

## ДОЛГОВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА ПЛАНЕТЕЗИМАЛЕЙ В ХАОТИЧЕСКИХ ЗОНАХ ПЛАНЕТ

© 2020 г. Т. В. Демидова<sup>1\*</sup>, И. И. Шевченко<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 06.07.2020 г.

После доработки 19.09.2020 г.; принята к публикации 22.09.2020 г.

Проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезималей вблизи орбит планет одиночных звезд с остаточными дисками. С высокой точностью численно определены радиальные размеры планетезимальных скоплений и планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра  $\mu$  (отношения масс планеты и звезды) отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны. Полученные результаты проанализированы и интерпретированы в свете существующих аналитических теорий (основанных на критерии перекрытия резонансов средних движений “планета–планетезималь”), а также в сравнении с предыдущими численно-экспериментальными подходами к проблеме. Показано и объяснено, каким образом ступенчатый характер зависимости размеров хаотической зоны от  $\mu$  определяется краевыми резонансами.

*Ключевые слова:* планетные хаотические зоны, остаточные диски, динамический хаос, планетезимали.

DOI: 10.31857/S0320010820100058

### ВВЕДЕНИЕ

Крупномасштабные структуры, выявленные на изображениях протопланетных дисков, являются одним из самых интригующих открытий уходящего десятилетия. Чаще всего такие структуры представляют собой концентрические светлые и темные кольца (Объединение ALMA, 2015; Эндрюс и др., 2016; Цукагоши и др., 2016; Иселла и др., 2016; Жанг и др., 2016; Гински и др., 2016; Феделе и др., 2017). Такие структуры могут формироваться в результате воздействий массивной планеты на вещество протопланетного диска (см., например, Крист и др., 2000; Руге и др., 2013; ван дер Марел, 2015; Демидова, Шевченко, 2016; Донг и др., 2017). Однако в литературе описаны и другие механизмы их формирования, не требующие присутствия планеты; из них наиболее полно изучены следующие: концентрация пыли вблизи снеговых линий веществ, содержащихся в протопланетном диске (см., например, Банзатти и др., 2015; Жанг и др., 2015; Окуцуми и др., 2016; Пинилла и др., 2017), влияние магнитного поля, включая эффекты магниторотационной неустойчивости в диске (см., например, Йохансен и др., 2009; Баи, Стоун, 2014;

Симон, Армitedж, 2014; Флок и др., 2015; Суриано и др., 2017; Бетун и др., 2017), эффекты гравитационной неустойчивости в диске (Такахаши, Инуцука, 2014).

Похожие кольцеобразные структуры были обнаружены и при наблюдениях остаточных дисков двойных и одиночных звезд (Гривс и др., 1998; Ожеро, 2004; Калас и др., 2005; Талманн и др., 2011; Крист и др., 2012). В таком случае планетезимальные кольца могут находиться в резонансах с планетой, неразрешаемой на изображениях диска (Моро-Мартин и др., 2010; Шнейдер и др., 2014). Присутствие возмущающей планеты может ограничить радиальные пределы планетезимального диска как вблизи звезды, так и на периферии (Вайт и др., 1999; Квиллен, 2006; Су и др., 2013; Родигас и др., 2014).

С другой стороны, в нашей Солнечной системе хорошо известны популяции малых тел, находящиеся в резонансе 1:1 с планетами; это так называемые астероиды-“троянки”. Они имеются у Юпитера (см., например, Мюррей, Дермотт, 1999), Марса (Боуэлл и др., 1990), Нептуна (Шепард, Трухильо, 2006), Урана (Александрсен и др., 2013), Земли (Коннорс и др., 2011). Обнаружено пылевое кольцо, коорбитальное с Землей (Дермотт и др., 1994; Рич и др., 1995).

\* Электронный адрес: proximal@list.ru

Уиздом (1980) аналитически установил, что перекрытие резонансов средних движений первого порядка частицы с планетой (при которых орбитальный период планеты относится к периоду частицы как  $p : (p + 1)$  или  $(p + 1) : p$ , где  $p = 1, 2, \dots$ ) обуславливает образование кольцеобразной хаотической зоны в радиальной окрестности орбиты планеты. Ее радиальные размеры были позднее оценены теоретически и в численных расчетах; если массовый параметр (отношение масс планеты и звезды)  $\mu \ll 1$ , то радиальная полуширина хаотической зоны планеты на круговой орбите составляет

$$\Delta a = C\mu^{2/7}a_p, \quad (1)$$

где  $a_p$  — большая полуось орбиты планеты, а величина безразмерного численного коэффициента  $C$  разными авторами определяется в пределах от 1.3 до 1.6 (Дункан и др., 1989; Мальхотра, 1998; Квиллен, Фабер, 2006; Мاستилл, Вайт, 2012).

Долговременная эволюция планетезималей в хаотической зоне у планет на круговых орбитах в зависимости от массового параметра исследовалась в работе Моррисон, Мальхотра (2015); выполнены оценки размеров хаотической зоны и времени ее очистки от частиц, благодаря их уходу из системы либо выпадению на планету или родительскую звезду.

Свойства хаотической зоны у планет, обращающихся на эллиптической орбите, рассмотрены в работах Квиллен, Торндайк (2002), Кухнер, Хольман (2003), Квиллен, Фабер (2006). В последней работе найдено, что размеры хаотической зоны практически не зависят от эксцентриситета планеты, если его значение меньше 0.3.

## МОДЕЛЬ И МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ

В данной работе выполнены расчеты динамики пассивно гравитирующих планетезималей в поле тяготения системы звезды с планетой. Физические размеры звезды и планеты полагаются равными нулю. Таким образом, возможность выпадения частиц на планету или звезду исключена; очистка хаотической зоны от частиц происходит за счет их выброса из системы. Масса центральной звезды для всех моделей выбиралась равной солнечной  $M_\odot$ , а масса планеты варьировалась таким образом, чтобы отношение масс планеты и звезды ( $\mu$ ) изменялось от  $\lg \mu = -1.5$  до  $-5.5$  с шагом 0.05. Орбита планеты круговая с периодом  $P_p = 1$  год. Изначально  $10^4$  пробных частиц равномерно (по радиусу и азимуту) распределены на круговых барицентрических орбитах в кольце 0.4–1.8 а.е. Их динамика рассчитывалась на интервале времени  $10^4$  лет.

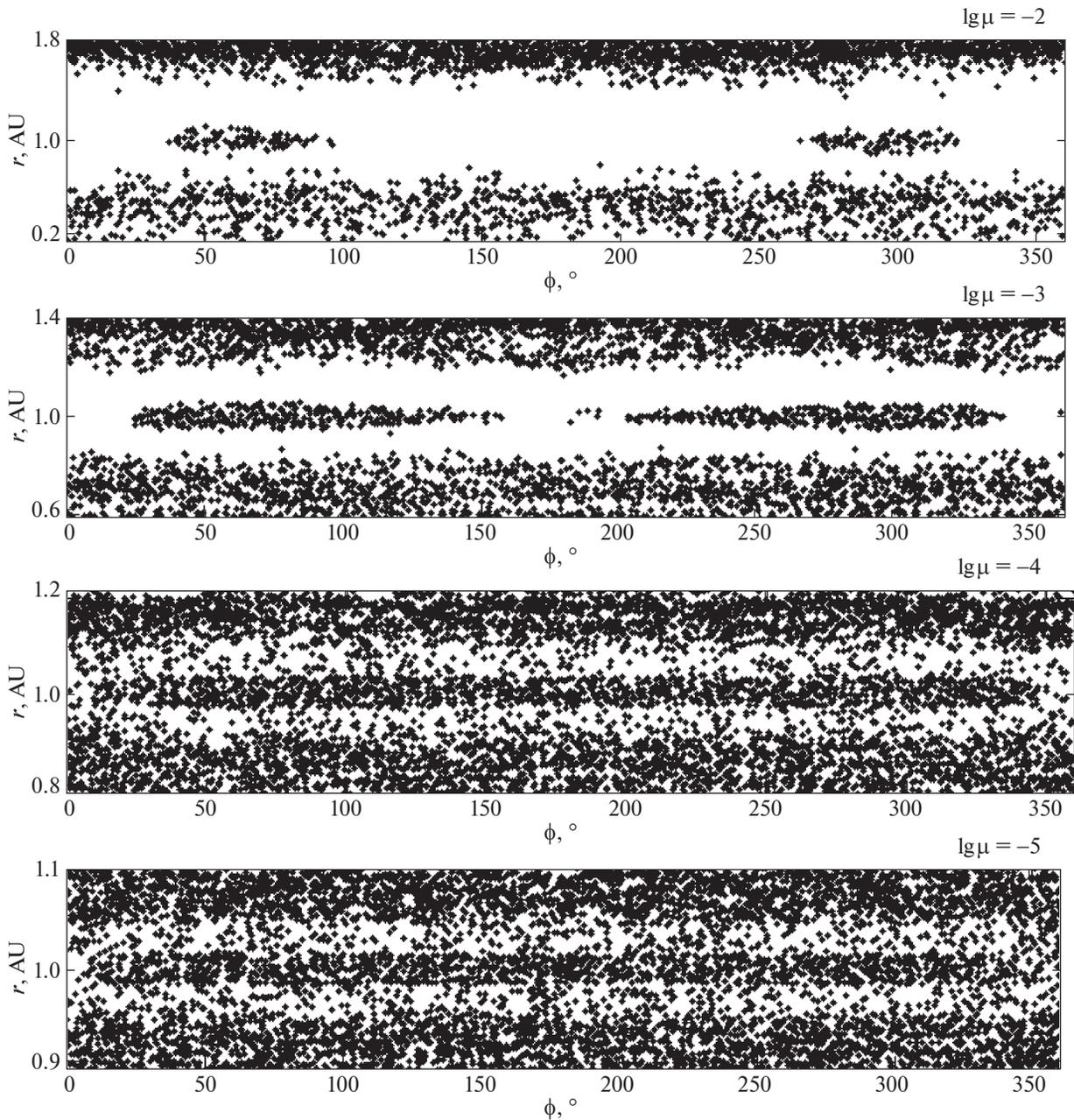
Интегрирование уравнений движения выполнялось с помощью интегратора Булирша—Штера (см. Пресс и др., 1992). Максимальная допустимая погрешность расчетов полагалась равной  $\epsilon = 10^{-10}$ ; в процессе расчетов большая полуось планеты сохранялась постоянной в рамках заданной точности, также выполнялся контроль сохранения интеграла Якоби для всех частиц. При изменениях величины интеграла Якоби более чем на 1% величина  $\epsilon$  понижалась до предела  $10^{-14}$ . Для некоторых частиц, как оказалось, данный предел все же недостаточен для сохранения интеграла Якоби. Несохранение константы Якоби обусловлено тесными сближениями частиц с планетой. Нарушения возникали при расстояниях менее  $10^{-7}a_p$ , что составляет менее 1 км, если большая полуось орбиты планеты  $a_p = 1$  а.е. Относительное количество таких частиц невелико: в наших расчетах их число не превосходило 0.5% от общего числа частиц. При анализе результатов они исключались из выборки.

Частицы, большая полуось орбиты которых в процессе расчетов достигала величины 2 а.е., считались покинувшими систему и исключались из расчетов (аналогично критерию, принятому в работе Моррисон, Мальхотра, 2015).

## РАЗМЕРЫ ХАОТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ

На рис. 1 приведены итоговые распределения частиц в окрестности орбиты планеты в полярных барицентрических координатах на момент времени  $10^4$  лет с начала эволюции для четырех значений  $\mu$ . Очевидно, что с уменьшением массового параметра  $\mu$  хаотическая зона расчищается хуже; при этом коорбитальные структуры вблизи точек Лагранжа  $L_4$  и  $L_5$  сгущаются и растягиваются вдоль орбиты планеты, приобретает подковообразную форму при  $\lg \mu < -3.1$ . Расчеты показали, что структура области формируется в течение первой тысячи орбитальных оборотов планеты, а в дальнейшем ее форма и размеры изменяются лишь незначительно.

Чтобы охарактеризовать поведение частиц внутри и вблизи планетной хаотической зоны, планетезимальный диск был далее разделен на 100 концентрических колец с единым шагом вдоль радиуса. Граница хаотической зоны (как внутренняя, так и внешняя) определялась положением кольца с  $N_i/N_0 < 50\%$ . Для каждого кольца вычислялись текущее содержащееся в нем количество частиц  $N_i$  в функции времени и его отношение к исходному. На рис. 2 показана величина  $N_i/N_0$  в зависимости от  $\mu$  и от расстояния от центра масс системы на момент времени  $10^4$  лет с начала эволюции; здесь  $N_0$  — исходное число частиц в кольце. Как следует из графика, изменение ширины расчищенной зоны с уменьшением  $\mu$  имеет ступенчатый характер. При



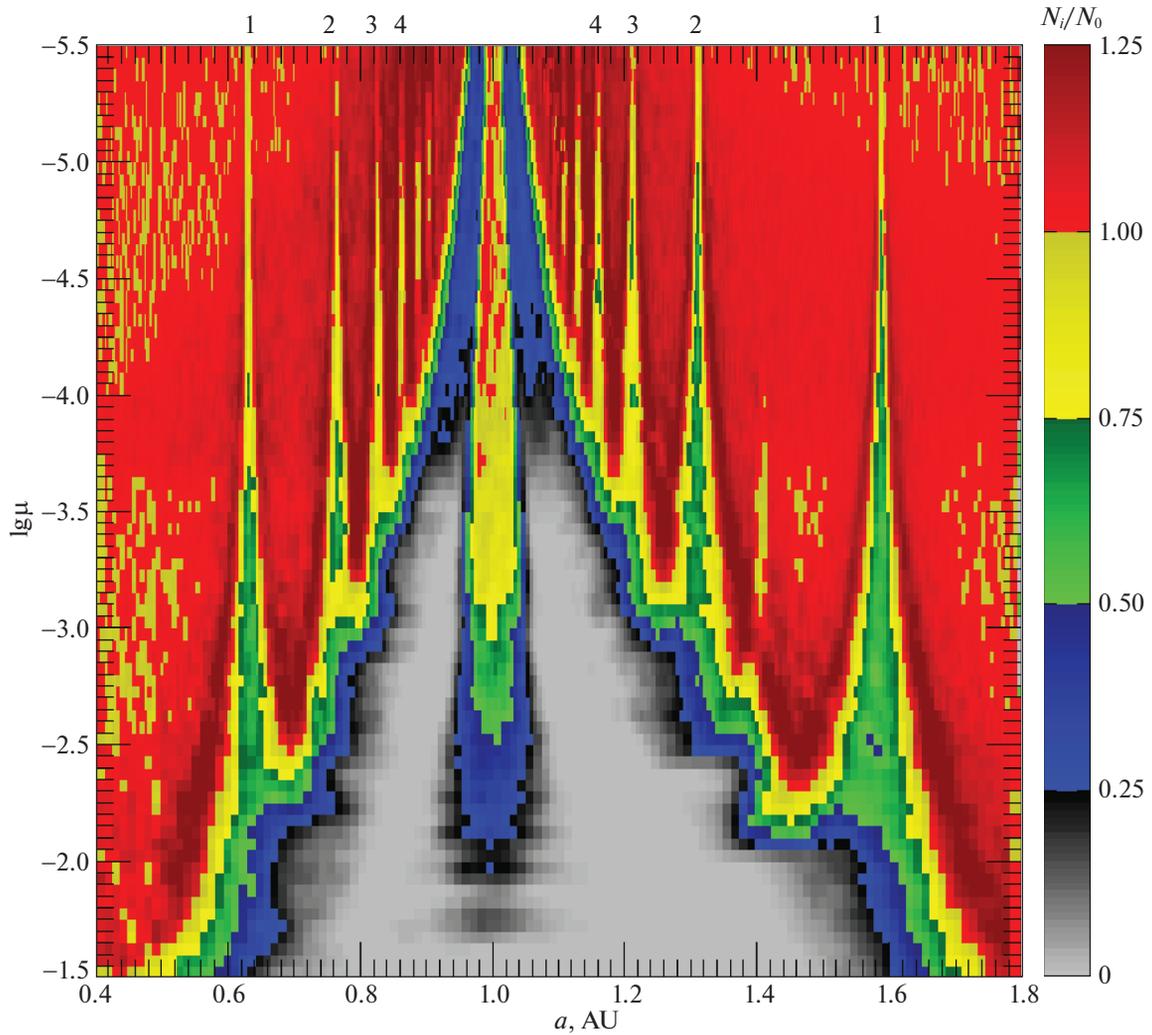
**Рис. 1.** Распределение частиц в диске после  $10^4$  оборотов планеты в полярной барицентрической системе координат  $r$  (радиальное расстояние) и  $\phi$  (азимутальный угол), обращающейся с частотой обращения планеты; планета расположена в точке  $r = 1$  а.е.,  $\phi = 0$ . Логарифм отношения масс планеты и звезды указан над графиком.

всех  $\mu$  ширина хаотической зоны внутри орбиты планеты заметно меньше, чем снаружи. При  $\mu \lesssim 0.01$  начинает формироваться коорбитальная с планетой структура; относительное количество вещества в ней растет с убыванием  $\mu$ .

На рис. 3 радиальные размеры внутренней ( $\Delta a_{in} = a_p - a_{in}$ ) и внешней ( $\Delta a_{out} = a_{out} - a_p$ ) частей хаотической зоны показаны в зависимости от  $\mu$ .

Зависимость является ступенчатой, что обу-

словлено отделением от хаотической зоны резонансов, например, 2 : 1 (при  $\lg \mu = -2.2 - (-2.25)$ ), 1 : 2 (при  $\lg \mu = -2.1 - (-2.15)$ ), 3 : 5 (при  $\lg \mu = -2.55 - (-2.6)$ ), 3 : 2 и 2 : 3 (оба при  $\lg \mu = -2.95 - (-3)$ ), 4 : 3 и 3 : 4 (оба при  $\lg \mu = -3.4 - (-3.5)$ ) от хаотической зоны. При этом отделение резонансов происходит несинхронно по  $\mu$  для внутренней и внешней ее частей. Хотя кривые для радиальной ширины являются ступенчатыми, приблизительно они могут быть описаны следую-



**Рис. 2.** Сохраняющееся в диске после  $10^4$  оборотов планеты число частиц  $N_i$  (в отношении к исходному значению  $N_0$ ), в зависимости от радиального расстояния  $a$  от звезды (ось абсцисс) и от массового параметра  $\mu$  (ось ординат). Цифры над графиком указывают индекс  $p$  для резонансов  $(p+1) : p$  (при  $a < 1$  а.е.) и  $p : (p+1)$  (при  $a > 1$  а.е.).

щими простыми соотношениями:

$$\Delta a_{\text{in}} = (1.38 \pm 0.04)\mu^{0.29 \pm 0.01} a_p \quad (2)$$

для внутренней части хаотической зоны (штриховая линия на рис. 3) и

$$\Delta a_{\text{out}} = (2.51 \pm 0.08)\mu^{0.34 \pm 0.01} a_p \quad (3)$$

для внешней части (сплошная линия на рис. 3).

На верхних панелях рис. 4, представляющего те же данные расчетов, что и рис. 3, дополнительно нанесены горизонтальные линии, указывающие положения резонансов первого порядка:

$$\Delta a_{\text{in}} = \left[ 1 - \left( \frac{p}{p+1} \right)^{2/3} \right] a_p \quad (4)$$

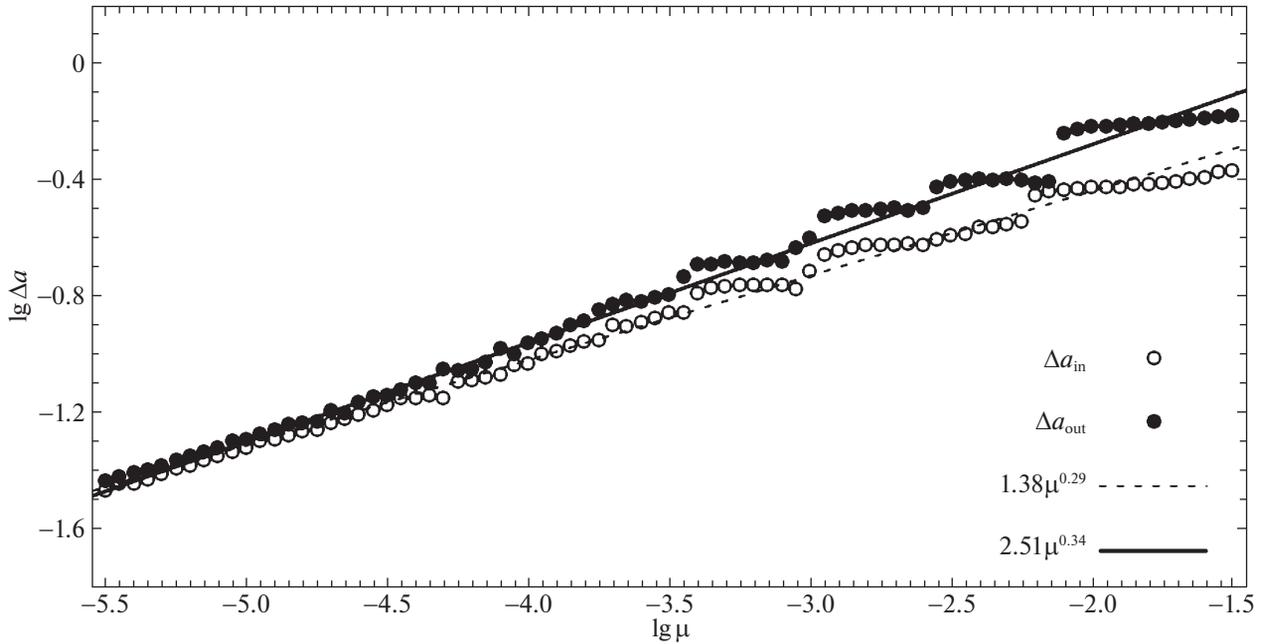
(внутренняя граница хаотической зоны, панель

слева) и

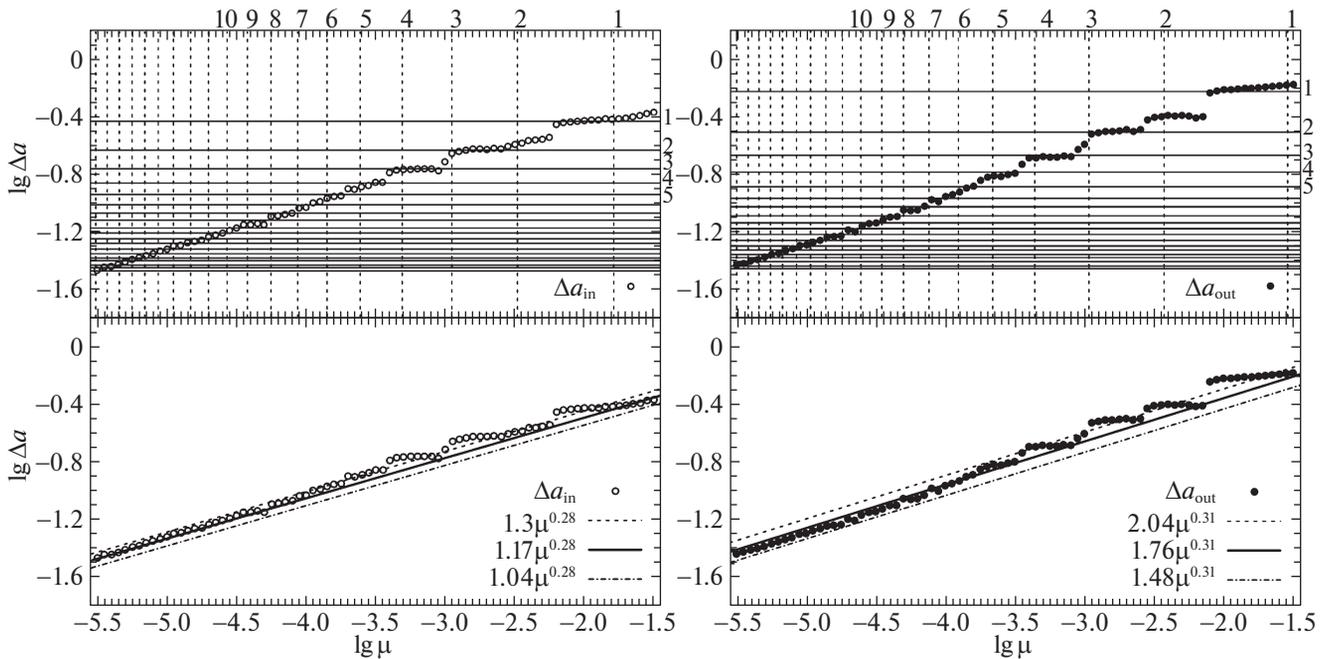
$$\Delta a_{\text{out}} = \left[ \left( \frac{p+1}{p} \right)^{2/3} - 1 \right] a_p \quad (5)$$

(внешняя граница, панель справа). Здесь  $p = 1, 2, \dots, 19$ . Из графиков очевидно, что скачкообразные изменения ширины хаотической зоны происходят от резонанса к резонансу в основном между соседними резонансами первого порядка; однако между резонансами  $2 : 1$  и  $3 : 2$  (для которых  $p = 1$  и  $p = 2$  соответственно) хорошо проявляется и промежуточный резонанс  $5 : 3$  второго порядка. Таким образом, имеется промежуточная ступень, присутствие которой обусловлено отделением от планетной хаотической зоны резонанса второго порядка; последний хорошо заметен и на рис. 2.

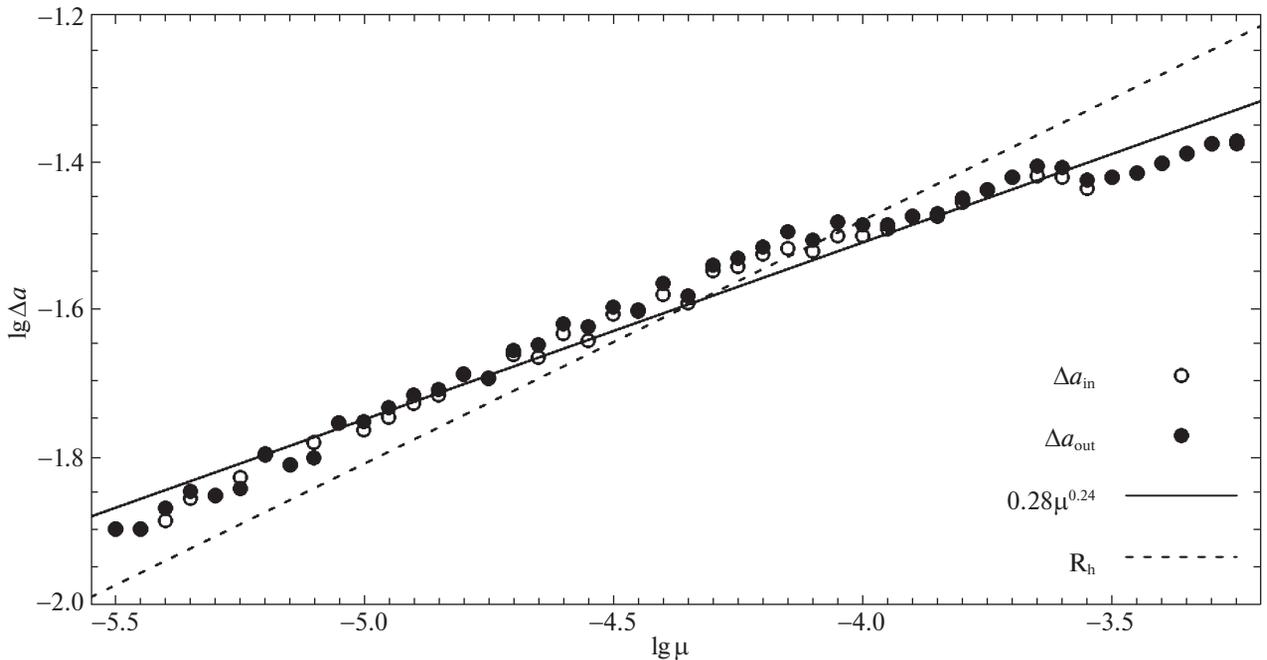
Вертикальные линии на верхних панелях рис. 4



**Рис. 3.** Радиальная ширина  $\Delta a$  внутренней (светлые кружки) и внешней (темные кружки) части хаотической зоны в зависимости от массового параметра  $\mu$ , в логарифмической шкале. Зависимость (2) показана штриховой линией, а зависимость (3) — сплошной. Величина  $\Delta a$  выражена в единицах большой полуоси планеты  $a_p$ .



**Рис. 4.** То же, что и на рис. 3, но на отдельных панелях и с разными аппроксимационными кривыми. На верхних панелях горизонтальные сплошные линии указывают положения резонансов средних движений первого порядка; вертикальные штриховые линии указывают значения  $\lg \mu$ , при которых положение резонанса совпадает со средней границей хаотической зоны. Индексы  $p$  резонансов указаны на панелях сверху и справа. На нижних панелях сплошной линией показаны средние зависимости от  $\mu$  для ширины внутренней и внешней части хаотической зоны, согласно работе Моррисон, Мальхотра (2015), а пунктирной и штрих-пунктирной — предельные зависимости с учетом бара ошибок, согласно той же работе.



**Рис. 5.** Ширина внутренней (светлые кружки) и внешней (темные кружки) частей коорбитального роя частиц в зависимости от массового параметра  $\mu$ , в логарифмической шкале. Зависимость (8) показана сплошной линией, а зависимость радиуса сферы Хилла ( $R_H = (\mu/3)^{1/3}$ ) от  $\mu$  — штриховой. Величина  $\Delta a$  выражена в единицах большой полуоси планеты  $a_p$ .

соответствуют значениям  $\mu$ , при которых положения резонансов  $p = 1, 2, \dots$  совпадают с границей планетной хаотической зоны, найденной из аппроксимационных формул, приведенных в табл. 1 работы Моррисон, Мальхотра (2015):

$$\lg \mu = 3.57 \lg \left( \frac{\Delta a_{\text{in}}}{1.17} \right) \quad (6)$$

(внутренняя граница, панель слева) и

$$\lg \mu = 3.23 \lg \left( \frac{\Delta a_{\text{out}}}{1.76} \right) \quad (7)$$

(внешняя граница, панель справа). При  $p > 1$  вертикальные линии совпадают со скачками численной кривой. Несовпадение при  $p = 1$  объясняется тем, что у краевого резонанса с  $p = 1$  собственный околосепаратрисный хаотический слой имеет существенную ширину, поэтому его объединение с основным слоем смещено по  $\mu$  (рис. 2).

На нижних панелях рис. 4 с теми же численными данными дополнительно нанесены зависимости (6) и (7). Показаны также (пунктиром и штрих-пунктиром) верхние и нижние предельные зависимости, получаемые при учете статистических погрешностей коэффициентов в данных формулах. Наши данные лежат в пределах баров ошибок при  $\lg \mu < -3.5$ , однако при больших значениях  $\mu$  частично выходят за эти пределы. Объясняется это тем, что в работе Моррисон, Мальхотра (2015)

шаг моделей по  $\lg \mu$  составлял 0.5 и превосходил принятый нами в 10 раз, поэтому ступенчатый характер зависимости не мог проявиться.

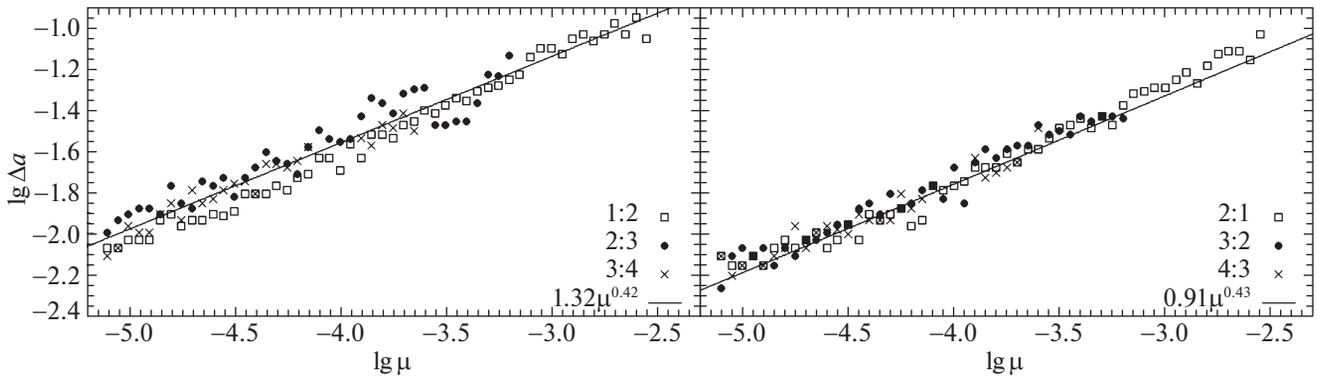
Аналогичным образом мы вычислили радиальные границы коорбитального роя. Он заметно выражен при  $\lg \mu < -3$  (рис. 2). Размеры внутренней ( $\Delta a_{\text{in}}^r = a_p - a_{\text{in}}^r$ ) и внешней ( $\Delta a_{\text{out}}^r = a_{\text{out}}^r - a_p$ ) частей коорбитального роя в зависимости от  $\mu$  показаны на рис. 5. Из графика следует, что зависимости для двух частей роя практически совпадают; таким образом, данная подковообразная структура радиально симметрична относительно орбиты планеты. Общая усредненная зависимость имеет вид

$$\Delta a^r = (0.28 \pm 0.03) \mu^{0.240 \pm 0.006} a_p. \quad (8)$$

Данное соотношение по форме близко к полученному в работе Демидовой (2018); здесь коэффициенты вычислены с большей точностью.

## КРАЕВЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Концентрация планетезималей понижается в результате их ухода не только в основной (рассмотренной выше) планетной хаотической зоне, где орбитальные резонансы перекрываются, но и в радиальных окрестностях расположенных вблизи нее резонансов (Демидова, Шевченко, 2016; Табешан, Вигерт, 2016), так как сепаратрисы близких



**Рис. 6.** Ширина области пониженной концентрации частиц вблизи резонансов, отходящих от хаотической зоны. Правая панель — для внутренних (относительно орбиты планеты) резонансов, сплошной линией показана зависимость (9); левая панель — для внешних резонансов, сплошной линией показана зависимость (10). Величина  $\Delta a$  выражена в единицах большой полуоси планеты  $a_p$ .

резонансов могут быть сильно возмущены, и, кроме того, их субрезонансы могут перекрываться внутри субрезонансных мультиплетов (Шевченко, 2020). Основная планетная хаотическая зона и расположенные вблизи нее резонансные зоны могут составлять более или менее выраженные трехполосные и даже многополосные структуры.

Получить представление о характере и радиальной ширине “вторичных” хаотических зон, обусловленных резонансами, расположенными вблизи планетной хаотической зоны, но не сливающимися с ней, можно путем задания горизонтальных сечений  $\mu = \text{const}$  на диаграмме, представленной на рис. 2. Ширина вторичных зон максимальна при отделении обуславливающих их резонансов от основной хаотической зоны. Мы численно определили ширину областей с пониженной концентрацией частиц вблизи резонансов, отходящих от планетной хаотической зоны при уменьшении  $\mu$ . На рис. 2 расположение важнейших резонансов обозначено цифрами ( $p = 1, 2, 3, 4$ ) над графиком. Границы расчищенных резонансных зон определяются условием  $N_i/N_0 < 1$ . Расчеты показали, что ширина зон практически не зависит от  $p$  (при  $p = 1, 2, 3$ ), а от  $\mu$  зависит следующим образом:

$$\Delta a_{\text{in}}^p = 0.91_{-0.06}^{+0.08} \mu^{0.43 \pm 0.01} a_p \quad (9)$$

для резонансов  $(p + 1) : p$  (внутренних относительно орбиты планеты, см. рис. 6, правая панель) и

$$\Delta a_{\text{out}}^r = 1.32_{-0.13}^{+0.14} \mu^{0.42 \pm 0.01} a_p \quad (10)$$

для резонансов  $p : (p + 1)$  (внешних относительно орбиты планеты, см. рис. 6, левая панель).

Размеры хаотической зоны резко (ступенчато) уменьшаются, когда с уменьшением  $\mu$  происходит отделение очередного краевого (marginal) резонанса от границы хаотического слоя. Особенно резкие скачки имеют место при отделении резонансов

первого порядка, что очевидно из рис. 4. Это явление аналогично отделению краевых резонансов от границы хаотического слоя нелинейного резонанса в модели возмущенного маятника, при вариациях параметра адиабатичности (Шевченко, 1998, 2008, 2012). Таким образом, ступенчатый характер зависимости размеров хаотической планетной зоны от  $\mu$  определяется краевыми резонансами, прежде всего, резонансами первого порядка  $(p + 1) : p$ , где  $p = 1, 2, \dots$ .

### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ: НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ

Кольцеобразные структуры часто присутствуют на изображениях остаточных околозвездных дисков (Гривс и др., 1998; Чианг и др., 2009; Талманн и др., 2011; Крист и др., 2012). Однако наблюдения одиночного кольца не дают возможности судить об орбите и массе планеты, контролирующей кольцо. В наблюдательном аспекте анализ многополосных структур может быть полезен для определения параметров планеты (Демидова, Шевченко, 2016) в предположении, что за формирование полос ответственны резонансы.

Полученные выше соотношения могут применяться при анализе структур, в которых яркое (B) кольцо находится в резонансе с одним или с несколькими темными (D) кольцами (структуры B–D, D–B, D–B–D); либо при анализе структур, в которых два темных кольца находятся в резонансе (структуры D–D), если коорбитальный рой слабо выражен и не разрешается при наблюдениях; см. номенклатуру полос в работе Демидовой, Шевченко (2016). Заметим, что в принятой нами модели с круговой орбитой планеты, согласно проведенным расчетам, коорбитальный рой частиц принимает подковообразную (почти замкнутую кольцеобразную) форму при  $\lg \mu < -3.1$ .

Следует подчеркнуть, что здесь нами не учитываются эффекты гравитационного взаимного рассеяния планетезималей, их столкновений и взаимодействия с газом. В работе Демидовой, Шевченко (2018) показано, что характерное время парной релаксации планетезималей размером  $\sim 10$  км и плотностью  $2 \text{ г см}^{-3}$  в типичном диске ограничено снизу значением  $10^7$  лет. На основе формулы (1) из работы Су и др. (2019) можно оценить характерное время столкновений подобных планетезималей: на расстоянии 1 а.е. от звезды оно составляет  $\sim 5 \times 10^4$  лет. В предположении, что масса газовой компоненты диска составляет 1% от солнечной массы, а вещество распределено по законам, описанным, например, в работе Демидовой и Гринина (2019), можно оценить характерное время, за которое скорость планетезимали убывает в  $e \approx 2.7$  раза (Вайденшиллинг, 1977). При плотности газа  $1.6 \times 10^{-10} \text{ г см}^{-3}$  и скорости звука  $0.8 \text{ км с}^{-1}$  для подобных планетезималей это время составляет  $\sim 3 \times 10^4$  лет. Таким образом, на интервалах времени, принятых в наших расчетах, указанные эффекты могут, по всей вероятности, проявляться лишь в слабой степени, однако они могут быть существенны на более длительных временных масштабах.

Хуанг и др. (2018) и ван дер Марел и др. (2019) установили, что некоторые кольцевые структуры, наблюдаемые на изображениях газопылевых дисков, полученных с помощью телескопа ALMA, расположены в орбитальных резонансах друг относительно друга. Эти изображения характеризуют тепловое излучение мелких пылевых частиц миллиметровых и сантиметровых размеров; на динамику таких частиц большое влияние может оказывать газовая компонента диска. Влияние резонансов с планетой на формирование структур в таких дисках может быть существенным; однако в дальнейшем для описания структур необходимо моделирование с учетом взаимодействия пылевой и газовой составляющих диска, а также процессов производства и перераспределения мелких частиц в газе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезималей вблизи орбит планет одиночных звезд с остаточными дисками. С высокой точностью численно определены радиальные размеры планетезимальных скоплений и планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра  $\mu$  (отношения масс планеты и звезды). Расчеты проведены отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны.

Полученные результаты проанализированы и интерпретированы в свете существующих аналитических теорий, а также в сравнении с предыдущими численно-экспериментальными подходами к проблеме. Найдено, что ширина хаотической зоны изменяется скачкообразно с уменьшением  $\mu$  вследствие отделения от нее резонансов средних движений частиц с планетой. Ступенчатый характер зависимости размеров хаотической зоны от  $\mu$  определяется краевыми резонансами.

Также показано, что концентрация планетезималей может быть существенно понижена вблизи резонансов вне планетной хаотической зоны не только в случае “главных” резонансов с индексом  $p = 1, 2, 3$  (что было установлено ранее в работах Демидовой, Шевченко, 2016; Табешан, Вигерт, 2016), но и для резонансов с  $p > 1$ . Для резонансов с  $p = 1$  построены зависимости от массового параметра  $\mu$  для ширины расчищенных резонансных зон. Найдено, что ширина зон больше в случае внешних (относительно орбиты планеты) резонансов.

Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания. Работа поддержана грантом 075-15-2020-780 “Теоретические и экспериментальные исследования формирования и эволюции внесолнечных планетных систем и характеристик экзопланет” Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александерсен и др. (M. Alexandersen, B. Gladman, S. Greenstreet, J.J. Kavelaars, J.-M. Petit, and G. Stephenet), *Science* **341**, 994 (2013).
2. Баи, Стоун (X.-N. Bai and J.M. Stone), *Astrophys. J.* **796**, 31 (2014).
3. Банзатти и др. (A. Banzatti, P. Pinilla, L. Ricci, K.M. Pontoppidan, T. Birnstiel, and F. Ciesla), *Astrophys. J.* **815**, L15 (2015).
4. Бетун и др. (W. Béthune, G. Lesur, and J. Ferreira), *Astron. Astrophys.* **600**, A75 (2017).
5. Боуэлл и др. (E. Bowell, H.E. Holt, D.H. Levy, K.A. Innanen, S. Mikkola, and E.M. Shoemaker), *Bull. Am. Astron. Soc.* **22**, 1357 (1990).
6. Вайденшиллинг (S.J. Weidenschilling), *MNRAS* **180**, 57 (1977).
7. Вайт и др. (M.C. Wyatt, S.F. Dermott, C.M. Telesco, R.S. Fisher, K. Grogan, E.K. Holmes, and R.K. Piña), *Astrophys. J.* **527**, 918 (1999).
8. ван дер Марел и др. (N. van der Marel, E.F. van Dishoeck, S. Bruderer, L. Pérez, and A. Isella), *Astron. Astrophys.* **579**, A106 (2015).
9. ван дер Марел и др. (N. van der Marel, R. Dong, J. di Francesco, J.P. Williams, and J. Tobin), *Astrophys. J.* **872**, 112 (2019).
10. Гривс и др. (J.S. Greaves, W.S. Holland, G. Moriarty-Schieven, T. Jenness, W.R.F. Dent, B. Zuckerman, C. McCarthy, R.A. Webb, et al.), *Astrophys. J.* **506**, L133 (1998).

11. Гински и др. (С. Ginski, T. Stolker, P. Pinilla, С. Dominik, A. Boccaletti, J. de Boer, M. Benisty, В. Biller, et al.), *Astron. Astrophys.* **595**, A112 (2016).
12. Демидова Т.В., *Астрон. вестник* **52**, 184 (2018) [Т. Demidova, *Solar System Research* **52**, 180 (2018)].
13. Демидова, Гринин (Т.В. Demidova and V.P. Grinin), *Astrophys. J.* **887**, L15 (2019).
14. Демидова, Шевченко (Т.В. Demidova and I.I. Shevchenko), *MNRAS* **463**, L22 (2016).
15. Демидова, Шевченко, *Письма в Астрон. журн.* **44**, 140 (2018) [Т.В. Demidova, I.I. Shevchenko, *Astron. Lett.* **44**, 119 (2018)].
16. Дермотт и др. (S.F. Dermott, S. Jayaraman, Y.L. Xu, В.А.С. Gustafson, and J.C. Liou), *Nature* **369**, 719 (1994).
17. Донг и др. (R. Dong, S. Li, E. Chiang, and H. Li), *Astrophys. J.* **843**, 127 (2017).
18. Дункан и др. (M. Duncan, T. Quinn, and S. Tremaine), *Icarus* **82**, 402 (1989).
19. Жанг и др. (K. Zhang, G.A. Blake, and E.A. Bergin), *Astrophys. J.* **806**, L7 (2015).
20. Жанг и др. (K. Zhang, E.A. Bergin, G.A. Blake, L.I. Cleeves, M. Hogerheijde, V. Salinas, and K.R. Schwarz), *Astrophys. J.* **818**, L16, (2016).
21. Иселла и др. (A. Isella, G. Guidi, L. Testi, S. Liu, H. Li, S. Li, E. Weaver, Y. Boehler, et al.), *Phys. Rev. Lett.* **117**, 251101, (2016).
22. Йохансен и др. (A. Johansen, A. Youdin, and H. Klahr), *Astrophys. J.* **697**, 1269 (2009).
23. Калас и др. (P. Kalas, J.R. Graham, and M. Clampin), *Nature* **435**, 1067 (2005).
24. Квиллен (A.C. Quillen), *MNRAS* **372**, L14 (2006).
25. Квиллен, Фабер (A.C. Quillen and P. Faber), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **373**, 1245 (2006).
26. Квиллен, Торндайк (A.C. Quillen and S. Thorndike), *Astrophys. J.* **578**, L149 (2002).
27. Коннорс и др. (M. Connors, P. Wiegert, and C. Veillet), *Nature* **475**, 481 (2011).
28. Крист и др. (J.E. Krist, K.R. Stapelfeldt, F. Ménard, D.L. Padgett, and C.J. Burrows), *Astrophys. J.* **538**, 793 (2000).
29. Крист и др. (J.E. Krist, K.R. Stapelfeldt, G. Bryden, and P. Plavchan), *Astron. J.* **144**, 45 (2012).
30. Кухнер, Хольман (M.J. Kuchner and M.J. Holman), *Astrophys. J.* **588**, 1110 (2003).
31. Мальхотра (R. Malhotra), *Solar System Formation and Evolution, ASP Conf. Proc.* (Ed. D. Lazzaro, R. Vieira Martins, S. Ferraz-Mello, J. Fernand, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.*, 1998), v. 149, p. 37.
32. Мастилл, Вайт (A.J. Mustill and M.C. Wyatt), *MNRAS* **419**, 3074 (2012).
33. Моро-Мартин и др. (A. Moro-Martín, R. Malhotra, G. Bryden, G.H. Rieke, K.Y.L. Su, C.A. Beichman, and S.M. Lawler), *Astrophys. J.* **717**, 1123 (2010).
34. Моррисон, Мальхотра (S. Morrison and R. Malhotra), *Astrophys. J.* **799**, 41 (2015).
35. Мюррей, Дермотт (C.D. Murray and S.F. Dermott), *Solar System Dynamics* (Cambridge Univer. Press, 1999), p. 107.
36. Объединение ALMA и др. (ALMA Partnership, C.L. Brogan, L.M. Pérez, T.R. Hunter, W.R.F. Dent, A.S. Hales, R.E. Hills, S. Corder, et al.), *Astrophys. J.* **808**, L3 (2015).
37. Ожеро (J.-С. Augereau), *Extrasolar Planets: Today and Tomorrow, ASP Conf. Proc.* (Ed. J. Beaulieu, A. Lecavelier Des Etangs, C. Terquem, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.*, 2004), v. 321, p. 305.
38. Окуцуми и др. (S. Okuzumi, M. Momose, S.-I. Sirono, H. Kobayashi, and H. Tanaka), *Astrophys. J.* **821**, 82 (2016).
39. Пинилла и др. (P. Pinilla, A. Pohl, S.M. Stammer, and T. Birnstiel), *Astrophys. J.* **845**, 68 (2017).
40. Пресс и др. (W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery), *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing* (Cambridge Univer. Press, 1992), p. 724.
41. Рич и др. (W.T. Reach, B.A. Franz, J.L. Weiland, M.G. Hauser, T.N. Kelsall, E.L. Wright, G. Rawley, S.W. Stemwedel, et al.), *Nature* **374**, 521 (1995).
42. Родигас и др. (T.J. Rodigas, R. Malhotra, and P.M. Hinz), *Astrophys. J.* **780**, 65 (2014).
43. Руге и др. (J.P. Ruge, S. Wolf, A.L. Uribe, and H.H. Klahr), *Astron. Astrophys.* **549**, A97 (2013).
44. Симон, Армитедж (J.B. Simon and P.J. Armitage), *Astrophys. J.* **784**, 15 (2014).
45. Су и др. (K.Y.L. Su, G.H. Rieke, R. Malhotra, K.R. Stapelfeldt, A.M. Hughes, A. Bonsor, D.J. Wilner, Z. Balog, et al.), *Astrophys. J.* **763**, 118 (2013).
46. Су и др. (K.Y.L. Su, A.P. Jackson, A. Gáspár, G.H. Rieke, R. Dong, J. Olofsson, G.M. Kennedy, Z.M. Leinhardt, et al.), *Astrophys. J.* **157**, 202 (2019).
47. Суриано и др. (S. Suriano, Z.-Y. Li, R. Krasnopolsky, and H. Shang), *MNRAS* **468**, 3850 (2017).
48. Табешан, Вигерт (M. Tabeshian and P.A. Wiegert), *Astrophys. J.* **818**, 159 (2016).
49. Такахаши, Инуцука (S.Z. Takahashi and S.-i. Inutsuka), *Astrophys. J.* **794**, 55 (2014).
50. Талманн и др. (C. Thalmann, M. Janson, E. Buenzli, T.D. Brandt, and J.P. Wisniewski), *Astrophys. J.* **743**, L6 (2011).
51. Уиздом (J. Wisdom), *Astron. J.* **85**, 1122 (1980).
52. Феделе и др. (D. Fedele, M. Carney, M.R. Hogerheijde, C. Walsh, A. Miotello, P. Klaassen, S. Bruderer, Th. Henning, et al.), *Astron. Astrophys.* **600**, A72 (2017).
53. Флок и др. (M. Flock, J.P. Ruge, N. Dzyurkevich, T. Henning, H. Klahr, and S. Wolf), *Astron. Astrophys.* **574**, A68 (2015).
54. Хуанг и др. (J. Huang, S.M. Andrews, C.P. Dullemond, A. Isella, L.M. Pérez, V.V. Guzmán, K.I. Öberg, Z. Zhu, et al.), *Astrophys. J.* **869**, L42 (2018).
55. Цукагоши и др. (T. Tsukagoshi, H. Nomura, T. Muto, R. Kawabe, D. Ishimoto, K.D. Kanagawa, S. Okuzumi, and S. Ida), *Astrophys. J.* **829**, L35 (2016).

56. Чианг и др. (E.I. Chiang, E. Kite, P. Kalas, J.R. Graham, and M. Clampin), *Astrophys. J.* **693**, 734 (2009).
57. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Physica Scripta* **57**, 185 (1998).
58. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Phys. Lett. A* **372**, 808 (2008).
59. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Phys. Rev. E* **85**, 066202 (2012).
60. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Dynamical Chaos in Planetary Systems* (Springer Nature, 2020).
61. Шеппард, Трухильо (S.S. Sheppard and C.A. Trujillo), *Science* **313**, 511 (2006).
62. Шнейдер и др. (G. Schneider, C.A. Grady, D.C. Hines, C.C. Stark, J.H. Debes, J. Carson, M.J. Kuchner, and M.D. Perrin), *Astron. J.* **148**, 59 (2014).
63. Эндрюс и др. (S.M. Andrews, D.J. Wilner, Z. Zhu, T. Birnstiel, J.M. Carpenter, L.M. Pérez, X.-N. Bai, K.I. Öberg, et al.), *Astrophys. J.* **820**, L40 (2016).