# ОСОБЕННОСТИ ТРЕХМЕРНОЙ КИНЕМАТИКИ КЛАССИЧЕСКИХ ЦЕФЕИД

© 2021 г. В. В. Бобылев<sup>1\*</sup>, А. Т. Байкова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия Поступила в редакцию 02.06.2021 г.

После доработки 05.08.2021 г.; принята к публикации 05.08.2021 г.

Линейная модель Огородникова—Милна применена для изучения трехмерной кинематики классических цефеид Млечного Пути. Использована выборка из работы Мроза и др. из 832 классических цефеид с расстояниями, лучевыми скоростями и собственными движениями из каталога Gaia DR2. Пространственные скорости цефеид освобождены от дифференциального вращения Галактики, найденного нами ранее на основе нелинейной модели вращения. На основе полной модели Огородникова— Милна, с участием лучевых скоростей и собственных движений звезд, получена оценка угловой скорости вращения вокруг галактической оси y,  $\Omega_y = 0.64 \pm 0.17$  км/с/кпк. Мы полагаем, что это вращение связано с искривлением тонкого диска Галактики. Вычисления с использованием только собственных движений цефеид в предположении об отсутствии деформаций, обусловленных искривлением диска, показали наличие остаточного вращения вокруг оси y со скоростью  $\Omega_x = 0.33 \pm \pm 0.10$  км/с/кпк.

Ключевые слова: цефеиды, искривление диска Галактики, структура Галактики.

# DOI: 10.31857/S0320010821090011

## ВВЕДЕНИЕ

В Галактике наблюдается крупномасштабное искривление тонкого диска. Впервые этот эффект был обнаружен по наблюдениям нейтрального водорода (Вестерхут, 1957). В первом и втором галактических квадрантах наблюдается поднятие водорода над галактической плоскостью, а в третьем и четвертом, наоборот, он расположен ниже галактической плоскости, причем амплитуда отклонения возрастает в направлении галактического антицентра. В настоящее время эффект искривления диска находит подтверждение по различным данным — из распределения нейтрального (Калберла, Дедес, 2008) и ионизованного водорода (Руссейль, 2003; Церсосимо и др., 2009), межзвездной пыли (Дриммель, Шпергель, 2001), пульсаров (Юсифов, 2004), ОВ-звезд (Миямото, Жу, 1998; Дриммель и др., 2000), звезд сгущения красных гигантов (Лопес-Корредоира и др., 2002б; Момани и др., 2006), различных звезд (Ченг и др., 2020) а также цефеид (Ферни, 1968; Бердников, 1987; Бобылев, 2013а; Сковрон и др., 2019б). Этот эффект для

Согласно, например, Байлину (2003), возникновение варпа связано с гравитационным возмущением, которое на диск Галактики оказывают ближайшие карликовые галактики, в частности, Большое Магелланово Облако (Бекки, 2012). Известны и другие гипотезы, предложенные для объяснения природы возникновения варпа: взаимодействие между диском и несферическим гало темной материи (Спарк, Казертано, 1988); взаимодействие диска с близгалактическим течением, образованным высокоскоростными водородными облаками, которые возникли в результате обмена массой между Галактикой и Магеллановыми Облаками (Цутия, 2002; Олано, 2004); межгалактическое течение (Лопес-Корредоира и др., 2002а); взаимодействие с межгалактическим магнитным полем (Баттанер и др., 1990).

Для поиска связи кинематики звезд и варпа применялись различные методы анализа вертикальных скоростей звезд. Например, в работе Дриммеля и др. (2000) для этой цели использовались компоненты собственных движений  $\mu_b$  OBзвезд из каталога Hipparcos (1997). Эти авторы

краткости будем называть варпом, следуя английскому термину warp.

<sup>\*</sup>Электронный адрес: vbobylev@gao.spb.ru

показали, в частности, что присутствует систематический компонент в вертикальных скоростях OB-звезд с величиной порядка 10-15 км/с на галактоцентрических расстояниях R около 11 кпк. Обнаружена довольно высокая скорость прецессии варпа, от -13 км/с/кпк до -25 км/с/кпк, в зависимости от принимаемой модели ошибок в данных.

В работе Сковрон и др. (2019б) было построено распределение вертикальных скоростей цефеид в диске Млечного Пути. Найдены крупномасштабные вертикальные движения с амплитудами 10–20 км/с, такие, что цефеиды, расположенные в северной части варпа (примерно в первом и втором галактических квадрантах), демонстрируют большую положительную вертикальную скорость (в направлении северного галактического полюса), в то время как цефеиды в южной части варпа (примерно в третьем и четвертом квадрантах) отрицательную вертикальную скорость (в направлении южного галактического полюса).

Интересно отметить результаты, полученные с использованием более сложной модели Огородникова-Милна, где в качестве определяемых неизвестных выступают параметры пекулярного движения Солнца, параметры вращения Галактики (вращение вокруг галактической оси z), а также параметры деформации в плоскостях xz и yz, скорости вращения вокруг осей z и y. Таким методом Миямото, Жу (1998) нашли вращение системы О-В5 звезд (по их собственным движениям) вокруг оси x с угловой скоростью  $+3.8 \pm$  $\pm 1.1$  км/с/кпк. А в работе Бобылева (2010) по собственным движениям звезд сгущения красных гигантов было найдено вращение вокруг оси x со скоростью около -4 км/с/кпк. Видим, что особого согласия в результатах анализа нет. Более того, на основе изучения этим методом около 200 долгопериодических цефеид Бобылев (2013б) нашел довольно большое вращение вокруг оси x с угловой скоростью около -15 км/с/кпк.

Лопес-Корредоира и др. (2014) исследовали вертикальные скорости звезд галактического диска в диапазоне R: 5 - 16 кпк. Для этого использовались собственные движения звезд из каталога PPMXL (Резер и др., 2010). Основная их цель была выяснить, является ли варп долгоживущей или переходной особенностью. В итоге эти авторы пришли к заключению, что время жизни варпа составляет около ста миллионов лет.

Поджио и др. (2018) по данным каталогов Gaia DR2 (Браун и др., 2018) и 2MASS (Скрутски и др., 2006) составили кинематическую картину варпа на расстояниях до 7 кпк от Солнца. Для этой цели

были проанализированы пространственные скорости около 600 тысяч молодых звезд главной последовательности и около 13 млн звезд-гигантов. Показано, что крупномасштабная кинематика всех этих звезд имеет четкую связь с варпом, что проявляется в виде градиентов в их вертикальных скоростях вида  $\partial W/\partial x$  и  $\partial W/\partial y$  с величиной 5—6 км/с на интервале галактоцентрических расстояний 8— 14 кпк.

Интересно отметить также работу Поджио и др. (2020), в которой на основе анализа около 12 млн гигантов из каталога Gaia DR2 была оценена скорость прецессии варпа  $10.86 \pm 0.03$  (стат.)  $\pm 3.20$  (сист.) км/с/кпк в направлении вращения Галактики.

Целью настоящей работы является изучение трехмерной кинематики классических цефеид Млечного Пути с применением модели Огородникова—Милна. В частности, интересно выяснить характер движений в плоскостях xz и yz, определить угловые скорости вращения вокруг осей x и y. Для этого использована выборка из работы Мроза и др. (2019), где для 832 классических цефеид даны расстояния, лучевые скорости и собственные движения из каталога Gaia DR2.

## ДАННЫЕ

В настоящей работе используются данные о классических цефеидах из работ Сковрон и др. (2019а) и Мроза и др. (2019). Наблюдались эти цефеиды в рамках четвертого этапа программы OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment, Удальский и др., 2015). В каталоге Сковрон и др. (2019а) для 2431 цефеиды содержатся оценки расстояния, возраста, периода пульсаций и фотометрические данные. Их видимые звездные величины лежат в диапазоне  $11^m < I < 18^m$ . Поэтому здесь наблюдается дефицит ярких и хорошо изученных цефеид, известных по более ранним наблюдениям.

Гелиоцентрические расстояния до 2214 цефеид, *r*, были вычислены Сковрон и др. (2019а) на основе соотношения период—светимость. Используемое ими конкретное соотношение было уточнено Вангом и др. (2018) по кривым блеска цефеид в среднем инфракрасном диапазоне, где межзвездное поглощнение существенно меньше, чем в оптическом. Оценки возраста цефеид в работе Сковрон и др. (2019а) сделаны по методике, разработанной Андерсоном и др. (2016), где учитывались периоды осевого вращения звезд и индексы металличности. Каталог Мроза и др. (2019) содержит 832 классических цефеиды из списка Сковрон и др. (2019а). Значения собственных движений в нем скопированы из каталога Gaia DR2, лучевые скорости даны для всех 832 звезд. Бобылевым и др. (2021) цефеиды из каталога Мроза и др. (2019) были снабжены оценками возраста из каталога Сковрон и др. (2019а).

По кинематическим данным о цефеидах в работе Мроза и др. (2019) была построена кривая галактического вращения в интервале расстояний *R*:4— 20 кпк. В работе Аблимита и др. (2020) по большой выборке цефеид были уточнены параметры гравитационного потенциала Галактики и получена новая оценка массы Галактики. Бобылевым и др. (2021) было показано, что даже старые цефеиды сохраняют кинематическую память о месте своего рождения. Выборка из 832 цефеид с кинематическими данными из работы Мроза и др. (2019) является нашей рабочей выборкой.

## МЕТОД

#### Линейная модель Огородникова-Милна

Из наблюдений известны следующие величины: прямое восхождение и склонение —  $\alpha$  и  $\delta$ , собственные движения по прямому восхождению и склонению —  $\mu_{\alpha} \cos \delta$  и  $\mu_{\delta}$ , лучевая скорость  $V_r$ . От  $\alpha$  и  $\delta$  переходим к галактическим долготе и широте l и b; гелиоцентрическое расстояние r для цефеид вычислено на основе соотношения периодсветимость: наблюденные собственные движения переводим в собственные движения в галактической системе координат —  $\mu_l \cos b$  и  $\mu_b$ . В итоге имеем три составляющие пространственной скорости звезды: V<sub>r</sub> и 2 проекции тангенциальной скорости —  $V_l = kr\mu_l \cos b$  и  $V_b = kr\mu_b$ , где k == 4.74 км/с,  $V_r$ ,  $V_l$ ,  $V_b$  выражены в км/с (собственные движения даны в мсд/год, миллисекунды дуги в год, а гелиоцентрическое расстояние — в кпк).

Используется прямоугольная галактическая система координат с осями, направленными от наблюдателя в сторону галактического центра (ось x или ось 1), в направлении галактического вращения (ось y или ось 2) и в направлении северного полюса Галактики (ось z или ось 3).

В линейной модели Огородникова—Милна (Огородников, 1965) наблюдаемая скорость звезды  $\mathbf{V}(r)$ , имеющая гелиоцентрический радиусвектор **r**, с точностью до членов первого порядка малости  $r/R_0 \ll 1$  описывается уравнением в векторной форме

$$\mathbf{V}(r) = \mathbf{V}_{\odot} + M\mathbf{r} + \mathbf{V}',\tag{1}$$

где  $\mathbf{V}_{\odot}(U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot})$  — пекулярная скорость Солнца относительно группировки рассматриваемых звезд, M — матрица (тензор) смещений, компонентами которой являются частные производные скорости  $\mathbf{u}(u_1, u_2, u_3)$  по расстоянию  $\mathbf{r}(r_1, r_2, r_3)$ , где  $\mathbf{u} = \mathbf{V}(R) - \mathbf{V}(R_0)$ , а R и  $R_0$  галактоцентрические расстояния звезды и Солнца, соответственно, тогда

$$M_{pq} = \left(\frac{\partial u_p}{\partial r_q}\right)_{\circ}, \quad p, q = 1, 2, 3, \tag{2}$$

где нолик означает, что производные взяты в точке  $R = R_0$ , а индексы p и q обозначают номера координатных осей,  $\mathbf{V}'$  — остаточная скорость звезды, под которой здесь понимается скорость звезды после вычета пекулярного движения Солнца ( $\mathbf{V}_{\odot}$ ) и линейных зависимостей, описываемых матрицей смещений M. Отметим, что здесь мы придерживаемся обозначений, введенных Клюбом (1972).

Все девять элементов матрицы M определяются при использовании трех компонент наблюдаемых скоростей — лучевой скорости  $V_r$ , скорости вдоль галактической долготы  $V_l$  и вдоль галактической широты  $V_b$ :

$$V_{r} = -U_{\odot} \cos b \cos l -$$
(3)  

$$-V_{\odot} \cos b \sin l - W_{\odot} \sin b +$$
  

$$+ r [\cos^{2} b \cos^{2} l M_{11} + \cos^{2} b \cos l \sin l M_{12} +$$
  

$$+ \cos b \sin b \cos l M_{13} + \cos^{2} b \sin l \cos l M_{21} +$$
  

$$+ \cos^{2} b \sin^{2} l M_{22} + \cos b \sin b \sin l M_{23} +$$
  

$$+ \sin b \cos b \cos l M_{31} + \cos b \sin b \sin l M_{32} +$$
  

$$+ \sin^{2} b M_{33}],$$

$$V_{l} = U_{\odot} \sin l - V_{\odot} \cos l +$$
(4)  
+  $r[-\cos b \cos l \sin l M_{11} - \cos b \sin^{2} l M_{12} -$   
-  $\sin b \sin l M_{13} + \cos b \cos^{2} l M_{21} +$   
+  $\cos b \sin l \cos l M_{22} + \sin b \cos l M_{23}],$ 

$$V_{b} = U_{\odot} \cos l \sin b +$$
(5)  
+  $V_{\odot} \sin l \sin b - W_{\odot} \cos b +$   
+  $r[-\sin b \cos b \cos^{2} lM_{11} -$   
-  $\sin b \cos b \sin l \cos lM_{12} -$   
-  $\sin b \cos b \sin^{2} lM_{22} - \sin^{2} b \sin lM_{23} +$   
+  $\cos^{2} b \cos lM_{31} + \cos^{2} b \sin lM_{32} +$   
+  $\sin b \cos bM_{33}].$ 

Для оценки значений скоростей  $(U, V, W)_{\odot}$  и элементов матрицы M система условных уравнений вида (3)–(5) решается методом наименьших квадратов (МНК). Решение ищется с весами вида

$$w_{r} = S_{0} / \sqrt{S_{0}^{2} + \sigma_{V_{r}}^{2}},$$

$$w_{l} = S_{0} / \sqrt{S_{0}^{2} + \sigma_{V_{l}}^{2}},$$

$$w_{b} = S_{0} / \sqrt{S_{0}^{2} + \sigma_{V_{b}}^{2}},$$
(6)

где  $\sigma_{V_r}$ ,  $\sigma_{V_l}$ ,  $\sigma_{V_b}$  — дисперсии ошибок соответствующих наблюдаемых скоростей,  $S_0$  — "космическая" дисперсия. Значение  $S_0$  сопоставимо со среднеквадратической невязкой  $\sigma_0$  (ошибкой единицы веса), получаемой при решении условных уравнений вида (3)—(5), и в данной работе принимается равным 12 км/с.

Матрицу M делят на симметричную  $M^+$  (тензор локальной деформации) и антисимметричную  $M^-$  (тензор вращения) части:

$$M_{pq}^{+} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_p}{\partial r_q} + \frac{\partial u_q}{\partial r_p} \right)_{\circ}, \qquad (7)$$
$$M_{pq}^{-} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_p}{\partial r_q} - \frac{\partial u_q}{\partial r_p} \right)_{\circ}, \qquad p, q = 1, 2, 3,$$

где нолик означает, что производные взяты в точке  $R = R_0$ . Величины  $M_{32}^-$ ,  $M_{13}^-$ ,  $M_{21}^-$  являются компонентами вектора твердотельного вращения малой околосолнечной окрестности вокруг осей x, y, z соответственно. В согласии с выбранной нами прямоугольной системой координат положительными вращениями являются вращения от оси 1 к  $2(\Omega_z)$ , от оси 2 к  $3(\Omega_x)$ , от оси 3 к  $1(\Omega_y)$ :

$$M^{-} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_{z} & \Omega_{y} \\ \Omega_{z} & 0 & -\Omega_{x} \\ -\Omega_{y} & \Omega_{x} & 0 \end{pmatrix}.$$
 (8)

Из элементов матрицы *М* компоненты тензора вращения вычисляются следующим образом:

$$M_{32}^{-} = 0.5(M_{32} - M_{23}),$$
(9)  

$$M_{13}^{-} = 0.5(M_{13} - M_{31}),$$
  

$$M_{21}^{-} = 0.5(M_{12} - M_{21}).$$

Каждая из величин  $M_{12}^+$ ,  $M_{13}^+$ ,  $M_{23}^+$  описывает деформацию в соответствующей плоскости. Из элементов матрицы M они вычисляются следующим образом:

$$M_{12}^{+} = 0.5(M_{12} + M_{21}), \tag{10}$$

$$M_{13}^{-} = 0.5(M_{13} + M_{31}),$$

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 9 2021

$$M_{23}^+ = 0.5(M_{23} + M_{32}).$$

Диагональные компоненты тензора локальной деформации  $M_{11}^+$ ,  $M_{22}^+$ ,  $M_{33}^+$ , совпадают с соответствующими диагональными элементами матрицы M. Они описывают общее локальное сжатие или расширение всей звездной системы (дивергенция). В частности, интересно оценить объемный эффект расширения/сжатия:

$$K_{xyz} = (M_{11} + M_{22} + M_{33})/3.$$
(11)

Прямоугольные компоненты пространственных скоростей звезд вычисляются по формулам

$$U = V_r \cos l \cos b - V_l \sin l - V_b \cos l \sin b, \quad (12)$$
$$V = V_r \sin l \cos b + V_l \cos l - V_b \sin l \sin b,$$
$$W = V_r \sin b + V_b \cos b.$$

### Формирование остаточных скоростей

Параметры кривой галактического вращения в работе Бобылева и др. (2021) были найдены на основе разложения угловой скорости вращения Галактики  $\Omega$  в ряд до членов *i*-го порядка малости  $r/R_0$ , где  $\Omega_0^i$  — соответствующие производные угловой скорости.

Остаточные скорости цефеид вычисляются с учетом пекулярной скорости Солнца  $U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot}$  и дифференциального вращения Галактики в следующем виде:

$$V_r = V_r^* - \tag{13}$$

$$- [-U_{\odot} \cos b \cos l - V_{\odot} \cos b \sin l - W_{\odot} \sin b + + R_0 (R - R_0) \sin l \cos b\Omega'_0 + + 0.5 R_0 (R - R_0)^2 \sin l \cos b\Omega''_0 + ...],$$

$$V_{l} = V_{l}^{*} -$$
(14)  
-  $[U_{\odot} \sin l - V_{\odot} \cos l - r\Omega_{0} \cos b +$   
+  $(R - R_{0})(R_{0} \cos l - r \cos b)\Omega'_{0} +$   
+  $0.5(R - R_{0})^{2}(R_{0} \cos l - r \cos b)\Omega''_{0} + ...],$ 

$$V_{b} = V_{b}^{*} -$$
(15)  
-  $[U_{\odot} \cos l \sin b + V_{\odot} \sin l \sin b - W_{\odot} \cos b -$   
-  $R_{0}(R - R_{0}) \sin l \sin b \Omega_{0}' -$   
-  $0.5R_{0}(R - R_{0})^{2} \sin l \sin b \Omega_{0}'' - ...],$ 

где скорости  $V_r^*$ ,  $V_l^*$ ,  $V_b^*$ , стоящие в правых частях уравнений, — это исходные скорости, а в левых частях уравнений находятся скорректированные скорости  $V_r$ ,  $V_l$ ,  $V_b$ , с использованием которых можно вычислить остаточные скорости U, V, W по формулам (12).



**Рис. 1.** Скорости U, V, W в зависимости от гелиоцентрических прямоугольных координат x, y, z. На каждой панели даны соответствующие обозначения матрицы деформации  $M_{p,q}$ , на панели (б) линией серого цвета показана зависимость  $U = M_{12} \times y$ , где  $M_{12} = 28.71$  км/с/кпк. Значение параметра  $M_{12}$  с вероятностью 95% находится в доверительном интервале [26.74, 30.68] км/с/кпк.

В квадратных скобках в правых частях уравнений (13)–(15) со своими знаками находятся выражения, которые использовались для поиска параметров галактического вращения. В частности, в работе Бобылева и др. (2021) по цефеидам из работы Мроза и др. (2019) было найдено  $(U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot}) = (8.53, 14.88, 6.09) \pm \pm (0.47, 0.63, 0.45)$  км/с, а также

$$\begin{split} \Omega_0 &= -28.71 \pm 0.15 \text{ km/c/knk}, \qquad (16) \\ \Omega_0' &= 3.957 \pm 0.044 \text{ km/c/knk}^2, \\ \Omega_0'' &= -0.871 \pm 0.033 \text{ km/c/knk}^3, \\ \Omega_0''' &= 0.153 \pm 0.013 \text{ km/c/knk}^4, \\ \Omega_0^{IV} &= -0.013 \pm 0.002 \text{ km/c/knk}^5 \end{split}$$

для принятого значения  $R_0 = 8.0$  кпк. С этими параметрами в работе Бобылева и др. (2021) построен рис. 4с. В настоящей работе формирование остаточных скоростей цефеид производится со значениями параметров угловой скорости вращения Галактики (16).

## Ограничения

Чтобы избавиться от нескольких сильно отскакивающих остаточных скоростей цефеид, используем следующие ограничения:

$$|U| < 80 \text{ km/c},$$
 (17)  
 $|V| < 80 \text{ km/c},$   
 $|W| < 60 \text{ km/c},$ 

# ОСОБЕННОСТИ ТРЕХМЕРНОЙ КИНЕМАТИКИ

Параметр	R < 12кпк	R < 14кпк	Все цефеиды
$N_{\star}$	685	778	816
$\sigma_0$ , км/с	12.44	12.46	12.47
$U_{\odot}$ , км/с	$8.28\pm0.50$	$8.53\pm0.46$	$8.61\pm0.45$
$V_{\odot}$ , км/с	$15.17\pm0.50$	$14.68\pm0.46$	$14.57\pm0.46$
$W_{\odot}$ , км/с	$6.01\pm0.49$	$5.56\pm0.45$	$5.47\pm0.45$
$M_{11}$ , км/с/кпк	$0.66\pm0.26$	$0.74\pm0.19$	$0.68\pm0.17$
$M_{12}$ , км/с/кпк	$-0.13\pm0.15$	$-0.02\pm0.14$	$0.00\pm0.13$
$M_{13}, { m \kappam/c/\kappaп\kappa}$	$-4.40 \pm 3.10$	$-5.02\pm2.33$	$-8.11\pm1.53$
$M_{21}$ , км/с/кпк	$-0.18\pm0.26$	$-0.27\pm0.19$	$-0.27\pm0.17$
$M_{22},$ км/с/кпк	$-0.38\pm0.15$	$-0.18\pm0.14$	$-0.18\pm0.13$
$M_{23},$ км/с/кпк	$5.24\pm3.10$	$7.54 \pm 2.28$	$7.36 \pm 1.52$
$M_{31}$ , км/с/кпк	$-0.24\pm0.25$	$-0.58\pm0.19$	$-0.64\pm0.17$
$M_{32}, { m \kappam/c/\kappaп\kappa}$	$0.24\pm0.14$	$0.19\pm0.13$	$0.25\pm0.13$
$M_{33},$ км/с/кпк	$6.61\pm2.97$	$2.42\pm2.18$	$2.92 \pm 1.46$
$K_{xyz}$ , км/с/кпк	$2.31 \pm 1.00$	$1.00\pm0.74$	$1.13\pm0.50$

Таблица 1. Кинематические параметры модели Огородникова-Милна

где скорости U, V и W являются остаточными, т.е. исправленными за вращение Галактики.

На рис. 1 приведены скорости U, V, W в зависимости от гелиоцентрических прямоугольных координат x, y, z. Скорости U, V и W вычислены с использованием ограничений (17), по которым из общего списка было отброшено всего 16 звезд.

На рис. 16 показана зависимость  $U = M_{12} \times y$ , где  $M_{12}$  соответствует угловой скорости вращения Галактики вокруг оси z (см. (8)), значение которой мы используем в (16),  $M_{12} = \partial U/\partial y = -\Omega_z = 28.71$  км/с/кпк. Видно, что точки на графике хорошо следуют этой линейной зависимости в широком интервале -10 < y < 10 кпк. Но в других случаях, особенно на рис. 1д, отчетливо проявляется нелинейный характер распределения скоростей.

Статистическая значимость регрессии, указанной на рис. 16, была нами проверена с использованием *t*-критерия Стьюдента. Зависимость оказалась статистически значимой. Доверительный интервал, в котором найденный параметр регрессии находится с вероятностью 95%, приведен в подписи к рисунку.

Как можно видеть из рис. 1, скорости U и V изменяются в очень широком интервале значений. Поэтому для изучения градиентов вида  $\partial U/\partial z$  и  $\partial V/\partial z$  необходимо тщательно учесть дифференциальное вращение Галактики. Видно также, что скорости W имеют существенно меньший размах и не коррелируют с галактическим вращением.



Рис. 2. Скорости U, V, W, исправленные за вращение Галактики, в зависимости от гелиоцентрических прямоугольных координат x, y, z. На каждой панели даны соответствующие обозначения матрицы деформации  $M_{p,q}$ , на панели (а) показана зависимость  $U = M_{11} \times x$ , где  $M_{11} = 0.68$  км/с/кпк с доверительным интервалом [0.63, 0.73] км/с/кпк, на панели (в) дана зависимость  $U = M_{13} \times z$ , где  $M_{13} = -8.11$  км/с/кпк с доверительным интервалом [-8.68, -7.54] км/с/кпк, на панели (е) дана зависимость  $V = M_{23} \times z$ , где  $M_{23} = 7.36$  км/с/кпк с доверительным интервалом [6.73, 7.99] км/с/кпк, а на панели (ж) дана зависимость  $W = M_{31} \times x$ , где  $M_{31} = -0.64$  км/с/кпк с доверительным интервалом [-0.69, -0.59] км/с/кпк.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

## Полная модель

В табл. 1 приведены параметры линейной модели Огородникова—Милна, найденные в результате МНК-решения системы условных уравнений вида (3)—(5). При этом скорости  $V_r, V_l, V_b$  были исправлены за дифференциальное вращение Галактики с использованием соотношений (13)—(15), а также параметров (16).

В верхней части таблицы даны количество используемых звезд  $N_*$ , ошибка единицы веса  $\sigma_0$ , найденная в результате МНК-решения системы условных уравнений вида (3)—(5), компоненты пекулярной скорости Солнца  $(U, V, W)_{\odot}$  и девять элементов матрицы M (2).

Мы ожидаем, что кинематические эффекты, связанные с варпом, должны проявляться при значительных гелиоцентрических расстояниях, примерно при r > 6 кпк (R > 14 кпк). В основе этих ожиданий лежат карты распределения далеких от Солнца объектов (Руссейль, 2003; Момани и др., 2006; Калберла, Дедес, 2008; Сковрон и др., 2019б), распределения вертикальных скоростей далеких звезд (Поджио и др., 2018) и моделей варпа (Лопес-Корредоира и др., 20026; Юсифов, 2004; Хробакова, Лопес-Корредоира, 2021). Особенно интересно отметить работу Поджио и др. (2018), где хорошо видно, что вертикальные скорости далеких звезд начинают сильно расти при R > 14 кпк. Поэтому вычисления проведены для трех вариантов галактоцентрического расстояния: R < 12 кпк, R < 14 кпк и при любом R.

Соответствующие результаты даны в трех столбцах. Таким образом, имеем три выборки цефеид, расположенные на разных расстояниях от галактического центра.

Скорости  $(U, V, W)_{\odot}$  являются групповой скоростью (с обратным знаком) рассматриваемой выборки цефеид. Сюда входят пекулярное движение Солнца относительно местного стандарта покоя, возмущения от спиральной волны плотности и влияние на скорость  $V_{\odot}$  так называемого асимметричного дрейфа (отставание от круговой скорости вращения с возрастом выборки).

В настоящее время считается, что наилучшим образом компоненты пекулярной скорости Солнца относительно местного стандарта покоя определены в работе Шонриха и др. (2010):  $(U, V, W)_{\odot} =$ = (11.1, 12.2, 7.3) ± (0.7, 0.5, 0.4) км/с. Видим, что найденные нами значения групповой скорости находятся в хорошем согласии с этой оценкой. Небольшую разницу около 2.5 км/с в скоростях  $V_{\odot}$  можно объяснить влиянием асимметричного дрейфа. Отметим, что в работе Бобылева и др. (2021) были найдены близкие значения  $(U, V, W)_{\odot} =$ = (10.1, 13.6, 7.0) ± (0.5, 0.6, 0.4) км/с при анализе этой же выборки цефеид на основе нелинейной модели галактического вращения.

Как можно видеть из первого столбца (R < 12 кпк) таблицы, нет ни одного элемента матрицы M, значимо отличающегося от нуля. Во втором столбце (R < 14 кпк) таблицы имеются два элемента, значимо отличающиеся от нуля,  $M_{11}$  и  $M_{23}$ . В третьем столбце (при любом R) таблицы имеются четыре таких элемента:  $M_{11}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{23}$  и  $M_{31}$ .

На рис. 2 даны скорости U, V, W, исправленные за вращение Галактики, в зависимости от координат x, y, z. Выборка цефеид соответствует случаю, когда никакого ограничения на расстояние R не накладывалось. Показаны четыре зависимости  $M_{11}$ ,  $M_{13}$ , и  $M_{23}$  и  $M_{31}$ , соответствующие найденным градиентам, значения которых даны в последней колонке таблицы.

Четыре ненулевые оценки коэффициентов регрессии были проверены на статистическую значимость с использованием t-критерия Стьюдента. Все они оказались статистически значимыми. Соответствующие доверительные интервалы, в которых найденные параметры регрессии находятся с вероятностью 95%, даны в подписи к рис. 2. Плоскость XY. Рассмотрим тензор смещений, описывающий остаточное вращение вокруг оси z. Обозначим этот тензор как  $M_{xy}$ , так как его элементами являются частные производные скоростей U, V по x и y:

$$M_{xy} = \begin{pmatrix} \partial U/\partial x & \partial U/\partial y \\ \partial V/\partial x & \partial V/\partial y \end{pmatrix}.$$
 (18)

Элементы этого тензора можно записать через хорошо известные постоянные Оорта  $(A, B, C, K)_{xy}$ , которые в нашем случае описывают остаточные эффекты:

$$M_{xy} = \begin{pmatrix} K+C & A-B\\ A+B & K-C \end{pmatrix}.$$
 (19)

Согласно представленным в последнем столбце табл. 1 данным, имеем (элементы матрицы даны в км/с/кпк)

$$M_{xy} = \begin{pmatrix} 0.68_{(0.17)} & 0.0_{(0.13)} \\ -0.27_{(0.17)} & -0.18_{(0.13)} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

на основе которых находим  $A_{xy} = -0.13 \pm \pm 0.11$  км/с/кпк,  $B_{xy} = -0.13 \pm 0.11$  км/с/кпк,  $C_{xy} = 0.43 \pm 0.11$  км/с/кпк и  $K_{xy} = 0.25 \pm \pm 0.11$  км/с/кпк.

Нулевое значение разности  $A_{xy} - B_{xy} = -\Omega_0$  и близкое к нулевому значение суммы этих величин говорят о том, что учет дифференциального вращения Галактики с параметрами (16) сделан очень хорошо. Имеется незначительный эффект расширения  $K_{xy}$ . Значимо отличается от нуля величина  $C_{xy}$ . Это говорит о том, что эллипс остаточных скоростей в плоскости xy имеет отклонение (отклонение вертекса) от направления на центр Галактики с величиной  $\tan 2l_{xy} = -C/A$ , тогда  $l_{xy} = 36 \pm 7^{\circ}$ . Такое отклонение вертекса может быть связано как с влиянием спиральной волны плотности, так и с влиянием варпа.

**Плоскость** *YZ*. Рассмотрим тензор смещений *M<sub>yz</sub>*:

$$M_{yz} = \begin{pmatrix} \partial V / \partial y & \partial V / \partial z \\ \partial W / \partial y & \partial W / \partial z \end{pmatrix}.$$
 (21)

Согласно данным из последнего столбца табл. 1, имеем

$$M_{yz} = \begin{pmatrix} -0.18_{(0.13)} & 7.36_{(1.52)} \\ 0.25_{(0.13)} & 2.92_{(1.46)} \end{pmatrix}.$$
 (22)

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 9 2021

Если следовать строго правилу (9), то здесь получаем большое отрицательное вращение вокруг оси x,  $M_{32}^- = -3.55 \pm 0.76$  км/с/кпк. Отметим, что в реальность градиента  $\partial V/\partial z = 7.36 \pm \pm 1.52$  км/с/кпк трудно поверить, так как он означает, что скорость галактического вращения должна увеличиваться с увеличением z. В действительности происходит ровно наоборот.

Бобылев (2013б) строго следовал правилу (9), когда из анализа около 200 долгопериодических цефеид получил огромное значение величины  $\partial V/\partial z = 27 \pm 10$  км/с/кпк. Линейная скорость звезд при таком градиенте, при z = 2 кпк (максимальные значения на наших рис. 1 и 2), может составлять более 50 км/с. Такая скорость, конечно, является слишком большой. Она характерна, скорее, для убегающих звезд, обладающих пекулярными скоростями. В итоге Бобылев (2013б) получил оценку угловой скорости вращения вокруг галактической оси x с величиной  $-15 \pm 5$  км/с/кпк. Рассматривались цефеиды из околосолнечной области радиусом 6 кпк, что примерно соответствует нашей выборке, результаты анализа которой даны во втором столбце табл. 1. Тогда использовалась другая кривая вращения Галактики для формирования остаточных скоростей звезд. Собственные движения были взяты из каталогов UCAC4 (Захариас и др., 2013) и TRC (Хег и др., 2000). Можем заключить, что большое значение градиента  $\partial V/\partial z$  не подтверждается. Скорее всего, такой градиент мало связан с реальным вращением варпа.

**Плоскость** *XZ*. Здесь тензор смещений *M*<sub>xz</sub> выглядит так:

$$M_{xz} = \begin{pmatrix} \partial U/\partial x & \partial U/\partial z \\ \partial W/\partial x & \partial W/\partial z \end{pmatrix}.$$
 (23)

Согласно данным из последней колонки табл. 1, имеем

$$M_{xz} = \begin{pmatrix} 0.68_{(0.17)} & -8.11_{(1.53)} \\ -0.64_{(0.17)} & 2.92_{(1.46)} \end{pmatrix}.$$
 (24)

Если и здесь строго следовать правилу (9), то получаем большое отрицательное вращение вокруг оси  $y, M_{31}^- = -3.74 \pm 0.77$  км/с/кпк.

На рис. 2 специально серым цветом показаны зависимости, найденные по остаточным скоростям U и V, которые зависят от учета кривой вращения, влияния спиральной волны плотности (которое мы не учитывали). А вот зависимость  $\partial W/\partial x$  дана красной линией, чтобы подчеркнуть ее важность, так как вертикальные скорости W не являются

остаточными — они свободны от влияния галактического вращения. Этот эффект хорошо можно видеть из сравнения нижних графиков на рис. 1ж и и 2ж—и — после учета галактического вращения скорости W остаются неизменными.

Отметим, что на определение градиентов  $\partial U/\partial z$ и  $\partial V/\partial z$  сильное влияние оказывают всего несколько звезд с большими z, что можно видеть из рис. 2в и 2е. Реальная, хорошо просматриваемая зависимость видна на рис. 16 для градиента  $\partial U/\partial y$ .

На рис. 2ж видно, что вертикальные скорости возрастают в направлении антицентра Галактики (в нашем случае при более отрицательных значениях *x*). Налицо положительное вращение вокруг оси *y*. Более того, это заключение находится в хорошем согласии с результатами анализа вертикальных скоростей цефеид в работе Сковрон и др. (2019б).

Интересно отметить, что никакого значимо отличающегося от нуля объемного эффекта расширения/сжатия ( $K_{xyz}$ ) не обнаружено. Заметный плоский эффект расширения/сжатия в какой-либо из трех плоскостей также не выявлен.

Для подавляющего большинства цефеид выборки (для 804 звезд из 832) известны оценки возраста, согласно определениям Сковрон и др. (2019а). Мы разделили выборку на две части с границей возраста 120 млн лет. Количество относительно молодых цефеид (t < 120 млн лет) составило 507, а более старых ( $t \ge 120$  млн лет) — 297. Для каждой из этих подвыборок были вычислены параметры нашей модели при различных ограничениях на R, но никаких принципиальных различий в зависимости от ограничений на возраст цефеид не было найдено. Поэтому результаты таких вычислений мы не приводим.

## Анализ собственных движений

Известно (Огородников, 1965), что все три компонента вращения  $M_{32}^-$ ,  $M_{13}^-$ ,  $M_{21}^-$  определяются без лучевых скоростей, только из анализа собственных движений звезд. Мы решили повторить вычисления, используя простейшую модель с шестью определяемыми неизвестными — тремя компонентами пекулярной скорости Солнца  $(U, V, W)_{\odot}$  и тремя скоростями вращения  $M_{32}^-$ ,  $M_{13}^-$ ,  $M_{21}^-$ . При таком подходе предполагается, что какие-либо деформации отсутствуют (все компоненты симметричного тензора равны нулю). Точнее, отсутствуют деформации, связанные с варпом. Условные уравнения имеют следующий вид:

# ОСОБЕННОСТИ ТРЕХМЕРНОЙ КИНЕМАТИКИ

Параметр	R < 12кпк	R < 14кпк	Все цефеиды	x < 5кпк
$N_{\star}$	685	778	816	808
$\sigma_0$ , км/с	10.70	10.66	10.88	10.67
$U_{\odot}$ , км/с	$6.96\pm0.51$	$7.05\pm0.50$	$7.20\pm0.50$	$7.24\pm0.49$
$V_{\odot}$ , км/с	$11.69\pm0.72$	$11.06\pm0.63$	$11.39\pm0.63$	$11.25\pm0.63$
$W_{\odot}$ , км/с	$6.12\pm0.42$	$5.62\pm0.39$	$5.52\pm0.39$	$5.58\pm0.39$
$M^{32}$ , км/с/кпк	$0.26 \pm 0.12$	$0.17\pm0.11$	$0.28\pm0.10$	$0.33\pm0.10$
$M^{13}$ , км/с/кпк	$0.18\pm0.22$	$0.58\pm0.16$	$0.44 \pm 0.14$	$0.54\pm0.15$
<i>M</i> <sub>21</sub> <sup>−</sup> , км/с/кпк	$0.04 \pm 0.11$	$-0.03 \pm 0.09$	$0.22\pm0.09$	$0.23\pm0.09$

Таблица 2. Кинематические параметры, найденные по собственным движениям цефеид

$$V_{l} = U_{\odot} \sin l - V_{\odot} \cos l +$$
(25)  
+  $r[-\cos l \sin bM_{32}^{-} -$ 

 $-\sin l \sin b M_{13}^- + \cos b M_{21}^-],$ 

$$V_b = U_\odot \cos l \sin b + \tag{26}$$

 $+ V_{\odot} \sin l \sin b - W_{\odot} \cos b +$  $+ r [\sin l M_{32}^{-} - \cos l M_{13}^{-}].$ 

В левых частях стоят остаточные скорости, уравнение решается методом наименьших квадратов. Результаты решений отражены в табл. 2.

Как видно на рис. 2ж, вертикальные скорости возрастают в направлении антицентра Галактики, что согласуется с гипотезой о вращении варпа. А во внутренней области Галактики имеется большая дисперсия скоростей W. Чтобы исключить такие цефеиды с большой дисперсией скоростей W, было выполнено дополнительное решение уравнений (25)–(26) при ограничении на значение координаты x. Результаты такого решения даны в последнем столбце табл. 2. Это решение интересно тем, что показывает наличие двух положительных вращений, значение каждого из которых значимо отличается от нуля.

Все решения в табл. 2 имеют ошибку единицы веса около 10 км/с. Это меньше, чем было получено при совместных решениях. Меньшее значение ошибки единицы веса достигается не только за счет неиспользования лучевых скоростей, но и за счет существенного сокращения искомых неизвестных. Следует также учесть, что случайные

ошибки лучевых скоростей в среднем составляют около 5 км/с. Типичная ошибка собственного движения 0.1 мсд/год дает ошибку, тангенциальную скорости, равную 5 км/с  $(0.1 \times 4.741 \times r)$ для гелиоцентрических расстояний, превышающих 10 кпк. Таким образом, в нашей выборке случайные ошибки тангенциальных скоростей в среднем меньше ошибок лучевых скоростей (рис. 1 в работе Бобылева и др., 2021). Из табл. 2 можно видеть, что имеется разница в 3-4 км/с в определении скорости V<sub>☉</sub>, что может быть связано с особенностью лучевых скоростей. Главное, что такой эффект может влиять на качество остаточных скоростей V (при использовании полной модели). В целом можем заключить, что анализ только собственных движений цефеид подтверждает наличие остаточного вращения вокруг оси у.

Отметим, что наличие положительного остаточного вращения вокруг осей y и x находится в согласии с результатами анализа огромного количества далеких звезд, выполненного в работах Поджио и др. (2018, 2020).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы трехмерные движения большой выборки классических цефеид. Для этого использованы данные из работы Мроза и др. (2019). Цефеиды этой выборки расположены в широком диапазоне галактоцентрических расстояний R: 4 - 20 кпк. Максимальное возвышение над галактической плоскостью этих звезд не превышает 2 кпк, т.е. |z| < 2 кпк. Применена линейная модель Огородникова—Милна. Из наблюдаемых скоростей звезд заранее было исключено галактическое вращение, найденное нами ранее на основе нелинейной модели.

Показано, что в галактической плоскости xy практически отсутствуют значимо отличающиеся от нуля компоненты модели  $A_{xy}$  и  $B_{xy}$ . Таким образом, отсутствует какое-либо остаточное вращение. Из анализа значений параметров  $A_{xy}$  и  $C_{xy}$  найдено, что в плоскости xy имеется отклонение вертекса  $l_{xy}$  с величиной  $36 \pm 7^{\circ}$ .

Несколько другая ситуация наблюдается в плоскостях zx и zy. С увеличением максимального расстояния R выборки все больше проявляют себя два градиента,  $M_{13} = \partial U/\partial z$  и  $M_{23} = \partial V/\partial z$ . Максимальных значений эти величины достигают при максимальных значениях радиуса рассматриваемой окрестности  $M_{13} = -8.2 \pm 1.5$  км/с/кпк и  $M_{23} = 7.3 \pm 1.5$  км/с/кпк. Показано, что скорости U и V сильно зависят от того, как из них вычтена кривая вращения Галактики. Поэтому найденные значения этих градиентов могут быть и не связанными с вращением варпа.

На основе полной модели Огородникова– Милна определен градиент  $\partial W/\partial x = -\Omega_y$  с величиной  $-0.64 \pm 0.17$  км/с/кпк. В данном случае вертикальная скорость W не зависит от галактического вращения. Поэтому найденную величину  $\Omega_y = +0.64 \pm 0.17$  км/с/кпк можно интерпретировать как вращение варпа вокруг оси y.

Вычисления, выполненные на основе сокращенной модели с использованием только собственных движений цефеид в предположении об отсутствии деформаций, связанных с варпом, подтвердили наличие остаточного вращения вокруг оси y со скоростью  $\Omega_y = +0.54 \pm 0.15$  км/с/кпк. Также они показали наличие небольшого положительного вращения и вокруг оси x со скоростью  $\Omega_x = +0.33 \pm \pm 0.10$  км/с/кпк.

Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания, которые способствовали улучшению статьи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Андерсон и др. (R.I. Anderson, H. Saio, S. Ekström, C. Georgy, and G. Meynet), Astron. Astrophys. **591**, A8 (2016).
- 2. Аблимит и др. (I. Ablimit, G. Zhao, C. Flynn, and S.A. Bird), Astrophys. J. **895**, L12 (2020).
- Байлин (J. Bailin), Astrophys. J. Lett. 583, L79 (2003).
- 4. Баттанер и др. (E. Battaner, E. Florido, and M.L. Sanchez-Saavedra), Astron. Astrophys. 236, 1 (1990).

- Бердников Л.Н., Письма в Астрон. журн. 13, 110 (1987). [L. N. Berdnikov, Astron. Lett. 13, 45 (1987)].
- 6. Бекки (K. Bekki), MNRAS 422, 1957 (2012).
- Бобылев В.В., Письма в Астрон. журн. 36, 667 (2010) [V. V. Bobylev, Astron. Lett. 36, 634 (2010)].
- Бобылев В.В., Письма в Астрон. журн. 39, 837 (2013а) [V.V. Bobylev, Astron. Lett. 39, 753 (2013а)].
- Бобылев В.В., Письма в Астрон. журн. 39, 909 (20136) [V. V. Bobylev, Astron. Lett. 39, 819 (2013b)].
- 10. Бобылев и др. (V.V. Bobylev, A.T. Bajkova, A.S. Rastorguev, and M.V. Zabolotskikh), MNRAS **502**, 4377 (2021).
- 11. Браун и др. (Gaia Collaboration, A.G.A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J.H.J. de Bruijne, C. Babusiaux, Bailer-Jones, M. Biermann, D.W. Evans, et al.), Astron. Astrophys. **616**, 1 (2018).
- 12. Ванг и др. (S. Wang, X. Chen, R. de Grijs, et al.), Astrophys. J. **852**, 78 (2018).
- 13. Вестерхут (G. Westerhout), Bull. Astron. Inst. Netherlands 13, 201 (1957).
- 14. Дриммель и др. (R. Drimmel, R.L. Smart, and M.G. Lattanzi), Astron. Astrophys. **354**, 67 (2000).
- 15. Дриммель, Шпергель (R. Drimmel and D.N. Spergel), Astrophys. J. **556**, 181 (2001).
- 16. Захариас и др. (N. Zacharias, C. Finch, T. Girard, et al.), Astron. J. **145**, 44 (2013).
- 17. Калберла, Дедес (P.M.W. Kalberla and L. Dedes), Astron. Astrophys. **487**, 951 (2008).
- Клюб (S.V.M. Clube), Mon. Not. R. Astron. Soc. 159, 289 (1972).
- 19. Лопес-Корредоира и др. (М. López-Corredoira, J. Betancort-Rijo, and J. Beckman), Astron. Astrophys. **386**, 169 (2002a).
- 20. Лопес-Корредоира и др. (М. López-Corredoira, A. Cabrera-Lavers, F. Garzón, and P.L. Hammersley), Astron. Astrophys. **394**, 883 (20026).
- 21. Лопес-Корредоира и др. (М. López-Corredoira, H. Abedi, F. Garzón, and F. Figueras), Astron. Astrophys. **572**, 101 (2014).
- 22. Миямото, Жу (M. Miyamoto and Z. Zhu), Astron. J. 115, 1483 (1998).
- 23. Момани и др. (Y. Momany, S. Zaggia, G. Gilmore, et al.), Astron. Astrophys. **451**, 515 (2006).
- 24. Мроз и др. (Р. Mróz, A. Udalski, D.M. Skowron, et al.), Astrophys. J. **870**, L10 (2019).
- Огородников К.Ф., Динамика звездных систем (М.: Физматгиз, 1965) [К.F. Ogorodnikov, Dynamics of stellar systems (Oxford: Pergamon, ed. Beer, A. 1965)].
- 26. Олано (С.А. Olano), Astron. Astrophys. **423**, 895 (2004).
- 27. Поджио и др. (E. Poggio, R. Drimmel, M.G. Lattanzi, R.L. Smart, A. Spagna, R. Andrae, C.A.L. Bailer-Jones, M. Fouesneau, et al.), MNRAS 481, L21 (2018).
- 28. Поджио и др. (E. Poggio, R. Drimmel, R. Andrae, C.A.L. Bailer-Jones, M. Fouesneau, M.G. Lattanzi, R.L. Smart, and A. Spagna), Nature Astron. 4, 590 (2020).

645

- 29. Резер и др. (S. Röser, M. Demleitner, and E. Schilbach), Astron. J. **139**, 2440 (2010).
- 30. Руссейль (D. Russeil) Astron. Astrophys. **397**, 133 (2003).
- 31. Сковрон и др. (D.M. Skowron, J. Skowron, P. Mróz, et al.), Science **365**, 478 (2019а).
- 32. Сковрон и др. (D.M. Skowron, J. Skowron, P. Mróz, et al.), Acta Astron. **69**, 305 (20196).
- 33. Скрутски и др. (M.F. Skrutskie, R.M. Cutri, R. Stiening, M.D. Weinberg, S. Schneider, J.M. Carpenter, C. Beichman, R. Capps, et al.), Astron. J. **131**, 1163 (2006).
- 34. Спарк, Казертано (L. Sparke and S. Casertano), MNRAS 234, 873 (1988).
- Удальский и др. (Å. Udalski, M.K. Szymański, and G. Szymański), Acta Astron. 65, 1 (2015).
- 36. Ферни (J.D. Fernie), Astron. J. 73, 995 (1968).

- 37. Хег и др. (E. Høg, C. Fabricius, V.V. Makarov, et al.), Astron. Astrophys. **355**, L27 (2000).
- Хробакова, Лопес-Корредоира (Ž. Chrobáková and M. López-Corredoira), Astrophys. J. 912, 130 (2021).
- 39. Церсосимо и др. (J.C. Cersosimo, S. Mader, N.S. Figueroa, et al.), Astrophys. J. **699**, 469 (2009).
- 40. Цутия (Т. Tsuchiya), New Astron. 7, 293 (2002).
- 41. Ченг и др. (X. Cheng, B. Anguiano, S.R. Majewski, C. Hayes, P. Arras, C. Chiappini, S. Hasselquist, Q. de Andrade, et al.), Astrophys. J. **905**, 49 (2020).
- 42. Шонрих и др. (R. Schönrich, J.J. Binney, and W. Dehnen), Mon. Not. R. Astron. Soc. **403**, 1829 (2010).
- 43. Юсифов (I. Yusifov), astro-ph/0405517 (2004).
- 44. The HIPPARCOS and Tycho Catalogues, ESA SP-1200 (1997).