ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2020, том 46, № 7, с. 494–504

ВНУТРЕННЯЯ СТРУКТУРА СТРУЙНЫХ ВЫБРОСОВ ИЗ МОЛОДЫХ ЗВЕЗД, МОДЕЛИРУЕМЫХ НА УСТАНОВКАХ ПЛАЗМЕННОГО ФОКУСА

В. С. Бескин[1,2*], И. Ю. Калашников[3]

[1] *Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия*

[2] *Московский физико-технический институт (Государственный университет), Долгопрудный, Россия*

[3] *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15.04.2020 г.
После доработки 26.05.2020 г.; принята к публикации 26.05.2020 г.

Лабораторное моделирование струйных выбросов из молодых звезд, проводимых уже много лет на установках плазменного фокуса, позволяет в деталях исследовать внутреннюю структуру активных областей, возникающих при взаимодействии струйного выброса с окружающей плазмой. В работе найден новый широкий класс решений уравнений идеальной магнитной гидродинамики, описывающий замкнутые осесимметричные стационарные течения, которые, по-видимому, и реализуются в активных областях. Показано, что такие течения хорошо воспроизводят внутреннюю структуру плазменных выбросов, наблюдаемых при лабораторном моделировании астрофизических струйных выбросов.

Ключевые слова: численное моделирование, джеты из молодых звезд.

DOI: 10.31857/S0320010820070025

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время при исследовании процессов, происходящих в космосе, все большую роль начинает играть лабораторное моделирование. Действительно, несмотря на то, что характерные длины и временные масштабы лабораторных экспериментов на много порядков меньше, чем у реальных астрофизических источников, они могут быть легко масштабированы для астрофизических ситуаций в случае, если и те, и другие подчиняются законам идеальной магнитной гидродинамики (МГД). Это связано с тем, что уравнения МГД не имеют собственного масштаба, и поэтому они могут описывать как лабораторные, так и астрофизические течения (Рютов и др., 2000).

Перевод же исследований астрофизических объектов в лабораторию имеет ряд несомненных преимуществ. Прежде всего в лабораторной плазме можно легко варьировать параметры течений, что чрезвычайно важно для проверки предсказаний теоретических моделей. Далее, временные рамки лабораторных экспериментов невелики, и поэтому можно легко следить за динамикой происходящих процессов, тогда как отслеживание динамики реальных астрофизических явлений может занять многие десятилетия. Кроме того, лабораторные эксперименты в принципе могут быть полностью диагностированы, тогда как диагностика реальных астрофизических объектов в значительной степени ограничена.

Одним из таких направлений лабораторных исследований является моделирование астрофизических струйных выбросов (джетов). Поскольку в большинстве случаев при этом реализуются нерелятивистские течения, речь здесь может идти лишь о джетах из молодых звезд (Сурдин, 2001; Боденхаймер, 2011). Напомним, однако, что такие струйные выбросы наблюдаются у самых разных космических источников: от блазаров, активных ядер галактик и, предположительно, гамма-всплесков до микроквазаров и молодых звезд (см., например, Бескин, 2005). Джеты в этих объектах имеют масштабы от мегапарсек (активные ядра галактик) до долей парсека (молодые звезды), а скорости течений — от ультрарелятивистских, с лоренцфактором в несколько десятков, до нерелятивистских (у молодых звезд) значений. При этом струйные выбросы позволяют естественным способом сбросить избыточный угловой момент “центральной машины” (черной дыры, молодой звезды) и аккреционного вещества, что и позволяет, например, молодой звезде сжаться до необходимых размеров. Также необходимо отметить, что практически во всех случаях основное энерговыделение осуществ-

[*] Электронный адрес: beskin@lpi.ru

ляется в т.н. активных областях, где сверхзвуковой выброс взаимодействует с окружающей средой; у нерелятивистских струйных выбросов из молодых звезд они были впервые открыты как объекты Хербига-Аро (Хербиг, 1950; Аро, 1950).

Сейчас известно уже более шестисот молодых звезд, у которых наблюдаются струйные выбросы (Арс и др., 2007; Рей и др., 2007). Их активные области представляют собой яркие конденсации размером в несколько угловых секунд (линейный размер порядка 500–1000 а.е.), обычно окруженные яркой диффузной оболочкой. Как уже отмечалось, скорость струйных выбросов превышает скорость звука в веществе джета. Поэтому за счет взаимодействия сверхзвукового струйного выброса с внешней средой неизбежно появляется ударная волна (МакКи, Острайкер, 2007).

Понятно, что вопрос взаимодействия струйного выброса с межзвездным газом всегда находился в центре внимания. Уже в 80–90-х годах прошлого века удалось смоделировать возникновение ударных волн при взаимодействии сверхзвукового джета с окружающей средой, а также в целом выяснить роль радиационных процессов (Норман и др., 1982; Блонден и др., 1990; Стоун, Норман, 1993). Впоследствии для анализа процессов нагрева и излучения на ударных волнах в расчеты были включены все основные процессы ионизации и рекомбинации (Рага и др., 2007). Была также воспроизведена сложная многокомпонентная структура "головных частей" (Стоун, Харди, 2000; Хансен и др., 2017), и даже смоделировано взаимодействие струйного выброса с боковым ветром (Кайдич, Рага, 2007) (см. также обзор Франка и др., 2014). Значительное количество работ по численному моделированию было связано и с анализом результатов, полученных на экспериментальных установках (Чиарди, 2010; Бокки, 2013). При этом во всех численных экспериментах магнитное поле действительно играло определяющую роль, позволяя воспроизвести основные морфологические свойства наблюдаемых течений.

Что же касается лабораторного моделирования, то в настоящее время в мире насчитывается уже около десятка установок, на которых проводится лабораторное моделирование астрофизических джетов (Чиарди и др., 2009; Сузуки и др., 2012; Хуарте-Эспиноза и др., 2012; Альбертацци и др., 2014; Беляев и др., 2018; Беллан, 2018; Лебедев и др., 2019; Лавин, Ю, 2019). При этом запуск струи был реализован как с использованием технологии Z-пинча (установка MAGPIE в Имперском колледже, Великобритания и установка в Корнельском университете, США), так и благодаря взаимодействию сверхмощного лазерного импульса с мишенью (установка LULI-2 в Политехнической Школе, Франция, установки в университете Рочестера, США и в ЦНИИМаш, Россия), а также на установках, в которых использовалась технология плазменного ускорителя (Калифорнийский Технологический Институт и Вашингтонский Университет, США).

Еще одно перспективное направление лабораторных исследований струйных выбросов связано с технологией плазменного фокуса. Эти работы были начаты несколько лет назад в НИЦ "Курчатовский Институт" на установке ПФ-3 (Крауз и др., 2015; Митрофанов и др., 2017; Крауз и др., 2018), а затем были продолжены в Институте физики плазмы и лазерного синтеза (установка PF-1000, Варшава) и на установке КПФ-4 "Феникс" в Сухумском физико-техническом институте (Крауз и др., 2017). Здесь также накоплен большой объем данных, касающихся внутренней структуры плазменного выброса. Это стало возможным благодаря достаточно большим размерам выброса, позволяющим проводить как прямые зондовые измерения внутренней структуры магнитных полей, так и непосредственное измерение скоростией течения плазмы.

Отметим, что еще одной важной особенностью экспериментов на установках плазменного фокуса является то обстоятельство, что движение плазменного выброса осуществляется не в вакууме, а во внешней среде, причем такое движение происходит со сверхзвуковой скоростью. Это факт позволяет моделировать в лаборатории взаимодействие реальных астрофизических джетов с межзвездным газом, которое, как уже отмечалось, также осуществляется в сверхзвуковом режиме. Кроме того, возможность проследить эволюцию плазменного выброса на расстояниях порядка одного метра (т.е. в десятки раз больших, чем его поперечный размер) дает уникальную возможность понять причину устойчивости джетов.

Наконец, подчеркнем еще одно важное обстоятельство. В отличие от многих других лабораторных экспериментов, на установках плазменного фокуса реализуется не квазистационарная цилиндрическая конфигурация, а уединенный плазменный выброс. Но, согласно астрофизическим наблюдениям (Рейпарт и др., 2002; Хансен и др. 2017), нерелятивистские струйные выбросы из молодых звезд действительно распадаются на отдельные фрагменты (все они теперь называются течениями Хербига-Аро). Возможность напрямую исследовать структуру подобных течений является еще одним преимуществом лабораторных исследований, основанных на технологии плазменного фокуса. В результате удалость прояснить многие вопросы, касающиеся стабилизирующей роли магнитного поля, а также динамики нагрева и охлаждения газа в активных областях.

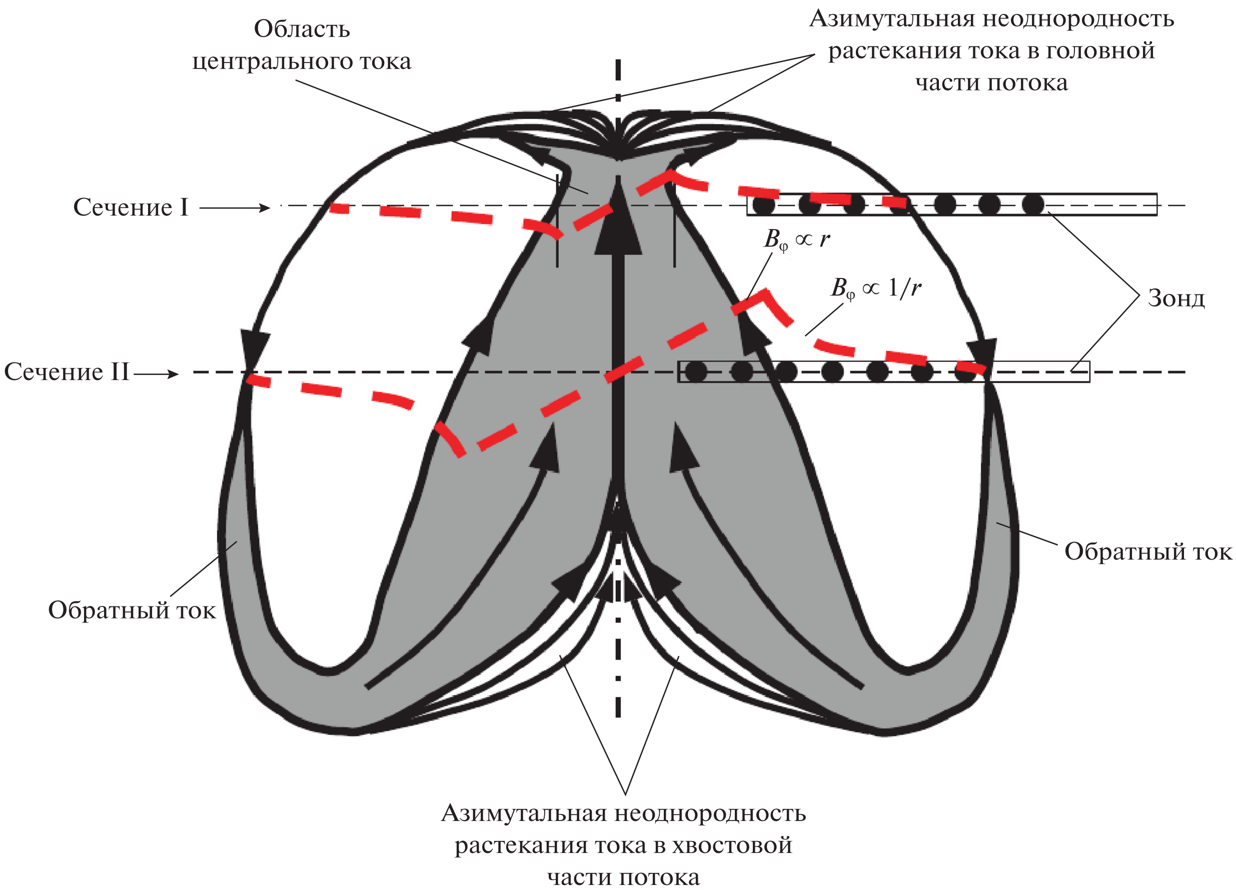

Рис. 1. Внутренняя структура плазменного выброса, воспроизведенная на основе результатов, полученных на установке КПФ-4 “Феникс” (Крауз и др., 2019). Штриховой линией показана структура тороидального магнитного поля, стрелками — схема циркуляции токов; пунктирными линиями — радиальное распределение тороидального магнитного поля в плазменном потоке $B_\varphi(r)$ в его центральной части и на периферии. Показано также два положения магнитного зонда в позициях I и II.

На рис. 1 показана характерная форма плазменного выброса, построенная по данным магнитозондовых измерений на установке КПФ-4 “Феникс” (Крауз и др., 2019). В этом эксперименте проведены измерения радиального распределения тороидального магнитного поля с помощью многоканального магнитного зонда, состоящего из витковых катушек с расстояниями между центрами катушек 5–6 мм. В этом случае сигналы с катушек будут зависеть от того, в какой части плазменного потока в данный момент располагается зонд. Так, для случая позиции I часть катушек находится в магнитном поле центрального тока вне зоны его протекания, а часть — за зоной протекания обратного тока, где магнитное поле равно нулю. В сечении II показан случай, когда часть катушек находится в области протекания осевого тока и соответственно нарастающего с радиусом магнитного поля, а оставшаяся часть — вне центрального тока, в области спадающего с радиусом магнитного поля. Анализ сигналов в различные моменты времени позволил определить радиусы протекания как центрального, так и обратного токов для различных условий эксперимента и построить феноменологическую модель плазменного сгустка.

Как мы видим, выброс представляет собой квази-тороидальное течение, в центре коротого, согласно прямым зондовым измерениям тороидального магнитного поля (штриховая линия), протекает продольный электрический ток. При этом поперечный размер головной части оказывается заметно меньше, чем его тыловая часть. Особенно следует отметить характерную воронку в головной части выброса, которая наблюдается как в лабораторных экспериментах, так иногда и в реальных астрофизических источнниках. Объяснению такой структуры (соответствующей именно течениям Хербига-Аро, а не цилиндрическим струйным выбросам) и посвящено настоящее исследование. Иными словами, ниже будет построено решение уравнений идеальной магнитной гидродинамики, описывающих тороидальный замагниченный плазменный выброс, движущийся в покоящейся среде.

Нахождение самосогласованной конфигурации уединенного плазменного выброса имеет значение и для численного моделирования распространения лабораторных и астрофизических джетов. Дело в том, что обычно при таком моделировании в качестве начальных условий задается непрерывный поток, натекающий в окружающую среду с нижней границы расчетной области (Беляев и др., 2018). При этом характерная фрагментарная структура джетов молодых звезд получается благодаря некому накладываемому периодическому возмущению изначально однородного потока (Тесилену и др., 2012). Поскольку в лабораторных условиях, как правило, мы имеем дело с уединенным выбросом, то для корректного задания начальных условий нужно знать не только гидродинамические характеристики такого выброса, но и структуру магнитного поля, надлежащий подбор которой является нетривиальной задачей. Решение вышеизложенной задачи может помочь при выборе подходящих начальных условий для моделирования лабораторных джетов и, как мы надеемся, течений Хербига-Аро.

В первой части работы мы напоминаем основные положения, которые лежат в основе метода уравнения Грэда—Шафранова, описывающего стационарные осесимметричные течения в рамках приближения идеальной магнитной гидродинамики. Во второй части сформулирован новый широкий класс решений этого уравнения, описывающий замкнутые стационарные течения. При этом мы ограничимся случаем дозвукового течения, поскольку интересующее нас взаимодействие плазменного выброса с внешней средой осуществляется вдоль контактной поверхности именно в этом режиме. Третья часть посвящена моделированию внутренней структуры плазменного выброса, реализуемого на установке плазменного фокуса. В Заключении обсуждаются возможные астрофизические приложения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основные уравнения

Напомним прежде всего основные положения метода уравнения Грэда-Шафранова, который позволяет в рамках идеальной магнитной гидродинамики описывать осесимметричные стационарные конфигурации на языке одного уравнения второго порядка на функцию магнитного потока $\Psi(r,z)$, содержащего в общем случае пять интегралов движения, т.е. пять величин, сохраняющихся на магнитных поверхностях. Впервые полная версия такого уравнения, включающая в себя все пять интегралов движения, была сформулирована Л.С. Соловьевым в 1963 г. в третьем томе знаменитой серии сборников “Вопросы теории плазмы”. Понятно, что в большинстве случаев при описании плазменных конфигураций, обсуждаемых в связи с проблемой удержания горячей плазмы, использовалась классическая версия (Шафранов, 1957; Грэд, 1960), соответствующая статическим конфигурациям ($\mathbf{v}=0$) и содержащая поэтому лишь два интеграла движения (Лао и др., 1981; Атанасиу и др., 2004; Дуез, Матис, 2010). Впрочем, в последние годы стали появляться работы, в которых полная версия обсуждалась и в связи с лабораторным экспериментом (Соннеруп и др., 2004; Гуаззотто, Хамейри, 2014; Лопес, Гуаззотто, 2017). Что же касается астрофизических приложений, то полная версия уравнения Грэда—Шафранова оказалась чрезвычайно полезной при исследовании трансзвуковых течений в окрестности нейтронных звезд и черных дыр (Блендфорд, Пейн, 1982; Хейвертс, Норман, 1989; Пеллетье, Пудриц, 1992; Бескин, 2005). Фактически, это направление было основным методом исследования магнитосфер компактных астрофизических объектов в течение нескольких десятилетий, пока его не вытеснили численные методы.

Прежде всего запишем соотношения, определяющие электромагнитные поля и скорость среды через интегралы движения

$$\mathbf{B}=\frac{\nabla\Psi\times\mathbf{e}_\varphi}{2\pi r}-\frac{2I}{rc}\mathbf{e}_\varphi, \tag{1}$$

$$\mathbf{E}=-\frac{\Omega_\mathrm{F}}{2\pi c}\nabla\Psi, \tag{2}$$

$$\mathbf{v}=\frac{\eta_\mathrm{n}}{\rho}\mathbf{B}+\Omega_\mathrm{F}r\mathbf{e}_\varphi. \tag{3}$$

Здесь $\rho=m_\mathrm{p}n$ есть плотность среды, I есть полный ток в пределах данной магнитной трубки[1], а η_n есть отношение потока вещества к потоку магнитного поля. При выводе соотношения (3) использовалось уравнение вмороженности $\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B}/c=0$.

Благодаря уравнению Максвелла $\nabla\cdot\mathbf{B}=0$ и уравнению непрерывности $\nabla\cdot(\rho\mathbf{v})=0$, получаем

$$\eta_\mathrm{n}=\eta_\mathrm{n}(\Psi), \tag{4}$$

т.е. величина $\eta_\mathrm{n}(\Psi)$ является интегралом движения. Так же сохраняющиеся на магнитных поверхностях плотность потока энергии (интеграл Бернулли) E_n и момента импульса L_n запишутся в виде

$$E_\mathrm{n}(\Psi)=\frac{\Omega_\mathrm{F}I}{2\pi c\eta_\mathrm{n}}+\frac{v^2}{2}+w, \tag{5}$$

$$L_\mathrm{n}(\Psi)=\frac{I}{2\pi c\eta_\mathrm{n}}+v_\varphi r. \tag{6}$$

[1] Знак “минус” введен для того, чтобы ток I был положительным.

Здесь w есть удельная энтальпия, определяемая из термодинамического соотношения $\mathrm{d}P = \rho \mathrm{d}w - nT\mathrm{d}s$. Еще двумя инвариантами будут угловая скорость $\Omega_{\mathrm{F}}(\Psi)$ (условие эквипотенциальности магнитных поверхностей) и энтропия $s(\Psi)$. При этом мы в дальнейшем будем измерять температуру в энергетических единицах; в этом случае энтропия s становится безразмерной.

Введенные выше определения позволяют определить продольный ток I и тороидальную скорость v_φ как

$$\frac{I}{2\pi} = c\eta_{\mathrm{n}} \frac{L_{\mathrm{n}} - \Omega_{\mathrm{F}} r^2}{1 - \mathcal{M}^2}, \tag{7}$$

$$v_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\Omega_{\mathrm{F}} r^2 - L_{\mathrm{n}} \mathcal{M}^2}{1 - \mathcal{M}^2}, \tag{8}$$

где

$$\mathcal{M}^2 = \frac{4\pi\eta_{\mathrm{n}}^2}{\rho} \tag{9}$$

есть квадрат альфвеновского числа Маха ($\mathcal{M}^2 = v_{\mathrm{p}}^2/V_{\mathrm{A,\,p}}^2$, где $V_{\mathrm{A,\,p}} = B_{\mathrm{p}}/(4\pi\rho)^{1/2}$ — альфвеновская скорость[2]) а r — цилиндрическая координата. Что же касается самой величины $\mathcal{M}^2$, то она в рамках рассматриваемого здесь подхода должна определяться из уравнения Бернулли (5), которое с учетом алгебраических соотношений (7) и (8) может быть записано как

$$\frac{\mathcal{M}^4}{64\pi^4\eta_{\mathrm{n}}^2} (\nabla\Psi)^2 = 2r^2(E_{\mathrm{n}} - w) - \tag{10}$$
$$- \frac{(\Omega_{\mathrm{F}} r^2 - L_{\mathrm{n}}\mathcal{M}^2)^2}{(1 - \mathcal{M}^2)^2} - 2r^2\Omega_{\mathrm{F}} \frac{L_{\mathrm{n}} - \Omega_{\mathrm{F}} r^2}{1 - \mathcal{M}^2}.$$

Напомним, что в уравнении (10) удельная энтальпия w должна рассматриваться как функция энтропии s, а также числа Маха $\mathcal{M}^2$ и интеграла η_{n}. Соответствующая связь имеет вид

$$\nabla w = c_{\mathrm{s}}^2 \left(2\frac{\nabla\eta_{\mathrm{n}}}{\eta_{\mathrm{n}}} - \frac{\nabla\mathcal{M}^2}{\mathcal{M}^2}\right) + \tag{11}$$
$$+ \left[\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_n + \frac{T}{m_{\mathrm{p}}}\right] \nabla s.$$

В частности, для политропного уравнения состояния

$$P = K(s)\rho^\Gamma, \tag{12}$$

когда для $\Gamma \neq 1$ имеем просто

$$w = \frac{c_{\mathrm{s}}^2}{(\Gamma - 1)}, \tag{13}$$

можно получить явное выражение

$$w(s, \mathcal{M}^2, \eta_{\mathrm{n}}) = \frac{\Gamma K(s)}{\Gamma - 1} \left(\frac{4\pi\eta_{\mathrm{n}}^2}{\mathcal{M}^2}\right)^{\Gamma-1}. \tag{14}$$

Отметим, что зависимость $K(s)$ должна иметь при этом вполне определенную форму (см., например, Зельдович и др., 1981):

$$K(s) = K_0 e^{(\Gamma-1)s}, \tag{15}$$

которая также будет использоваться в дальнейшем. В результате уравнение Бернулли позволяет выразить квадрат числа Маха через функцию потока Ψ и пять интегралов движения

$$\mathcal{M}^2 = \mathcal{M}^2[\Psi; E_{\mathrm{n}}(\Psi), L_{\mathrm{n}}(\Psi), \tag{16}$$
$$\Omega_{\mathrm{F}}(\Psi), \eta_{\mathrm{n}}(\Psi), s(\Psi)].$$

Наконец, условие баланса сил в направлении, перпендикулярном магнитным поверхностям (мы будем называть его обобщенным уравнением Грэда—Шафранова), может быть записано в виде (Хейвертс, Норман, 1989; Бескин, 2005)

$$\frac{1}{16\pi^3\rho}\nabla_k \left(\frac{1 - \mathcal{M}^2}{r^2}\nabla^k\Psi\right) + \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}\Psi} + \tag{17}$$
$$+ \frac{\Omega_{\mathrm{F}} r^2 - L_{\mathrm{n}}}{1 - \mathcal{M}^2}\frac{\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{F}}}{\mathrm{d}\Psi} + \frac{1}{r^2}\frac{\mathcal{M}^2 L_{\mathrm{n}} - \Omega_{\mathrm{F}} r^2}{1 - \mathcal{M}^2}\frac{\mathrm{d}L_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}\Psi} +$$
$$+ \left(2E_{\mathrm{n}} - 2w + \frac{1}{r^2}\frac{\Omega_{\mathrm{F}}^2 r^4 - 2\Omega_{\mathrm{F}} L_{\mathrm{n}} r^2 + \mathcal{M}^2 L_{\mathrm{n}}^2}{1 - \mathcal{M}^2}\right) \times$$
$$\times \frac{1}{\eta_{\mathrm{n}}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\mathrm{n}}}{\mathrm{d}\Psi} - \frac{T}{m_{\mathrm{p}}}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\Psi} = 0.$$

Так как величина $\mathcal{M}^2$, согласно (16), есть теперь известная функция магнитного потока Ψ, уравнение (17) является замкнутым уравнением, позволяющим определять форму магнитных поверхностей.

Подчеркнем еще раз основное свойство рассматриваемого здесь подхода, которое и делает его в определенных случаях наиболее привлекательным. Дело в том, что после решения уравнения (17), т.е. после нахождения функции $\Psi(r, z)$ (а значит, и структуры полоидального поля), все остальные величины могут быть определены из алгебраических, хотя и неявных, уравнений (7)—(9). Тем самым в некоторых случаях оказывается возможным получать важную информацию о свойствах течений на основе анализа лишь достаточно простых алгебраических соотношений, не прибегая к решению нелинейного дифференциального уравнения (17).

Уравнение Грэда—Шафранова

Напомним теперь, как в рамках общего подхода происходит переход от уравнения (17) к уравнению

[2] Так как мы здесь везде рассматриваем только осесимметричные конфигурации, основную роль играют лишь полоидальные компоненты всех векторов.

Грэда—Шафранова, т.е. к уравнению, описывающему статические конфигурации ($\mathbf{v} = 0$). Для этого положим сначала в уравнении (17) $\Omega_{\rm F} = 0$ и $\eta_{\rm n} = \text{const}$. Это уже позволит избавиться от двух достаточно громоздких членов. Далее, переходим к пределам $\eta_{\rm n} \to 0$ (т.е. $\mathcal{M}^2 \to 0$) и $L_{\rm n} \to \infty$, так что при этом

$$I(\Psi) = 2\pi c\eta_{\rm n} L_{\rm n}(\Psi) = O(1). \tag{18}$$

В этом случае интеграл Бернулли запишется просто как $E_{\rm n} = w$.

Умножив теперь уравнение (17) на $16\pi^3 r^2\rho$, раскрывая при этом произведение $\mathcal{M}^2 L_{\rm n}$ как $4\pi\eta_{\rm n}^2 L_{\rm n}/\rho$ и используя термодинамическое соотношение $\mathrm{d}P = \rho \mathrm{d}w - nT\mathrm{d}s$, получаем окончательно в цилиндрических координатах (r, φ, z):

$$\Psi_{rr} - \frac{\Psi_r}{r} + \Psi_{zz} + 16\pi^2 I\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}\Psi} + \\ + 16\pi^3 r^2\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\Psi} = 0. \tag{19}$$

Как мы видим, уравнение Грэда—Шафранова требует задания лишь двух интегралов движения $I(\Psi)$ и $P(\Psi)$. В подключении же уравнения Бернулли (которое оказывается тождественно выполненным) теперь уже нет необходимости.

Понятно, что уравнение Грэда—Шафранова (19) достаточно хорошо изучено (Ландау, Лифшиц, 1982), и для простейших линейных зависимостей

$$I(\Psi) = a\Psi, \quad P(\Psi) = b\Psi + P_0, \tag{20}$$

когда оно становится линейным

$$\Psi_{rr} - \frac{\Psi_r}{r} + \Psi_{zz} + 16\pi^2 a^2\Psi + 16\pi^3 br^2 = 0, \tag{21}$$

были получены аналитические решения. В частности, хорошо известно цилиндрическое решение уравнения (19) при $P(\Psi) = \text{const}$

$$\Psi(r) = krJ_1(kr), \tag{22}$$

приводящее к хрестоматийной зависимости полей B_φ и B_z от r

$$B_\varphi(r) = B_0 J_1(kr), \quad B_z(r) = B_0 J_0(kr). \tag{23}$$

Здесь $J_0(x)$ и $J_1(x)$ — функции Бесселя, и мы положили $k = 4\pi a$. Ниже мы будем использовать очевидное двумерное обобщение этого решения

$$\Psi(r, z) = Ck_1 rJ_1(k_1 r) \times \\ \times \cos(k_2 z + \phi_0) - \frac{\pi b}{a^2}r^2, \tag{24}$$

где C и ϕ_0 — произвольные константы. Как легко проверить, выражение (24) действительно является решением уравнения (21) при выполнении условия

$$\sqrt{k_1^2 + k_2^2} = 4\pi a. \tag{25}$$

НОВЫЙ КЛАСС РЕШЕНИЙ ДЛЯ НЕНУЛЕВОЙ СКОРОСТИ

К сожалению, следует сразу отметить, что рассмотренное выше решение — речь здесь, конечно же, на самом деле идет о некотором базисе, по которому можно разложить любое решение уравнения (21) — не может быть использовано для анализа внутренней структуры плазменного выброса, распространяющегося во внешней среде. Это связано с тем, что магнитные поверхности являются изобарическими ($P = \text{const}$), и поэтому такое решение (в системе покоя выброса) не может быть пришито к внешнему обтекающему потоку, в котором давление вдоль границы не является постоянным.

Покажем, однако, что рассмотренное выше семейство решений уравнения (24) имеет гораздо более широкую область применимости. Оказывается, это семейство остается базисом и для более сложной задачи, в которой все пять интегралов не равны нулю. Чтобы показать это, вновь умножим уравнение (17) на $16\pi^3 r^2\rho$ и рассмотрим предел $\mathcal{M}^2 \ll 1$, соответствующий дозвуковому течению. Тогда после перегруппировки слагаемых получаем:

$$r^2\nabla_k\left(\frac{1}{r^2}\nabla^k\Psi\right) + \\ + 16\pi^3\rho\mathcal{M}^2\left(L_{\rm n}\frac{\mathrm{d}L_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi} + L_{\rm n}^2\frac{1}{\eta_{\rm n}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi}\right) + \\ + 16\pi^3 r^2\rho\left(\frac{\mathrm{d}E_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi} + 2E_{\rm n}\frac{1}{\eta_{\rm n}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi} - \Omega_{\rm F}\frac{\mathrm{d}L_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi} - \right. \\ \left. - L_{\rm n}\frac{\mathrm{d}\Omega_{\rm F}}{\mathrm{d}\Psi} - 2\Omega_{\rm F}L_{\rm n}\frac{1}{\eta_{\rm n}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi}\right) + \\ + 16\pi^3 r^4\rho\left(\Omega_{\rm F}\frac{\mathrm{d}\Omega_{\rm F}}{\mathrm{d}\Psi} + \Omega_{\rm F}^2\frac{1}{\eta_{\rm n}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi}\right) - \\ - 16\pi^3 r^2\rho\left(2w\frac{1}{\eta_{\rm n}}\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm n}}{\mathrm{d}\Psi} + \frac{T}{m_{\rm p}}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\Psi}\right) = 0. \tag{26}$$

Поскольку коэффициент перед скобкой во втором слагаемом благодаря условию (9) не содержит явно плотность $\rho = \rho(\mathcal{M}^2, \Psi)$, оно может быть оставлено в уравнении Грэда—Шафранова при условии, что второе слагаемое будет линейно по Ψ. Что же касается остальных слагаемых, то для линейности уравнения все они должны быть положены нулю. В результате мы приходим к следующим общим соотношениям между интегралами движения, при которых обобщенное уравнение Грэда—Шафранова оказывается линейным:

$$\Omega_{\rm F}(\Psi) = \frac{\Omega_0}{\eta_{\rm n}(\Psi)}; \qquad \Omega_0 = \text{const}, \tag{27}$$

$$L_{\rm n}(\Psi) = \frac{A}{\eta_{\rm n}(\Psi)}\Psi + \frac{C}{\eta_{\rm n}(\Psi)}; \quad A, C = \text{const}, \tag{28}$$

$$E_{\rm n}(\Psi) = \frac{E_0}{\eta_{\rm n}^2(\Psi)} + \Omega_{\rm F}(\Psi)L_{\rm n}(\Psi); \quad (29)$$
$$E_0 = {\rm const},$$
$$s(\Psi) = s_0 - 2C_{\rm p}\ln\eta_{\rm n}(\Psi), \quad s_0 = {\rm const}. \quad (30)$$

В последнем уравнении мы учли упомянутые выше термодинамические соотношения для политропного уравнения состояния, для которого теплоемкость $C_{\rm p} = \Gamma/(\Gamma-1)$. При этом мы в дальнейшем всегда будем полагать $C = 0$, поскольку угловой момент $L_{\rm n}$ должен быть равен нулю на оси вращения ($\Psi = 0$): $L_{\rm n}(0) = 0$.

В результате уравнение Грэда—Шафранова вновь запишется в виде

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + 64\pi^4A^2\Psi = 0, \quad (31)$$

т.е. базис его решения не изменится. В свою очередь уравнение Бернулли, определяющее величину квадрата числа Маха $\mathcal{M}^2$ (а вместе с ней и все остальные параметры течения), принимает вид (ср. Гуаззотто, Хамейри, 2014)

$$\mathcal{M}^4\left[\frac{(\nabla\Psi)^2}{64\pi^4\eta_{\rm n}^2r^2} + \frac{L_{\rm n}^2}{r^2}\right] = 2(E_{\rm n} - \Omega_{\rm F}L_{\rm n}) - \quad (32)$$
$$- 2w(\mathcal{M}^2, \eta_{\rm n}, s) + r^2\Omega_{\rm F}^2,$$

где удельная энтальпия $w(\mathcal{M}^2, \eta_{\rm n}, s)$ задается соотношением (14). При выводе уравнения (32) мы вновь везде, где можно, перешли к пределу $\mathcal{M}^2 \ll \ll 1$.

В заключение этого раздела отметим еще одно интересное обстоятельство. Если выбрать интегралы движения в виде:

$$\eta_{\rm n}(\Psi) = \eta_0 e^{\sigma\Psi}, \quad (33)$$
$$\Omega_{\rm F}(\Psi) = \Omega_0 e^{-\sigma\Psi}, \quad (34)$$
$$L_{\rm n}(\Psi) = \frac{A}{\eta_0}\Psi e^{-\sigma\Psi}, \quad (35)$$
$$E_{\rm n}(\Psi) = E_0 e^{-2\sigma\Psi} + \Omega_{\rm F}(\Psi)L_{\rm n}(\Psi), \quad (36)$$
$$s(\Psi) = s_0 - 2C_{\rm p}\sigma\Psi, \quad (37)$$

где σ может иметь любой знак, то в уравнении Бернулли все слагаемые будут содержать фактор $e^{-2\sigma\Psi}$. Это следует как из самого вида интегралов, так и из явного выражения (14) для удельной энтальпии w и условия $K(s) = K_0 e^{(\Gamma-1)s}$ (15). В результате имеем после сокращений:

$$\mathcal{M}^4\left[\frac{(\nabla\Psi)^2}{64\pi^4\eta_0^2r^2} + \frac{A^2\Psi^2}{\eta_0^2r^2}\right] = \quad (38)$$
$$= 2E_0 - 2\frac{\Gamma K_0(4\pi\eta_0^2)^{\Gamma-1}}{(\Gamma-1)(\mathcal{M}^2)^{\Gamma-1}} + r^2\Omega_0^2.$$

Соответственно для температуры T в этом случае получаем $T = T_0 e^{-2\Gamma\sigma\Psi}$.

Здесь нужно сделать еще одно очень важное замечание. Как хорошо известно (Хейвертс, Норман, 1989; Соннеруп и др., 2004), при отбрасывании малого слагаемого $\mathcal{M}^2$ в первом члене уравнения Грэда—Шафранова (17) следует соблюдать осторожность, поскольку именно благодаря этому слагаемому уравнение Грэда—Шафранова становится гиперболическим и в области $\mathcal{M}^2 < 1$, а именно в области, где полоидальная скорость $v_{\rm p}$ заключена в пределах $V_{\rm cusp,\,p} < v_{\rm p} < c_{\rm s}$. Здесь

$$V_{\rm cusp,\,p} = \frac{c_{\rm s}V_{\rm A,p}}{(c_{\rm s}^2 + V_{\rm A}^2)^{1/2}} \quad (39)$$

есть так называемая касповая скорость, и мы рассматриваем случай $c_{\rm s} < V_{\rm A}$. Поэтому к условию применимости эллиптического уравнения (31) $\mathcal{M}^2 \ll 1$ следует также добавить условие

$$v_{\rm p} \ll V_{\rm cusp,\,p}. \quad (40)$$

Качественно же условия, при которых рассмотренное нами приближение остается справедливым, можно получить непосредственно из соотношения (38). Действительно, так как уравнение (31) является линейным, потенциал Ψ (а вместе с ним и магнитное поле) можно сделать сколь угодно большим. С другой стороны, согласно уравнению Бернулли (38), квадрат числа Маха $\mathcal{M}^2$ обратно пропорционален Ψ, так что при достаточно больших магнитных полях число Маха всегда можно сделать сколь угодно малым. Соответственно при достаточно большом магнитном поле становится большой и касповая скорость.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Теперь мы можем перейти к нашей основной цели — построению решения, описывающего внутреннюю структуру плазменного выброса, реализуемого на установке КПФ-4 "Феникс". Для этого естественно перейти в систему отсчета, в которой плазменный выброс покоится. Тогда задача сводится к определению формы контактного разрыва, разделяющего плазменный выброс и натекающий поток плазмы, на котором выполнено условие равенства полных давлений. При этом решение во внутренней области сводится к нахождению коэффициентов C_k, ϕ_k в разложении

$$\Psi(r, z) = \sum_k C_k kr J_1(kr)\cos(k_2 z + \phi_k), \quad (41)$$

где теперь

$$k_2 = \sqrt{64\pi^4A^2 - k^2}. \quad (42)$$

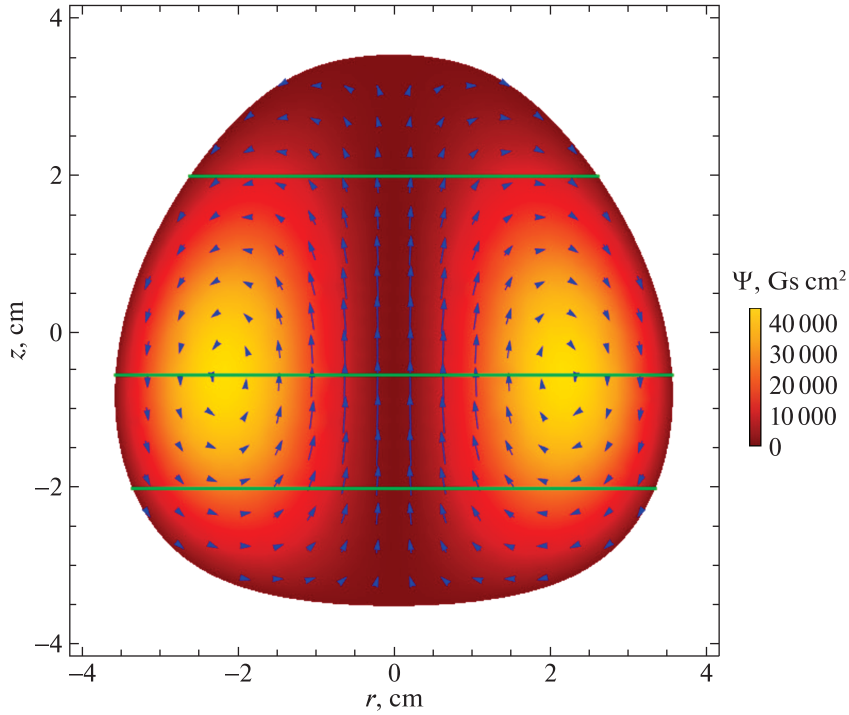

Рис. 2. Структура течения в пределах плазменного выброса. Стрелками показаны величины скоростей $\mathbf{v}$. В ту же сторону направлено и полоидальное магнитное поле $\mathbf{B}$, а плотность электрического тока $\mathbf{j}$ направлена в противоположную сторону. Цветом обозначена величина потенциала $\Psi(r,z)$. Показаны также три сечения, которые используются на последующих рисунках.

При построении решения входящие параметры выбирались таким образом, чтобы они в наибольшей степени соответствовали лабораторному эксперименту. Поэтому внешняя среда моделировалась однородным гидродинамическим течением (концентрация частиц $n_{\rm e} = 2\times 10^{16}$ см$^{-3}$, скорость $v_z = -100$ км/с). Остальные же параметры выбирались так, чтобы поперечный размер струйного выброса, как и при лабораторном моделировании, составлял несколько сантиметров. Наконец, для полного замыкания тока на внешней границе плазменного выброса мы, согласно (7), положили $\Omega_0 = 0$. Отметим, что благодаря этому условию в пределе $\mathcal{M}^2 \ll 1$ мы получаем

$$I = 2\pi c\eta_{\rm n}(\Psi)L_{\rm n}(\Psi), \qquad (43)$$

так что электрический ток вновь оказывается интегралом движения. А это означает, что электричесикий ток $\mathbf{j}_{\rm p}$ будет течь вдоль магнитных силовых линий. При этом его направление, благодаря знаку “минус” в формуле (1), будет противоположно направлению магнитного поля.

В результате оказалось, что для определения структуры плазменного выброса, на границе которого выполнено условие баланса полных давлений с натекающим течением, с хорошей точностью можно ограничиться лишь пятью решениями (24) линейного уравнения (21). Их параметры приведены в табл. 1. Они соответствуют следующим величинам, определяющим интегралы движения (все величины в СГС): $\eta_0 = 1.137\times 10^{-5}$ г/(см^2 с Гс), $A = 0.0159$ 1/см, $E_0 = 7\times 10^{11}$ см^2/с^2, и $K_0 = 2\times$ $\times 10^{15}$. Величину σ удобно представить в долях Ψ_0: $\sigma = 0.4/\Psi_0$. Наконец, показатель политропы выбирался как для одноатомного газа: $\Gamma = 5/3$.

На рис. 2 показаны форма плазменного выброса и распределение скоростей течения $\mathbf{v}$ в пределах выброса. Согласно соотношениям (3) и (43), в ту же сторону направлено и магнитное поле $\mathbf{B}$, а плотность электрического тока $\mathbf{j}$ направлена в противоположную сторону. Цветом обозначена величина потенциала $\Psi(r,z)$. Показаны также три сечения, которые используются на последующих рисунках.

Мы видим, что найденное нами решение действительно хорошо воспроизводит основные морфологические характеристики — увеличение ширины плазменного выброса в его тыльной части, наличие характерной “воронки” в головной части. При этом, как показано на рис. 3, при указанном

Таблица 1. Параметры решений (24) линейного уравнения (21) для $\Psi_0 = 2.4\times 10^4$ Гс см^2

k	2.1	0.9	0.8	0.2	0.1
ϕ_0	0.0	0.0	1.0	1.2	1.7
C/Ψ_0	1.0	0.3	0.4	0.5	0.6

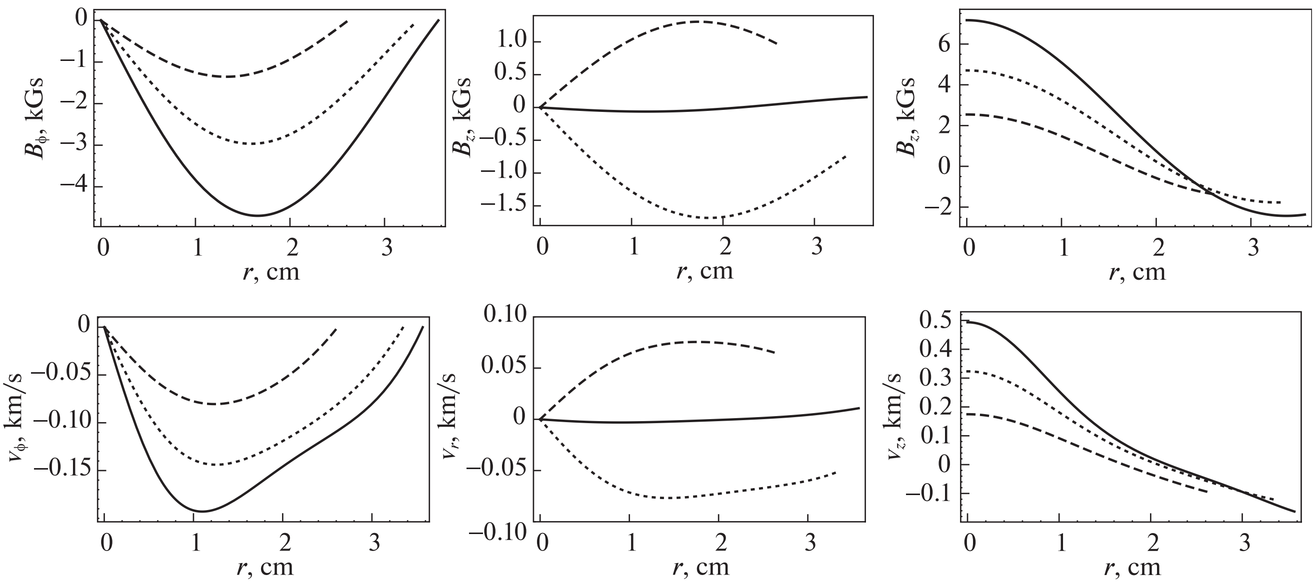

Рис. 3. Радиальные распределения магнитного поля (верхняя строка) и скорости (нижняя) на различной высоте: сплошная линия соответствует высоте $z = -0.55$ см (средняя линия на рис. 2, на которой достигается максимальная плотность), штриховая — уровню $z = 2$ см, а пунктирная — уровню $z = -2$ см.

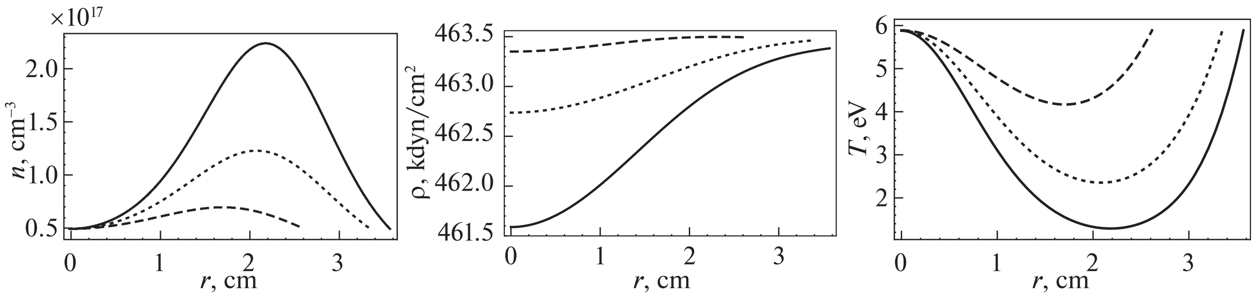

Рис. 4. Радиальные распределения концентрации, давления и температуры на различной высоте: сплошная линия соответствует высоте $z = -0.55$ см (высота максимума плотности), штриховая — высоте $z = 2$ см, а пунктирная — высоте $z = -2$ см.

выборе интегралов хорошо воспроизводится и поперечное распределение тороидального магнитного поля B_φ (левый рисунок в верхней строке). Здесь различные кривые соответствуют различной высоте: сплошная линия высоте $z = -0.55$ см (среднее сечение на рис. 2, на которой достигается максимумы потенциала Ψ и плотности), штриховая — высоте $z = 2$ см, а пунктирная — высоте $z = -2$ см. Что же касается остальных компонент магнитного поля, а также структуры самого течения, то их сравнение с данными эксперимента еще предстоит провести в будущем.

Далее, на рис. 4 показаны радиальные распределения концентрации, давления и температуры на различной высоте. Наконец, на рис. 5 и рис. 6 (также для трех сечений) показаны значения квадрата альфвеновского числа Маха $\mathcal{M}^2$, а также сравнение полоидальной скорости $v_{\rm p}$ и касповой скорости $V_{\rm cusp}$ (39). Как мы видим, условия $\mathcal{M}^2 \ll \ll 1$ и $v_{\rm p} \ll V_{\rm cusp}$ действительно выполняются с большим запасом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в нашей работе был найден новый широкий класс решений обобщенного уравнения Грэда—Шафранова, позволяющий описывать осесимметричные стационарные дозвуковые течения. На его основе была определена внутренняя структура плазменного выброса, наблюдаемого при лабораторном моделировании нерелятивистских джетов на установке КПФ-4 "Феникс".

Конечно, следует подчеркнуть, что внутренняя структура плазменного выброса была найдена лишь в некотором ограниченном классе решений уравнения Грэда—Шафранова. Поэтому рассмотренный здесь подход не претендует на универсальность. С другой стороны, сам факт того, что уравнение Грэда—Шафранова линеаризуется на достаточно широком классе интегралов движения (одна свободная функция $\eta_{\rm n}(\Psi)$ и четыре константы A, $\Omega_{\rm F}$, E_0 и K_0), уже можно рассматривать как независимый важный результат нашей работы.

Вместе с тем оказалось, что даже такая упрощенная модель хорошо воспроизводит основные

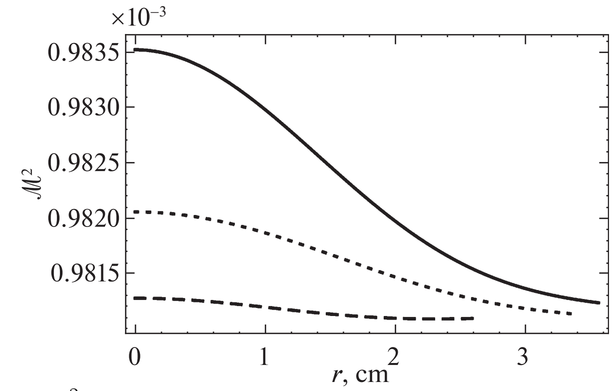

Рис. 5. Квадрат числа Маха $\mathcal{M}^2$ на различных высотах: сплошная линия соответствует высоте $z = -0.55$ см, штриховая — высоте $z = 2$ см, а пунктирная — высоте $z = -2$ см.

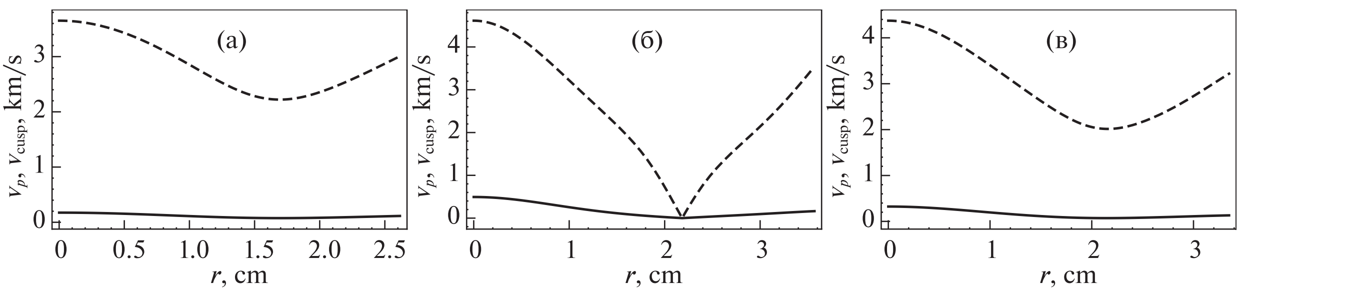

Рис. 6. Сравнение полоидальной скорости v_p (сплошная линия) и касповой V_{cusp} (штриховая линия) на разных высотах: (а) $z = 2$ см, (б) $z = -0.55$ см, (в) $z = -2$ см.

морфологические характеристики плазменного выброса — увеличение его ширины в тыльной части, а также наличие характерной “воронки” в головной части. Соответственно естественным образом нашло свое объяснение и наличие узкого токового канала вблизи оси выброса (см. рис. 3). В дальнейшем было бы чрезвычайно полезно проверить пространственное распределение и других параметров (скорости, плотности, температуры), которые в настоящий момент еще недоступны для прямых измерений. Еще одним интересным результатом нашего рассмотрения можно считать вывод о том, что в пределах плазменного выброса неизбежно должно возникнуть циркуляционное движение плазмы.

Наконец, еще раз подчеркнем, что полученное решение можно использовать в качестве начального условия при моделировании распространения выброса в плазмофокусных установках. Также, возможно, аналогичный метод можно применить для нахождения самосогласованных конфигураций объектов Хербига-Аро и последующего численного расчета их движения в окружающей среде.

Что же касается астрофизических приложений, то здесь следует сразу отметить, что построенное выше решение может быть рассмотрено лишь как первое приближение. Дело в том, что в рамках идеальной магнитной гидродинамики невозможно последовательно описать ни процессы диссипативного нагрева, ни процессы излучения, которые играют заметную роль в астрофизических источниках. Тем не менее даже такая простая модель позволила воспроизвести основные морфологические свойства течений, в том числе и характерную воронку в головной части выброса. Подробное рассмотрение всех этих вопросов, естественно, выходило за рамки настоящей работы.

Авторы выражают признательность К.П. Зыбину и В.И. Краузу за стимулирующее обсуждение. Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 18-29-21006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альбертацци и др. (B. Albertazzi, A. Ciardi, M. Nakatsutsumi, et al.), Science **346**, 325 (2014).
2. Арс и др. (H.G. Arce, D. Shepherd, F. Gueth, C.-F. Lee, R. Bachiller, A. Rosen, and H. Beuther), in *Molecular Outflows in Low- and High-Mass Star-forming Regions. Protostars and Planets V*, B. Reipurth, D. Jewitt, and K. Keil (eds.), University of Arizona Press, Tucson, 2007, p. 245–260.
3. Аро (G. Haro), Astron. J. **55**, 72 (1950).
4. Атанасиу и др. (C.V. Atanasiu, S. Günter, K. Lackner, and I.G. Miron), Phys. Plasmas, **11**, 3510 (2004).
5. Беллан (P.B. Bellan), J. Plasma Phys. **84**, 755840501 (2018).
6. Беляев В.С., Бисноватый-Коган Г.С., Громов А.И. и др., Астрон. журн. **95**, 1 (2018).

7. Бескин В.С., *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005).
8. Блендфорд, Пейн (R.D. Blandford and D.G. Payne), MNRAS **199**, 883 (1992).
9. Блонден и др. (J.M. Blondin, B.A. Fryxell, and A. Königl) Astrophys. J. **360**, 370 (1990).
10. Боденхаймер (P.H. Bodenheimer), Principles of Star Formation (Heidelberg:Springer, 2011).
11. Бокки и др. (M. Bocchi, B. Ummels, J.P. Chittenden, S.V. Lebedev, A. Frank, and E.G. Blackman), Astrophys. J. **767**, 84 (2013).
12. Грэд (H. Grad), Rev. Mod. Phys. **32**, 830 (1960).
13. Гуаззотто, Хамейри (L. Guazzotto and E. Harmeiri), Phys. Plasmas **21**, 022512 (2014).
14. Дуез, Матис (V. Duez and S. Mathis), Astron. Astrophys. **517**, A58 (2010).
15. Зельдович Я.Б., Блинников С.И., Шакура Н.И., Физические основы строения и эволюции звезд (М.: Изд-во МГУ, 1981).
16. Кайдич, Рага (P. Kajdič and A.C. Raga), Astrophys. J. **670**, 1173 (2007).
17. Крауз и др. (V. Krauz, V. Myalton, V. Vinogradov, E. Velikhov, S. Ananyev, S. DanTko, Yu. Kalinin, A. Kharrasov, K. Mitrofanov, and Yu. Vinogradova), 42nd EPS Conference on Plasma Physics **39E**, 4.401 (2015).
18. Крауз и др. (V.I. Krauz, V.V. Myalton, V.P. Vinogradov, and E.P. Velikhov), J. of Physics: Conf. Series **907**, 012026 (2017).
19. Крауз и др. (V.I. Krauz, V.S. Beskin, and E.P. Velikhov), Int. J. Mod. Phys. D **27**, 1844009 (2018).
20. Крауз В.И., Митрофанов К.Н., Войтенко Д.А., Астапенко Г.И., Марколия А.И., Тимошенко А.П., Астрон. журн. **96**, 156 (2019).
21. Лавин, Ю (E.S. Lavine and S. You), Phys. Rev. Lett. **123**, 145002 (2019).
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
23. Лебедев и др. (S.V. Lebedev, A. Frank, and D.D. Ryutov), Rev. Mod. Phys. **91**, 025002 (2019).
24. Лао и др. (L.L. Lao, S.P. Hirshman, and R.M. Wieland), Phys. Fluids **24**, 1431 (1981).
25. Лопес, Гуаззотто (O.E. Lopez and L. Guazzotto), Phys. Plasmas **24**, 032501 (2017).
26. МакКи, Острайкер (Ch.F. McKee and E.C. Ostriker), Ann. Rev. Astron. Astrophys. **45**, 565 (2007).
27. Митрофанов К.Н., Крауз В.И., Мялтон В.В., Виноградов В.П., Харрасов А.М., Виноградова Ю.В., Астрон. журн. **94**, 152 (2017).
28. Норман и др. (M.L. Norman, K.-H. Winkler, L. Smarr, and M.D. Smith), Astron. Astrophys. **113**, 285 (1982).
29. Пеллетье, Пудриц (G. Pelletier and R.E. Pudritz), Astrophys. J. **394**, 117 (1992).
30. Рага и др. (A.C. Raga, F. de Colle, P. Kajdič, A. Esquivel, and J. Cantó), Astron. Astrophys. **465**, 879 (2007).
31. Рей и др. (T. Ray, C. Dougados, F. Bacciotti, J. Eislöffel, and A. Chrysostomou), *Toward Resolving the Outflow Engine: An Observational Perspective. Protostars and Planets V* (Ed. B. Reipurth, D. Jewitt, K. Keil, Univer. Arizona Press, Tucson, 2007), p. 231–244.
32. Рейпарт и др. (B. Reipurth, S. Heathcote, J. Morse, P. Hartigan, and J. Bally), Astron. J. **123**, 362 (2002).
33. Рютов и др. (D.D. Ryutov, M.S. Derzon, and M.K. Matzen), Rev. Mod. Phys. **72**, 167 (2000).
34. Соловьев Л.С., *Вопросы теории плазмы* (под. ред. М.А. Леонтовича, М.: Атомиздат, 1963), т. 3, с. 245.
35. Соннеруп и др. (B.U.Ã.Sonnerup, H. Hasegawa, W.-L. Teh, and L.-N. Hau), J. Geophys. Res. **111**, A09204 (2004).
36. Стоун, Норман (J.M. Stone and M.L. Norman), Astrophys. J. **413**, 210 (1993).
37. Стоун, Харди (J.M. Stone and Ph.E. Hardee), Astrophys. J. **540**, 192 (2000).
38. Сузуки и др. (F. Suzuki-Vidal, M. Bocchi, S.V. Lebedev, G.F. Swadling, G. Burdiak, S.N. Bland, P. de Grouchy, G.N. Hall, et al.), Phys. Plasmas **19**, 022708 (2012).
39. Сурдин В.Г., *Рождение звезд* (М.: УРСС, 2001).
40. Тесилену и др. (O. Teşileanu, A. Mignone, S. Massaglia, and F. Bacciotti), Astrophys. J. **746**, 96 (2012).
41. Франк и др. (A. Frank, T.P. Ray, S. Cabrit, P. Hartigan, H.G. Arce, F. Bacciotti, J. Bally, M. Benisty, J. Eislöffel, M. Güdel, S. Lebedev, B. Nisini, and A. Raga), *Protostars and Planets VI* (Ed. H. Beuther, R.S. Klessen, C.P. Dullemond, Th. Henning, Univer. Arizona Press, Tucson **914**, 451, 2014).
42. Хансен и др. (E.C. Hansen, A. Frank, P. Hartigan, and S.V. Lebedev), Astrophys. J. **837**, 143 (2017).
43. Хейвертс, Норман (J. Heyvaerts and J. Norman), Astrophys. J. **347**, 1055 (1989).
44. Хербиг (G.H. Herbig), Astrophys. J. **111**, 11 (1950).
45. Хуарте-Эспиноза и др. (M. Huarte-Espinosa, A. Frank, E.G. Blackman, A. Ciardi, P. Hartigan, S.V. Lebedev, and J.P. Chittenden), Astrophys. J. **757**, 66 (2012).
46. Чиарди (A. Ciardi), *Jets from Young Stars IV* (Ed. P.J. Valente Garcia, J.M. Ferreira, Lecture Notes in Physics, Springer-Verlag, Berlin **793**, 31, 2010).
47. Чиарди и др. (A. Ciardi, S.V. Lebedev, A. Frank, F. Suzuki-Vidal, G.N. Hall, S.N. Bland, A. Harvey-Thompson, E.G. Blackman, et al.), Astrophys. J. **691**, L147 (2009).
48. Шафранов В.Д., ЖЭТФ **33**, 710 (1957).