

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ МОДЕЛИРОВАНИЯ СВЕРХНОВЫХ ТИПА IIР В ПРИБЛИЖЕНИИ СЕРОЙ НЕПРОЗРАЧНОСТИ И СВОЙСТВА ИХ КРИВЫХ БЛЕСКА

© 2022 г. Е. М. Урвачев^{1,2,3*}, С. И. Блинников^{1,2,3,4},
С. И. Глазырин^{1,2,5}, П. В. Бакланов^{2,3,6}

¹ФГУП “Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова”,
Москва, Россия

²НИЦ “Курчатовский институт” — ИТЭФ, Москва, Россия

³Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

⁴Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Московского государственного
университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

⁵Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

⁶Национальный исследовательский ядерный университет (МИФИ), Москва, Россия

Поступила в редакцию 24.11.2021 г.

После доработки 03.12.2021 г.; принята к публикации 03.12.2021 г.

Представлено сравнение результатов расчета упрощенной одномерной модели сверхновой второго типа со стадией свободного разлета кодами STELLA и FRONT, построенными на разных гидродинамических подходах. Описаны проблемы, возникающие при численном моделировании таких сверхновых на эйлеровых сетках с использованием явных схем, а также возможные пути их решения. Показано, что профили физических величин и кривые блеска модельной сверхновой, полученные с помощью этих различных подходов, хорошо согласуются друг с другом. Также продемонстрировано, что кривая блеска такой сверхновой второго типа в фильтре UX имеет характерную двухпиковую структуру. Амплитуды обоих пиков при этом практически совпадают между собой, а длительность второго пика на порядки больше, чем первого.

Ключевые слова: сверхновые, кривые блеска, перенос излучения.

DOI: 10.31857/S0320010822010077

ВВЕДЕНИЕ

Взрывы красных сверхгигантов наблюдаются как сверхновые типа IIр. Сверхновые такого типа являются наиболее часто наблюдаемым подтипом коллапсирующих сверхновых. Поляризационные наблюдения и спектральные данные для отдельных сверхновых типа IIр указывают на признаки отсутствия сферической симметрии, происхождение которой может объясняться различными факторами: асферическим распределением Ni56 в центральных областях оболочки (Чугай и др., 2007); асимметричным выбросом или асимметричным звездным ветром на досверхновой стадии, как, например, для Бетельгейзе (Кервелла и др., 2011); неоднородной оболочкой со сгустками (Утробин, Чугай, 2015). Асимметричную структуру невозможно учесть в

одномерном приближении, поэтому требуется построение многомерных моделей. В том числе для этих целей проводится разработка многомерного кода FRONT, который ранее уже применялся для моделирования сверхмощных сверхновых (Урвачев и др., 2021). Этот код построен на эйлеровой сетке, что отличает его от кода STELLA, который является одномерным лагранжевым (Блинников и др., 2006). В отличие от сверхмощных сверхновых, обладающих протяженной оболочкой плотного околозвездного вещества, при моделировании сверхновых типа IIр на эйлеровых кодах возникают определенные проблемы. Среди них необходимость имитировать протяженную зону вакуума для моделирования свободного разлета на фиксированной эйлеровой сетке, а также проблема численной диффузии. Для наглядной демонстрации описанных проблем и возможных путей их решения в данной работе рассматривается модельная

*Электронный адрес: urvachevyegor@gmail.com

постановка сверхновой второго типа. Поскольку первым шагом к многомерным расчетам является воспроизведение уже имеющихся результатов в рамках одномерного приближения, то в данной работе проводится сравнительное моделирование сверхновой второго типа кодами STELLA и FRONT в рамках одномерной постановки.

МОДУЛЬ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В КОДЕ FRONT

В текущем варианте модуля переноса излучения кода FRONT используется система уравнений на моменты интенсивности излучения, проинтегрированные по частоте и измеренные в сопутствующей системе отсчета (которая движется со скоростью течения среды v относительно неподвижной лабораторной системы) с точностью $O(v/c)$ (Гонсалес и др., 2007; Скиннер и др., 2019):

$$\partial_t U + \partial_i (F_i + v_i U) + P_{ij} \partial_j v_i = -cG^0, \quad (1)$$

$$\partial_t F_j + \partial_i (c^2 P_{ij} + v_i F_j) + F_i \partial_j v_i = -c^2 G_j, \quad (2)$$

$$G^0 = k (U - aT^4), \quad (3)$$

$$G_j = (\kappa + \sigma) \frac{F_j}{c}, \quad (4)$$

где U , F , P_{ij} — плотность энергии, поток и тензор давления излучения соответственно, v_i — скорость вещества, c — скорость света, $a = 8\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^3$ — радиационная постоянная (k_B — постоянная Больцмана, h — постоянная Планка), T — температура вещества. При выводе уравнений предполагалось, что коэффициенты поглощения k и рассеяния σ не зависят от частоты. Также были отброшены члены, пропорциональные ускорению среды.

Система из двух уравнений (1) и (2) содержит три неизвестных момента интенсивности излучения, потому необходимо ее замыкание. В текущей реализации кода для этого используется M1-приближение (Левормор, 1984; Дюброка, Фюжа, 1999):

$$P_{ij} = D_{ij} U, \quad (5)$$

$$D_{ij} = \frac{1 - \xi}{2} \delta_{ij} + \frac{3\xi - 1}{2} n_i n_j, \quad (6)$$

$$\xi = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}, \quad f = \frac{|F|}{cU}, \quad n_i = \frac{F_i}{|F|}. \quad (7)$$

Такое приближение является неким вариантом интерполяции между двумя предельными случаями: изотропное поле излучения и режим направленного потока излучения.

Уравнения (1) и (2) объединены с уравнениями гидродинамики следующим образом (Джаст и др., 2015; Скиннер и др., 2019):

$$\partial_t \rho + \partial_i (\rho v_i) = 0, \quad (8)$$

$$\partial_t (\rho v_j) + \partial_i (\rho v_i v_j + p \delta_{ij}) = G_i, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} \right) + \partial_i \left[\left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} + p \right) v_i \right] = \\ = cG^0 + v_i G_i, \end{aligned} \quad (10)$$

где ρ , p , e — плотность, давление и удельная внутренняя энергия вещества, а δ_{ij} — дельта-символ Кронекера.

Коротко рассмотрим детали реализации численной схемы, поскольку определенные ее части крайне важны для корректного моделирования рассматриваемой физической задачи. Для решения системы уравнений радиационной гидродинамики применяется разделение по физическим процессам. Сначала происходит учет уравнений гидродинамики без правой части с помощью явной схемы годуновского типа (Глазырин, 2013). Затем происходит учет переноса излучения, который разделен на два последовательных шага. На первом шаге решается система без правой части:

$$\partial_t \mathcal{U} + \partial_i \mathcal{F}_i + \mathcal{G} = 0, \quad (11)$$

$$\mathcal{U} = \begin{Bmatrix} U \\ F_j \end{Bmatrix}, \quad \mathcal{F} = \begin{Bmatrix} F_i + v_i U \\ P_{ij} + v_i F_j \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathcal{G} = \begin{Bmatrix} P_{ij} \partial_j v_i \\ F_i \partial_j v_i \end{Bmatrix}.$$

Для решения используется явная численная схема годуновского типа. Для наглядности рассмотрим одномерную ситуацию, когда изменение величин происходит лишь вдоль одного направления:

$$\begin{aligned} \frac{U_k^{n+1} - U_k^n}{\Delta t} + \\ + \frac{S_{k+1/2} \mathcal{F}_{k+1/2} - S_{k-1/2} \mathcal{F}_{k-1/2}}{V_k} + \\ + \mathcal{K}^n = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь индекс k соответствует номеру ячейки, индексы $k - 1/2$ и $k + 1/2$ соответствуют левой и правой границам ячейки с номером k ; $S_{k\pm 1/2}$ — площадь соответствующей границы ячейки, а V — объем ячейки; индекс n соответствует предыдущему временному шагу, а $n + 1$ — следующему; член \mathcal{K} , вычисляемый по значениям на n шаге по времени, содержит геометрические члены, а также неконсервативный член \mathcal{G} .

Система уравнений на моменты интенсивности излучения в М1-приближении имеет гиперболический вид. При малых пробегах же поле излучения должно корректно описываться диффузионным приближением, т.е. уравнением параболического типа. Стандартным подходом для решения гиперболических систем является использование Римановских решателей для нахождения потоков через границы ячеек. Полученный в результате поток излучения при применении стандартных решателей, как, например, HLL (Гонсалес и др., 2007), в случае малых пробегов будет сильно отличаться от предсказанного на основе диффузионного приближения за счет численной диффузии в самом решателе (Тессье, 2015). Поэтому стандартный Римановский решатель должен быть некоторым образом модифицирован для использования его при моделировании систем с большой оптической толщиной. В некотором смысле это интуитивно понятно, поскольку система гиперболических уравнений координально отличается от системы параболического типа. В коде FRONT для нахождения потоков $\mathcal{F}_{k\pm 1/2}$ через соответствующие границы ячейки используется приближенный Римановский решатель, аналогичный описанному в (Скиннер и др., 2019):

$$\mathcal{F}_{k\pm 1/2} = \mathcal{F}_{\text{HLLcor}} + \mathcal{F}_{\text{adv}}, \quad (14)$$

в котором первое слагаемое отвечает за вклад членов, относящихся лишь к характеристикам поля излучения F_i и P_{ij} , а второе — за вклад членов, содержащих скорость среды. Первое слагаемое представляет собой модифицированный решатель HLL (Скиннер и др., 2019):

$$\mathcal{F}_{\text{HLLcor}} = \begin{cases} \mathcal{F}_L, & \lambda_{\min} \geq 0, \\ \mathcal{F}_R, & \lambda_{\max} \leq 0, \\ \frac{\lambda_{\max}\mathcal{F}_L - \lambda_{\min}\mathcal{F}_R + \delta\lambda_{\min}\lambda_{\max}(\mathcal{U}_R - \mathcal{U}_L)}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}, & \lambda_{\min} < 0 < \lambda_{\max}, \end{cases} \quad (15)$$

где \mathcal{F}_L , \mathcal{F}_R , \mathcal{U}_L , \mathcal{U}_R — значения слева и справа от рассматриваемой границы соответственно. Значения физических величин в коде FRONT являются средними по объему ячейки и поэтому приписываются центрам ячеек. Для получения значений на границах ячеек на основе значений в их центрах необходимо произвести так называемую реконструкцию. В текущей реализации кода используется линейное приближение: $a_{i\pm 1/2} = a_i \pm a'\Delta x/2$, где величина с целым индексом соответствует значению в центрах ячеек, с полуцелым — на их границах, а Δx — расстояние между центрами соседних ячеек, которое для равномерной по пространству

сетке совпадает с размером ячейки. Для нахождения множителя a' , по своей сути являющегося производной по направлению в центральной точке, используется трехпараметричный ограничитель потока: выбирается наименьшее абсолютное значение градиентов изменения физической величины между i и $i \pm 1$ ячейками, а также между $i \pm 1$ ячейками. Минимальное λ_{\min} и максимальное λ_{\max} собственные числа якобиана $\partial\mathcal{F}/\partial\mathcal{U}$ могут быть как вычислены в линейном приближении для М1-замыкания (Скиннер, Острайкер, 2013), так и приниматься $\lambda_{\min} = -c$ и $\lambda_{\max} = c$ для уменьшения вычислительной стоимости расчета. Ключевой особенностью используемого решателя является множитель δ (Скиннер и др., 2019):

$$\delta = \min\left(1, \frac{1}{\tau}\right), \quad (16)$$

где τ — среднее арифметическое оптических толщин dx/l ячеек слева и справа от рассматриваемой границы вдоль направления, перпендикулярного этой границе. Именно этот множитель δ , являющийся ключевой особенностью используемой схемы, позволяет корректно описать выход системы на диффузионный режим, когда поток пропорционален градиенту плотности энергии. Необходимость его учета для моделирования сверхновой второго типа будет явно показана ниже. Использование Римановских решателей позволяет избежать проблемы возникновения осцилляций при сильных перепадах величин. Для решения этой проблемы в классических схемах необходим учет дополнительных членов, отвечающих за искусственную вязкость (Блинников и др., 1998). Более того, такая явная схема годуновского типа может быть эффективно распараллелена.

Учет членов, содержащих скорость среды, проводится следующим образом (Скиннер и др., 2019):

$$\mathcal{F}_{\text{adv}} = \begin{cases} v^*\mathcal{F}_L, & v^* \geq 0, \\ v^*\mathcal{F}_R, & v^* < 0, \end{cases} \quad (17)$$

где $v^* = (v_{k-1} + v_{k+1})/2$ — среднее арифметическое скоростей среды в ячейках слева и справа от рассматриваемой границы.

Член \mathcal{G} необходим для учета геометрических поправок и слагаемых, содержащих градиент скорости:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_{\text{geom}} + \mathcal{G}_{\text{gv}}. \quad (18)$$

Член $\mathcal{G}_{\text{geom}}$ должен быть согласован с членом $\partial_i \mathcal{F}_i$ для корректности численной схемы. Для члена же \mathcal{G}_{gv} используется простая дискретизация. Напри-

мер, текущий вариант реализации для одномерной сферической геометрии

$$\mathcal{G}_{\text{geom}} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ (P_{\theta\theta} + P_{\phi\phi}) \frac{S_{k+1/2} - S_{k-1/2}}{V_k} \end{array} \right\}, \quad (19)$$

$$\mathcal{G}_{\text{gv}} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{1}{4} \left[(P_{rr,k} + P_{rr,k+1}) \frac{(v_{k+1} - v_k)}{\Delta x} + (P_{rr,k} + P_{rr,k-1}) \frac{(v_k - v_{k-1})}{\Delta x} \right] - (P_{\theta\theta,k} + P_{\phi\phi,k}) \frac{v_k}{x_k} \\ -\frac{1}{4} \left[(F_k + F_{k+1}) \frac{(v_{k+1} - v_k)}{\Delta x} + (F_k + F_{k-1}) \frac{(v_k - v_{k-1})}{\Delta x} \right] \end{array} \right\}, \quad (20)$$

где x_k обозначает координаты центра ячейки с индексом k , а индексы $k-1$ и $k+1$ относятся к ячейкам слева и справа от ячейки k .

На втором шаге модуля переноса излучения происходит одновременный учет правых частей, т.е. членов взаимодействия, в моментных уравнениях и в уравнениях гидродинамики с помощью неявной схемы. Поскольку такое описание взаимодействия излучения и вещества описывается лишь локальными свойствами среды и поля излучения, то схема может быть записана для каждой ячейки в отдельности. Член $v_i G_i$ в уравнении (10) зачастую опускается, однако он необходим в некоторых ситуациях, например, в режиме динамической диффузии, когда у оптически толстой среды имеется значительная скорость движения (Михалас, Михалас, 1984). Для этого режима важность его учета была явно показана в прошлой работе (Урвачев, Глазырин, 2022). К тому же благодаря ему уравнения на плотность энергии и поток излучения можно рассматривать отдельно друг от друга:

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} = -c\kappa \left(U^{n+1} - a (T^{n+1})^4 \right), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{e(T^{n+1}) - e(T^n)}{\Delta t} &= \\ &= c\kappa \left(U^{n+1} - a (T^{n+1})^4 \right), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{F_i^{n+1} - F_i^n}{\Delta t} = -c(\kappa + \sigma) F_i^{n+1}, \quad (23)$$

$$\rho \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} = \frac{(\kappa + \sigma)}{c} F_i^{n+1}. \quad (24)$$

Выразив из уравнения (21) значение U^{n+1} :

$$U^{n+1} = \frac{U^n + c\kappa\Delta t a (T^{n+1})^4}{1 + c\kappa\Delta t}, \quad (25)$$

а затем подставив его в уравнение (22), можно получить неявное уравнение на T^{n+1} :

$$\begin{aligned} \rho \left(e(T^{n+1}) - e(T^n) \right) + \\ + \frac{c\kappa\Delta t}{1 + c\kappa\Delta t} \left((T^{n+1})^4 - U^n \right) = 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Для его решения применяется итерационный метод Ньютона, начальным приближением для которого является значение температуры T^n на предыдущем шаге по времени. В случаях, когда метод не сходится, можно использовать, например, метод бисекции (Скиннер, Острайкер, 2013). Из уравнений (23) и (24) можно сразу получить значения потока и скорости на следующем шаге по времени:

$$F_i^{n+1} = \frac{c(\kappa + \sigma) \Delta t}{1 + c(\kappa + \sigma) \Delta t} F_i^n, \quad (27)$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \frac{(\kappa + \sigma) \Delta t}{c\rho} F_i^{n+1}. \quad (28)$$

Описанная численная реализация была протестирована и уже применена для моделирования сверхновой SN2009ip, относящейся к классу сверхмощных сверхновых, при этом показав хорошее согласие с кодом STELLA и ранее реализованным комбинированным подходом в коде FRONT (Урвачев, Глазырин, 2022).

РАДИАЦИОННО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МОДЕЛИ СВЕРХНОВОЙ ВТОРОГО ТИПА

Для сравнительного моделирования с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA и кода FRONT была выбрана упрощенная модель сверхновой, основанная на предсверхновой массой

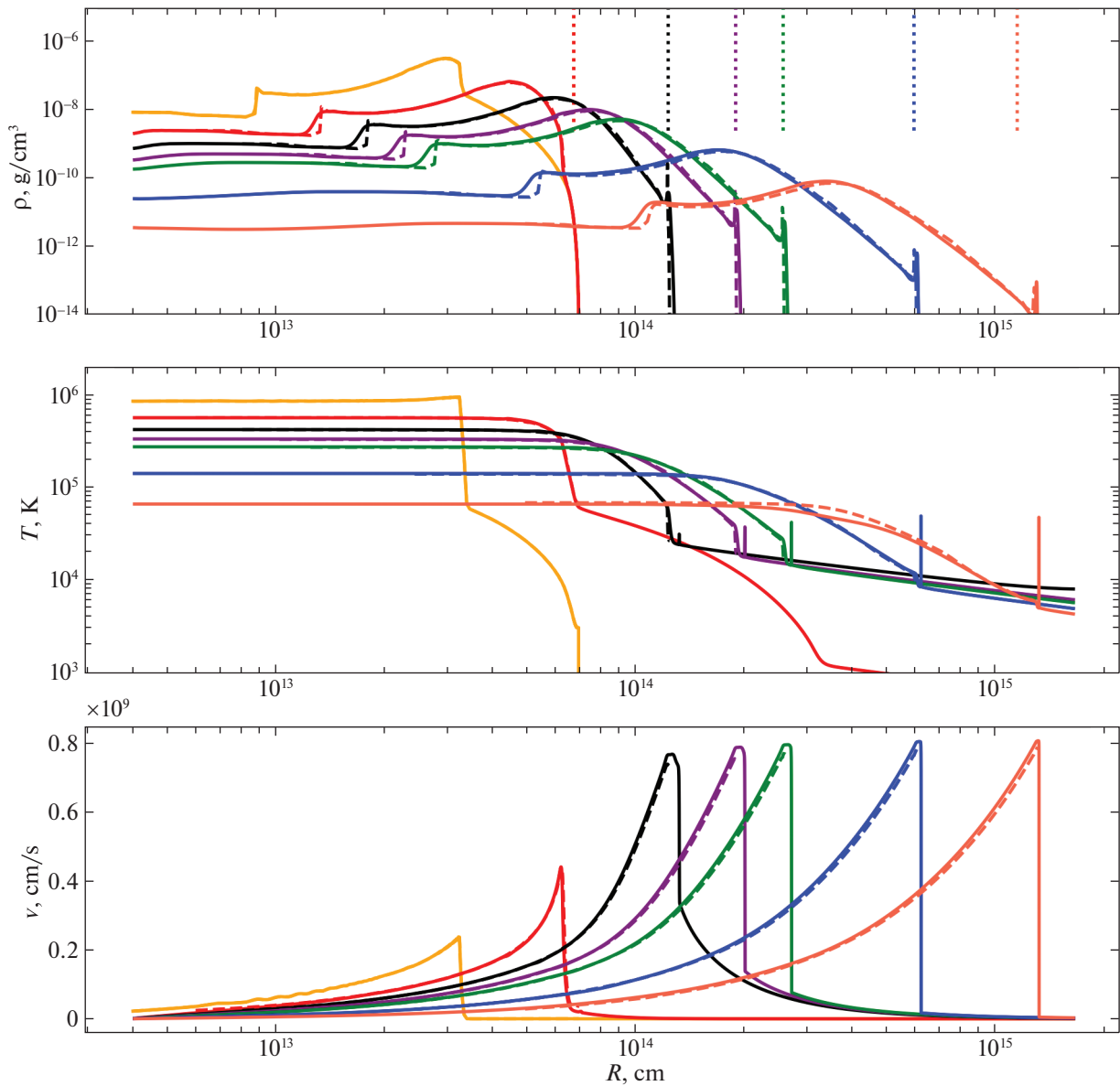


Рис. 1. Профили плотности ρ , температуры T и скорости вещества v для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и кода FRONT (сплошные линии). Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени $t = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20$ дней. Вертикальные пунктирные линии соответствуют положению фотосферы. Положения фотосферы для первых двух моментов времени совпадают между собой.

$18 M_{\odot}$ и радиусом $1000 R_{\odot}$. Использовалась модель постоянной непрозрачности полного поглощения $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}$, а также уравнение состояния идеальной плазмы, соответствующее полностью ионизованной смеси, близкой к солнечному составу. Тепловой взрыв с энергией $E = 1.2 \times 10^{51}$ эрг в небольшой центральной области моделировался в коде STELLA, а затем профили физических величин на момент времени $t = 1$ день были импортированы на одномерную сетку кода FRONT со сферической симметрией. Особенностью моделей, подобных рассматриваемой, является то, что стадия свободного разлета начинается практически

сразу же после выхода ударной волны. Лагранжева сетка кода STELLA позволяет легко моделировать такой сценарий за счет движущихся границ зон. Внешний же край эйлеровой сетки в коде FRONT зафиксирован в пространстве, поэтому область моделирования должна быть дополнена областью “вакуума”, чтобы ударная волна не выбежала за ее внешнюю границу. Начальная плотность, а также температура устанавливаются на девять порядков ниже, чем в последней зоне лагранжевой сетки. Отметим, что существуют лагранжево-эйлеровы методы, позволяющие учесть эффекты движения области моделирования более аккуратно (см., на-

пример, Кодина и др., 2009). Тем не менее ниже будет показано, что рассматриваемый более примитивный способ хорошо согласуется с чистым лагранжевым подходом.

Сравнение профилей физических величин, полученных с помощью моделирования различными кодами, представлен на рис. 1.

Профили физических величин отлично согласуются между двумя кодами. Различие проявляется лишь на момент времени $t = 20$ дней в профиле температуры: в коде FRONT из-за простоты используемой неконсервативной схемы начинает ухудшаться баланс энергии, и, как следствие, занижается температура вещества. При моделировании кодом STELLA вещество расширяется в пустоту. В коде же FRONT расширение хоть и происходит в область низкой плотности, но все равно сопровождается образованием ударной волны, что выражается в пике температуры на ее фронте. Тем не менее за ее фронтом профили скорости превосходно согласуются с эталонным решением кода STELLA. Поэтому можно сделать вывод о правильности описания стадии свободного разлета. Если бы такая бегущая по веществу с низкой плотностью ударная волна все же приводила бы к различиям в динамике движения, то потребовалось бы еще более сильное понижение плотности и температуры в этой области.

Заметим, что характерная плотность на начальный момент времени $t = 1$ дней составляет $\rho \sim 10^{-7}$ г/см³, что для используемой модели непрозрачности соответствует свободному пробегу $l \sim 5 \times 10^7$ см. Если число Пекле, равное отношению размера ячейки dx к пробегу, превышает $Pe = dx/l > 2/3$, то численная диффузия в стандартном Римановском решателе HLL начинает превышать физическую (Тессье, 2015). Если рассматривать размер первоначальной лагранжевой сетки $L \sim 7 \times 10^{13}$, то для корректного описания динамики системы на одномерной эйлеровой сетке аналогичного размера необходимо по крайней мере $N \sim 4 \times 10^6$ ячеек. Такое число полностью закрывает возможность многомерного моделирования таких объектов с помощью стандартных Римановских решателей для переноса излучения. Модифицированный же Римановский решатель (Скиннер и др., 2019) позволяет избежать такой проблемы и, как показано, хорошо согласуется с эталонным решением кода STELLA. Для сравнения на рис. 2 приводятся результаты моделирования с помощью стандартного Римановского решателя (Гонсалес и др., 2007) с аналогичным пространственным разрешением, как и для модифицированного.

Ключевым различием результатов, полученных с помощью стандартного Римановского решателя

при малом пространственном разрешении, является завышение температуры и скорости вещества в области вакуума. Такое поведение профилей указывает на завышение потока излучения, выходящего с границы оптически толстой области в оптически прозрачную. Это завышение, связанное со вкладом диффузионного численного потока, приводит к нефизичному увеличению светимости объекта. Такую особенность необходимо учитывать при моделировании схожих моделей сверхновых с помощью методов переноса излучения, основанных на стандартных Римановских решателях. Отметим, что другим вариантом решения проблемы численной диффузии может являться применение гибридного подхода, комбинирующего M1-подход и диффузионное приближение, описанного в работе (Миньон-Рис и др., 2020).

КРИВЫЕ БЛЕСКА СВЕРХНОВОЙ ВТОРОГО ТИПА

Многогрупповой радиационно-гидродинамический расчет кодом STELLA позволяет получить значение потока излучения для каждой из групп по энергиям фотонов на границе расчетной области. Таким образом, можно получить значение как болометрической светимости, так и светимости в конкретном фильтре напрямую.

Светимость объекта можно найти по формуле

$$L = 4\pi R^2 F(R), \quad (29)$$

где $F(R)$ — суммарный поток в заданном фильтре через границу, располагающуюся на расстоянии R от центра. Для его нахождения необходимо произвести свертку спектрального потока $F_\nu(R)$ с функцией пропускания фильтра \mathcal{K} :

$$F(R) = \int_0^\infty F_\nu(R) \mathcal{K}(\nu) d\nu. \quad (30)$$

При этом для болометрического потока принимается $\mathcal{K}(\nu) \equiv 1$.

При расчете кодом FRONT не проводилось разбиение на отдельные энергетические группы, поэтому с помощью прямого метода можно получить только значение болометрической светимости L_{bol}^{dir} , взяв полный поток излучения $F_{bol}(R_b)$ на границе расчетной области R_b напрямую из расчета. Также можно использовать приближение фотосферы. Метод основан на интегрировании оптической толщины от внешней границы расчетной области к ее центру (Сузуки, Маеда, 2017):

$$\tau(R) = \int_{R_b}^R \kappa(R') \rho(R') dR'. \quad (31)$$

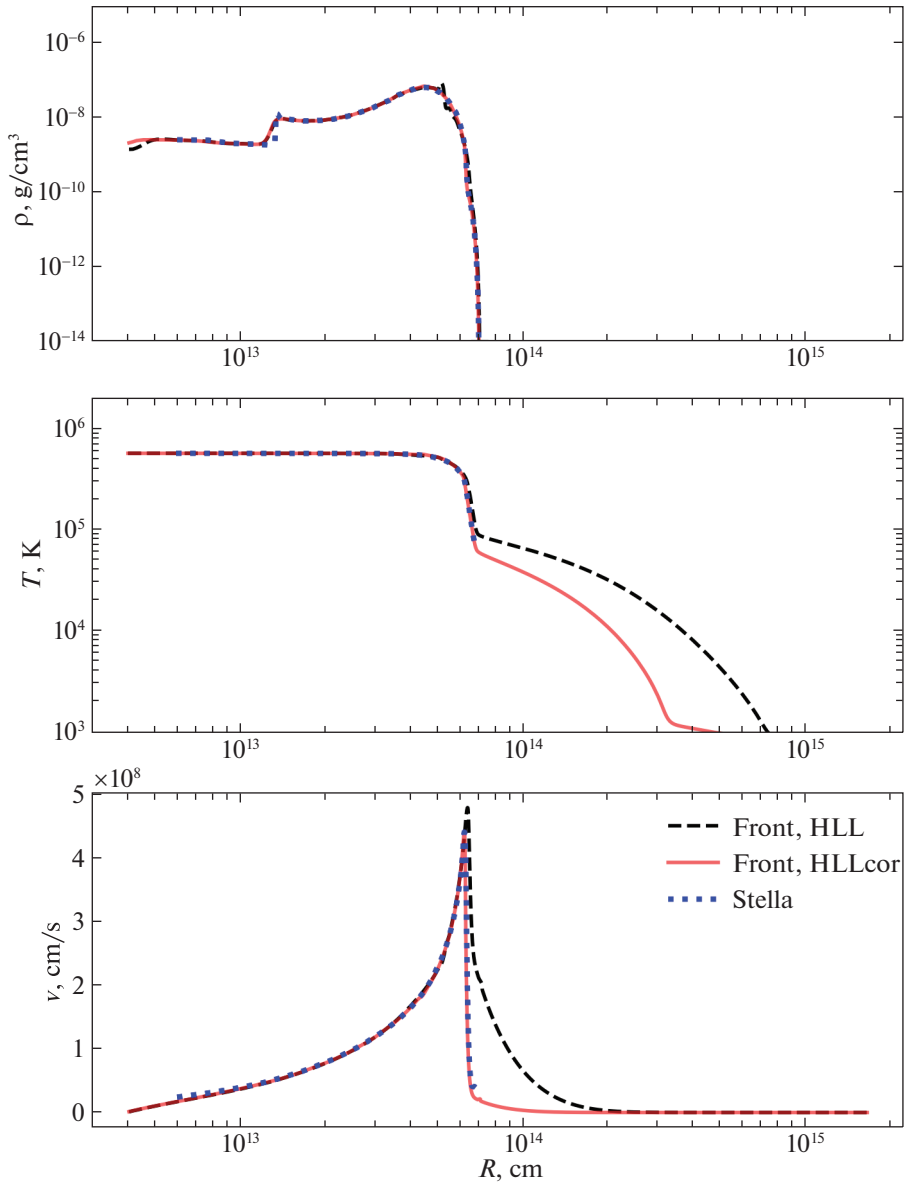


Рис. 2. Профили плотности ρ , температуры T и скорости вещества v для модельной сверхновой второго типа на момент времени $t = 2$ дня, рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода FRONT с использованием стандартного (штриховые линии) и модифицированного (сплошные линии) Римановских решетей.

Далее необходимо определить положение фотосферы R_{ph} , например, из условия $\tau(R_{\text{ph}}) = 2/3$ (Соболев, 1985). Если предположить, что внешние слои не поглощают и не рассеивают излучение, то для оценки светимости L^{ph} можно использовать значение потока $F(R_{\text{ph}})$ на радиусе фотосферы R_{ph} . При этом само значение потока может быть оценено из чернотельного приближения:

$$F_{\nu}^{\text{BB}}(R_{\text{ph}}) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T_{\text{ph}}) - 1}, \quad (32)$$

где T_{ph} — температура вещества на фотосфере. В таком случае болометрический поток $F_{\text{bol}}(R_{\text{ph}}) =$

$= \sigma_{\text{SB}} T_{\text{ph}}^4$, где $\sigma_{\text{SB}} = 2\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^3$ — постоянная Стефана—Больцмана.

На рис. 3 приводятся болометрические кривые светимости, а также кривые светимости в фильтре UX (Бесселл, 1990).

Поскольку в радиационно-гидродинамическом расчете кодом FRONT напрямую вычислялся только полный поток излучения, прямой метод использовался лишь для определения болометрической кривой светимости. Вычисленная таким способом светимость хорошо согласуется с болометрической светимостью, полученной с помощью кода STELLA. Поскольку все моделирование кодом FRONT проводилось на фиксированной эйлеровой сетке, то

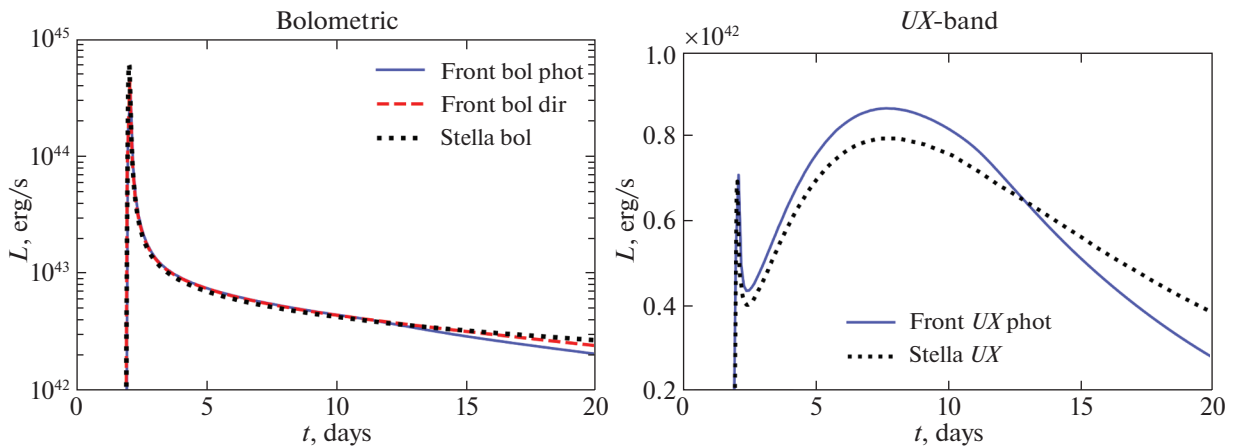


Рис. 3. Болومترические кривые светимости и кривые светимости в фильтре *UX* для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода *STELLA* (пунктирные линии) и кода *FRONT* с использованием прямого метода (штриховые линии) и фотосферного приближения (сплошные линии).

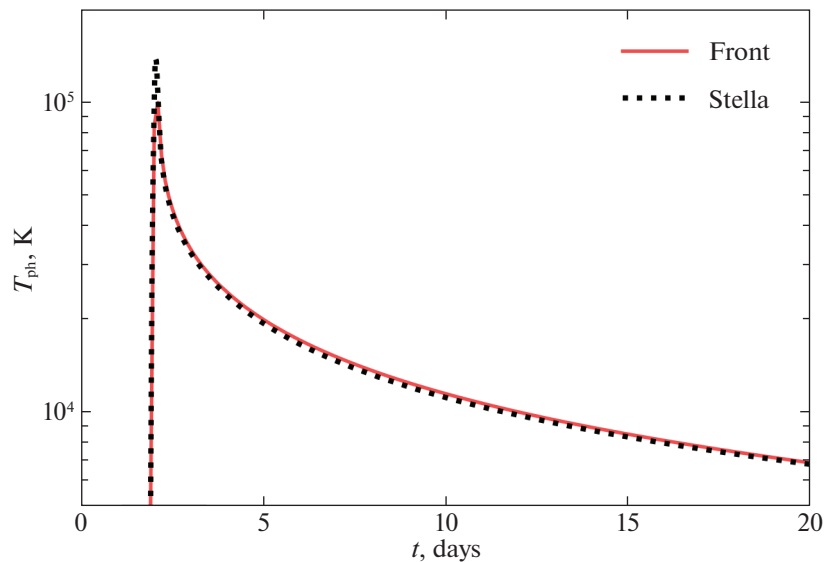


Рис. 4. Зависимости температуры фотосферы от времени для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода *STELLA* (пунктирные линии) и кода *FRONT* (сплошные линии).

в начальные моменты времени потоку излучения необходимо было пройти достаточно большую область вещества с низкой плотностью, имитирующую “вакуум”. Несмотря на то что при таких условиях поглощение практически отсутствует, в используемой модели перенос направленный поток излучения аналогичен потоку некой жидкости. Численная же реализация в таком случае приводит к некоторому размытию внешнего края луча света, что и приводит к менее резкому пику в болومترической кривой блеска. Если для моделирования начальных моментов времени использовать меньшую по размерам область, а затем переинтерполировать профили физических величин на сетку с большим пространственным размером, то пики кривой блеска также будут совпадать.

При использовании фотометрического метода несколько сильнее различие в пике болومترической кривой блеска, также выше и темп падения светимости после примерно 10-го дня. Тем не менее результаты, полученные с помощью различных методов, согласуются друг с другом и с кодом *STELLA*, что позволяет с определенной долей доверия использовать фотометрический метод для определения кривых блеска в различных фильтрах. Результаты в фильтре *UX* согласуются между кодом *STELLA* и *FRONT*. Отметим, что небольшое различие (которое на рисунках заметнее из-за использования линейной шкалы, а не логарифмической, как для болومترических кривых) может быть связано с деталями интерполяции резуль-

татов. Несмотря на то что в коде STELLA был произведен расчет с 126 группами по энергиям фотонов, в заданный достаточно узкий фильтр UX (с максимумом пропускания на длине волны $\lambda = 370$ нм) попадает всего лишь три группы. Если вычислять поток в этом фильтре по формуле (30) всего лишь по трем этим значениям потока, то такое грубое приближение приведет к тому, что результаты, по сравнению с фотометрическим методом кодом FRONT, будут различаться в несколько раз. Поэтому спектр выходящего излучения в коде STELLA был проинтерполирован на большее число точек по частоте перед сверткой с функцией пропускания фильтра.

Характерной особенностью кривой светимости в фильтре UX является ее двухпиковая структура. При этом амплитуды пиков примерно совпадают, а продолжительность второго пика больше, чем первого. Для рассматриваемой модельной сверхновой второго типа первый пик в кривой светимости в фильтре UX связан со свечением фронта ударной волны в момент ее выхода на поверхность (shock-breakout), когда положение фотосферы геометрически совпадает с фронтом ударной волны. Затем происходят два процесса: расширение фотосферы вследствие разлета самого вещества сверхновой в пустоту, а также уменьшение потока излучения из-за остывания вещества. Их сложная взаимосвязь приводит сначала к эффекту минимума светимости в фильтре UX , а затем и ко второму пику в нем. При этом температура фотосферы после первоначального максимума падает с течением времени монотонно, а не имеет минимум, совпадающий по времени с минимумом светимости в заданном фильтре (рис. 4). Если же в сверхновой вещество будет разлетаться не в пустоту, а в плотное околозвездное вещество со сложным химическим составом (как, например, в ударно-волновом сценарии образования сверхмощных сверхновых, Мория и др., 2018), то просветление может быть еще сильнее, и температура фотосферы будет иметь минимум за счет того, что сначала идет адиабатическое охлаждение фотосферы, а затем будут видны более глубокие и горячие области сверхновой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается моделирование сверхновых второго типа. Параметры моделей таких объектов приводят к некоторым проблемам при их расчете кодами, основанными на явных численных схемах гоуновского типа на эйлеровых сетках с фиксированным пространственным размером. Во-первых, использование стандартных приближенных Римановских решателей приводит к завышению потока излучения за счет доминирующего вклада численной диффузии при больших

оптических толщинах. Во-вторых, на эйлеровой сетке должны быть разрешены как начальные профили физических величин, так и профили на момент достаточно поздних времен, когда вещество уже разлетелось достаточно далеко. Для наглядной демонстрации этих проблем была разработана упрощенная постановка сверхновой второго типа с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA. Описаны возможные пути решения вышеописанных проблем, реализованные при моделировании параллельным кодом FRONT, модуль переноса излучения в котором основан на явной схеме с приближенными Римановскими решателями. Для уменьшения влияния численной диффузии использовалась модифицированная версия Римановского решателя HLL (Скиннер и др., 2019), в котором корректно описывается выход на диффузионный режим. Для моделирования разлета в вакуум начальная область моделирования была дополнена областью вещества с крайне низкой плотностью и температурой. На основе сравнительного моделирования было показано, что как профили физических величин, так и кривые блеска модельной сверхновой второго типа, полученные в расчетах кодами STELLA и FRONT, хорошо согласуются друг с другом. Стоит отметить, что проблема численной диффузии, показанная на примере серой непрозрачности, сохранится и в модели с более реалистичной непрозрачностью, только в этом случае она затронет некоторое число энергетических групп. Рассмотренный в работе метод решения этой проблемы с легкостью обобщается на многогрупповой случай.

Интересной особенностью кривой светимости в фильтре UX является ее двухпиковая структура. Для рассмотренной модели сверхновой за первый пик ответственно свечение фронта ударной волны. Также в момент первого пика максимальна и температура фотосферы. Дальнейшее же ее остывание и расширение приводят сначала к минимуму светимости в фильтре UX , а затем и ко второму пику. При этом температура фотосферы после своего первоначального максимума падает со временем монотонно, а не имеет минимум, совпадающий по времени с минимумом светимости в фильтре UX . При рассмотрении других моделей сверхновых, в которых вещество будет разлетаться уже не в пустоту, а в некое сложное околозвездное пространство, минимум может иметь и температура фотосферы. Проверка этого будет являться предметом дальнейшего исследования.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-12-00229.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесселл (M. Bessell), Publ. Astron. Soc. Pacific **102**, 1181 (1990).
2. Блинников и др. (S. Blinnikov, R. Eastman, O. Bartunov, V. Popolitov, and S. Woosley), Astrophys. J. **496**, 454 (1998).
3. Блинников и др. (S.I. Blinnikov, F.K. Ropke, E.I. Sorokina, M. Gieseler, M. Reinecke, C. Travaglio, W. Hillebrandt, and M. Stritzinger), Astron. Astrophys. **453**, 229 (2006).
4. Глазырин С.И., Письма в Астрон. журн. **39**, 249 (2013) [S.I. Glazyrin, Astron. Lett. **39**, 221 (2013)].
5. Гонсалес и др. (M. Gonzalez, E. Audit, and P. Huynh), Astron. Astrophys. **464**, 429 (2007).
6. Джаст и др. (O. Just, M. Obergaulinger, and H.-T. Janke), MNRAS **453**, 3386 (2015).
7. Дюброка, Фюжа (B. Dubroca and J.-L. Feugeas), Comptes Rendus de l'Acad. des Sci.-Ser. I-Math. **329**, 915 (1999).
8. Кервелла и др. (P. Kervella, G. Perrin, A. Chiavassa, S.T. Ridgway, J. Cami, X. Haubois, and T. Verhoelst), Astron. Astrophys. **531**, A117 (2011).
9. Кодина и др. (R. Codina, G. Houzeaux, H. Coppola-Owen, and J. Baiges), J. Computat. Phys. **228**, 1591 (2009).
10. Левермор (C. Levermore), J. Quantitat. Spectroscopy and Radiative Transfer **31**, 149 (1984).
11. Миньон-Рис и др. (R. Mignon-Risse, M. Gonzalez, B. Commercon, and J. Rosdahl), Astron. Astrophys. **635**, A42 (2020).
12. Михалас, Михалас (D. Mihalas and B.W. Mihalas), *Foundations of radiation hydrodynamics* (New York: Oxford Univ. Press., 1984).
13. Мория и др. (T.J. Moriya, E.I. Sorokina, and R.A. Chevalier), Sp. Sci. Rev. **214**, 1 (2018).
14. Скиннер, Острикер (M.A. Skinner and E.C. Ostriker), Astrophys. J. Suppl. Ser. **206**, 21 (2013).
15. Скиннер и др. (M.A. Skinner, J.C. Dolence, A. Burrows, D. Radice, and D. Vartanyan), Astrophys. J. Suppl. Ser. **241**, 7 (2019).
16. Соболев В.В., *Курс теоретической астрофизики* (М.: Наука, 1985).
17. Сузуки, Маеда (A. Suzuki and K. Maeda), MNRAS **466**, 2633 (2017).
18. Тессье (R. Teyssier), Ann. Rev. Astron. Astrophys. **53**, 325 (2015).
19. Урвачев Е.М., Глазырин С.И., Матем. моделирование **34:1**, 16 (2022).
20. Урвачев и др. (E. Urvachev, D. Shidlovski, N. Tominaga, S. Glazyrin, and S. Blinnikov), Astrophys. J. Suppl. Ser. **256**, 8 (2021).
21. Утробин, Чугай (V. Utrobin and N. Chugai), Astron. Astrophys. **575**, A100 (2015).
22. Чугай и др. (N.N. Chugai, R.A. Chevalier, and V.P. Utrobin), Astrophys. J. **662**, 1136 (2007).