небольшая, что обусловлено сравнительно слабой анизотропией функции распределения (43). Действительно, в разделе 3 показано, что электроны небольших энергий ($\mathcal{E} < k_B T_1 (\xi/\xi_T)^{1/2}$) за счет кулоновских столкновений очень быстро теряют свою энергию, а их функция распределения мало отличается от изотропной. Такие частицы генерируют почти неполяризованное жесткое рентгеновское излучение. Напротив, энергичные электроны

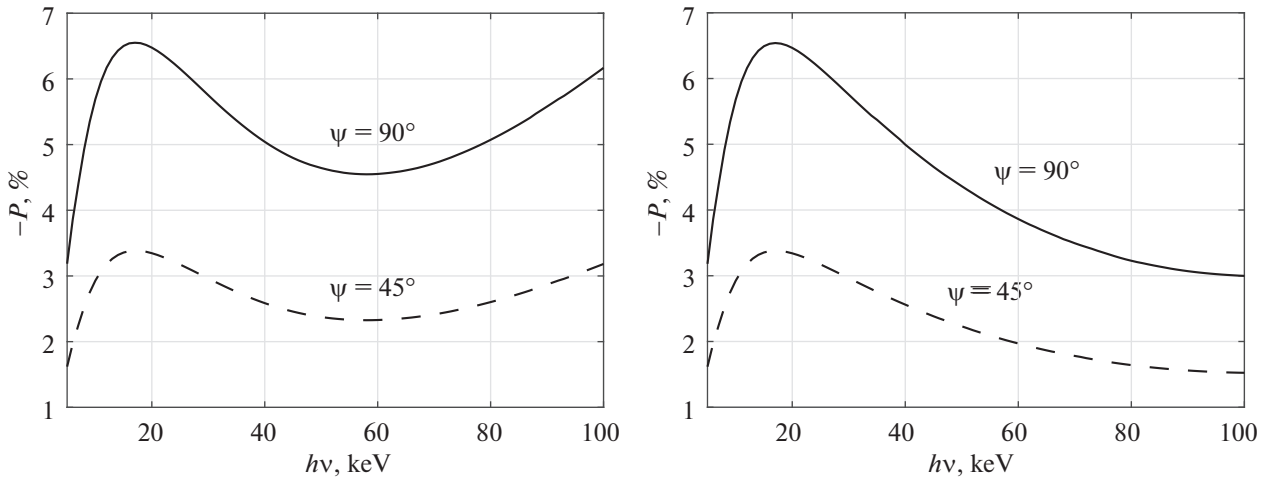


Рис. 3. Поляризация жесткого рентгеновского излучения, генерируемого тепловыми электронами, в зависимости от энергии фотонов $h\nu$ при различных значениях угла ψ . Расчеты выполнены в предположении, что температура $T_1 = 10^8$ К, параметр $a = 5$ (левая панель) и $a = 10$ (правая панель).

с энергиями $\mathcal{E} > k_B T_1 (\xi/\xi_T)^{1/2}$, почти не рассеиваясь, проникают на большие глубины в холодную плазму и обеспечивают некоторую анизотропию функции распределения.

На левой панели рис. 3 значения поляризации излучения в области высоких энергий заметно превышают аналогичные значения на правой. В первом случае оценки сделаны при $a = 5$, во втором — при $a = 10$ (см. выражение (43)). Данный результат нетрудно объяснить, поскольку малые значения параметра a означают, что энергичные частицы сравнительно быстро (т.е. на малых толщах) начинают рассеиваться, а их функция распределения становится все более анизотропной ($\cos\theta \approx 1$). Во втором случае аналогичный эффект достигается на больших толщах проникания горячих электронов в холодную плазму, где, однако, количество энергичных частиц значительно снижается. Следует отметить, что интерпретация наблюдений тепловой компоненты рентгеновского спектра вспышки мало зависит от выбора параметра a , поскольку в области энергий $\mathcal{E}_{h\nu} \lesssim 20$ кэВ предсказываемые значения степени поляризации излучения также не зависят от a (ср. левую и правую панели на рис. 3).

Принципиально важно, что функция распределения тепловых убегающих электронов остается почти равновесной и почти изотропной в хромосферной части мишени. Это проявляется в очень малой степени поляризации тормозного жесткого рентгеновского излучения и подтверждает исходные предположения нашей модели.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные космические и наземные наблюдения солнечных вспышек в различных диапазо-

нах электромагнитного спектра с высоким временным, пространственным и спектральным разрешением — прекрасная основа как для исследования отдельных физических процессов, так и для понимания механизма всей вспышки. Это сложное электродинамическое явление в плазме высокой проводимости с сильным магнитным полем сопровождается ускорением заряженных частиц, мощным нагревом плазмы до очень высоких температур и, как следствие, процессом теплового убегания так называемых сверхгорячих электронов.

Кинетическое описание распространения ускоренных электронов, основанное на приближении модели толстой мишени с обратным током и учитывающее дополнительное ускорение в коллапсирующих магнитных ловушках (Грицык, Сомов, 2017), позволяет интерпретировать наблюдения вспышек в жестком рентгеновском диапазоне с точностью, соответствующей точности современных космических экспериментов. Упомянутая самосогласованная нетепловая модель успешно применяется для описания распространения ускоренных электронов с энергиями $\mathcal{E} \gtrsim 20$ кэВ, формирующих степенной спектр жесткого рентгеновского излучения в области больших энергий. Напротив, тепловые сверхгорячие электроны с энергиями $\mathcal{E} \lesssim 20$ кэВ генерируют менее жесткое рентгеновское излучение со спектром, хорошо напоминающим максвелловское распределение. По этой причине в настоящей работе рассмотрено распространение сверхгорячих электронов, убегающих вдоль линий магнитного поля из области нагрева, сверхгорячего пересоединяющего токового слоя (super-hot RCL; Сомов, 2013) и коллапсирующих магнитных ловушек, в атмосферу Солнца, область менее горячей фоновой плазмы. Нами сформулировано и исследовано соответствующее кинети-

ческое уравнение, в котором учтены кулоновские столкновения тепловых убегающих электронов с частицами плазмы, и найдено его аналитическое решение. На основе найденной функции распределения тепловых убегающих электронов сделаны оценки поляризации жесткого рентгеновского излучения, которая оказалась очень небольшой ($P \sim -5\%$). Экспериментальное подтверждение столь низких значений поляризации остается вопросом будущих космических наблюдений. Однако полученные в работе результаты уже сегодня могут быть использованы для интерпретации спектров теплового тормозного жесткого рентгеновского излучения вспышек. Наиболее аккуратное и полное кинетическое описание солнечных вспышек необходимо в первую очередь с точки зрения планируемых космических наблюдений солнечных вспышек (см., например, Грэфенстетте и др., 2016).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-02-00585А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашванден (M.J. Aschwanden), *Particle Acceleration and Kinematics in Solar Flares* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002).
2. Богачев С.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **31**, 601 (2005) [S.A. Bogachev and B.V. Somov, *Astron. Lett.* **31**, 537 (2005)].
3. Богачев С.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **33**, 62 (2007) [S.A. Bogachev and B.V. Somov, *Astron. Lett.* **33**, 54 (2007)].
4. Владимирова В.С., *Уравнения математической физики* (М.: Наука, 1981).
5. Грэфенстетте и др. (B.W. Grefenstette, et al.), *Astrophys. J.* **826**, 20 (2016).
6. Грицык П.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **40**, 554 (2014) [P.A. Gritsyk and B.V. Somov, *Astron. Lett.* **40**, 499 (2014)].
7. Грицык П.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **42**, 586 (2016) [P.A. Gritsyk and B.V. Somov, *Astron. Lett.* **42**, 531 (2016)].
8. Грицык П.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **43**, 676 (2017) [P.A. Gritsyk and B.V. Somov, *Astron. Lett.* **43**, 614 (2017)].
9. Гуревич А.В., Истомин Я.Н., *ЖЭТФ* **77**, 983 (1979).
10. Джованелли (R.G. Giovanelli), *MNRAS* **108**, 163 (1948).
11. Дьяконов, Сомов (S.V. Diakonov and B.V. Somov), *Solar Phys.* **116**, 119 (1988).
12. Жаркова и др. (V.V. Zharkova, K. Arzner, A.O. Benz, P. Browning, C. Dauphin, A.G. Emslie, L. Fletcher, E.P. Kontar, et al.), *Space Sci. Rev.* **159**, 357 (2011).
13. Крукер и др. (S. Krucker, M. Battaglia, P. J. Cargill, et al.), *Astron. Astrophys. Rev.* **16**, 155 (2008).
14. Литвиненко, Сомов (Yu.E. Litvinenko and B.V. Somov), *Solar Phys.* **131**, 319 (1991).
15. Мирошниченко (L.I. Miroshnichenko), *Solar Cosmic Rays, Fundamentals and Applications*, Sec. Ed. (Heidelberg: Springer, 2015).
16. Ночера и др. (L. Nocera, Yu.I. Skrynnikov, and B.V. Somov), *Solar Phys.* **97**, 81 (1985).
17. Паркер (E.N. Parker), *J. Geophys. Res.* **62**, 509 (1957).
18. Прист, Форбс (E.R. Priest and T. Forbes), *Magnetic Reconnection: MHD Theory and Applications* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2000).
19. Сакай, де Ягер (J.-I. Sakai and C. de Jager), *Cosmic plasma physics* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996).
20. Свит (P.A. Sweet), *Nuovo Cimento Suppl.* 8 Ser. **10**, 188 (1958).
21. Свит (P.A. Sweet), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **7**, 149 (1969).
22. Сомов Б.В., *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **45**, 576 (1981).
23. Сомов (B.V. Somov), *Physical Processes in Solar Flares* (Dordrecht, London, 1992).
24. Сомов (B.V. Somov), *Cosmic Plasma Physics* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000).
25. Сомов (B.V. Somov), *Plasma Astrophysics. Part I: Fundamentals and Practice* (New York: Springer SBM, 2012).
26. Сомов (B.V. Somov), *Plasma Astrophysics, Part II: Reconnection and Flares* (New York: Springer SBM, 2013).
27. Сомов Б.В., Богачев С.А., Письма в Астрон. журн. **29**, 701 (2003) [B.V. Somov and S.A. Bogachev, *Astron. Lett.* **29**, 621 (2003)].
28. Сомов, Косуги (B.V. Somov and T. Kosugi), *Astrophys. J.* **485**, 859 (1997).
29. Сыроватский С.И., *Астрон. журн.* **39**, 987 (1962).
30. Сыроватский С.И., *Астрон. журн.* **43**, 340 (1966).
31. Сыроватский С.И., Шмелева О.П., *Астрон. журн.* **49**, 334 (1972).
32. Уайлд (J.P. Wild), *Proc. IAU Symp.* **6**, 115 (1963).
33. Хадсон, Райан (H. Hudson and J. Ryan), *Astrophys. J.* **33**, 239 (1995).
34. Эльверт, Хауг (G. Elwert and E. Haug), *Solar Phys.* **15**, 234 (1970).
35. Эмсли и др. (A.G. Emslie, B.R. Dennis, R.P. Lin, and H. Hudson), *High-Energy Aspects of Solar Flares* (New York: Springer-Verlag, 2012), p. 478.