

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД

© 2020 г. Ю. А. Фадеев^{1*}

¹Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию 16.04.2020 г.

После доработки 26.04.2020 г.; принята к публикации 28.04.2020 г.

Проведены расчеты эволюции звезд населения I с массой на главной последовательности $5 M_{\odot} \leq M_0 \leq 6.1 M_{\odot}$ до стадии исчерпания гелия в ядре при начальных содержаниях гелия и более тяжелых элементов $Y_0 = 0.28$ и $Z_0 = 0.02$. Отдельные модели эволюционных последовательностей, соответствующие стадии термоядерного горения гелия, были использованы как начальные условия при решении уравнений радиационной гидродинамики и нестационарной конвекции, описывающих радиальные пульсации цефеид. На диаграмме Герцшпрунга–Рессела петли эволюционных треков пересекают красную границу полосы неустойчивости при $M_0 > 5.1 M_{\odot}$. Рассчитана сетка гидродинамических моделей цефеид, находящихся на стадиях второго и третьего пересечений полосы неустойчивости. Для каждой эволюционной последовательности цефеид, пульсирующих в первом обороте, период P и скорость изменения периода \dot{P} определены как непрерывные функции времени эволюции. Результаты выполненных расчетов находятся в хорошем согласии с современными наблюдательными оценками \dot{P} короткопериодических цефеид V532 Cyg, BG Cnc и RT Aur.

Ключевые слова: звездная эволюция, пульсации звезд, цефеиды, звезды — переменные и пекулярные.

DOI: 10.31857/S0320010820050034

ВВЕДЕНИЕ

К короткопериодическим цефеидам относят пульсирующие переменные звезды населения I с приблизительно симметричными кривыми блеска малой амплитуды ($\Delta V \leq 0.5$ зв. вел.) и периодами короче 7 сут. В Общем каталоге переменных звезд (Самусь и др., 2017) насчитывается около 50 пульсирующих переменных типа DCEPS, которые удовлетворяют этому критерию. Короткопериодические цефеиды представляют собой группу наименее ярких и наименее массивных цефеид населения I. Предполагается, что пульсации большинства переменных типа DCEPS происходят в первом обороте.

Звезды промежуточных масс становятся цефеидами на стадии термоядерного горения гелия в ядре, когда эволюционный трек звезды покидает область красных гигантов и описывает на диаграмме Герцшпрунга–Рессела (ГР) петлю, пересекающую полосу пульсационной неустойчивости (Хофмайстер и др., 1964; Ибен, 1966). Уменьшение и последующее увеличение радиуса звезды в течение этой стадии эволюции связаны с изменениями молекулярного веса и непрозрачности звездного

вещества в оболочке, окружающей конвективное ядро (Валмсвелл и др., 2015). Протяженность петли эволюционного трека на диаграмме ГР убывает с уменьшением массы звезды и в значительно меньшей степени зависит также от химического состава звездного вещества цефеид (см., например, Пиетринферни и др., 2006; Бертелли и др., 2009). Отсутствие уверенной оценки нижнего предела массы цефеид связано с неопределенностями, возникающими при сравнении теоретически рассчитанных значений болометрической светимости L и эффективной температуры T_{eff} звездной модели с эмпирическими границами полосы неустойчивости, которые выражаются в терминах абсолютной звездной величины M_V и показателя цвета $(B - V)_0$ (Тамман и др., 2003).

История систематических измерений блеска многих цефеид насчитывает около 120 лет. Для звезд с периодами короче 7 сут этот отрезок времени охватывает более 6×10^3 пульсационных циклов, что позволяет получать на основе анализа $O - C$ диаграмм уверенные наблюдательные оценки скорости векового изменения периода пульсаций \dot{P} (Тэрнер и др., 2006). Целью данной работы является определение фундаментальных параметров короткопериодических цефеид, для которых в

*Электронный адрес: fadeyev@inasan.ru

последние годы были получены наблюдательные оценки скорости изменения периода \dot{P} . Решение поставленной задачи основывается на согласованных расчетах звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций. Ранее этот метод был использован автором при определении фундаментальных параметров долгопериодических цефеид (Фадеев, 2018б). Исследование эволюционных и гидродинамических моделей короткопериодических цефеид направлено также на определение нижнего предела массы цефеид.

МЕТОД РАСЧЕТА

В данной работе расчеты звездной эволюции были выполнены с помощью программы MESA версии 12115 (Пакстон и др., 2018). При решении кинетических уравнений нуклеосинтеза использовалась сетка реакций ‘pp_spo_extras_o18_ne22.net’, включающая 26 изотопов от водорода ^1H до магния ^{24}Mg , связанных между собой 81 реакцией. Скорости термоядерных реакций рассчитывались с помощью базы данных JINA Reaclib (Сайбурт и др., 2010). Вычисление скорости потери массы \dot{M} проводилось по формуле Раймерса (1975) при значении параметра $\eta_R = 0.3$. Конвективное перемешивание звездного вещества учитывалось в рамках стандартной теории Бём–Витензе (1958) при отношении длины пути конвективного перемешивания к шкале высот по давлению $\alpha_{\text{MLT}} = \Lambda/H_p = 1.6$. Дополнительное перемешивание звездного вещества за пределами конвективной зоны вследствие эффекта овершутинга рассчитывалось согласно Хервигу (2000):

$$D_{\text{ov}}(z) = D_0 \exp\left(-\frac{2z}{fH_p}\right), \quad (1)$$

где D_0 — коэффициент конвективной диффузии (Лангер и др., 1985) в слое внутри конвективной зоны, отстоящем от ее границы на $0.004H_p$, z — пространственная координата, которая отсчитывается от границы конвективной неустойчивости, $f = 0.016$ — параметр овершутинга.

В звездах промежуточных масс термоядерное горение гелия происходит внутри конвективного ядра, на внешней границе которого возникает скачок содержания гелия. С течением времени величина этого скачка возрастает вследствие уменьшения содержания гелия в центральной части звезды. Перемещение границы конвективной неустойчивости в сторону поверхности из одной массовой зоны модели в другую сопровождается неравномерным втеканьем в конвективное ядро звездного вещества из внешних слоев, не затронутых нуклеосинтезом, что является причиной резких возрастаний скорости энерговыделения и появления на эволюционном треке ложных петель. В общем случае

этот эффект является причиной значительного увеличения времени эволюции на стадии термоядерного горения гелия (Константино и др., 2016), а применительно к рассматриваемой в данной работе задаче — большим ошибкам при определении скорости изменения периода пульсаций цефеид. В данной работе для исключения резких изменений содержания гелия в центральной части звезды на стадии термоядерного горения гелия был использован метод, основанный на ограничении потока массы на внешней границе конвективного ядра (Спруит, 2015; Константино и др., 2017). Расчеты этой эволюционной стадии проводились с ограничением шага по времени $\Delta t \leq 10^2$ лет при числе массовых зон звездной модели $\approx 1.5 \times 10^4$.

Отдельные модели эволюционных последовательностей, соответствующие стадии цефеиды, использовались как начальные условия при решении уравнений радиационной гидродинамики и турбулентной конвекции, описывающих радиальные звездные пульсации. Предполагалось, что внутренняя граница гидродинамической модели представляет собой жесткую постоянно излучающую сферу с радиусом $r_0 = 0.1R$, где R — радиус звезды. Начальные значения сеточных переменных, необходимые для решения задачи Коши, определялись нелинейным интерполированием значений сеточных переменных эволюционной модели. Описание метода решения задачи Коши приводится в более ранней статье автора (Фадеев, 2015). В расчетах гидродинамических моделей использовалась неравномерная лагранжева сетка с числом массовых зон $N = 500$. Размер каждого интервала лагранжевой сетки возрастает от поверхности к центру по закону геометрической прогрессии с коэффициентом $q \approx 1.03$. Определение периода колебаний каждой гидродинамической модели проводилось с помощью дискретного преобразования Фурье кинетической энергии пульсационных движений E_K (Фадеев, 2018а).

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В данной работе в качестве начальных условий были рассчитаны 12 эволюционных последовательностей звезд с начальной массой $5 M_\odot \leq M_0 \leq 6.1 M_\odot$, отстоящих друг от друга по массе на величину $\Delta M_0 = 0.1 M_\odot$. Предполагалось, что относительные массовые содержания гелия и более тяжелых элементов на начальной главной последовательности ($t_{\text{ev}} = 0$) составляют $Y_0 = 0.28$ и $Z_0 = 0.02$ соответственно. Расчеты звездной эволюции завершались при исчерпании гелия в центре звезды ($Y_c \leq 10^{-4}$).

Результаты согласованных расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций иллюстрируются на рис. 1, где показаны треки эволюционных последовательностей $M_0 = 5.3 M_\odot, 5.5 M_\odot,$

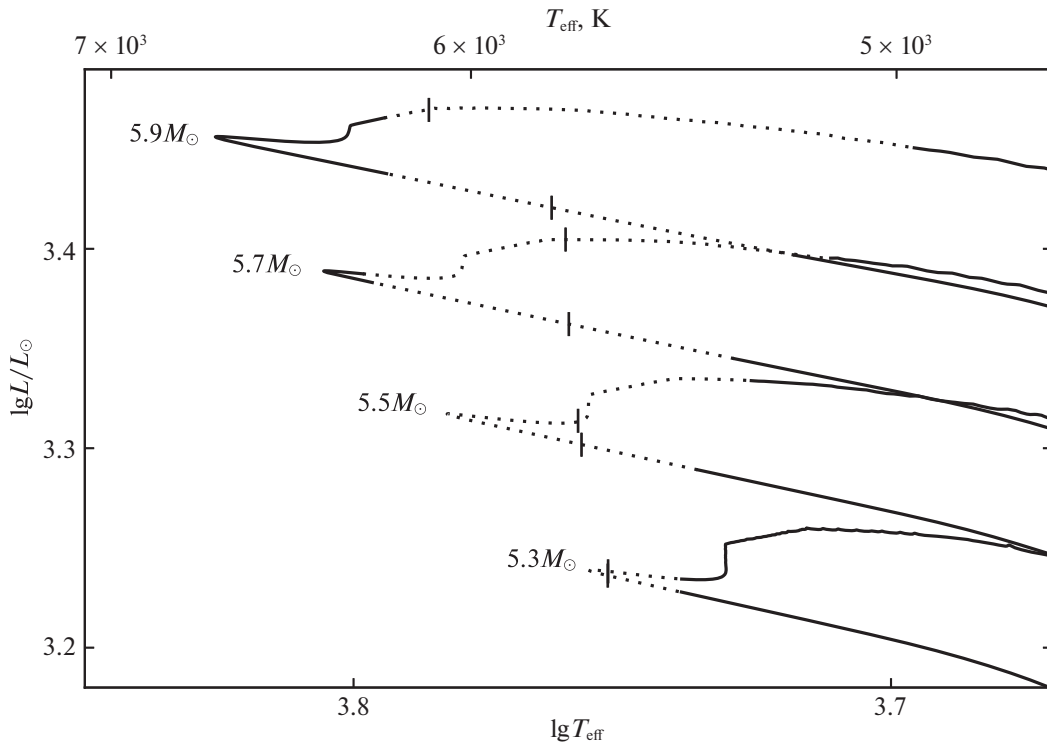


Рис. 1. Эволюционные треки звезд на диаграмме ГР в окрестности полосы неустойчивости цефеид. Пунктирными линиями показаны участки трека, когда звезда становится неустойчивой относительно радиальных колебаний. Вертикальной чертой на эволюционном треке отмечена точка переключения колебаний между фундаментальной модой и первым обертоном. Числами около кривых указано значение начальной массы M_0 .

$5.7 M_\odot$ и $5.9 M_\odot$ на диаграмме ГР в окрестности полосы неустойчивости цефеид. Пунктирными линиями отмечены этапы эволюции, соответствующие положительным темпам роста кинетической энергии колебаний ($\eta = \Pi^{-1} d \ln E_{K \max} / dt > 0$), когда в звезде возникают радиальные пульсации. Здесь t — время, связанное с колебаниями, $E_{K \max}$ — максимум кинетической энергии пульсационных движений. Радиальные пульсации цефеид с хорошей точностью описываются колебаниями типа стоячей волны, поэтому в течение одного периода Π кинетическая энергия E_K дважды достигает своего максимального значения $E_{K \max}$.

Возраст звезды $t_{ev,0}$, соответствующий границе пульсационной неустойчивости ($\eta = 0$), определялся линейным интерполированием между двумя смежными моделями с противоположными знаками темпов роста η (Фадеев, 2013). Для рассмотренных эволюционных последовательностей нижний порог начальной массы цефеиды находится в пределах $5.1 M_\odot < M_0 < 5.2 M_\odot$. В частности, при $M_0 = 5.2 M_\odot$ точка поворота эволюционного трека соответствует эффективной температуре $\lg T_{\text{eff}} = 3.742$ и отстоит от красной границы полосы неустойчивости на величину $\Delta \lg T_{\text{eff}} = 3.4 \times 10^{-3}$. В окрестности поворота трека пульсации

происходят в фундаментальной моде с периодом $\Pi \approx 5.3$ сут.

На графиках, показанных на рис. 1, эволюция звезды протекает вдоль петлеобразного трека по направлению часовой стрелки, а вертикальная черта на треке отмечает переключение моды колебаний. Как и в предшествующей статье автора (Фадеев, 2019), в данной работе предполагалось, что время переключения моды колебаний значительно короче по сравнению со временем ядерной эволюции на стадии цефеиды. Возраст звезды $t_{ev,sw}$, при котором происходит переключение моды, определялся как среднее значение возраста двух смежных моделей эволюционной последовательности, которые пульсируют в разных модах. Колебания в фундаментальной моде характерны для звезд с низкой эффективной температурой около красной границы полосы неустойчивости, тогда как колебания в первом обертоне происходят в более горячих звездах, находящихся ближе к синей границе полосы неустойчивости.

Период пульсаций как функция времени эволюции определялся с помощью кубических интерполяционных сплайнов в пределах отрезка t_{ev} , где колебания происходят либо в фундаментальной моде, либо в первом обертоне. Графики эволюционного изменения периода цефеид с начальной массой

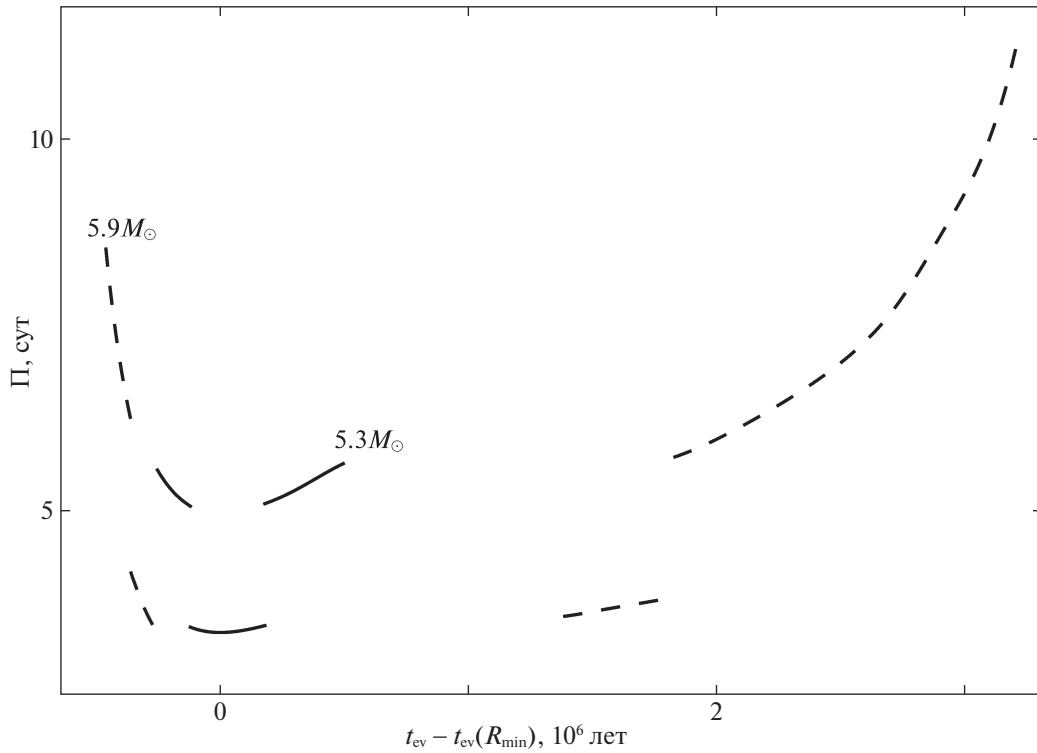


Рис. 2. Изменение периода радиальных пульсаций цефеид с начальными массами $M_0 = 5.3 M_\odot$ (сплошные линии), и $M_0 = 5.9 M_\odot$ (штриховые линии), как функция времени эволюции, которое отсчитывается от момента минимального радиуса звезды $t_{ev}(R_{min})$.

$M_0 = 5.3 M_\odot$ и $5.9 M_\odot$ показаны на рис. 2, где для удобства графического представления время эволюции отсчитывается от момента минимального радиуса звезды $t_{ev}(R_{min})$.

Начальная и конечная точки каждого графика на рис. 2 соответствуют пересечению эволюционным треком красной границы полосы неустойчивости, тогда как скачкообразное приблизительно полуторакратное изменение периода связано с переключением моды колебаний. Разрыв зависимости $\Pi(t_{ev})$ для эволюционной последовательности $M_0 = 5.9 M_\odot$ при колебаниях в первом обертоне связан с эволюцией звезды за пределами синей границы полосы неустойчивости. Как видно из приведенных графиков, с увеличением массы цефеиды возрастает отношение $\Delta t_{ev,3}/\Delta t_{ev,2}$, где $\Delta t_{ev,2}$ и $\Delta t_{ev,3}$ — продолжительности второго и третьего пересечений полосы неустойчивости.

Для рассмотренных эволюционных последовательностей верхний предел радиуса цефеиды, при котором происходит переключение моды колебаний, составляет $R = 52R_\odot$. Переход колебаний из одной моды в другую во время второго и третьего пересечения полосы неустойчивости происходит в эволюционных последовательностях $5.3 \leq M_0 \leq 5.9 M_\odot$, тогда как при $6.0 M_\odot \leq M_0 \leq 6.1 M_\odot$ переключение моды происходит только при втором

пересечении, так как во время третьего пересечения радиус звезды превосходит пороговое значение $52R_\odot$.

Область возбуждения пульсационной неустойчивости цефеид находится в слоях частичной ионизации гелия, и для пульсаций в первом обертоне необходимо, чтобы радиус зоны ионизации гелия всегда оставался больше радиуса узла соответствующей собственной функции. К сожалению, определение условий переключения моды колебаний в общем случае невозможно, поэтому далее в качестве величины, связанной с пороговыми значениями периода фундаментальной моды Π_0 и первого обертона Π_1 , при которых одна мода колебаний переходит в другую, мы используем среднюю плотность вещества звезды $\langle \rho \rangle = M/(\frac{4}{3}\pi R^3)$.

Определенные для всех рассмотренных эволюционных последовательностей пороговые значения периодов Π_0 и Π_1 при переключении моды колебаний с хорошей точностью описываются соотношениями

$$\Pi_0 = -23.486 - 7.065 \lg \langle \rho \rangle, \quad (2)$$

$$\Pi_1 = -14.773 - 4.504 \lg \langle \rho \rangle, \quad (3)$$

где Π_0 и Π_1 выражены в сутках. Значения периодов Π_0 и Π_1 вместе с соотношениями (2) и (3) показаны на рис. 3.

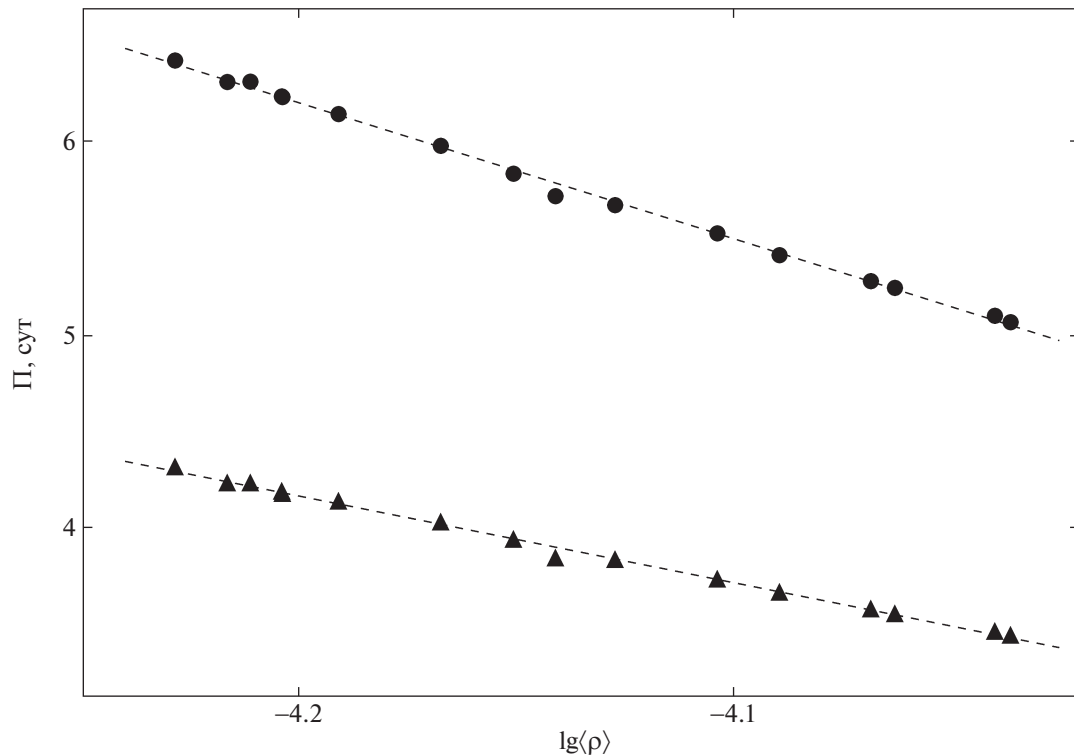


Рис. 3. Периоды фундаментальной моды (заполненные кружки) и первого обертона (заполненные треугольники) при переключении моды колебаний. Штриховыми линиями показаны зависимости (2) и (3).

СРАВНЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ

Сравнение результатов теоретических расчетов с наблюдениями удобнее всего проводить с помощью диаграммы период — скорость изменения периода (Тэрнер и др., 2006; Фадеев, 2014). Аппроксимация зависимости $P(t_{ev})$ кубическими интерполяционными сплайнами позволяет легко вычислить скорость изменения периода как функцию времени эволюции и в конечном счете выразить \dot{P} как функцию P . На рис. 4 показаны графики таких зависимостей для моделей цефеид пульсирующих в первом обертоме на стадии второго пересечения полосы неустойчивости ($\dot{P} < 0$). Эволюция звезды протекает слева направо в сторону уменьшения периода. Каждый график показывает изменение \dot{P} от точки переключения моды колебаний до синей границы полосы неустойчивости ($M_0 \geq 5.8 M_\odot$) или точки поворота эволюционного трека ($M_0 \leq 5.6 M_\odot$), где $\dot{P}_1 = 0$.

На рис. 4 также приведены современные наблюдательные оценки периода и скорости изменения периода короткопериодических цефеид DX Gem (Бердников, 2019а), V532 Cyg (Бердников, 2019б) и VG Sgr (Бердников и др. 2019). Как видно из рисунка, результаты расчетов находятся в хорошем согласии с наблюдениями цефеид V532 Cyg и VG Sgr, тогда как наблюдательная оценка \dot{P}

цефеиды DX Gem оказывается в несколько раз больше значения, предсказываемого теорией. Лучшее согласие теории с наблюдениями DX Gem может быть получено лишь при условии, что синяя граница полосы пульсационной неустойчивости цефеид с массой $M \approx 6 M_\odot$ простирается в сторону более высоких эффективных температур и соответственно более коротких периодов.

Графики зависимостей \dot{P} от P на стадии третьего пересечения полосы неустойчивости ($\dot{P} > 0$) показаны на рис. 5 для эволюционных последовательностей $M_0 = 5.6 M_\odot$, $5.7 M_\odot$ и $5.8 M_\odot$. Как видно из рисунка, все приведенные зависимости показывают удовлетворительное согласие с наблюдательной оценкой \dot{P} цефеиды RT Aug (Тэрнер и др., 2007), которая приблизительно в полтора раза превосходит результаты теоретических расчетов. На рис. 5 также приведены наблюдательные оценки \dot{P} цефеид CG Cas (Тэрнер и др., 2008) и FF Aql (Бердников и др., 2014). К сожалению, периоды этих цефеид заметно превосходят пороговые значения P_1 , которые были получены в данной работе.

Теоретические оценки фундаментальных параметров короткопериодических цефеид V532 Cyg, VG Sgr и RT Aug, для которых теоретические оценки \dot{P} не противоречат наблюдениям, приведены в табл. 1.

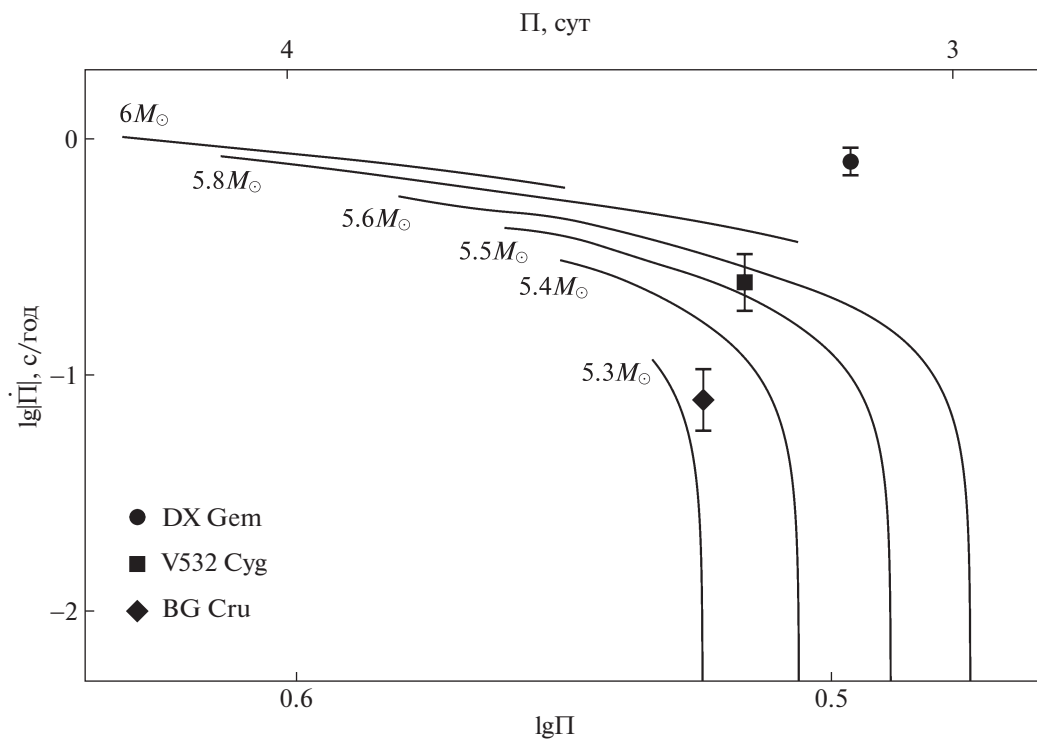


Рис. 4. Скорость изменения периода \dot{P} как функция периода P для моделей цефеид, пульсирующих в первом обортоне на стадии второго пересечения полосы неустойчивости ($\dot{P} < 0$).

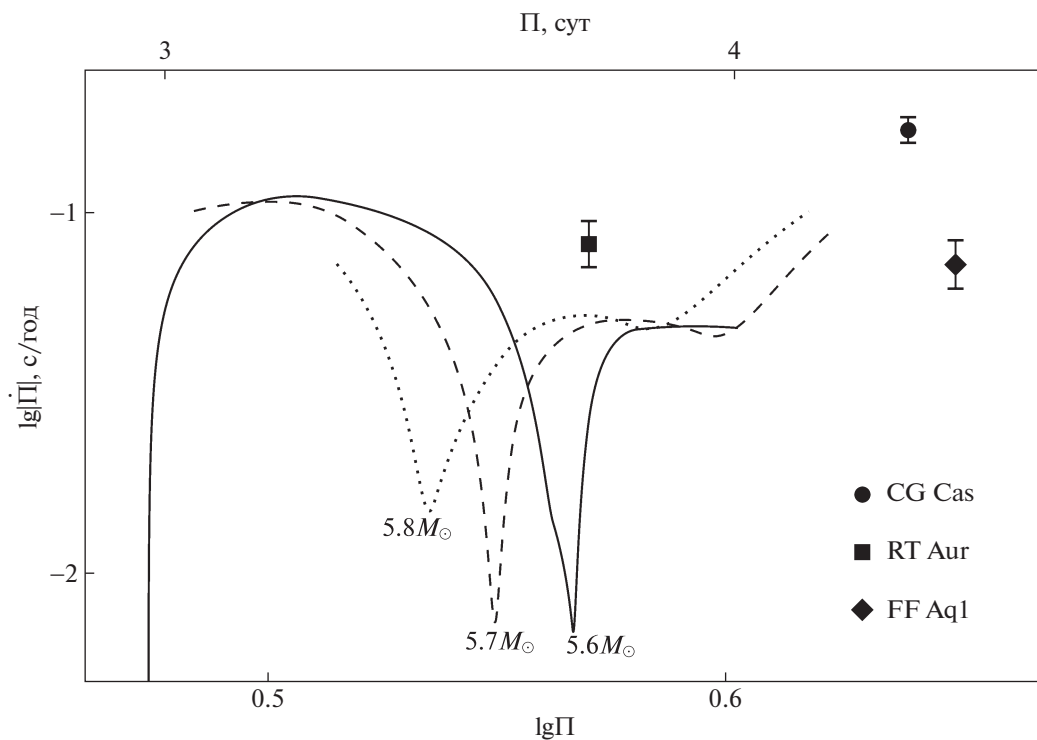


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для моделей цефеид на стадии третьего пересечения полосы неустойчивости ($\dot{P} > 0$).

Таблица 1. Фундаментальные параметры короткопериодических цефеид

Цефеиды	P , сут	t_{ev} , 10^6 лет	M/M_{\odot}	L/L_{\odot}	R/R_{\odot}	T_{eff} , К
V532 Cyg	3.2836	82.3	5.53	2130	42.8	6000
BG Cru	3.3426	90.0	5.33	1810	42.8	5760
RT Aur	3.7182	76.1	5.77	2720	47.9	6030

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные выше результаты дополняют более раннюю работу автора (Фадеев, 2014), посвященную теоретическому объяснению наблюдаемых вековых изменений периодов цефеид, и в которой короткопериодические цефеиды были исследованы недостаточно детально. В частности, результаты данной работы позволяют заключить, что значительный разброс наблюдательных значений \dot{P} короткопериодических цефеид связан с обращением скорости изменения периода в нуль в точке поворота эволюционного трека. Таким образом, приблизительно нулевая скорость изменения периода короткопериодической цефеиды может служить грубым индикатором массы звезды. Как видно из рис. 1, поворот эволюционного трека в пределах полосы неустойчивости цефеид происходит при массе звезды $M < 5.7 M_{\odot}$.

Результаты согласованных расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций позволяют заключить, что нижний предел массы цефеид, находящихся на эволюционной стадии термоядерного горения гелия в ядре, составляет $M \approx 5.1 M_{\odot}$. В звездах с меньшей массой петля эволюционного трека не пересекает красную границу полосы пульсационной неустойчивости, и звезда остается устойчивой относительно радиальных колебаний. Необходимо, однако, заметить, что этот вывод основывается на результатах, полученных при начальных массовых содержаниях гелия и более тяжелых элементов $Y_0 = 0.28$ и $Z_0 = 0.02$. Зависимость эволюционных изменений радиуса звезды и протяженности петли эволюционного трека от среднего молекулярного веса звездного вещества (Валмсвелл и др., 2015) заставляет предполагать, что нижний предел массы цефеид определяется также химическим составом звездного вещества.

Из рассмотренных в данной работе шести короткопериодических цефеид с известными наблюдательными оценками \dot{P} лишь для трех было получено удовлетворительное согласие результатов расчетов с наблюдениями. Периоды CG Cas ($P = 4.3656$ сут) и FF Aql ($P = 4.4709$ сут) заметно превосходят пороговые значения периода первого обертона, при котором происходит переключение колебаний в фундаментальную моду (см. рис. 5).

Зависимость периода переключения моды от средней плотности вещества звезды (см. рис. 3) наводит на мысль, что верхний предел значений периода колебаний в первом обертоне может быть подвержен изменениям в зависимости от химического состава звездного вещества. Таким образом, так же как и при уточнении нижнего предела массы цефеид, устранение противоречия теории с наблюдениями цефеид CG Cas и FF Aql следует искать на основе более обширных сеток эволюционных и гидродинамических моделей цефеид, рассчитанных при различных предположениях относительно начального химического состава звездного вещества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бердников Л.Н., Письма в Астрон. журн. **45**, 489 (2019a) [L.N. Berdnikov, Astron. Lett. **45**, 435 (2019a)].
2. Бердников Л.Н., Письма в Астрон. журн. **45**, 731 (2019b) [L.N. Berdnikov, Astron. Lett. **45**, 677 (2019b)].
3. Бердников Л.Н., Тэрнер Д.Г., Хенден А.А., Астрон. журн. **91**, 299 (2014) [L.N. Berdnikov, D.G. Turner, and A.A. Henden, Astron. Rep. **58**, 240 (2014)].
4. Бердников Л.Н., Князев А.Ю., Ковтюх В.В., Кравцов В.В., Мишенина Т.В., Пастухова Е.Н., Усенко И.А., Письма в Астрон. журн. **45**, 499 (2019) [L.N. Berdnikov, A.Yu. Kniazev, V.V. Kovtyukh, V.V. Kravtsov, T.V. Mishenina, E.N. Pastukhova, and I.A. Usenko, Astron. Lett. **45**, 445 (2019)].
5. Бертелли и др. (G. Bertelli, E. Nasi, L. Girardi, and P. Marigo), Astron. Astrophys. **508**, 355 (2009).
6. Бём–Витензе (E. Böhm–Vitense), Zeitschrift für Astrophys. **46**, 108 (1958).
7. Валмсвелл и др. (J.J. Walmswell, J.C.A. Tout, and J.J. Eldridge), MNRAS **447**, 2951 (2015).
8. Ибен (I. Iben), Astrophys.J. **143**, 483 (1966).
9. Константино и др. (T. Constantino, S.W. Campbell, W. Simon, J.C. Lattanzio, and A. van Duijneveldt), MNRAS, **456**, 3866 (2016).
10. Константино и др. (T. Constantino, S.W. Campbell, and J.C. Lattanzio), MNRAS **472**, 4900 (2017).
11. Лангер и др. (N. Langer, M. El Eid and K.J. Fricke), Astron. Astrophys. **145**, 179 (1985).
12. Пакстон и др. (B. Paxton, J. Schwab, E.B. Bauer, L. Bildsten, S. Blinnikov, P. Duffell, R. Farmer, J.A. Goldberg, P. Marchant, E. Sorokina, A. Thoul, R.H.D. Townsend, and F.X. Timmes), Astropys. J. Suppl. Ser. **234**, 34 (2018).

13. Пиетринферни и др. (A. Pietrinferni, S. Cassisi, M. Salaris, and F. Castelli), *Astrophys. J.* **642**, 797 (2006).
14. Раймерс (D. Reimers), *Problems in stellar atmospheres and envelopes* (Ed. B. Baschek, W. H. Kegel, G. Traving, New York: Springer-Verlag, 1975), p. 229.
15. Сайбурт и др. (R.H. Cyburt, A.M. Amthor, R. Ferguson, Z. Meisel, K. Smith, S. Warren, A. Heger, R.D. Hoffman, T. Rauscher, A. Sakharuk, H. Schatz, F.K. Thielemann, and M. Wiescher), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **189**, 240 (2010).
16. Самусь Н.Н., Казаровец Е.В., Дурлевич О.В., Киреева Н.Н., Пастухова Е.Н., *Астрон. журн.* **94**, 87 (2017) [N.N. Samus', E.V. Kazarovets, O.V. Durlevich, N.N. Kireeva, and E.N. Pastukhova, *Astron. Rep.* **61**, 80 (2017)].
17. Спруит (H.C. Spruit), 2015, *Astron. Astrophys.* **582**, L2 (2015).
18. Тамман и др. (G.A. Tammann, A. Sandage, and B. Reindl), *Astron. Astrophys.* **404**, 423 (2003).
19. Тэрнер и др. (D.G. Turner, G. David, M. Abdel-Sabour Abdel-Latif, and L.N. Berdnikov), *Publ. Astron. Soc. Pacific* **118**, 410 (2006).
20. Тэрнер и др. (D.G. Turner, I.S. Bryukhanov, I.I. Balyuk, A.M. Gain, R.A. Grabovsky, V.D. Grigorenko, I.V. Klochko, A. Kosa-Kiss, A.S. Kosinsky, I.J. Kushmar, V.T. Mamedov, N.A. Narkevich, A.J. Pogosyants, A.S. Semenyuta, I.M. Sergey, V.V. Schukin, J.B. Strigelsky, V.G. Tamello, D.J. Lane, and D.J. Majaess), *Publ. Astron. Soc. Pacific* **119**, 1247 (2007).
21. Тэрнер и др. (D.G. Turner, D. Forbes, D. English, P.J.T. Leonard, J.N. Scrimger, A.W. Wehlau, R.L. Phelps, L.N. Berdnikov, and E.N. Pastukhova), *MNRAS* **388**, 444 (2008).
22. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.* **39**, 829 (2013) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **39**, 746 (2013)].
23. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.*, **40**, 341 (2014) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **40**, 301 (2014)].
24. Фадеев (Yu.A. Fadeyev), *MNRAS* **449**, 1011 (2015).
25. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.* **44**, 673 (2018a) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **44**, 616 (2018a)].
26. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.* **44**, 851 (2018b) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **44**, 782 (2018b)].
27. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.* **45**, 403 (2019) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **45**, 353 (2019)].
28. Хервиг (F. Herwig), *Astron. Astrophys.* **360**, 952 (2000).
29. Хофмайстер и др. (E. Hofmeister, R. Kippenhahn, and A. Weigert), *Zeitschrift für Astrophys.* **60**, 57 (1964).