ПОВЕРХНОСТНЫЕ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ МОДЫ КОЛЕБАНИЙ В ТОНКИХ КОРОНАЛЬНЫХ АРКАХ

© 2020 г. Ю. Д. Жугжда^{1*}

¹Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН,
Москва, Россия

Поступила в редакцию 26.01.2020 г.

После доработки 21.03.2020 г.; принята к публикации 24.03.2020 г.

Рассмотрены колебания в тонких магнитных трубках в солнечной короне. Показано, что основными модами быстрых и медленных колебаний являются поверхностная и фундаментальная моды колебаний. Медленные поверхностная и фундаментальная моды являются волноводными модами. Быстрая поверхностная мода является излучающей модой, в то время как быстрая фундаментальная мода — это волноводная мода. Рассмотренные нами фундаментальные моды существуют только в магнитных трубках, подверженных влиянию окружающей среды. Наше определение фундаментальных мод не совпадает с общепринятым. Современные наблюдения колебаний в корональных арках вряд ли могут зафиксировать медленные сосисочные моды, первая из которых рассматривается как фундаментальная. Быстрые сосисочные моды также не должны наблюдаться при плохом пространственном разрешении. Исключением является первая быстрая сосисочная мода, обычно рассматриваемая как фундаментальная. Однако эта мода отсутствует в тонких магнитных трубках.

Ключевые слова: магнитные трубки, корональные арки, моды колебаний, сейсмология короны.

DOI: 10.31857/S0320010820040087

ВВЕДЕНИЕ

Теория волн в тонких магнитных трубках особенно актуальна в связи с сейсмологией солнечной короны. Имеется ряд обширных обзоров и книг, посвященных как теории волн в магнитных трубках, так и ее приложениям к сейсмологии короны (см., например, Степанов, Зайцев, 2019; Накаряков и др., 2016; Степанов и др., 2012). Необходимо упомянуть пионерские работы, которые положили начало развитию данного раздела солнечной физики (Меерсон и др., 1978; Эдвин, Робертс, 1983; Спруит, 1982). Настоящая работа имеет своей целью обратить внимание на некоторые детали теории волн в тонких магнитных трубках, которым до сих пор, с нашей точки зрения, не уделялось должного внимания. Имеются в виду поверхностные моды колебаний и фундаментальные моды колебаний, которые, по нашему мнению, неправильно определялись. Важным обстоятельством, на которое не обращалось внимание, является то, что не все сосисочные моды могут быть обнаружены из-за недостаточного пространственного разрешения современных наблюдений. Мы ограничимся рассмотрением тонких трубок, так как это позволяет упростить анализ. Приближение тонкой трубки

предполагает, что продольная длина волны велика по сравнению с диаметром магнитной трубки. Обычно это записывается как $k_z R_0 \ll 1$, где k_z — продольный волновой вектор, а R_0 — радиус трубки. В каком-то смысле мы будем работать в рамках приближения тонких трубок конечного размера, а не в приближении бесконечно тонкой трубки, предложенном Робертсом и Вебом (1978), которое не позволяет рассмотреть все возможные моды колебаний. Это не означает, что рассмотренные эффекты имеют место только в достаточно тонких трубках. Просто в общем случае необходимы более сложные численные расчеты, что выходит за рамки настоящей работы.

1. БАЗОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОЛН В МАГНИТНЫХ ТРУБКАХ

1.1. Исходные уравнения

Данное исследование базируется на работе Эдвина и Робертса (1983), которое отличается наиболее полным анализом дисперсионного уравнения волн в магнитных трубках. Уравнения магнитной гидродинамики для однородной плазмы с вертикальным магнитным полем в цилиндрической

* Электронный адрес: YZhugzhd@mail.ru

системе координат сводятся к системе из двух уравнений (Эдвин, Робертс, 1983):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - (C_S^2 + V_A^2) \nabla^2 \right) \operatorname{div} \mathbf{V} + \quad (1)$$

$$+ C_S^2 V_A^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \nabla^2 \operatorname{div} \mathbf{V} = 0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - V_A^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Gamma = 0,$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (3)$$

$$\mathbf{V} = (v_r, v_\theta, v_z), \quad \Gamma = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) - \frac{\partial v_r}{\partial \theta}. \quad (4)$$

Эти два уравнения справедливы как вне, так и внутри цилиндрической трубки. Если

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = R(r) \exp i(k_z z - \omega t + N\theta), \quad (5)$$

то уравнения (1, 2) сводятся к уравнению Бесселя

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left(m^2 + \frac{N^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (6)$$

1.2. Дисперсионные уравнения для волн в магнитной трубке

Дисперсионные уравнения для волн в трубке находятся в результате сшивания решений на границе трубки. Условия сшивания на границе магнитной трубки — это постоянство полного давления и радиальной скорости. Дисперсионные уравнения для различных типов волн выражаются через различные решения уравнения Бесселя.

Дисперсионное уравнение для объемных колебаний, собственная функция которых почти полностью сосредоточена внутри магнитной трубки, сводится к

$$\rho_0 (C_A^2 - V_{\text{ph}}^2) n \frac{N_{N+1}(nk_z R_0)}{N_N(nk_z R_0)} - \quad (7)$$

$$- \rho_{0e} (C_{Ae}^2 - V_{\text{ph}}^2) m \frac{J_{N+1}(mk_z R_0)}{J_N(mk_z R_0)} = 0,$$

где m, n :

$$m^2 = \frac{(V_{\text{ph}}^2 - C_S^2)(C_A^2 - V_{\text{ph}}^2)}{(C_S^2 + C_A^2)(C_T^2 - V_{\text{ph}}^2)}, \quad (8)$$

$$n^2 = \frac{(V_{\text{ph}}^2 - C_{Se}^2)(C_{Ae}^2 - V_{\text{ph}}^2)}{(C_{Se}^2 + C_{Ae}^2)(C_{Te}^2 - V_{\text{ph}}^2)}, \quad (9)$$

здесь C_S, C_A и $C_T = C_S C_A / (C_S^2 + C_A^2)^{1/2}$ — звуковая, альфвеновская и трубочная скорости внутри трубки соответственно. Индекс “e” относится к параметрам вне трубки. Баланс полного давления на

границе трубки накладывает условия на магнитные поля и температуру вне и внутри трубки на границе трубки. Радиус трубки равен R_0 .

Уравнения для поверхностных волн, собственная функция которых концентрируется вокруг границы трубки, захватывая при этом значительную часть окружающей плазмы, получается заменой функций J_{N+1} и J_N на функции I_{N+1} и I_N соответственно. При этом m^2 должно быть заменено на $-m^2$. Дисперсионное уравнение (7) исследовано для $N = 0, 1, 2, \dots$. В этом случае решения уравнения описывают свойства различных мод колебаний магнитной трубки.

1.3. Уравнения для медленных сосисочных и поверхностных волн в безразмерных координатах

Для удобства дальнейшего анализа перейдем к безразмерным параметрам β, δ и Δ :

$$\beta = \frac{C_S^2}{C_A^2}, \quad \beta_e = \frac{C_{Se}^2}{C_{Ae}^2}, \quad \delta = \frac{C_{Se}^2}{C_S^2}, \quad (10)$$

$$\Delta = \frac{\rho_{0e}}{\rho_0} = \frac{\beta_e}{\delta \beta} \frac{2\beta + \gamma}{2\beta_e + \gamma}, \quad \gamma = c_p/c_v,$$

и безразмерным переменным x, Ω и j :

$$x = k_z R_0, \quad \Omega_s = \frac{\omega}{k_z C_T} = \frac{V_{\text{ph}}^{(s)}}{C_T}, \quad (11)$$

где R_0 — радиус магнитной трубки. В безразмерных координатах дисперсионное уравнение для медленных сосисочных и поверхностных волн (7) сводится к следующему виду:

$$\frac{n_s \beta_e}{\Delta \beta} \frac{1 + \beta - \beta \Omega_s^2}{(1 + \beta) \delta - \beta_e \Omega_s^2} \frac{x N_{N+1}(n_s x)}{N_N(n_s x)} = \quad (12)$$

$$= \begin{cases} j J_{N+1}(j) / J_N(j), \\ j I_{N+1}(j) / I_N(j), \end{cases}$$

где $N = 1, 2, \dots$ и

$$n_s^2 = \frac{[\delta(1 + \beta) - \Omega_s^2][\delta(1 + \beta) - \beta_e \Omega_s^2]}{\delta(1 + \beta)[\delta(1 + \beta) - (1 + \beta_e) \Omega_s^2]}, \quad (13)$$

$$m_{(bs,ss)}^2 = \pm \frac{\beta(\Omega_s^2 - 1 - \beta)^2}{(1 + \beta)^2(\Omega_s^2 - 1)}, \quad (14)$$

$$j^2 = m_{(bs,ss)}^2 x^2. \quad (15)$$

Безразмерные фазовые скорости медленных сосисочных и поверхностных волн $\Omega_{(bs,ss)}$ как функции j и x находятся путем решения уравнений (15):

$$\Omega_{(bs,ss)}^2 = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - 4\beta x^2 a^{-1}}}, \quad (16)$$

$$a = (1 + \beta)^2 (x^2 \pm j^2).$$

Подстановка $\Omega_s = \Omega_{(bs,ss)}$ из (16) в (12) и (13) сводит дисперсионные уравнения (12) к уравнениям для неизвестной переменной j . Подстановка корней этих уравнений $j_{(bs,ss)}$ в (16) позволяет найти безразмерные частоты $\Omega_{(bs,ss)}$ и, следовательно, фазовые скорости $V_{(bs,ss)}$ как функции параметров плазмы и магнитного поля внутри и вне магнитной трубки.

1.4. Уравнения для быстрых волноводных и излучающих волн

Выведенные выше уравнения для медленных волн неудобны для исследования быстрых волн. Для перехода к уравнениям для быстрых волн необходимо произвести замену Ω_s на Ω_f , используя следующее соотношение между ними:

$$\Omega_f^2 = \frac{\omega}{k_z C_A} = \frac{\Omega_s^2 C_A^2}{C_T^2} = \Omega_s^2 (1 + \beta^{-1}). \quad (17)$$

После подстановки (15) в (12)–(15) получаем уравнения для быстрых сосисочных и поверхностных волн

$$\frac{(1 - \Omega_f^2) n_f x N_{N+1}(n_f x)}{1 - \Delta \Omega_f^2 N_N(n_f x)} = \begin{cases} j J_{N+1}(j) / J_N(j) \\ j I_{N+1}(j) / I_N(j) \end{cases}, \quad (18)$$

где $N = 1, 2, \dots$ и

$$n_f^2 = \frac{[\delta(1 + \beta)^2 - \beta \Omega_f^2][(1 + \beta)^2 - \Delta \Omega_f^2]}{(1 + \beta)^2 [\delta(1 + \beta)^2 - (1 + \beta_e) \beta \Omega_f^2]}, \quad (19)$$

$$m_{(bf,sf)}^2 = \pm \frac{\beta(\beta \Omega_f^2 - (1 + \beta)^2)^2}{(1 + \beta)^3 (\beta \Omega_f^2 - (1 + \beta))}, \quad (20)$$

$$j^2 = m_{(bf,sf)}^2 x^2. \quad (21)$$

Безразмерные фазовые скорости быстрых сосисочных и поверхностных волн $\Omega_{bf,sf}$ как функции j и x находятся решением уравнений (21):

$$\Omega_{(bf,sf)}^2 = \frac{(1 + \beta)(x^2 \pm j^2)}{2x^2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\beta x^2 a^{-1}} \right), \quad (22)$$

$$a = (1 + \beta)^2 (x^2 \pm j^2).$$

Подстановка $\Omega_f = \Omega_{(bf,sf)}$ в (18) и (19) сводит дисперсионные уравнения для быстрых сосисочных и поверхностных волн к уравнениям для неизвестной переменной j . Подстановка корней этих уравнений $j_{(bf,sf)}$ в (22) позволяет найти безразмерные частоты $\Omega_{(bf,sf)}$ и, следовательно, фазовые скорости $V_{(bf,sf)}$ как функции параметров плазмы и магнитного поля внутри и вне магнитной трубки.

Известно, что не при всех значениях параметров плазмы внутри и вне магнитной трубки быстрые волны являются волноводными модами, т.е. распространяются вдоль трубки, полностью отражаясь от ее границ. Волноводные волны также могут отвечать за резонансные явления в магнитной трубке при отражении от ее концов. Но возможен и другой случай, когда имеет место частичное излучение энергии быстрых волн при их распространении вдоль трубки. Такие волны называются излучающими модами и описываются другими уравнениями, чем волноводные моды. Эти уравнения в тех же безразмерных переменных сводятся к

$$\frac{(1 - \Omega_f^2) n_f x H_{N+1}^{(1)}(n_f x)}{1 - \Delta \Omega_f^2 H_N^{(1)}(n_f x)} = \begin{cases} j J_{N+1}(j) / J_N(j) \\ j I_{N+1}(j) / I_N(j) \end{cases}, \quad (23)$$

где $H_N^{(1)} = J_N + iN_N$ — функция Ханкеля первого рода, а параметры задаются соотношениями (19)–(21). Точно так же подстановкой фазовой скорости (22) в (23) эти уравнения сводятся к уравнениям по отношению к неизвестному j . Корни этих уравнений должны быть комплексными. Соответственно после подстановки этих корней в (22) мы получим комплексную фазовую скорость, мнимая часть которой определяет величину затухания излучающих волн.

2. ВОЛНЫ В КОРОНАЛЬНЫХ АРКАХ

В короне и в корональных арках выполняется условие $\beta, \beta_e \ll 1$. В этом случае уравнения для объемных и поверхностных волн значительно упрощаются. Кроме того, мы ограничимся рассмотрением только случая $N = 0$ в рамках приближения тонкой трубки $x = k_z R_0 \ll 1$.

2.1. Медленные волны в корональных арках

В короне и в корональных арках выполняется условие $\beta, \beta_e \ll 1$. В этом случае уравнения (12) для медленных сосисочных и поверхностных волн для случая $N = 0$ упрощаются:

$$\frac{\delta(1 - \beta \Omega_s^2) n_s x N_1(n_s x)}{\delta - \beta_e \Omega_s^2 N_0(n_s x)} = \begin{cases} j J_1(j) / J_0(j) \\ j I_1(j) / I_0(j) \end{cases}, \quad (24)$$

где $n_s^2 \approx (\delta - \beta_e \Omega_{bs}^2) / \delta$. Кроме того, учтем, что $V_{ph}^{(s)} \approx C_T$, а следовательно, $\Omega_s^2 \approx 1$. В этом приближении уравнения (24) сводятся к еще более

простым уравнениям

$$\frac{x N_1(n_s x)}{n_s N_0(n_s x)} = \begin{cases} jJ_1(j)/J_0(j) \\ jI_1(j)/I_0(j) \end{cases}, \quad (25)$$

где $n_{bs}^2 \approx 1 - \beta_e/\delta = 1 - (C_S/C_{Ae})^2 \approx 1$. Ограничимся рассмотрением волн, длина которых значительно превышает толщину магнитной трубки $x = k_z R_0 \ll 1$. При этом условии приближенное уравнение для медленных сосисочных и поверхностных волн (25) еще более упрощается

$$\frac{1}{\ln 2 - \ln x - C} = \begin{cases} jJ_1(j)/J_0(j) \\ jI_1(j)/I_0(j) \end{cases}, \quad (26)$$

где использовано

$$\lim_{x \rightarrow 0} (N_1(x)/N_0(x)) \approx \frac{1}{x(\ln 2 - \ln x - C)}, \quad (27)$$

а $C = 0,577215$ — постоянная Эйлера. Левая часть уравнения (26) стремится к нулю при $x \rightarrow 0$, в то время как правая часть также может стремиться к нулю только для поверхностной моды и фундаментальной моды сосисочных колебаний. В этом случае оба уравнения сводятся к

$$\frac{1}{\ln 2 - \ln x - C} = \frac{j_s^2}{2}. \quad (28)$$

Фундаментальной сосисочной модой называется мода, собственная функция которой не меняет знак внутри трубки. Эта мода соответствует самому первому по величине корню дисперсионного уравнения. Обычно фундаментальной модой называется следующая по порядку мода уравнения. На существование фундаментальной моды было указано Жугждой и Госсенсом (2001). Эта мода возникает только при учете влияния внешней среды на колебания в трубке. Таким образом, в пределе тонкой трубки конечной толщины уравнение для медленных сосисочных мод и уравнение для поверхностных мод (24) сводятся к уравнению (28). Корень этого уравнения для тонких магнитных трубок ($x \ll 1$) в солнечной короне ($\beta, \beta_e \ll 1$) приближенно равен первому корню уравнения для сосисочных мод и единственному корню уравнения для поверхностных медленных волн

$$j_{(ss, (bs, 1))}^2 = j_s^2 \approx -\frac{2}{\ln x}. \quad (29)$$

Подстановка этих корней в (16) позволяет найти приближенные фазовые скорости медленных фундаментальной и поверхностной мод в тонких трубках:

$$V_{ph}^{(bs, 1)} \approx C_T \sqrt{1 - \beta x^2 \ln x / 2}, \quad (30)$$

$$V_{ph}^{ss} \approx C_T \sqrt{1 + \beta x^2 \ln x / 2}.$$

Эти формулы показывают, что в пределе $x = k_z R_0 \rightarrow 0$ фазовые скорости медленных фундаментальной и поверхностной мод стремятся к трубочной скорости C_T . Эта предельная трубочная мода была описана Робертсом и Вебом (1978) в рамках приближения тонкой трубки. Это приближение описывает динамику бесконечно тонкой трубки. Робертс и Веб (1978), а также позднее Ферриц-Мас и др. (1989), Жугжда и Госсенс (2001) показали, что фундаментальная мода, так же как и поверхностная мода, переходит в моду, описываемую приближением тонкой трубки. Эти результаты подтверждены выше в рамках приближения, которое, в отличие от приближения Робертса и Веба (1978), может рассматриваться как приближение для тонких трубок конечного диаметра.

Существуют три различия между фундаментальной и поверхностной модами в тонких трубках конечного диаметра:

1. Фазовая скорость поверхностных медленных волн меньше трубочной скорости C_T и уменьшается с увеличением x . Фазовая скорость фундаментальной сосисочной моды больше трубочной скорости и увеличивается с ростом x .

2. Собственная функция фундаментальной моды максимальна в центре трубки и уменьшается по мере приближения к границе трубки. Собственная функция поверхностной моды, наоборот, минимальна в центре трубки и возрастает по мере удаления от него.

3. Колебания в слоях, прилегающих к трубке снаружи, находятся в фазе с колебаниями внутри трубки для фундаментальной моды и в противофазе — для поверхностной моды.

Кроме фундаментальной сосисочной моды, существует бесчисленное число медленных сосисочных мод. Соответствующие корни дисперсионного уравнения для сосисочных мод (26) близки к корням функции $J_1(j)$ при $x \ll 1$. Запишем эти корни в следующем виде:

$$j_{(bs, n)} = j j_{(n-1)} + \eta_{(n-1)}, \quad (31)$$

где $n = 2, 3, 4, \dots$,

а $j j_n$ — корни функции $J_1(j)$ и $\eta_{(n-1)} \ll j j_{(n-1)}$. Тогда, раскладывая правую часть уравнения (26) по малому параметру $\eta_{(n-1)}$ и сохраняя первый ненулевой член разложения, получим

$$\frac{1}{\ln 2 - \ln x - C} \approx j j_{(n-1)} \eta_{(n-1)}. \quad (32)$$

Это уравнение определяет величину $\eta_{(n-1)} \approx -1/(j j_{(n-1)} \ln x)$. Поскольку действительно

$\eta_{(n-1)} \ll j_{(n-1)}$, то фазовые скорости медленных сосисочных мод приближенно равны

$$V_{\text{ph}}^{(bs,n)} \approx C_T \sqrt{1 + \beta x^2 / j_{(n-1)}^2} \quad (33)$$

$n = 2, 3, 4, \dots$

Эти моды не представляют интереса в рамках современной гелиосейсмологии солнечной короны. Это связано с тем, что современные наблюдения из-за недостаточно высокого пространственного разрешения позволяют регистрировать только сигналы, усредненные по поперечному сечению коронально трубки. Собственные функции фундаментальной и поверхностной мод для любой из физических величин (температуры, плотности и т.д.) не меняют знака при переходе от центра трубки к ее границе. Это означает, что колебания в пределах любого из заданных поперечных сечений находятся в фазе. В результате наблюдается сигнал, усредненный по площади поперечного сечения. Собственные функции для всех остальных сосисочных мод являются знакопеременными функциями даже при $x \rightarrow 0$. Следовательно, кольцевые зоны внутри трубки осциллируют в противофазе друг к другу. Это приводит к уменьшению интегрального сигнала, так как сигналы от этих зон гасят друг друга. Для демонстрации этого эффекта вычислим интегралы от собственных функций $J_0(j)$ и $I_0(j)$ по поперечному сечению трубки, отнесенных к площади поперечного сечения, в безразмерных координатах для сосисочных мод с номерами $n = 1, 2$ и поверхностной моды при $x = 0.1$:

$$Int_{(b,n)} = \int_0^{j_{(bs,n)}} 2\pi j J_0(j) dj / \pi j_{(bs,n)}^2 = \quad (34)$$

$$= \begin{cases} 0.99 \text{ для } n = 1, \\ -6 \times 10^{-5} \text{ для } n = 2, \end{cases}$$

$$Int_s = \int_0^{j_{ss}} 2\pi j I_0(j) dj / \pi j_{ss}^2 = 1.01. \quad (35)$$

Оказывается, что сигналы от фундаментальной и поверхностной мод на много порядков превышают сигнал от первой нефундаментальной сосисочной моды. Отрицательный знак появился из-за того, что для этой моды вклад в усредненный сигнал от колебаний центральной зоны трубки оказывается меньше вклада от внешней внутренней зоны трубки. Таким образом, усредненный сигнал от сосисочных мод с номерами $n > 1$ ничтожен по сравнению со средними сигналами от фундаментальной и поверхностной мод при тех же амплитудах колебаний в трубке. Следовательно, вероятность их обнаружения в корональных арках пренебрежимо

мала. В частности, первая медленная сосисочная мода, ошибочно называемая фундаментальной, не должна наблюдаться при плохом пространственном разрешении. *Таким образом, медленные волны в тонких корональных магнитных трубках — это или фундаментальная, или поверхностная мода колебаний.*

2.2. Быстрые волны в корональных арках

При условии, что $\beta, \beta_e \ll 1$, уравнение (12) для быстрых сосисочных и поверхностных волн для случая $N = 0$ существенно упрощается:

$$\frac{(1 - \Omega_{bf}^2)x N_1(n_f x)}{n_f N_0(n_f x)} = \begin{cases} j J_1(j) / J_0(j) \\ j I_1(j) / I_0(j) \end{cases}, \quad (36)$$

где

$$n_f^2 \approx 1 - \Delta \Omega_{bf}^2 = 1 - (V_{\text{ph}}^{(bf)} / C_{Ae})^2. \quad (37)$$

Уравнение (36) имеет решение, только если $n_f > 0$, что сводится к условию $V_{\text{ph}}^{(bf)} < C_{Ae}$, которое заведомо выполняется в короне, так как магнитное поле в корональных трубках и окружающей короне не отличается, плотность в короне значительно ниже, чем в трубке. По этой причине положим $n_f^2 \approx 1$. С учетом этого условия и при $x = k_z R_0 \ll 1$ уравнение (36) сводится к приближенному уравнению

$$\frac{1 - \Omega_f^2}{\ln 2 - \ln x - C} = \begin{cases} j J_1(j) / J_0(j) \\ j I_1(j) / I_0(j) \end{cases}. \quad (38)$$

Безразмерная фазовая скорость быстрых сосисочных и поверхностных волн (22) в нашем приближении равна

$$\Omega_{(bf,sf)}^2 \approx 1 \pm \frac{j^2}{x^2} - \beta. \quad (39)$$

Исходя из результатов анализа медленных волн, ясно, что наибольший интерес для гелиосейсмологии солнечной короны представляет случай, когда оба уравнения (22) сводятся к

$$\frac{1 - \Omega_f^2}{\ln 2 - \ln x - C} = \frac{j^2}{2}. \quad (40)$$

Подстановка (39) в (40) позволяет найти приближенные корни дисперсионных уравнений (38) для первой “фундаментальной” сосисочной и поверхностной быстрых мод, а также их фазовые скорости:

$$j_{(bf,sf)}^2 \approx \beta x^2 (1 \pm 0.5 x^2 \ln x), \quad (41)$$

$$\Omega_{(bf,sf)}^2 \approx 1 \pm 0.5 \beta x^2 \ln x.$$

Быстрая фундаментальная мода является волноводной модой. Фазовая скорость этой моды всегда

меньше альфвеновской скорости внутри трубки. Фазовая скорость поверхностной моды больше альфвеновской скорости C_A . Однако это решение не является физическим, так как в этом случае левая часть дисперсионного уравнения (40) становится отрицательной при положительной правой части. Это указывает на то, что поверхностная мода является излучающей модой.

Уравнение для сосисочных быстрых мод (38) имеет бесконечное число решений, кроме рассмотренного выше фундаментального решения. Эти решения соответствуют случаям, когда правая часть уравнения так же мала, как правая часть в рассматриваемом нами приближении тонких магнитных трубок в солнечной короне. Правая часть уравнения (38) оказывается достаточно мала при значениях j , близких к корням функции $J(0, j)$. Соответственно после подстановки Ω_{bf} из (39) в уравнение (38) получаем дисперсионное уравнение относительно j для быстрых сосисочных мод

$$\frac{\ln 2 - \ln x - C}{\beta - jj_n^2/x^2} = \quad (42)$$

$$= \lim_{j \rightarrow jj_n + \delta j} (J_0(j)/jJ_1(j)) \approx -jj_n \delta j,$$

где jj_n — корни функции $J_0(j)$, $\delta \ll jj_n$ и $n = 1, 2, 3, \dots$. После подстановки решения уравнений (42) в Ω_{bf} из (39) находим фазовую скорость быстрых сосисочных мод

$$\Omega_{(bf,n)}^2 \approx 1 - jj_n \ln x. \quad (43)$$

Эти быстрые желудочковые моды (43) хорошо известны и подробно исследованы. Фазовая скорость этой моды всегда больше альфвеновской скорости внутри трубки C_A . По мере уменьшения x фазовая скорость (43) растет, но хорошо известно, что она не может превысить альфвеновскую вне трубки C_{Ae} . Это означает, что при стремлении фазовой скорости этой моды к C_{Ae} параметр $n_f^2 \rightarrow 0$ (смотри (37)). Поскольку при выводе нашего приближенного уравнения мы положили $n_f^2 \approx 1$, уравнение непригодно для исследования данной моды. Но совершенно очевидно, что данная волноводная мода не существует в тонких трубках с $x \ll 1$. Если обратиться к результатам исследований Степанова и Зайцева (2018), в тонких трубках с $x \ll 1$ нет не только волноводных, но и излучающих быстрых мод колебаний. Это хорошо видно на рис. 4.5 из этой книги. Анализируя данные наблюдений, авторы приходят к выводу, что трубки, ответственные за быстрые колебания, должны быть достаточно толстые. Надо отметить, что собственная функция первой быстрой сосисочной моды не меняет знак и, следовательно, может быть обнаружена при наблюдениях с плохим пространственным разрешением. Но все последующие моды, так же как и в

случае медленных волн, трудно обнаружимы из-за эффекта усреднения. Это утверждение получено в рамках нашего приближения тонкой трубки и требует проверки на основе точного дисперсионного уравнения.

2.3. Быстрые излучающие моды в корональных трубках

При условии, что $\beta, \beta_e \ll 1$, уравнение (23) для быстрых излучающих сосисочных и поверхностных волн для случая $N = 0$ существенно упрощается

$$\frac{(1 - \Omega_{bf}^2)x}{n_f} \frac{H_1^{(1)}(n_f x)}{H_0^{(1)}(n_f x)} = \begin{cases} jJ_1(j)/J_0(j) \\ jI_1(j)/I_0(j) \end{cases}, \quad (44)$$

где n_f^2 определяется из (37). Далее, так же как и в предыдущем разделе, положим $n_f^2 \approx 1$. В нашем приближении отношение функций Ханкеля в (44) сводится к

$$\begin{aligned} & \frac{H_1^{(1)}(x)/H_0^{(1)}(x) \stackrel{x \ll 1}{\rightarrow}}{x - 2i/(\pi x)} \quad (45) \\ & \rightarrow \frac{1}{1 - 2i(\ln 2 - \ln x - C)/\pi} = \\ & = -\frac{1}{x \ln x} - \frac{\pi i}{2x(\ln x)^2}. \end{aligned}$$

Прежде всего проверим наше предположение, сделанное в предыдущем разделе, что быстрая поверхностная мода является излучающей модой. Для этого подставим в (44) соотношения (45) и Ω_{sf}^2 из (39). В результате в пределе малых j получим дисперсионное уравнение

$$\left(\frac{j^2}{x^2} + \beta\right) \times \quad (46)$$

$$\times \left(\frac{1}{x \ln x} + \frac{\pi i}{2x(\ln x)^2}\right) + 0.5j^2 = 0.$$

Решая это уравнение относительно j^2 и подставляя это решение в Ω_{sf}^2 из (39), находим

$$\begin{aligned} j_{sf}^2 &= -\beta x^2(1 - 0.5 \ln(x)x^3 + i0.25\pi x^3), \quad (47) \\ \Omega_{sf}^2 &\approx 1 - 0.5\beta \ln(x)x^3 + i0.25\pi\beta x^3. \end{aligned}$$

Оказывается, что излучающая поверхностная мода имеет фазовую скорость больше альфвеновской скорости C_A . По мере утоньшения трубки фазовая скорость поверхностных волн стремится к альфвеновской скорости C_A , а затухание из-за излучения стремится к нулю. Таким образом, быстрые волны в тонких корональных магнитных трубках — это или фундаментальная, или поверхностная мода колебаний.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Из проведенного анализа следуют, по нашему мнению, два достаточно важных вывода. Прежде всего необходимо учитывать возможность возбуждения в корональных арках медленных и быстрых поверхностных волн. В случае тонкой трубки их трудно отличить от фундаментальной моды. Однако в случае достаточно толстой трубки различие в фазовых скоростях между ними может оказаться достаточно большим. Во всяком случае, это необходимо проверить путем численных расчетов. Особенно это может оказаться интересным в связи с колебаниями во вспышечных арках. Второй вывод, который существенен для интерпретации современных наблюдений, связан с тем, что корональные арки наблюдаются с плохим пространственным разрешением. Это должно существенно затруднять наблюдение некоторых мод колебаний. Наблюдаемый сигнал в этом случае представляет собой сигнал, усредненный по поперечному сечению трубки. Если сигналы в центре трубки и на ее периферийной части находятся в противофазе, интегральный сигнал может быть очень слабым. Мы показали, что, в частности, медленные сосисочные моды в тонких трубках вряд ли могут быть обнаружены при плохом пространственном разрешении. В то же время первая быстрая сосисочная мода должна наблюдаться, если наш анализ собственной функции этой моды приложим к случаю нетонкой трубки. По нашему мнению, при анализе наблюдений необходим анализ эффекта усреднения колебаний в пределах поперечного сечения трубки.

Настоящая работа имеет своей целью обратить внимание на некоторые особенности колебаний в тонких трубках. Однако наши выводы должны быть проверены на основе точных расчетов для конкретных параметров арок в солнечной короне и использованы при анализе реальных колебаний в корональных арках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жугжда, Госсенс (Y.D. Zhugzhda and M. Goossens), *Astron. Astrophys.* **377**, 330 (2001).
2. Меерсон и др. (B.I. Meerson, P.V. Sasorov, and R.V. Stepanov), *Solar Phys.* **58**, 165 (1978).
3. Накаряков и др. (V.M. Nakariakov, V.A. Pilipenko, Balazs Heilig, et al.), *Space Sci. Rev.* **200(1)**, 75 (2016).
4. Робертс, Веб (B. Roberts and A.R. Webb), *Solar Phys.* **56**, 5 (1978).
5. Спруит (H.C. Spruit), *Solar Phys.* **75**, 3 (1982).
6. Степанов А.В., Зайцев В.В., *Магнитосферы активных областей Солнца и звезд* (Физматлит, 2019).
7. Степанов и др. (A.V. Stepanov, V.V. Zaitsev, and V.M. Nakariakov), *Coronal Seismology: Waves and Oscillations in Stellar Coronae* (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 2012).
8. Ферриц-Мас и др. (A. Ferriz-Mas, M. Schussler, and V. Anton), *Astron. Astrophys.* **210**, 425 (1989).
9. Эдвин, Робертс (P.M. Edwin and B. Roberts), *Solar Phys.* **88**, 179 (1983).