

ЭВОЛЮЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ЗОН ПЛАНЕТ В ПЛАНЕТЕЗИМАЛЬНЫХ ДИСКАХ

© 2021 г. Т. В. Демидова^{1*}, И. И. Шевченко^{2,3}

¹Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

³Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 16.08.2021 г.

После доработки 20.10.2021 г.; принята к публикации 02.11.2021 г.

Проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезимальных дисков с планетами в системах одиночных звезд. С высокой точностью численно определены времена T_{cl} расчистки планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ (отношения масс планеты и звезды), отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны. В зависимости $T_{cl}(\mu)$ выявлено присутствие диффузионных компонент $\propto \mu^{-6/7}$ и $\propto \mu^{-2}$. Полученные результаты обсуждаются и интерпретируются в свете существующих аналитических теорий, основанных на критерии перекрытия резонансов средних движений, а также в сравнении с предыдущими численными подходами к проблеме.

Ключевые слова: планетные хаотические зоны, остаточные диски, планетезимальные диски, динамический хаос, планетезимали.

DOI: 10.31857/S0320010821110012

ВВЕДЕНИЕ

Присутствие планеты (планет) в остаточном планетезимальном диске существенно влияет на распределение вещества в диске. Резонансы средних движений с планетой формируют внутри диска кольцеобразные полости, свободные от вещества (Уиздом, 1980; Демидова, Шевченко, 2016). Возмущения со стороны планет могут формировать границы диска, как внешние, так и внутренние, в зависимости от конфигурации системы (Уайят и др., 1999; Квиллен, 2006; Су и др. 2013, Родигас и др., 2014).

Наиболее исследованным на сегодня фактором структурирования планетезимального диска является образование *планетной хаотической зоны*. Как впервые установил Уиздом (1980), перекрытие резонансов средних движений первого порядка приводит к образованию кольцеобразной хаотической зоны в радиальной окрестности орбиты планеты. Радиальные размеры хаотической зоны планеты на круговой орбите оценены теоретически и численно в работах Уиздома (1980), Дункана и др. (1989), Мальхотры (1998), Чианга и др. (2009). Оценки размеров получены и в случае планетной орбиты с ненулевым эксцентриситетом (Квиллен,

Торндайк, 2002; Кюхнер, Хольман, 2003; Квиллен, Фабер, 2006).

В работе Моррисон и Мальхотры (2015) исследована долговременная динамика планетезималей внутри и вблизи хаотической зоны планеты на круговой орбите. Оценены размеры хаотической зоны планеты произвольной массы и характерное время расчистки этой зоны от частиц вследствие их ухода из зоны и аккреции на планету. Зависимость радиального размера хаотической зоны от массового параметра μ (отношения масс планеты и звезды) численно-экспериментально изучена и уточнена в работе Демидовой и Шевченко (2020), где показано, что данная зависимость имеет ступенчатый характер, обусловленный отделением резонансов от планетной хаотической зоны при варьировании массового параметра μ .

Как отмечено в работе Моррисон и Мальхотры (2015), знание динамической временной шкалы расчистки определяет нижний предел для массы планеты, что обеспечивает независимые от астрофизических оценок ограничения на массы экзопланет, непосредственно наблюдаемых в системах с остаточными дисками (debris disks); с успехом этот предел можно использовать и для оценки снизу масс еще не обнаруженных планет, исходя из структуры и возраста наблюдаемых оста-

*Электронный адрес: proximal@list.ru

точных дисков. Авторы применили данный метод оценки к экзопланетным системам звезд HR8799 и HD95086. Каждая из этих систем имеет внутренний теплый и внешний холодный остаточные диски. В системе HR8799 имеется четыре планеты (Маруа и др., 2008, 2010), а в системе HD95086 — одна планета (Рамо и др., 2013); во всех случаях планеты выявлены непосредственно из изображений. Как отмечено в работе Фарамаза и др. (2021), архитектура системы HR8799 удивительно схожа с архитектурой Солнечной системы. Действительно, в системе HR8799 орбиты четырех планет-гигантов окружают теплый пылевой пояс, аналогичный поясу астероидов в нашей системе, а снаружи эти четыре планеты окружены холодным пылевым поясом, аналогичным поясу Койпера. По словам Фарамаза и др. (2021), система HR8799 — более молодая, более протяженная и более массивная версия Солнечной системы.

Астрофизические оценки масс планет в системах HR8799 и HD95086, полученные на основе тепловых моделей, составляют ~ 5 – 7 масс Юпитера во всех случаях. Как установлено Моррисон и Мальхотрой (2015), нижние пределы массы, налагаемые динамическими временными шкалами расчистки, согласуются с этими астрофизическими оценками.

Недавние прямые наблюдения структурных особенностей (границ и кольцевых просветов) в холодных остаточных дисках позволили наложить ограничения на присутствие и массы крупных планет в системах HD92945, HD107146 (Марино и др., 2019; Меса и др., 2021) и HD206893 (Марино и др., 2020; Недерландер и др., 2021).

Моррисон и Мальхотра (2015) указывают, что динамический способ оценки масс планет в системах с остаточными дисками может стать еще более ценным в будущем, когда осуществляются наблюдения с более высокой чувствительностью и более высоким пространственным разрешением, что позволит наблюдать экзопланетные системы, содержащие менее яркие остаточные диски, структурированные планетами с меньшими массами.

В настоящей работе мы проводим массовые численные эксперименты, а также используем теоретические оценки, чтобы выявить характер временной эволюции населенности планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ . Под массовым параметром понимается отношение масс планеты и звезды. Пусть масса центральной звезды M , масса планеты m , тогда массовый параметр определяется формулой $\mu = m/(M + m)$; при относительно малой массе планеты имеем $\mu \approx m/M$.

МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ

Расчеты выполнены в плоской задаче в прямоугольной барицентрической системе координат, при этом в начальный момент времени ось x направлена от звезды к планете. Планета и частицы обращаются на орбитах против часовой стрелки. В начальный момент времени звезда находится в точке с координатами $(x, y) = (p_1, 0)$, а планета — в точке $(p_2, 0)$. Орбита планеты круговая. Масса звезды $M = M_\odot$, масса планеты m варьируется. Орбитальный период планеты $P = 1$ год, что определяет большую полуось $a_{p1} \approx 1$ а. е. Тогда $p_1 = -\frac{m}{M+m}a_{p1}$ и $p_2 = \frac{M}{M+m}a_{p1}$. Векторы скорости звезды и планеты исходно имеют компоненты $(0, -\frac{m}{M+m}n)$ и $(0, \frac{M}{M+m}n)$ соответственно, где среднее движение $n = 2\pi$.

В начальный момент времени безмассовые (пассивно гравитирующие) частицы на исходно круговых орбитах размещены на отрицательной части оси x в пределах $[-p_2 - 4R_H, -p_2 + 4R_H]$ (где R_H определяется формулой (1)) равномерно по радиусу с шагом $8R_H/N$ (где N — число частиц в модели). Величина R_H , пропорциональная радиусу сферы Хилла планеты, определяется формулой

$$R_H = (m/M)^{1/3}a_{p1}. \quad (1)$$

Для частицы, стартующей с начальными координатами $(x, y) = (-r, 0)$, компоненты начальной скорости задаются как $(0, -[G(M+m)/r]^{1/2})$. Количество частиц N в диске задается в диапазоне от 10^3 до 2×10^4 .

Самогравитация (взаимное гравитационное взаимодействие) планетезималей в нашей модели не учитывается. Бе и др. (2014) и Пирс и Уайят (2014) показали, что влияние массивной планеты доминирует над самогравитацией планетезималей в диске, если масса планеты на порядок или более превосходит массу диска. Минимальная масса планеты, с которой мы оперируем в настоящей работе, составляет $10^{-5}M_\odot$ (~ 3 массы Земли), что на порядок больше массы пояса Койпера и на несколько порядков больше массы главного пояса астероидов. Поэтому мы предполагаем, что самогравитацией планетезималей в диске можно пренебречь.

Интегрирование уравнений движения частиц проведено с использованием алгоритма Булирша—Штера (Пресс и др., 1992). Для большинства расчетов допустимая относительная погрешность ϵ установлена равной 10^{-10} . В процессе расчетов велся контроль постоянства интеграла Якоби для каждой частицы. В случае вариации интеграла Якоби относительно его исходного значения более

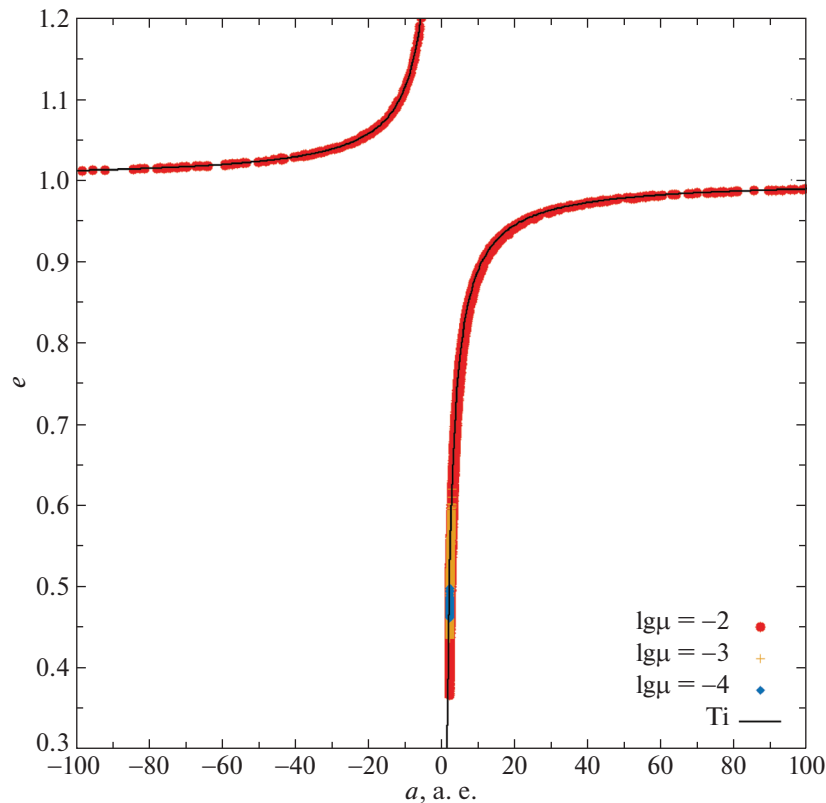


Рис. 1. Зависимость эксцентриситета от большой полуоси орбиты для уходящих частиц.

чем на 1%, мы уменьшали величину ϵ до предельного значения 10^{-14} . Этой предельной точности оказалось недостаточно для сохранения интеграла Якоби лишь для малой доли частиц: количество случаев аномальных орбит не превысило 0.5% от их общего числа. Частицы с такими орбитами были исключены при анализе результатов.

Полагалось, что частица покинула систему, если большая полуось ее орбиты достигла 2 а. е. В таком случае энергия частицы изменяется в ~ 2 раза, т.е. изменение орбиты можно считать существенным. Кроме того, за пределами 2 а.е. в планетной системе доминирующее влияние на частицу могут оказывать уже другие планеты. Выпадение частиц на звезду и планету не учитывалось, т.е. физические размеры звезды и планеты полагались нулевыми. Продолжительность интегрирования орбиты одной частицы составляла до 10^5 или 10^6 (в зависимости от задачи) оборотов планеты, если частица не ушла из системы раньше.

СТРУКТУРА ПЛАНЕТНОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ

Как указано выше, частицы, чья большая полуось орбиты достигла $a > 2$ а. е., считаются покинувшими систему. На рис. 1 представлен график

эксцентриситета e частиц, покинувших расчетную область, в зависимости от большой полуоси a . Согласно графику, положение частиц хорошо описывается соотношением Тиссерана

$$T_i = \frac{1}{a} + 2 [a(1 - e^2)]^{1/2} \approx 3. \quad (2)$$

(см. Мюррей, Дермотт, 1999; Шевченко, 2020а). Для некоторых частиц это соотношение нарушается при сближении с планетой, однако, при удалении от планеты, оно восстанавливается (рис. 2).

Радиальные размеры планетной хаотической зоны уменьшаются с уменьшением отношения масс планеты и звезды, что обусловлено отделением резонансов средних движений от хаотической зоны при изменении μ . Этот процесс очевиден на рис. 3, где положение резонансов и их сепаратрис указано согласно данным Рамоса (2015). Общая теория формирования хаотических слоев в окрестности возмущенных сепаратрис нелинейных резонансов в фундаментальной модели нелинейного резонанса (модели возмущенного маятника) дана в работах Шевченко (2008, 2020б); влияние краевых резонансов на ширину хаотического слоя, в том числе скачкообразные вариации ширины слоя при варьировании параметров системы, описано в работе Шевченко (2012).

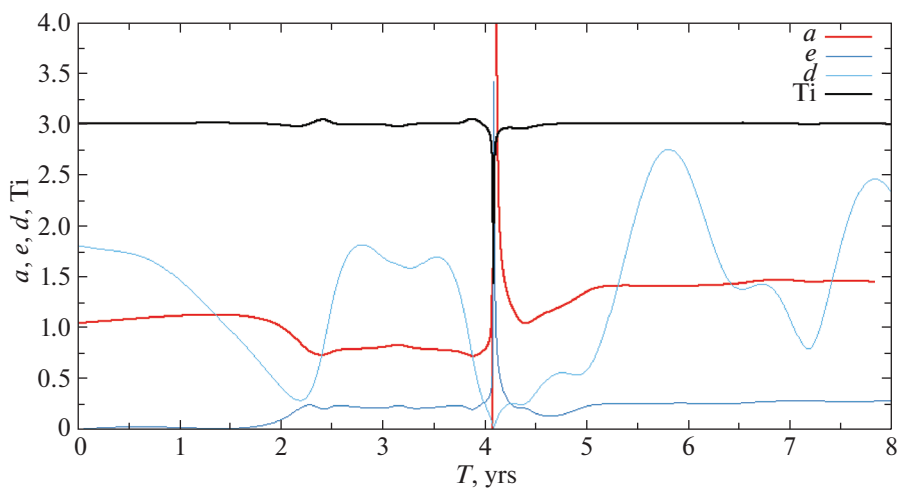


Рис. 2. Пример временной эволюции орбиты частицы внутри планетной хаотической зоны: большая полуось a (в радиусах орбиты планеты), эксцентриситет e , расстояние “планета—частица” d (также в радиусах орбиты планеты) и параметр Тиссерана T_i .

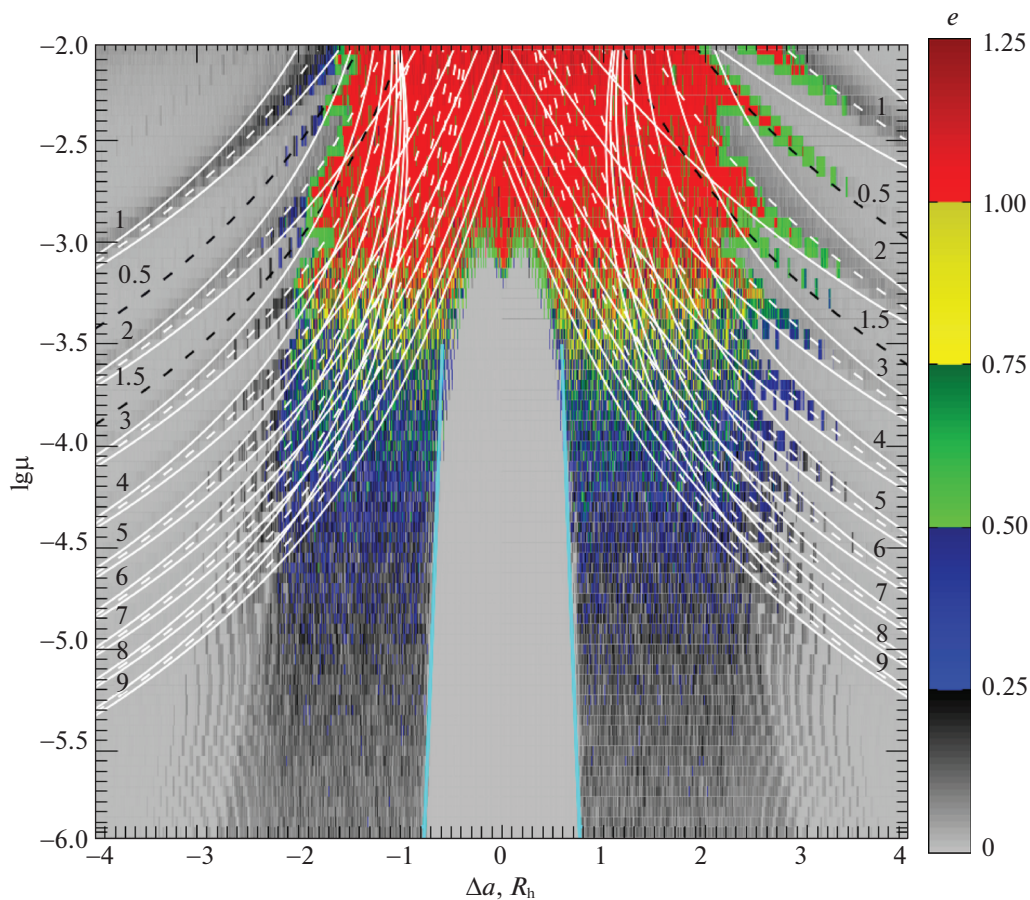


Рис. 3. Финальные эксцентриситеты орбит 3000 частиц (по истечении 10^5 оборотов планеты) в зависимости от μ и начального расстояния от планеты (в единицах радиуса Хилла), в цветовой градации. Красный цвет соответствует финальным гиперболическим орбитам ($e > 1$). Белые и черные пунктирные линии — номинальные положения резонансов соответственно первого ($p/(p+1)$ и $(p+1)/p$) и второго ($p/(p+2)$ и $(p+2)/p$) порядков. Белые сплошные линии — сепаратрисы резонансов первого порядка. Светло-синяя линия — зависимость (3).

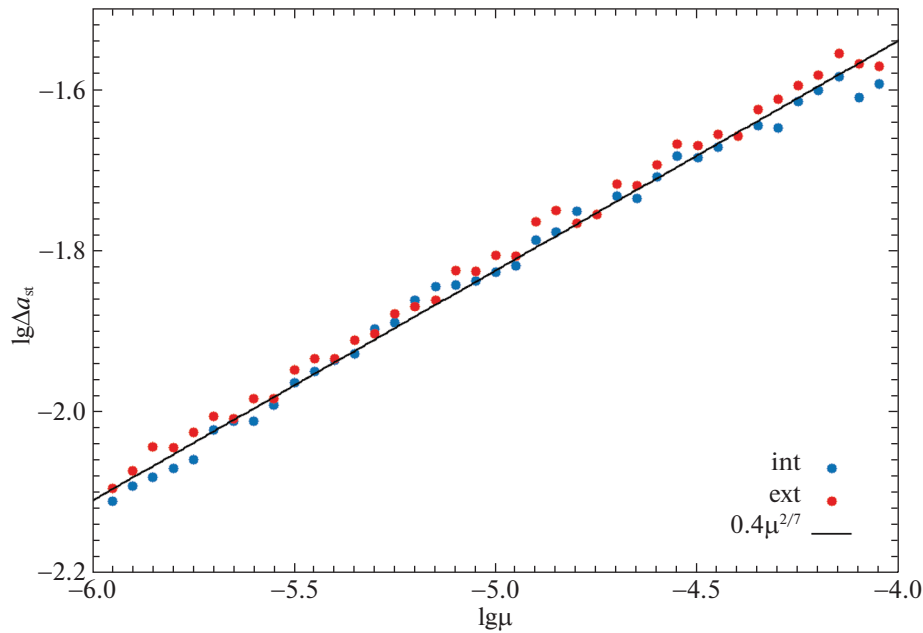


Рис. 4. Границы коорбитального устойчивого скопления частиц в зависимости от μ . Синие и красные кружки — соответственно внутренний и внешний радиальные размеры Δa_{st} скопления (в единицах большой полуоси орбиты планеты). Сплошная прямая — аппроксимация зависимости.

При $\lg \mu \lesssim -3.35$ (здесь и далее “lg” обозначает десятичный логарифм) в хаотической зоне образуется внутреннее устойчивое коорбитальное скопление частиц, обращающихся на “головастикообразных” и “подковообразных” орбитах (Мюррей, Дермотт, 1999). Радиальные размеры внутренней и внешней частей скопления приблизительно равны друг другу (рис. 4) и даются формулой

$$\Delta a_{st} = 0.4000^{+0.0085}_{-0.0182} \times \mu^{(2/7)^{+0.0006}_{-0.0052}}. \quad (3)$$

В следующем численном эксперименте участвуют 10^4 частиц. Для исследования поведения частиц внутри и вблизи хаотической зоны диск разделен на 100 колец по радиусу с постоянным шагом. Вычисляются усредненные значения числа частиц N_i в каждом кольце в текущий момент времени, относительно их числа N_0 в начальный момент времени. Продолжительность расчетов составила 10^4 лет. Финальное распределение планетезималей в четырех моделях показано на рис. 5. Величина N_i/N_0 в зависимости от расстояния до звезды и времени показана на рис. 6. В окрестности орбиты планеты образуется полость, свободная от вещества: перекрытие резонансов средних движений первого порядка формирует планетную хаотическую зону (Уиздом, 1980). Из рис. 6 следует, что при $\mu > 0.001$ границы хаотической зоны и коорбитального скопления проявляются уже на первых нескольких сотнях оборотов планеты; при меньших μ требуется несколько тысяч оборотов.

На всех графиках заметна асимметрия внутренней и внешней частей хаотической зоны. Также очевидно, что частицы прежде всего покидают зону вблизи коорбитального скопления. Относительное количество вещества, удерживаемого в скоплении, увеличивается с уменьшением μ . Отчетливо видно убывание вещества вблизи положений резонансов средних движений.

НАКАЧКА ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

На рис. 7 представлены максимальные значения эксцентриситета орбит частиц после одного сближения с планетой в диапазоне значений массового параметра $-8 \leq \lg \mu \leq -2$. Наши расчеты показывают, что скачки эксцентриситета происходят при сближениях на расстояния между частицей и планетой менее $\approx 3.5R_H$, где R_H определяется формулой (1). Значение эксцентриситета вычисляется после первого сближения при удалении частицы от планеты на расстояние более $3.5R_H$. Согласно результатам расчетов на интервалах времени 10^4 лет, уход на гиперболическую орбиту (при котором энергия частицы E становится положительной) после одного сближения становится возможным при $\lg \mu > -2.05$. При меньших μ зависимость максимального значения эксцентриситета e_{max} от массового параметра μ после одного сближения хорошо аппроксимируется формулой

$$\mu^{-1/3} e_{max} = 4. \quad (4)$$

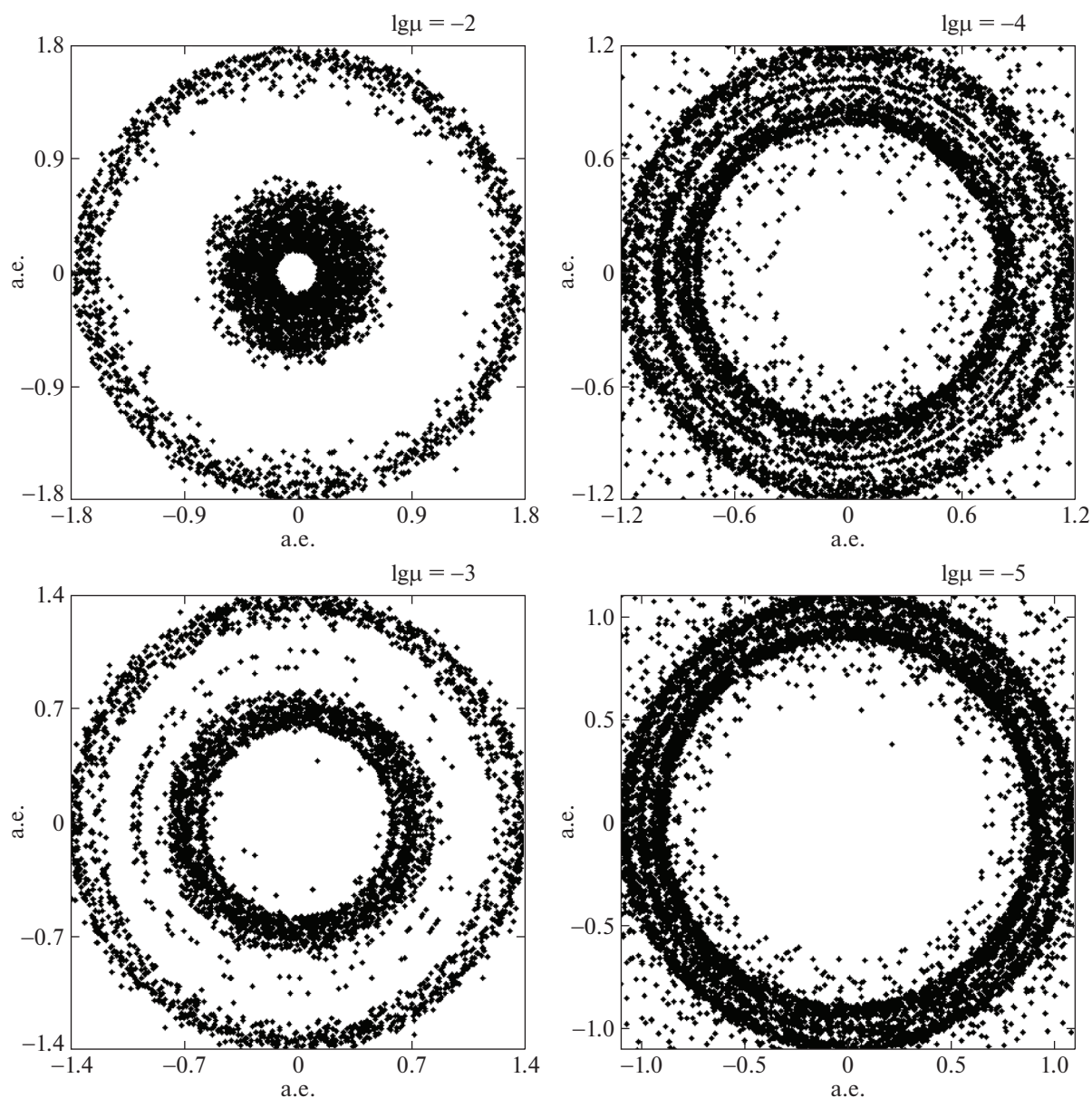


Рис. 5. Распределение частиц по истечении 10^4 лет в четырех моделях. Значения массового параметра μ указаны над графиками.

Сходное соотношение приведено в комментариях к рис. 3 работы Пти и Хенона (1986).

Что касается полного накопленного (вне зависимости от числа сближений с планетой) эксцентриситета, переход частицы на гиперболическую орбиту становится возможным на интервале времени в 10^5 оборотов планеты, если $\lg \mu > -3.7$, а на интервале в 10^6 оборотов — при $\lg \mu > -4.3$ (рис. 8). Заметим, что при $\mu \lesssim 10^{-5}$ ожидается полная блокировка ухода частиц на гиперболические орбиты; см. обсуждение и ссылки в работе Шевченко (2020а).

ВРЕМЯ РАСЧИСТКИ

Время расчистки T_{cl} хаотической зоны определяется следующим образом: фиксируется момент времени, в который количество частиц в пределах обозначенных границ хаотической зоны становится меньше 50% от их первоначального числа. Критерием ухода частицы, как уже принято выше, является выполнение неравенства $a > 2a_{pl}$, где a и a_{pl} — большие полуоси орбит частицы и планеты соответственно. Заметим, что в работе Моррисон и Мальхотры (2015) время расчистки хаотической зоны определяется по количеству частиц, ушедших по большой полуоси за пределы $4a_{pl}$. Этот кри-

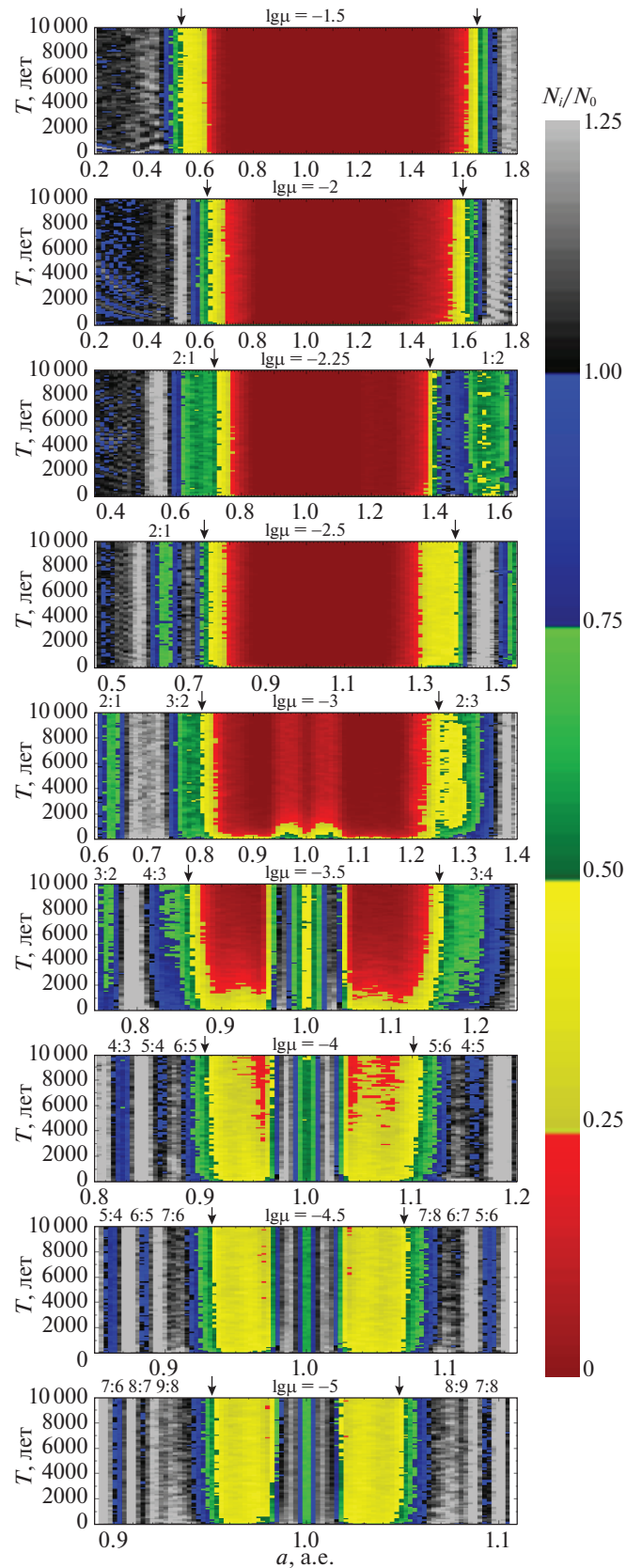


Рис. 6. Относительное количество остающихся в диске частиц (в цветовой градации) в зависимости от расстояния от звезды (горизонтальная ось) и времени (вертикальная ось). Над каждой панелью приведено значение μ и указаны местоположения главных резонансов средних движений; стрелками отмечены границы хаотической зоны. Черный и серый цвета соответствуют финальной избыточной ($N_i > N_0$) концентрации частиц за счет их прихода из других областей диска.

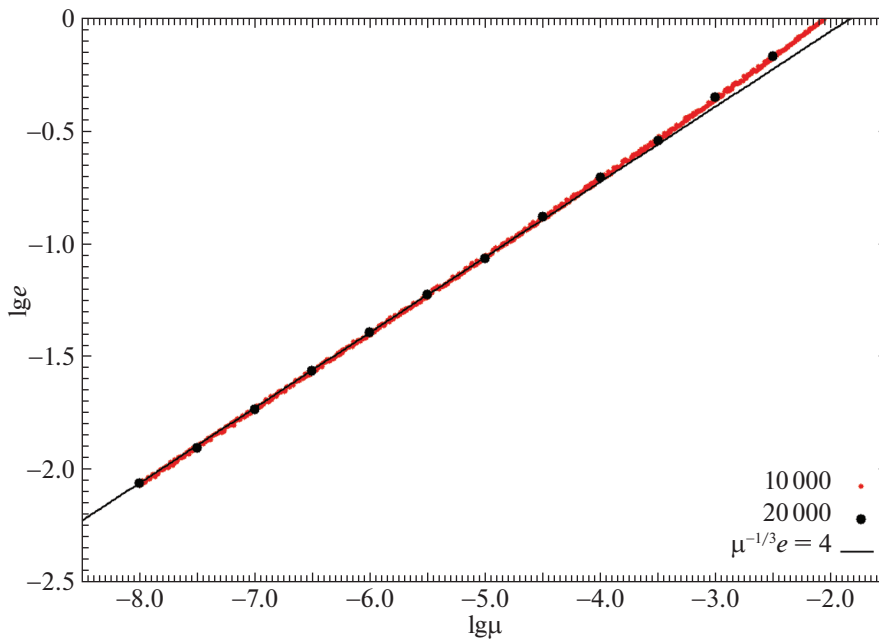


Рис. 7. Максимальный эксцентриситет орбиты частицы после одного сближения с планетой, в зависимости от μ . Красные кружки — результаты расчетов в модели с 10 000 частиц, черные кружки — в модели с 20 000 частиц. Черная сплошная прямая — зависимость согласно Пти и Хенону (1986).

терий дает несколько бóльшие значения T_{cl} , чем критерий $a > 2a_{pl}$.

При интегрировании орбит допустимая относительная погрешность ϵ установлена равной 10^{-14} . Для задания радиальных границ планетной хаотической зоны нами используются два варианта формул:

$$a_{int} = 1 - 1.17\mu^{0.28}, \quad a_{ext} = 1 + 1.76\mu^{0.31} \quad (5)$$

(из работы Моррисон и Мальхотры, 2015) и

$$a_{int} = 1 - 1.38\mu^{0.29}, \quad a_{ext} = 1 + 2.51\mu^{0.34} \quad (6)$$

(из работы Демидовой, Шевченко, 2020). Из рис. 9 следует, что на вид получаемой численно-экспериментальной зависимости $T_{cl}(\mu)$ выбор формул (5) или (6) практически не влияет.

Оценки времени расчистки выполнены нами также раздельно для внутренней и внешней (относительно коорбитального скопления планетезималей) частей хаотической зоны. Радиальные границы коорбитального устойчивого скопления определяются по формуле $\Delta a_{st} = 0.28\mu^{0.24}$, согласно Демидовой и Шевченко (2020). Результаты показаны также на рис. 9. Видно, что при $\mu > 0.01$ расчистка внешней части хаотической зоны идет существенно быстрее, чем внутренней: время расчистки в первом случае меньше в 2–3 раза. При малых $\mu < 0.01$ результаты для внутренней и внешней зоны практически совпадают.

Как соотносится время расчистки T_{tot} всей хаотической зоны с временами расчистки внутренней зоны T_{int} и внешней зоны T_{ext} ? Казалось бы, можно ожидать, что $T_{tot} = \max(T_{int}, T_{ext})$, но это противоречит рис. 9: при $\mu > 0.01$, согласно этому графику, $T_{tot} < T_{int}$, при том что область “tot” включает область “int”. Однако следует подчеркнуть, что T_{tot} получено для частиц внутри границ хаотической зоны, включая внутреннее коорбитальное устойчивое кольцо, а T_{int} и T_{ext} — времена расчистки внутренней и внешней частей хаотической области без коорбитального устойчивого кольца, которое при малых μ не расчищается совсем. Наличие коорбитального скопления существенно влияет на результаты. Центральная часть области “tot” при $\mu > 0.01$ должна расчищаться относительно быстро, что в сочетании с 50-процентным критерием расчистки может давать неожиданное соотношение T_{tot} и T_{int} .

Согласно рис. 9, численно-экспериментальные кривые изменяют наклон вблизи $\lg \mu \approx -2.75$. Заметим, что изменение наклона зависимости $T_{cl}(\mu)$ присутствует также на рис. 3 работы Квиллен и Фабера (2006) при $\lg \mu \sim -3$, но оно малозаметно из-за меньшего разрешения графика по μ . На рис. 9 изменение наклона кривой вблизи значения $\lg \mu = -2.75$ прослеживается как для всей хаотической зоны, так и для обеих ее компонент.

Рассмотрим представленную на рис. 9 численно-экспериментальную зависимость “ $\mu-T_{cl}$ ” для

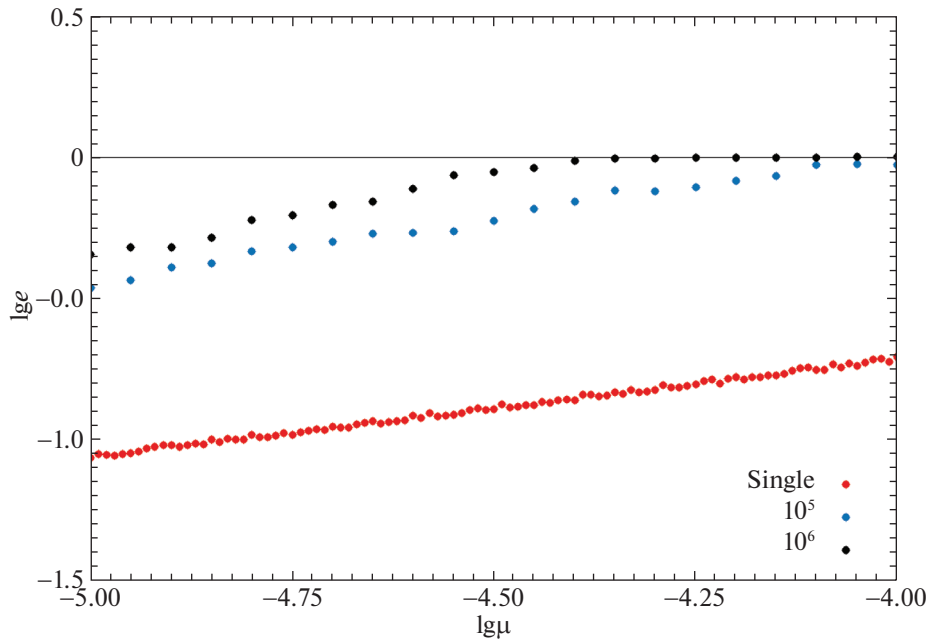


Рис. 8. Максимальный эксцентриситет орбиты частицы после одного сближения с планетой (красные кружки); полный накопленный эксцентриситет орбиты частицы после 10^5 оборотов планеты (синие кружки) и после 10^6 оборотов планеты (черные кружки) в зависимости от μ . Результаты расчетов в модели с числом частиц 10^4 .

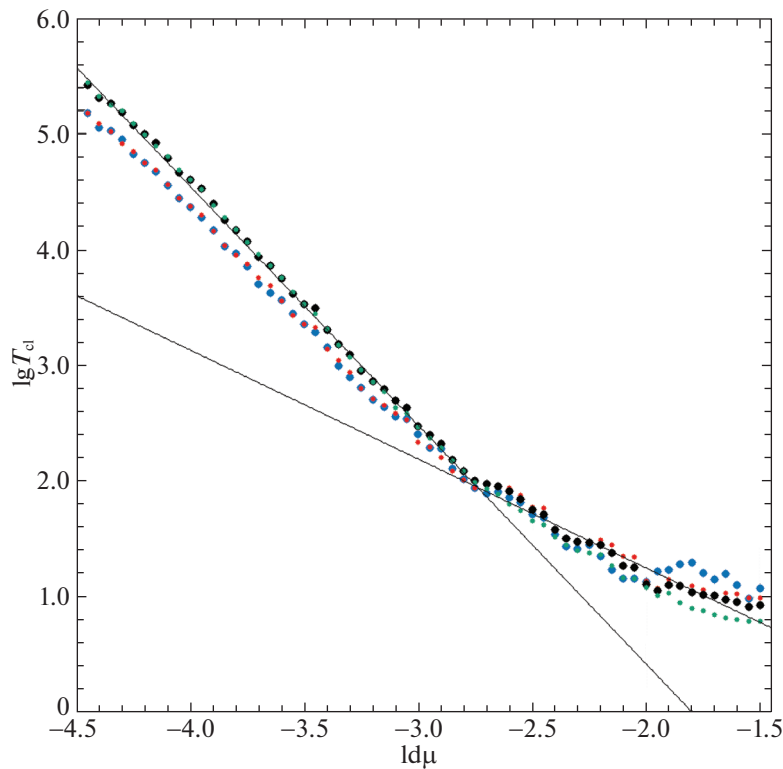


Рис. 9. Зависимость “время расчистки T_{cl} — массовый параметр μ ”. Черные кружки — время расчистки всей хаотической зоны при задании ее границ согласно данным Демидовой и Шевченко (2020). Светло-зеленые кружки — время расчистки при задании границ согласно данным Моррисон и Мальхотры (2015). Синими кружками показаны времена расчистки внутренней (относительно коорбитального скопления) части хаотической зоны, красными — внешней. Сплошные прямые построены по формулам (7) и (8).

полной хаотической зоны (включая ее внутреннюю и внешнюю части) при задании границ зоны формулами из работы Демидовой и Шевченко (2020). Она хорошо аппроксимируется степенными законами:

$$T_{cl} = (0.23^{+0.05}_{-0.04}) \times \mu^{-0.94 \pm 0.04} \quad (7)$$

при $\lg \mu > -2.75$ и

$$T_{cl} = (0.0002 \pm 0.00002) \times \mu^{-2.06^{+0.008}_{-0.017}} \quad (8)$$

при $\lg \mu < -2.75$ (рис. 9).

Обратимся к теоретической интерпретации зависимостей, представленных на рис. 9. В работе Шевченко (2020а) предложен сценарий расчистки планетной хаотической зоны, состоящий из двух основных последовательных этапов: (1) эксцентриситет орбиты частицы в среднем растет, тогда как орбитальная энергия относительно постоянна; (2) большая полуось орбиты частицы в среднем растет, тогда как орбитальный угловой момент относительно постоянен. Предполагается, что первая стадия переходит во вторую, когда орбита частицы начинает пересекать орбиту планеты.

Согласно Шевченко (2020а), на первой стадии хаотическая диффузия идет вдоль “лестницы” из перекрывающихся резонансов частица–планета $(p + 1):p$ (где целое число $p \gg 1$), а на второй стадии она идет вдоль лестницы перекрывающихся резонансов частица–планета $p:1$. При $p \rightarrow \infty$ перекрывающиеся резонансы аккумулируют в первом случае к резонансу 1:1, а во втором — к параболической сепаратрисе, разделяющей связанные и несвязанные динамические состояния.

В первом случае, как установил Узиздом (1980), исходя из критерия перекрытия резонансов Чирикова, с увеличением p резонансы $(p + 1):p$ начинают перекрываться при некотором критическом значении $p = p_{cr}$, определяемом формулой

$$p_{cr} \approx 0.51\mu^{-2/7}. \quad (9)$$

Таким образом, резонансы $(p + 1):p$ с $p > p_{cr}$ перекрываются; их перекрытие и формирует планетную хаотическую зону.

На второй лестнице резонансов (резонансов $p:1$) перекрытие достигается при достаточно высоких значениях эксцентриситетов частиц (Шевченко, 2020б). Приращение по энергии $E (= -1/(2a))$, необходимое частице для ухода из системы, составляет $\delta E = E_{max} - E_{min}$, где E_{min} определяется моментом схода с первой последовательности перекрывающихся резонансов, а E_{max} зависит от принятого критерия ухода. Если в качестве критерия принять достижение величины большой полуоси $a = 2$ (в единицах a_{pl}), то $E_{max} = -1/4$ и $\delta E = -1/4 - E_{min}$.

При μ более некоторого критического значения μ_c доставка частицы на “вторую лестницу” осуществляется одновременно, за одно сближение, то есть не диффузионно. Поэтому при $\mu \gtrsim \mu_c$ полное время расчистки определяется как сумма времени, за которое происходит сближение, и времени диффузии по второй лестнице: $T_r = T_{conj} + T_d^{(2)}$. При $\mu \lesssim \mu_c$ полное время расчистки определяется суммой времен диффузии по первой и второй лестницам: $T_r = T_d^{(1)} + T_d^{(2)}$. Таким образом, согласно Шевченко (2020а),

$$T_r = \begin{cases} c_0\mu^{-2/7} + c_2\mu^{-2}, & \text{если } \mu \gtrsim \mu_c, \\ c_1\mu^{-6/7} + c_2\mu^{-2}, & \text{если } \mu \lesssim \mu_c, \end{cases} \quad (10)$$

где константы c_0 и c_1 определяются из условий на границы хаотической зоны, а константы μ_c и c_2 определяются значениями E_{min} и E_{max} .

В численно-экспериментальных зависимостях на рис. 9 прежде всего обращает на себя внимание присутствие обеих диффузионных компонент $\propto \mu^{-6/7} \approx \mu^{-0.857}$ и $\propto \mu^{-2}$, характерных, согласно формулам (10), для значений $\mu \lesssim \mu_c$. Действительно, согласно аппроксимациям (7) и (8), показатели степеней в обоих случаях весьма близки к теоретическим. Таким образом, в полученной нами численно кривой (рис. 9) проявляется не только вторая диффузионная компонента ($\propto \mu^{-2}$), выявленная ранее в численных данных Моррисон и Мальхотры (2015) (см. Шевченко, 2020а), но и первая ($\propto \mu^{-6/7}$). Что касается нормирующих коэффициентов c_1 и c_2 и значения μ_c , численно-экспериментальные зависимости (7) и (8) можно согласовать с теоретическими (10), если для представительной траектории выбрать начальное относительное отклонение $\varepsilon = \Delta a / \Delta a_{st}$ по большой полуоси равным $\approx 2/3$ (что соответствует середине хаотических слоев с границами, проходящими по краям центрального устойчивого скопления и внешним краям планетной хаотической зоны), а также определить соответствующие значения E_{min} и E_{max} (см. формулы (39) и (40) и их вывод в работе Шевченко, 2020а). Тогда при $\varepsilon \approx 2/3$, как можно показать, $\lg \mu_c$ превышает -1.5 , поэтому диапазон по μ на рис. 9 соответствует второй строке формулы (10); первая строка описывает ситуацию вне поля графика.

Заметим, что компонента $\propto \mu^{-6/7}$, соответствующая стадии хаотической диффузии уходящих частиц вдоль “лестницы” из перекрывающихся резонансов частица–планета $(p + 1):p$, проявляется на рис. 9 благодаря тому, что нами принят достаточно слабый критерий ухода частиц по большой полуоси (всего два радиуса орбиты планеты); при таком выборе коэффициент c_2 относительно мал,

и в результате компонента $\propto \mu^{-2}$ не доминирует в относительно большом диапазоне значений μ .

Также отметим, что диффузионная компонента со степенным индексом -2 , относящаяся к лестнице перекрывающихся резонансов $p:1$ тоже хорошо проявляется в наших численных экспериментах, благодаря тому, что начало этой лестницы (перекрывающиеся резонансы 1:1, 2:1, 3:1) в значительной мере представлено на интервале от 1 до 2 а. е.: центр резонанса 3:1 расположен при значении большой полуоси орбиты частицы $a = 2.08a_{p1}$. При этом ширина резонанса такова, что он перекрывается с резонансом 2:1, иначе хаотической диффузии и выброса частиц не было бы. Степенной индекс ≈ -2 , выявленный нами в расчетах, хорошо согласуется с ожидаемым из теории, а также и с численными результатами Моррисон и Мальхотры (2015).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезимальных дисков с планетами в системах одиночных звезд. С высокой точностью определены времена расчистки планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ , отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны. В полученной численно-экспериментальной зависимости “ $\mu-T_{cl}$ ” выявлены диффузионные компоненты, соответствующие обеим стадиям хаотической диффузии уходящих частиц — вдоль “лестницы” из перекрывающихся резонансов частица—планета $(p+1):p$ и вдоль лестницы перекрывающихся резонансов частица—планета $p:1$.

Полученные результаты обсуждены и интерпретированы в свете существующих аналитических теорий, основанных на критерии перекрытия резонансов средних движений (Шевченко, 2020а), а также в сравнении с предыдущими численными подходами к проблеме (Моррисон, Мальхотра, 2015; Демидова, Шевченко, 2020).

Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания. Работа поддержана в рамках гранта 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039) “Теоретические и экспериментальные исследования формирования и эволюции внесолнечных планетных систем и характеристик экзопланет” Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бе и др. (H. Beust, J.-C. Augereau, A. Bonsor, J.R. Graham, P. Kalas, J. Lebreton, A.-M. Lagrange, S. Ertel et al.), *Astron. Astrophys.* **561**, A43 (2014).
2. Демидова, Шевченко (T.V. Demidova and I.I. Shevchenko), *MNRAS* **463**, L22 (2016).
3. Демидова, Шевченко, Письма в Астрон. журн. **46**, 827 (2020) [T.V. Demidova, I.I. Shevchenko, *Astron. Lett.* **46**, 774 (2020)].
4. Дункан и др. (M. Duncan, T. Quinn, and S. Tremaine), *Icarus* **82**, 402 (1989).
5. Квиллен (A.C. Quillen), *MNRAS* **372**, L14 (2006).
6. Квиллен, Фабер (A.C. Quillen and P. Faber), *MNRAS* **373**, 1245 (2006).
7. Квиллен, Торндайк (A.C. Quillen and S. Thorndike), *Astrophys. J.* **578**, L149 (2002).
8. Кюхнер, Хольман (M.J. Kuchner and M.J. Holman), *Astrophys. J.* **588**, 1110 (2003).
9. Мальхотра (R. Malhotra), in: *Solar System Formation and Evolution* (Ed. by D. Lazzaro, R. Vieira Martins, S. Ferraz-Mello, J. Fernand), *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.*, v. 149, p. 37 (1998).
10. Марино и др. (S. Marino, B. Yelverton, M. Booth, V. Faramaz, G.M. Kennedy, L. Matrà, and M.C. Wyatt), *MNRAS* **484**, 1257 (2019).
11. Марино и др. (S. Marino, A. Zurlo, V. Faramaz, J. Milli, Th. Henning, G.M. Kennedy, L. Matrà, S. Pérez, P. Delorme, et al.), *MNRAS* **498**, 1319 (2020).
12. Маруа и др. (C. Marois, B. Macintosh, T. Barman, B. Zuckerman, I. Song, J. Patience, D. Lafrenière, and R. Doyon), *Science* **322**, 1348 (2008).
13. Маруа и др. (C. Marois, B. Zuckerman, Q.M. Konopacky, B. Macintosh, and T. Barman), *Nature* **468**, 1080 (2010).
14. Меса и др. (D. Mesa, S. Marino, M. Bonavita, C. Lazzoni, C. Fontanive, S. Pérez, V. D’Orazi, S. Desidera, et al.), *MNRAS* **503**, 1276 (2021).
15. Моррисон, Мальхотра (S. Morrison and R. Malhotra), *Astrophys. J.* **799**, 41 (2015).
16. Мюррей, Дермотт (C.D. Murray and S.F. Dermott), *Solar System Dynamics* (Cambridge Univer. Press, 1999) [Мюррей К., Дермотт С., *Динамика Солнечной системы* (М.: Физматлит, 2009, 2010)].
17. Недерландер и др. (A. Nederlander, A.M. Hughes, A.J. Fehr, K.M. Flaherty, K.Y.L. Su, A. Moor, E. Chiang, S.M. Andrews, et al.), *Astrophys. J.* **917**, 17 (2021).
18. Пирс и Уайят (T.D. Pearce and M.C. Wyatt), *MNRAS* **443**, 2541 (2014).
19. Пресс и др. (W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery) *Numerical recipes in C. The art of scientific computing* (Cambridge University Press, 1992), p. 724.
20. Пти, Хенон (J.M. Petit and M. Hénon), *Icarus* **66**, 536 (1986).
21. Рамо и др. (J. Rameau, G. Chauvin, A.M. Lagrange, A. Boccaletti, S.P. Quanz, M. Bonnefoy, J.H. Girard, P. Delorme et al.), *Astrophys. J.* **772**, L15 (2013).

22. Рамос и др. (X.S. Ramos, J.A. Correa-Otto, and C. Beaugé), *Celestial Mech. Dynam. Astron.* **123**, 453 (2015).
23. Родигас и др. (T.J. Rodigas, R. Malhotra, and P.M. Hinz), *Astrophys. J.* **780**, 65 (2014).
24. Су и др. (K.Y.L. Su, G.H. Rieke, R. Malhotra, K.R. Stapelfeldt, A.M. Hughes, A. Bonsor, D.J. Wilner, Z. Balog, et al.), *Astrophys. J.* **763**, 118 (2013).
25. Фарамаз и др. (V. Faramaz, S. Marino, M. Booth, L. Matrà, E.E. Mamajek, G. Bryden, K.R. Stapelfeldt, S. Casassus et al.), *Astron. J.* **161**, 271 (2021).
26. Чианг и др. (E.I. Chiang, E. Kite, P. Kalas, J.R. Graham, and M. Clampin), *Astrophys. J.* **693**, 734 (2009).
27. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Phys. Lett. A* **372**, 808 (2008).
28. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Phys. Rev. E* **85**, 066202 (2012).
29. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Astron. J.* **160**, 212 (2020a).
30. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Dynamical Chaos in Planetary Systems* (Springer Nature, 2020) (2020b).
31. Уайят и др. (M.C. Wyatt, S.F. Dermott, C.M. Telesco, R.S. Fisher, K. Grogan, E.K. Holmes, and R.K. Piña), *Astrophys. J.* **527**, 918 (1999).
32. Уиздом (J. Wisdom), *Astron. J.* **85**, 1122 (1980).