УСКОРЕНИЕ ИОНОВ ВО ФРОНТЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВИСТЛЕРОВ

© 2020 г. Г. Н. Кичигин^{1*}

¹Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия Поступила в редакцию 24.01.2020 г. После доработки 24.01.2020 г.; принята к публикации 26.05.2020 г.

Решена задача об ускорении ионов (протонов), набегающих на фронт нелинейного вистлера, для которого предполагается, что структура его электромагнитных полей известна и определена соотношениями, которые ранее получены автором. Установлена зависимость энергии, до которой ускоряются протоны, от угла между направлением распространения вистлера по отношению к направлению внешнего магнитного поля и от скорости вистлера. Полученные результаты применяются для случая околоземной бесстолкновительной ударной волны, предполагая, что фронт бесстолкновительной ударной волны до 45 кэВ и с такими энергиями оказываются перед фронтом бесстолкновительной ударной волны в области форшока. По мнению автора, эти энергичные протоны, рассеиваясь на колебаниях, существующих в форшоке, образуют перед фронтом бесстолкновительной волны популяцию так называемых диффузных ионов.

Ключевые слова: нелинейные вистлеры, ускорение ионов, магнитозвуковые ударные волны.

DOI: 10.31857/S0320010820060042

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается ускорение ионов во фронте установившихся нелинейных волн — вистлерах, распространяющихся под углом α ($\alpha \neq \pi/2$) к постоянному однородному магнитному полю в холодной бесстолкновительной плазме. Мы акцентируем основное внимание на волнах типа быстрого магнитного звука (БМЗ). которые при выполнении условия $\omega_{\mathrm{He}} \ll \omega_{\mathrm{pe}}$ имеют частоты $\omega_{\rm Hi} \ll \omega < \omega_{\rm He} \cos \alpha$ и длины волн порядка электронной инерционной длины $c/\omega_{
m pe}$ (здесь ω_{Hi} – ионная циклотронная, ω_{He} – электронная циклотронная, $\omega_{\rm pe}$ — электронная плазменная частоты, с – скорость света). В этом диапазоне частот БМЗ-волны имеют несколько названий: свистящие атмосферики, свисты, геликоны, вистлеры (Ахиезер и др., 1974; Гершман, Угаров, 1960). Мы эти волны будем называть вистлерами. Вистлеры проявляются достаточно часто во многих явлениях, имеющих место в замагниченной космической плазме. К примеру, вистлеры, возбуждаясь в околоземной плазме вследствие непрерывных грозовых разрядов в атмосфере Земли (Гершман, Угаров, 1960), постоянно регистрируются радиоприемниками на Земле. Другой пример – в последнее время установлено, что вистлеры играют существенную роль в формировании структуры бесстолкновительных ударных волн (БУВ) (Балог, Труман, 2013), в частности, это относится и к околоземной БУВ (Вилсон III, 2016; Красносельских и др., 2002).

Как следует из результатов работы (Саффман, 1961), для установившихся нелинейных вистлеров, бегущих в бесстолкновительной, холодной, замагниченной плазме строго вдоль силовых линий внешнего магнитного поля, волновое магнитное поле имеет две, сравнимые по величине, поперечные к направлению движения волны компоненты, а вектор магнитного поля вистлера вращается вокруг оси, вдоль которой движется волна. Модуль магнитного поля вистлера в пространстве имеет вид уединенной волны - солитона. Характерный пространственный масштаб вистлера-солитона, бегущего строго вдоль магнитного поля, $\sim c/\omega_{\rm p}$, его максимальная скорость на порядок величины превышает альфвеновскую скорость в невозмущенной плазме, а амплитуда поперечных компонент волнового магнитного поля вистлера при максимальных его скоростях на порядок величины превышает значение внешнего магнитного поля. Как показано в работе (Кичигин, 2018а), аналогичную структуру имеют вистлеры, бегущие под углом к магнитному полю.

^{*}Электронный адрес: king@iszf.irk.ru

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим задачу о динамике ионов, попадающих во фронт вистлера-солитона, который движется со скоростью U_0 в бесстолкновительной, холодной, замагниченной электрон-протонной плазме под углом α к внешнему стационарному магнитному полю величиной В. Все рассмотрение ведем в системе отсчета, связанной с движущимся вистлером. Предполагаем, что ускоряемыми ионами являются протоны, движение которых считаем нерелятивистским. Ограничимся одномерным случаем, т.е. положим, что все переменные величины зависят только от координаты x. В невозмущенной волной плазме внешнее однородное магнитное поле имеет компоненты $B_{x0} = B \cos \alpha \equiv B_0 = \text{const}$ и $B_{z0} = B \sin \alpha$. Полагая, что число ускоряемых ионов очень мало, воспользуемся одночастичным приближением, и тогда движение протонов будет описываться уравнением

$$m_i d\mathbf{v}_i / dt = e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}] / c.$$

Здесь **Е**, **В** – векторы электрического и магнитного полей; \mathbf{v}_i , m_i , e – вектор скорости, масса и заряд протонов соответственно.

Введем безразмерные величины. Безразмерное время обозначим как $au = \omega_q t$, где $\omega_q =$ $= eB/(c_{\sqrt{m_em_i}})$ (m_e – масса электрона); безразмерные величины компонент магнитного поля, нормированные на величину B, обозначим как h(с соответствующим индексом); обозначим как ${\cal E}$ компоненту электрического поля E_x , нормированную на В; х-, у- и z-компоненты скоростей частиц, нормированные на величину VA, обозначим соответственно как s, v и w (здесь $V_A =$ $= B/\sqrt{4\pi n_0 m_i}$ – скорость альфвеновских волн в невозмущенной плазме, имеющей плотность n_0). Используем следующие обозначения для безразмерных параметров: альфвеновское число Maxa $M = U_0/V_A$, $h_0 = B_0/B = \cos \alpha$, корень из отношения массы протона к массе электрона обозначим как $\mu = \sqrt{m_i/m_e}$.

Для величин электрического и магнитного полей вистлеров, движущихся под углом к направлению внешнего постоянного магнитного поля, будем использовать решения, полученные в работе (Кичигин, 2018а), согласно которым компоненты полей зависят от переменной τ и выражаются формулами

$$\mathcal{E} = (V_A/c)[(\mu - 1/\mu)4\lambda^3 \operatorname{sech}^2(\lambda\tau) \operatorname{th}(\lambda\tau)/M + (1) + h_0 h_{z0} h_y/M],$$

$$h_z(\tau) = 2\lambda \cos\beta \operatorname{sech}(\lambda\tau). \qquad (2)$$

$$h_{z}(\tau) = 2\lambda \cos\beta \operatorname{sech}(\lambda\tau), \qquad (2)$$

$$h_{y}(\tau) = 2\lambda \sin\beta \operatorname{sech}(\lambda\tau),$$

в которых время au связано с координатой x соотношением

$$x = (c/\omega_{\rm pe})[M\tau - 2\lambda \operatorname{th}(\lambda\tau)/M],$$
$$\lambda = \sqrt{M^2 - h_0^2(\mu + \mu^{-1})^2/4},$$
$$\beta = \beta(\tau) = (\mu^2 - 1)h_0/(2\mu)\tau.$$

Число Маха вистлера имеет ограниченный интервал возможных значений:

$$(\mu + 1/\mu)h_0/2 < M < (\mu + 1/\mu)h_0/\sqrt{2}$$

Отметим, что минимальное значение числа Маха для нелинейного вистлера ($M_{\min} = (\mu + 1/\mu)h_0/2$) равно максимальной скорости линейных вистлеров, которая, согласно дисперсионному уравнению (Карпман, 1973)

$$\omega = [kV_A/(2A^{1/2})][(1+h_0)^2 + k^2c^2h_0^2/(A\omega_{\rm pi}^2)]^{1/2} + [(1-h_0)^2 + k^2c^2h_0^2/(A\omega_{\rm pi}^2)]^{1/2},$$

достигается при волновом числе $k = \omega_{\rm pe}/c$ (здесь $A = 1 + k^2 c^2 / \omega_{\rm pe}^2$).

На рис. 1 для косого ($\alpha \approx 72$) нелинейного вистлера приведены компоненты полей, графики которых мы ограничили только положительными значениями переменной τ . Считаем, что поля на отрезке $0 < \tau < 1$ (рис. 1) относятся к фронту вистлера. Мы будем также в дальнейшем полагать, что профиль фронта вистлера, изображенный на рис. 1, это и есть профиль фронта БУВ, где величины компонент полей значительно превышают величины полей в невозмущенной плазме.

С учетом формул (1) и (2) для компонент полей вистлера уравнения движения в безразмерном виде примут вид

$$ds/d\tau = (1 - 1/\mu^2)(4\lambda^3/M) \operatorname{sech}^2(\lambda\tau) \operatorname{th}(\lambda\tau) + (3) + h_0 h_{z0} h_y/(\mu M) + (v h_z - w h_y)/\mu,$$
$$dv/d\tau = (s h_z - M h_{z0} - w h_0)/\mu, \qquad (4)$$

$$dw/d\tau = (vh_0 - sh_y)/\mu.$$
(5)

Система уравнений (3)–(5) решалась методом Рунге–Кутта. Результаты решения представлены на рис. 2 и 3. Для удобства представления результатов численных расчетов мы ввели вспомогательную переменную Т, которая равна сумме всех отрезков времени τ , относящихся ко всем этапам рассматриваемой нами динамики протонов как во фронте вистлера, так и вдали от него (в невозмущенной волной плазме). Как следует из численных расчетов, мизерная часть протонов, попадающих во фронт вистлера и имеющих небольшие скорости, оказывается захваченной точно также, как



Рис. 1. Зависимости компонент полей вистлера от переменной au для параметров M = 7.33, $\alpha \approx 72^{\circ}$ ($h_0 = 0.3$).



Рис. 2. Зависимости компонент скорости и энергии EN от времени T для параметров $M = 7.33, \alpha \approx 72^{\circ}, h_0 = 0.3.$

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 46 № 6 2020



Рис. 3. Зависимость максимальной энергии протонов от параметра $h_0(a)$ и от альфвеновского числа Маха M(6). Здесь EN — энергия протонов, нормированная на энергию протонов, движущихся со скоростью волны; E — энергия протонов (в кэВ) в форшоке околоземной БУВ.

это происходит в случае магнитозвуковых БУВ (ветка БМЗ) (Сагдеев, 1964; Шапиро, Усер, 2003; Кичигин, 2001, 2018б). Такой захват протонов демонстрируется на рис. 2, где приведены зависимости от времени всех трех компонент скорости и энергии протонов EN, нормированной на энергию протонов, движущихся со скоростью волны. Как видно на рис. 2, протоны захвачены на отрезке времени $T_f < T < T_a$, где $T_f \approx 270$, $T_a \approx 715$, на котором их энергия EN монотонно растет, а все

компоненты скорости периодически изменяются со временем, причем частота осцилляций скорости вдоль оси x много больше, чем частота колебаний компонент скорости по осям y и z.

Качественная картина движения протона во фронте вистлера и вдали от него, следующая из рис. 2, выглядит следующим образом. На достаточно большом расстоянии от фронта, где влияние полей вистлера несущественно, движение протонов (в системе отсчета вистлера) — это дрейф в скрещенном магнитном B и электрическом $E_y = U_0 B \sin \alpha/c$ полях, который описывается формулами

$$s = s_0 - b \sin \alpha [1 - \cos(T/\mu)],$$

$$v = v_0 + b \sin(T/\mu),$$
 (6)

$$w = w_0 - b \cos \alpha [1 - \cos(T/\mu)],$$

где s_0, v_0, w_0 – начальные значения компонент скорости протона (при T = 0), $b = w_0 \cos \alpha + (s_0 + s_0)$ $(+M)\sin\alpha$. Зависимости скоростей от времени, описываемые этими формулами и следующими из численных расчетов, приведенных на рис. 2, практически совпадают. Как следует из этих формул, протоны невозмущенной плазмы, имеющие небольшие начальные величины компонент скоростей $v_0 \approx w_0 \approx 0$, $|s_0| < 1 < M$, будут дрейфовать из невозмущенной плазмы по направлению к вистлеру (так как s < 0). Такой дрейф на отрезке времени $0 < T < T_f$ мы видим на рис. 2, где протон в момент времени T_f, приблизившись к фронту вистлера, попадает под влияние его сильных полей. Начиная с этого момента, поведение компонент скорости указывает на то, что протоны, входящие с малой скоростью в электромагнитное поле вистлера, на некоторое время становятся захваченными. Это те протоны, которые попадают в область фронта с фазами, близкими к $T/\mu = 2\pi n$, где n == 0, 1, ..., и для которых, как видно из формул (6), компоненты скоростей малы. На рис. 2 протоны захватываются примерно при $T_f \approx 2\pi\mu \approx 270$. Здесь, во фронте вистлера, по оси x на протон действуют две силы: сила за счет х-компоненты электрического поля и сила $(vh_z - wh_u)$. При некоторых условиях совместное действие этих сил приводит к захвату протонов, аналогично тому, как это происходит в магнитозвуковых БУВ (Сагдеев, 1964; Кичигин, 2001, 2018б).

Пока протоны захвачены, они подвергаются ускорению вдоль оси y под действием компоненты электрического поля $E_y = U_0 B_{z0}/c$. Такой процесс ускорения захваченных ионов впервые был обнаружен в магнитозвуковых БУВ (Сагдеев, 1964) и называется серфотронным механизмом ускорения (см., например, Шапиро, Усер, 2003; Кичигин, 1995, 2001, 2009, 20186). Из рис. 2 следует, что как только компонента скорости v становится отрицательной, процесс захвата и ускорения

прекращается, а протоны удаляются от фронта вистлера в положительном направлении оси x. После выхода из захвата (при $T_a \approx 715$) движение протонов, покинувших окрестности фронта вистлера, - это снова движение в скрещенном магнитном *B* и электрическом $E_y = U_0 B_{z0}/c$ полях. Так как *z*-составляющая скорости при выходе из захвата имеет значительную скорость (см. рис. 2), так что b < 0, то согласно (6), дрейф протонов здесь происходит в положительном направлении оси x (так как s > 0). Период колебаний протонов на дрейфующих участках траектории протонов (на рис. 2 при $0 < T < T_f$ и $T > T_a$) равен $eB/(m_i c)$. Аналогично тому, как это происходит в магнитозвуковых БУВ (Кичигин, 2009, 2018б), усредненная по этому периоду траектория вышедших из захвата протонов лежит в плоскости *x*-*z* и определяется средними значениями компонент их скорости: *s* = $= s_0 - b \sin \alpha, v = 0, w = w_0 - b \cos \alpha$, где $s_0, w_0 - b \cos \alpha$ начальные значения компонент скорости протонов в момент выхода из захвата. По терминологии работы (Кичигин, 2018б) эти протоны относятся к категории отраженных от фронта.

Как видно на рис. 2, *х*-компонента скорости захваченных протонов относительно мала и, усредненная по колебаниям, имеет нулевую величину. Используя этот факт, систему уравнений (3)–(5) можно решить аналитически так же, как это сделано в работах (Кичигин, 2009, 20186). Действительно, полагая s = 0, уравнения (4) и (5) имеют решения

$$v = M \operatorname{tg} \alpha \sin \Omega (T - T_f),$$

$$w = M \operatorname{tg} \alpha [1 - \cos \Omega (T - T_f)],$$

где $\Omega = h_0/\mu$, и в момент захвата протонов принято, что $T = T_f$ и $v \approx w \approx 0$. Энергия протонов достигает максимального значения $EN_{\max} = 4 \text{ tg}^2 \alpha$ в момент времени T_a , для которого выполняются соотношения $T_a - T_f \approx \pi/\Omega$, v = 0, $w = 2M \text{ tg} \alpha$. Все значения величин скоростей и энергий, полученные из приведенных аналитических решений, совпадают с величинами, полученными в наших численных расчетах, представленных на рис. 2 и 3. На рис. 3 приведены зависимости энергии EN от параметров h_0 (рис. 3а) и M (рис. 36) соответственно.

На рис. 3, учитывая значения параметров плазмы и электромагнитных полей перед магнитосферой Земли, приведена также зависимость от параметров h_0 и M энергии протонов E, ускоренных во фронте околоземной БУВ, предполагая, что ударный фронт БУВ имеет форму нелинейного вистлера. Мы считаем, что убедительным обоснованием такого предположения могут служить выводы работы (Красносельских и др., 2002), в которой

455

показано, что нелинейные вистлеры играют существенную роль в формировании фронта сильных БУВ.

Как следует из рис. 3, энергия Е ускоренных протонов перед околоземной БУВ достигает 45 кэВ. По нашему мнению, эти энергичные протоны, попадая в область, находящуюся перед фронтом околоземной БУВ и рассеиваясь на колебаниях, присутствующих в этой области, образуют популяцию так называемых диффузных ионов. Характеристика этой популяции протонов, следующая из анализа измерений параметров плазмы на космических аппаратах в области форшока околоземной БУВ и приведенная во многих работах, в частности, в работе (Ока и др., 2005; цитата из этой работы: "Diffuse ions feature a very broad angular distribution characterized by relatively flat energy spectra extending up to at least 40 keV..."), является надежным подтверждением наших заключений.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- Решена задача об ускорении протонов, набегающих на фронт нелинейного вистлера, для которого предполагается, что структура его электромагнитных полей известна и определена формулами, которые ранее получены автором.
- Показано, что протоны, попавшие из невозмущенной плазмы во фронт вистлера с малыми величинами компонент скорости (в системе волны), на некоторое время оказываются захваченными во фронте. В процессе захвата под действием так называемого серфотронного механизма ускорения протоны набирают значительную энергию.
- Найдена зависимость энергии, до которой ускоряются протоны, от угла между направлением распространения вистлера по отношению к направлению внешнего магнитного поля и от скорости вистлера.
- Применяя полученные результаты к случаю околоземной БУВ, установлено, что энергия ускоренных протонов перед околоземной БУВ достигает 45 кэВ. По мнению автора, эти энергичные протоны, попадая в область,

находящуюся перед фронтом околоземной БУВ и рассеиваясь на колебаниях, присутствующих в этой области, образуют популяцию так называемых диффузных ионов. Характеристики этой популяции, следующие из анализа измерений параметров плазмы на космических аппаратах и следующие из нашей модели, весьма похожи.

Работа выполнена в рамках проекта II.16.1.3 программы фундаментальных научных исследований СО РАН II.16.1 по приоритетному направлению II.16.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ахиезер А.И., Ахиезер И А., Половин Р.В. и др., Электродинамика плазмы (под ред. А.И. Ахиезера, М.: Наука, 1974).
- 2. Балог, Тройман (A. Balogh and R.A. Treumann), *Physics of Collisionless Shocks* (Springer Science Business Media, New York, 2013.doi:10.1007/978-1-4614-6099-2).
- 3. Вилсон III (L.B. Wilson III), Low Frequency Waves at and Upstream of Collisionless Shocks. Low Frequency Waves in Space Plasmas (GMS-216)-AGU-2016, 2016, p. 269–292).
- 4. Гершман Б.И., Угаров В.А., Успехи физ. наук **LXXII**, 235 (1960).
- 5. Карпман В.И., *Нелинейные волны в диспергиру*ющих средах (М.: Наука, 1973).
- 6. Кичигин Г.Н., ЖЭТФ **108**, 1342 (1995).
- 7. Кичигин Г.Н., ЖЭТФ **119**, 1038 (2001).
- Кичигин Г.Н., Письма Астрон. журн. 35, 295 (2009) [G.N. Kichigin, Astron. Lett. 35, 261 (2009)].
- 9. Кичигин Г.Н., Солнечно-земная физика 4, 28 (2018а); doi: 10.12737/szf-41201803.
- 10. Кичигин Г.Н., Солнечно-земная физика **4**, 23 (20186); doi: 10.12737/szf-44201803.
- Красносельских и др. (V.V. Krasnoselskikh, et al.), Phys. Plasmas 9, 1192 (2002); doi: 10.1063/1.1457465.
- 12. Ока и др. (М. Oka, Т. Terasawa, Y. Saito, and T. Mukai), J. Geophys. Res. **110**, A05101 (2005); doi:10.1029/2004JA010688.
- 13. Сагдеев Р.З., *Вопросы теории плазмы*. Т. 4 (М.: Атомиздат, 1964), с. 20.
- 14. Саффман (P.G. Saffman), J. Fluids Mech. 11, 16 (1961).
- 15. Шапиро, Усер (V.D. Shapiro and D. User), Planet. Space Sci. **51**, 665 (2003).