

## ПРИРОДА АНОМАЛЬНОГО ВОЗРАСТАНИЯ ПЕРИОДА ПУЛЬСИРУЮЩЕЙ ПЕРЕМЕННОЙ V725 Sgr

© 2022 г. Ю. А. Фадеев<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19.10.2022 г.

После доработки 19.10.2022 г.; принята к публикации 19.10.2022 г.

Рассчитаны эволюционные треки звезд с массой на главной последовательности  $0.84 M_{\odot} \leq M_{ZAMS} \leq 0.95 M_{\odot}$  и начальными содержаниями металлов  $Z = 0.006$  и  $Z = 0.01$  при различных предположениях относительно скорости потери массы как на стадии красного гиганта, так и на стадиях AGB и post-AGB. Из 160 эволюционных последовательностей было выбрано около 30, в которых финальная тепловая вспышка гелиевого слоевого источника произошла на ранней стадии post-AGB при отношении массы водородной оболочки к массе звезды  $0.01 \lesssim M_H/M \lesssim 0.08$ . Выбранные эволюционные последовательности были использованы для расчета начальных и внутренних граничных условий, необходимых при решении уравнений радиационной гидродинамики и турбулентной конвекции, моделирующих эволюцию звездных пульсаций после гелиевой вспышки. Среди трех десятков рассчитанных гидродинамических моделей были выявлены три модели воспроизводящих как наблюдаемое в течение минувшего столетия приблизительно восьмикратное увеличение периода пульсаций V725 Sgr, так и постепенный переход от регулярных пульсаций этой звезды с периодом  $\approx 12$  сут к полуправильным нелинейным колебаниям с периодом 80 сут  $\lesssim P \lesssim 90$  сут. Сделан вывод, что причиной аномального увеличения периода пульсаций V725 Sgr является финальная тепловая вспышка гелиевого слоевого источника, которая произошла в звезде с массой  $M \approx 0.53 M_{\odot}$  на ранней стадии post-AGB при массе водородной оболочки  $0.013 M_{\odot} \leq M_H \leq 0.019 M_{\odot}$ .

*Ключевые слова:* звездная эволюция, пульсации звезд, звезды — переменные и пекулярные.

DOI: 10.31857/S0320010822100023

### ВВЕДЕНИЕ

Переменная звезда HV 7642, позднее получившая обозначение V725 Sgr (Самусь и др., 2017), была открыта Своуп (1937). Автор работы отметила, что по форме кривой блеска эта переменная подобна цефеидам, однако отличается от последних необычайно высокой скоростью изменения периода. Так, по оценкам Своуп (1937), за неполные десять лет с 1926 по 1936 г. период пульсаций V725 Sgr возрос от 12 до 21 сут. Следующие фотометрические наблюдения этой переменной звезды были проведены в 1968 и 1969 г. Демерсом (1973) установлено, что V725 Sgr принадлежит к звездам населения II, однако вследствие значительно увеличившегося к тому времени периода ( $45 \text{ сут} \lesssim P \lesssim 50 \text{ сут}$ ) ее следует классифицировать как пульсирующую переменную типа RV Tau или полуправильную переменную. Позднее принадлежность V725 Sgr к населению II была подтверждена результатами исследования кинематических характеристик цефеид сферической состав-

ляющей Галактики (Харрис, Валлерстейн, 1984). В 1973 г. период пульсаций составлял около 50 сут (Демерс, Мадоре, 1974) и к настоящему времени возрос до  $P \approx 90$  сут, причем согласно современным наблюдениям колебания блеска стали существенно менее регулярными (Перси, 2020). Таким образом, в течение истекшего столетия произошло почти восьмикратное увеличение периода пульсирующей переменной V725 Sgr, которая из цефеиды населения II превратилась в долгопериодическую полуправильную переменную.

Согласно Перси и др. (2006) наблюдаемое возрастание периода пульсаций V725 Sgr может быть связано с тепловой вспышкой гелиевого слоевого источника. Свое предположение авторы работы основывали на сравнении характерного времени изменения периода пульсаций V725 Sgr и теоретически рассчитанных изменений радиуса звезд асимптотической ветви гигантов (AGB), в которых происходит тепловая вспышка (Вассилиадис, Вуд, 1993). Цефеиды населения II являются маломассивными post-AGB звездами и в некоторых случаях в зависимости от массы водородной оболочки

\*Электронный адрес: fadeyev@inasan.ru

во время финальной тепловой вспышки эволюционный трек звезды может описывать петлю, пересекающую на диаграмме Герцшпрунга–Рассела (ГР) полосу пульсационной неустойчивости (Фадеев, 2020). Наблюдаемое возрастание периода радиальных пульсаций V725 Sgr является уникальным среди цефеид населения II и представляет большой интерес с точки зрения определения фундаментальных параметров звезды методами теории звездной эволюции и нелинейной теории звездных пульсаций.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы на основании согласованных расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций проверить предположение Перси и др. (2006) и теоретически воспроизвести наблюдаемое изменение периода V725 Sgr. Для решения этой задачи расчеты гидродинамических моделей проводились с использованием нестационарных внутренних граничных условий, описывающих эволюционное изменение радиуса и светимости на внутренней границе модели пульсирующей звезды. Как показано в предшествующей работе автора (Фадеев, 2022), благодаря такому подходу решение уравнений радиационной гидродинамики и нестационарной конвекции является полностью согласованным с результатами расчетов звездной эволюции. Необходимо, однако, иметь в виду, что для возникновения петли эволюционного трека на диаграмме ГР необходимо, чтобы тепловая вспышка гелиевого слоевого источника произошла на коротком промежутке времени порядка нескольких десятков тысяч лет, когда масса водородной оболочки уменьшается от  $\approx 8$  до  $\approx 1\%$  массы звезды. Тепловые вспышки не являются строго периодическим процессом и при характерном среднем времени между вспышками  $\langle \Delta t_{\text{тр}} \rangle \sim 2 \times 10^5$  лет интервал времени между отдельными вспышками изменяется в пределах  $\approx 20\%$ . Таким образом, не все петли эволюционного трека могут стать причиной наблюдаемых изменений периода. По этой причине в настоящей работе было рассмотрено около 160 теоретически рассчитанных эволюционных последовательностей AGB и post-AGB звезд. Однако среди всей совокупности разнообразных начальных условий было получено всего несколько гидродинамических моделей, которые достаточно хорошо воспроизводят наблюдаемое изменение периода пульсирующей переменной V725 Sgr.

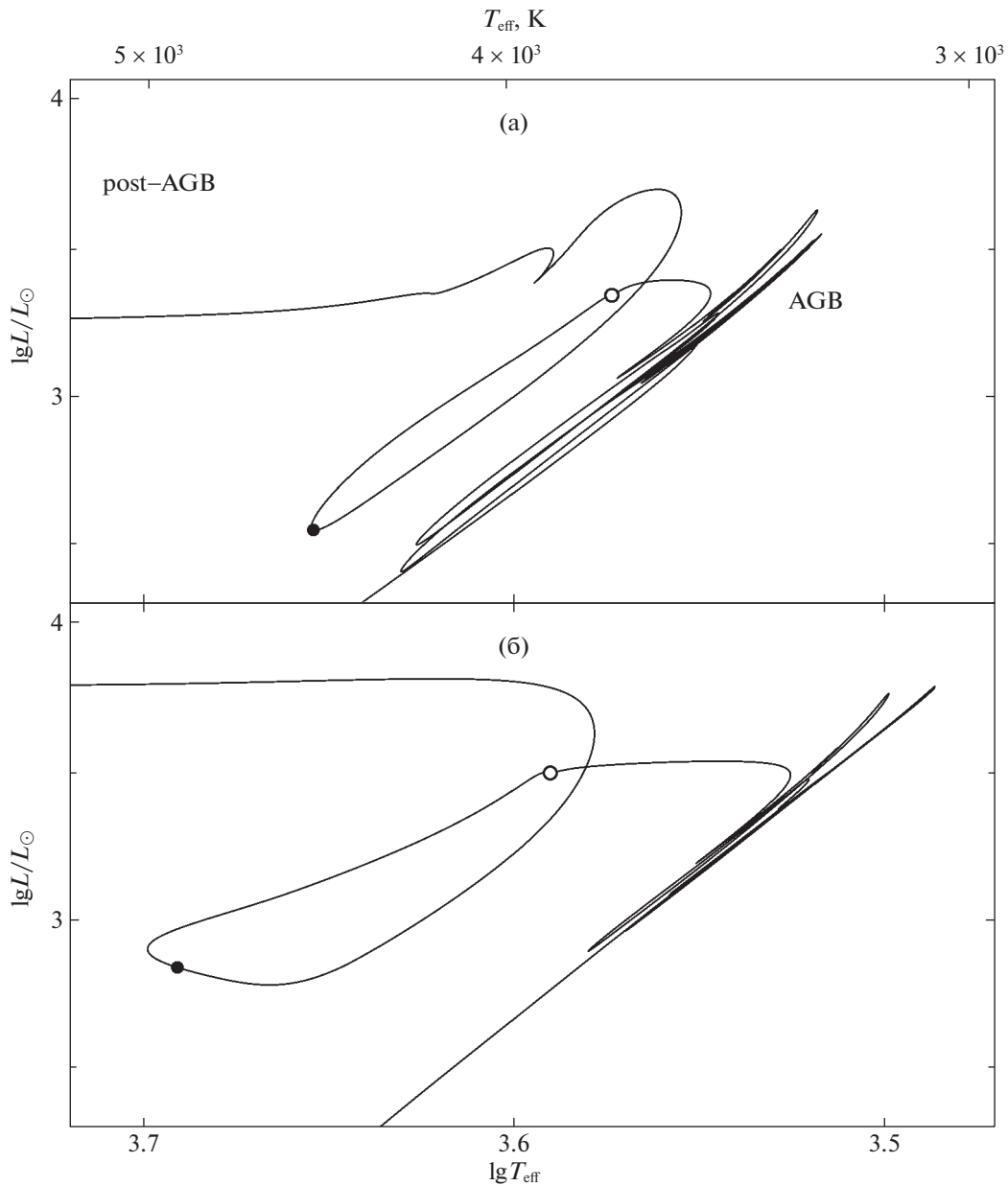
### ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МАЛОМАССИВНЫХ post-AGB ЗВЕЗД

Определение начальных условий, необходимых для моделирования нелинейных звездных пульсаций, проводилось на основе результатов расчетов

эволюции звезд с массой на главной последовательности  $0.84 M_{\odot} \leq M_{\text{ZAMS}} \leq 0.95 M_{\odot}$ . Металличность цефеид населения II, наблюдаемых среди звезд сферической составляющей галактического поля, изменяется в значительных пределах и не обнаруживает какой-либо зависимости от галактоцентрического расстояния (Харрис, 1981). Поэтому расчеты звездной эволюции проводились для двух значений начального содержания металлов:  $Z = 0.006$  и  $Z = 0.01$  при начальном содержании гелия  $Y = 0.28$ .

Для вычисления эволюционных последовательностей была использована программа MESA версии r15140 (Пакстон и др., 2019). Основные детали, связанные с расчетами нуклеосинтеза и конвективного перемешивания, описаны в предшествующих статьях автора (Фадеев, 2020, 2021). Принимая во внимание существующие неопределенности в значениях скорости потери массы эволюционные расчеты проводились при различных предположениях относительно темпов потери массы  $\dot{M}$  как на стадии предшествующей AGB (Раймерс, 1975), так и на стадии AGB (Блокер, 1995). В частности, при использовании формулы Раймерса использовались значения параметра  $\eta_{\text{R}} = 0.3$  и  $\eta_{\text{R}} = 0.5$ , тогда как рассмотрение эволюции на стадии AGB проводилось для восьми различных случаев, соответствующих значениям параметра скорости потери массы, задаваемого с шагом  $\Delta \eta_{\text{B}} = 0.01$  в пределах  $0.03 \leq \eta_{\text{B}} \leq 0.1$ . В общей сложности в данной работе было рассчитано около 160 эволюционных последовательностей, охватывающих стадию AGB и раннюю стадию post-AGB.

В рассматриваемых эволюционных последовательностях характерные значения массы звезды, завершающей стадию AGB, заключены в пределах  $0.52 M_{\odot} \leq M \leq 0.59 M_{\odot}$ , тогда как быстро уменьшающаяся масса водородной оболочки  $M_{\text{H}}$  составляет около одного процента массы звезды. В тех случаях, когда финальная тепловая вспышка происходит при отношении массы водородной оболочки к массе звезды  $M_{\text{H}}/M > 0.1$ , эволюция post-AGB звезды от области красных гигантов до высокотемпературной области диаграммы ГР ( $T_{\text{эфф}} \sim 10^5$  К) происходит при приблизительно неизменной светимости без образования петель на эволюционном треке. Совершенно иначе протекает эволюция post-AGB звезды, когда финальная тепловая вспышка происходит при меньших значениях  $M_{\text{H}}/M$ . На рис. 1 показаны треки двух эволюционных последовательностей  $M_{\text{ZAMS}} = 0.88 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.5$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.08$  и  $M_{\text{ZAMS}} = 0.92 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.3$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.07$ , в которых финальная тепловая вспышка происходит при  $M_{\text{H}}/M = 0.025$  и  $M_{\text{H}}/M = 0.013$  соответственно. Точка на эволюционном треке, соответствующая пиковому значению светимости гелиевого слоя  $L_{3\alpha}$ , отмечена на каждом графике

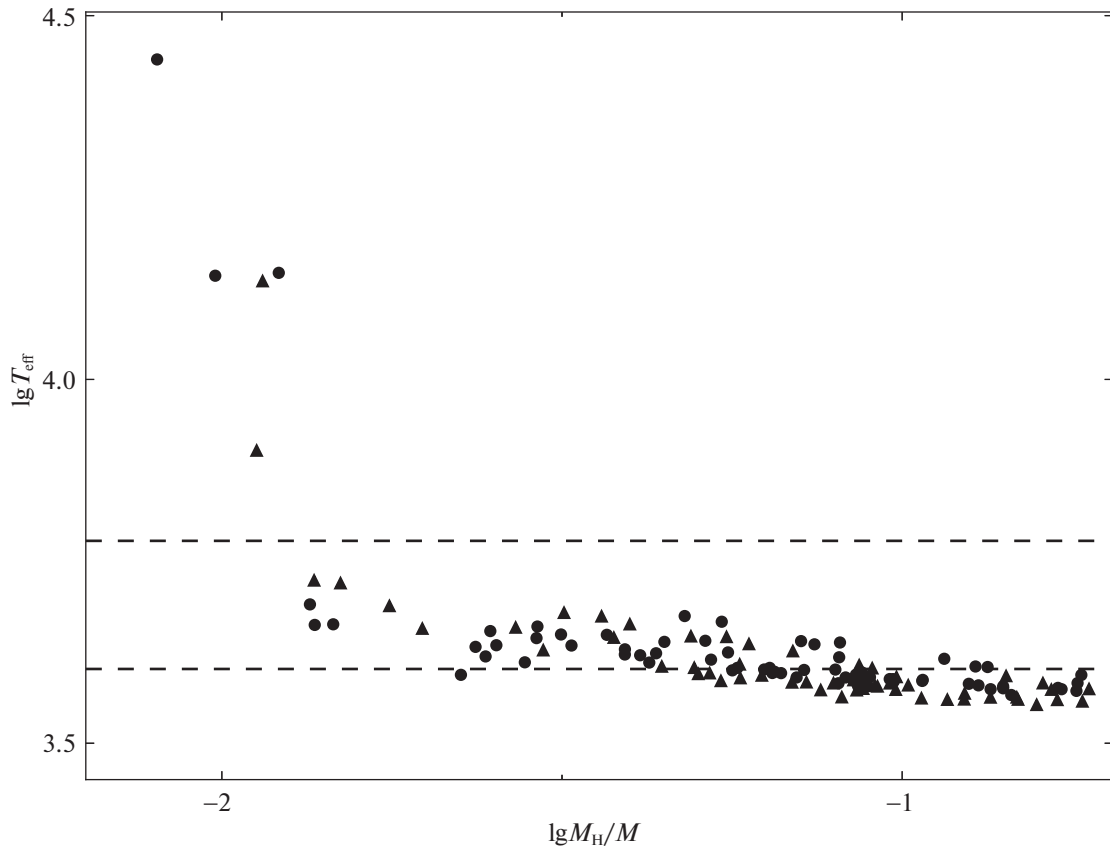


**Рис. 1.** Эволюционные треки звезд  $M_{ZAMS} = 0.88 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.08$ ,  $M_H/M = 0.025$  (а) и  $M_{ZAMS} = 0.92 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.3$ ,  $\eta_B = 0.07$ ,  $M_H/M = 0.013$  (б) при  $Z = 0.006$  на стадии AGB и ранней стадии post-AGB. Незаполненные кружки соответствуют максимуму  $L_{3\alpha}$ , заполненные кружки — минимуму радиуса звезды.

незаполненным кружком. Для более наглядного представления графики эволюционных треков на рис. 1 намеренно оборваны после завершения петли эволюционного трека.

Как видно на рис. 1, уменьшение отношения  $M_H/M$  в момент максимума  $L_{3\alpha}$  сопровождается перемещением петли эволюционного трека в сторону более высоких эффективных температур. При вычислении гидродинамических моделей V725 Sgr основной интерес представляют точки петли, соответствующие минимальному значению радиуса

звезды, которые на рис. 1 отмечены заполненными кружками. Период радиальных пульсаций и радиус звезды связаны соотношением  $\Pi \propto R^{3/2}$ , поэтому в точке с минимальным радиусом период пульсаций достигает наименьшего значения и в ходе дальнейшей эволюции монотонно возрастает. Главной целью настоящей работы является построение теоретической зависимости изменения периода радиальных пульсаций как функции времени эволюции  $\Pi(t_{ev})$ , поэтому необходимо, чтобы при минималь-



**Рис. 2.** Эффективная температура при минимальном значении радиуса звезды как функция отношения массы водородной оболочки к массе звезды  $M_H/M$ . Кружки и треугольники соответствуют эволюционным последовательностям, рассчитанным при  $Z = 0.006$  и  $Z = 0.01$  соответственно. Штриховыми линиями отмечены значения эффективной температуры на красной ( $T_{\text{eff}} = 4 \times 10^3$  К) и синей ( $T_{\text{eff}} = 6 \times 10^3$  К) границах полосы пульсационной неустойчивости.

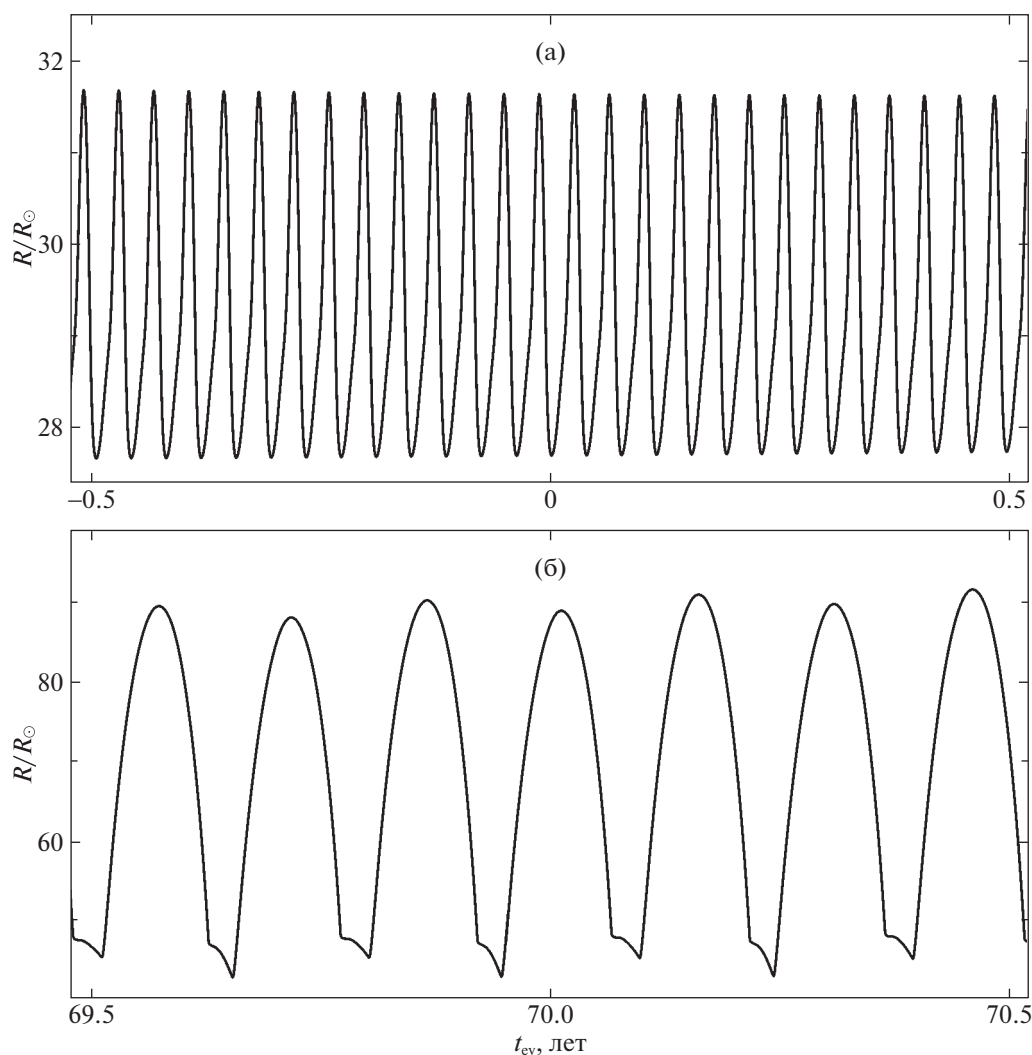
ном радиусе звезда находилась в пределах полосы пульсационной неустойчивости.

Определение условий, при которых эволюционная модель с минимальным радиусом после тепловой вспышки находится в пределах полосы неустойчивости, иллюстрируется на рис. 2, где значения эффективной температуры при минимальном значении радиуса показаны в зависимости от отношения массы водородной оболочки к массе звезды  $M_H/M$ . Для более наглядного графического представления на данной диаграмме показаны около 130 моделей с эффективной температурой  $T_{\text{eff}} < 4.5 \times 10^4$  К. Как видно на рис. 2, значения эффективной температуры звезды с минимальным радиусом не обнаруживают какой-либо зависимости от металличности  $Z$  (на графике модели эволюционных последовательностей  $Z = 0.006$  и  $Z = 0.01$  показаны заполненными кружками и треугольниками) и зависят только от  $M_H/M$ .

Из результатов расчетов нелинейных пульсаций цефеид населения II, полученных автором ранее

(Фадеев, 2020) и в данной работе, следует, что в интервале значений светимости  $10^2 L_{\odot} \lesssim L \lesssim 10^3 L_{\odot}$  границы полосы пульсационной неустойчивости приближенно соответствуют значениям эффективной температуры  $T_{\text{eff}} \approx 4 \times 10^3$  К (красная граница) и  $T_{\text{eff}} \approx 6 \times 10^3$  К (синяя граница). Эти значения  $T_{\text{eff}}$  находятся в согласии с эмпирическими выводами Демерса и Харриса (1974) и показаны штриховыми линиями на рис. 2.

Таким образом, при построении гидродинамической модели необходимо использовать эволюционные последовательности, в которых финальная тепловая вспышка происходит при  $0.02 \lesssim M_H/M \lesssim 0.08$ . Следует заметить, что этот интервал значений  $M_H/M$  определяет лишь одно из необходимых условий при выборе подходящей эволюционной последовательности. Выполнение другого условия, предполагающего, что период пульсаций при минимальном радиусе составляет  $\Pi \leq 12$  сут, может быть установлено только на основании пробных гидродинамических расчетов. Более того, поскольку возрастание радиуса и



**Рис. 3.** Изменение радиуса внешней границы гидродинамической модели  $Z = 0.01$ ,  $M_{\text{ZAMS}} = 0.9 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.5$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.03$  в окрестности минимального радиуса эволюционной модели  $t_{\text{ev}} = 0$  (а) и спустя 70 лет (б).

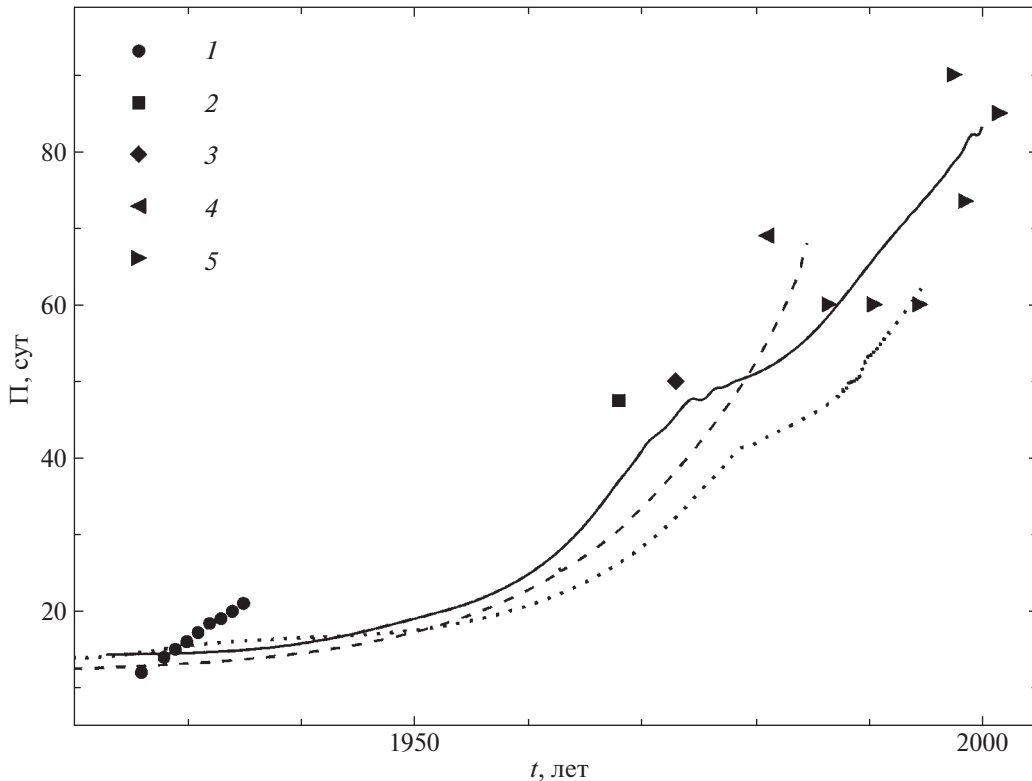
периода пульсаций сопровождается уменьшением эффективной температуры звезды (см. рис. 1), многие модели, находящиеся около нижней (красной) границы на рис. 2, также оказываются непригодными для моделирования V725 Sgr, поскольку обнаруживают затухание колебаний после пересечения красной границы полосы неустойчивости.

### ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ V725 Sgr

Решение уравнений радиационной гидродинамики и нестационарной конвекции, описывающих радиальные звездные пульсации (Фадеев, 2013), проводилось на разностной сетке, представленной 600 лагранжевыми массовыми слоями. Массовые интервалы 500 внешних слоев возрастают от поверхности модели в сторону центра звезды по закону геометрической прогрессии, тогда

как размеры 100 внутренних слоев убывают, но с другим коэффициентом прогрессии. Такое распределение лагранжевых слоев по массе позволило избежать значительного возрастания ошибок аппроксимации во внутренних слоях пульсирующей оболочки, связанное с резким увеличением градиентов давления и температуры. Внутренняя граница гидродинамических моделей задавалась в слоях с температурой газа  $T \sim 5 \times 10^6$  К и радиусом  $r_0 \sim 10^{-2}R$ , где  $R$  — радиус внешней границы эволюционной модели. Граница между областями с различным изменением размеров лагранжевых интервалов находится в слоях с температурой  $T \sim 5 \times 10^5$  К, тогда как масса вышележащих слоев составляет  $\approx 2/3$  массы модели звездной оболочки.

Поскольку эволюционные изменения строения звездной оболочки во время гелиевой вспышки происходят в тепловой шкале времени, решение за-



**Рис. 4.** Период изменения блеска V725 Sgr по следующим данным: 1 — Своуп (1937); 2 — Демерс (1973); 3 — Демерс, Мадоре (1974); 4 — Вилау и др. (2006); 5 — Перси и др. (2006). Результаты гидродинамических расчетов показаны для эволюционных последовательностей  $Z = 0.006$ ,  $M_{ZAMS} = 0.88 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.08$  (сплошная линия),  $Z = 0.006$ ,  $M_{ZAMS} = 0.84 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.05$  (штриховая линия) и  $Z = 0.010$ ,  $M_{ZAMS} = 0.90 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.03$  (пунктирная линия).

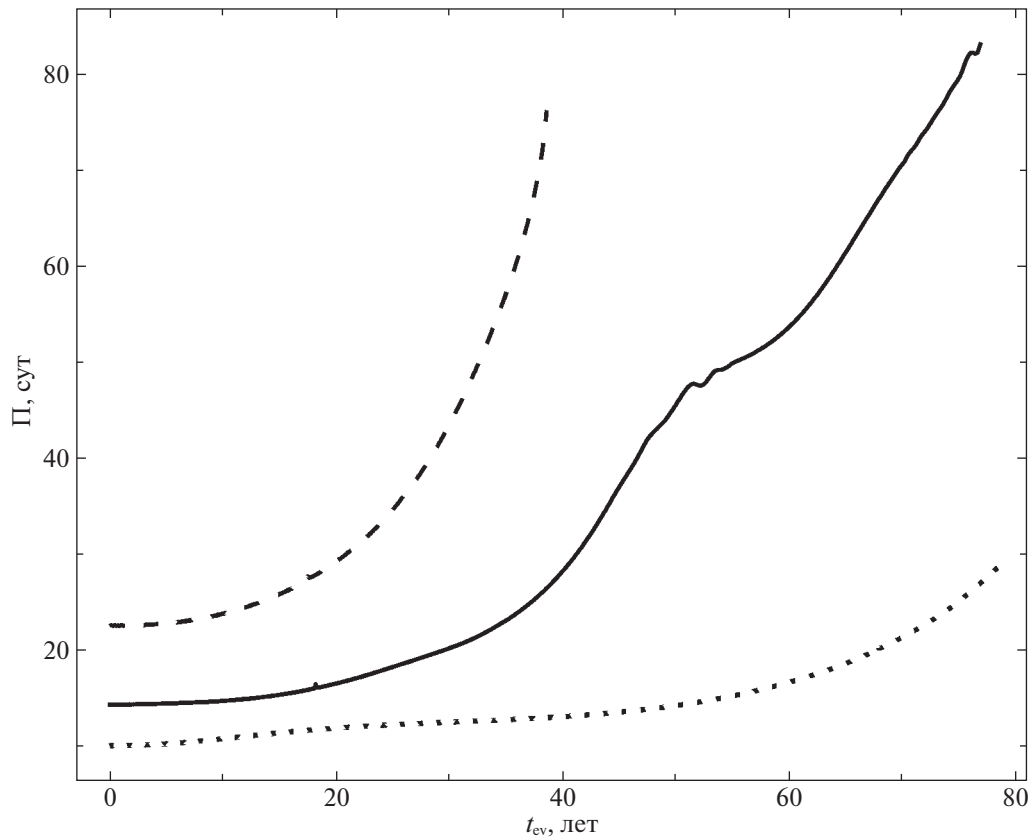
дачи Коши для уравнений гидродинамики проводилось с использованием нестационарных внутренних граничных условий, в явном виде описывающих изменения радиуса и светимости как функции возраста звезды:  $r_0(t_{ev})$  и  $L_0(t_{ev})$ . Определение этих зависимостей проводилось на основе результатов расчетов звездной эволюции для заданного значения лагранжевой координаты, тогда как вычисление непрерывной функциональной зависимости этих величин от возраста звезды  $t_{ev}$  проводилось с помощью интерполяционных кубических сплайнов. Данный подход автор ранее использовал для объяснения внезапного падения амплитуды колебаний цефеиды населения II RU Cam (Фадеев, 2021) и при построении гидродинамической модели мириды T UMi, претерпевающей в настоящее время тепловую вспышку в гелиевом слоевом источнике (Фадеев, 2022).

Эволюция звездных пульсаций после гелиевой вспышки иллюстрируется на рис. 3, где приведены графики изменения радиуса внешней границы гидродинамической модели  $Z = 0.01$ ,  $M_{ZAMS} = 0.9 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.03$ . Для удобства графического представления время эволюции  $t_{ev}$  от-

считывается от момента минимального радиуса эволюционной модели, когда период пульсаций составлял  $\Pi = 13.9$  сут. Пик светимости гелиевой вспышки  $L_{3\alpha}$  соответствует возрасту  $t_{ev} = -302$  лет.

Как видно на рис. 3, звездные пульсации в окрестности минимума радиуса характеризуются достаточно малой амплитудой радиального смещения:  $\Delta R / \langle R \rangle \approx 0.12$ , где  $\langle R \rangle$  — радиус внешней границы модели, осредненный за один цикл колебаний. Через 70 лет относительная амплитуда возрастает до  $\Delta R / \langle R \rangle \approx 0.6$ . Одновременно в течение рассматриваемого 70-летнего отрезка времени период радиальных пульсаций возрастает от  $\Pi = 13.9$  до  $\Pi = 62$  сут, причем с течением времени колебания становятся менее регулярными вследствие перехода к нелинейным колебаниям большой амплитуды. Таким образом, на качественном уровне гидродинамическая модель, представленная на рис. 3, воспроизводит основные особенности эволюции пульсаций V725 Sgr.

На рис. 4 показаны наблюдательные оценки периода пульсаций V725 Sgr, приведенные в работах Своуп (1937), Демерса (1973), Демерса и



**Рис. 5.** Изменение периода радиальных пульсаций по вычислениям гидродинамических моделей  $Z = 0.006$ ,  $M_{ZAMS} = 0.84 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.3$ ,  $\eta_B = 0.05$  (штриховая линия,  $\Pi_{\min} = 22.5$  сут),  $Z = 0.006$ ,  $M_{ZAMS} = 0.88 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.08$  (сплошная линия,  $\Pi_{\min} = 14.3$  сут) и  $Z = 0.006$ ,  $M_{ZAMS} = 0.84 M_{\odot}$ ,  $\eta_R = 0.5$ ,  $\eta_B = 0.06$  (пунктирная линия,  $\Pi_{\min} = 10.0$  сут). Время эволюции отсчитывается от минимума радиуса звезды.

Мадоре (1974), Вилау и др. (2006) и Перси и др. (2006). Там же приведены теоретические зависимости  $\Pi(t_{ev})$ , полученные на основе расчетов трех гидродинамических моделей, основные характеристики которых перечислены в табл. 1. Следует заметить, что теоретические зависимости на рис. 4 сдвинуты по горизонтальной оси таким образом, что минимальное значение периода соответствует дате  $t = 1926$  г., когда период пульсаций V725 Sgr составлял  $\Pi = 12$  сут.

**Таблица 1.** Гидродинамические модели V725 Sgr

$Z$	$M_{ZAMS}/M_{\odot}$	$\eta_R$	$\eta_B$	$M/M_{\odot}$	$M_H/M$	$\Pi_{\min}$ , сут
0.006	0.84	0.5	0.05	0.527	0.037	11.3
0.006	0.88	0.5	0.08	0.534	0.025	14.2
0.010	0.90	0.5	0.03	0.534	0.020	13.9

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в настоящей работе результаты расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций с большой определенностью подтверждают гипотезу Перси и др. (2006) о том, что наблюдаемое изменение периода пульсаций переменной звезды V725 Sgr обусловлено тепловой вспышкой гелиевого слоевого источника в мало-массивной post-AGB звезде населения II. Более того, удовлетворительное согласие трех теоретических зависимостей  $\Pi(t_{ev})$  с наблюдаемым вековым изменением периода V725 Sgr позволило получить приближенные теоретические оценки массы звезды и массы водородной оболочки:  $M \approx 0.53 M_{\odot}$  и  $0.013 M_{\odot} \leq M_H \leq 0.019 M_{\odot}$ . Следует заметить, что основным источником неопределенностей в приведенных оценках массы является значительный разброс немногочисленных значений периода пульсаций V725 Sgr, полученных из наблюдений. Не вполне ясным является также минимальное значение периода пульсаций V725 Sgr в начале XX в., поскольку все имеющиеся результаты наблюдений указывают на рост периода. Тем не

менее результаты проведенных расчетов позволяют предполагать, что минимальное значение периода может лишь незначительно отличаться от принятого в данной работе значения  $\Pi_{\min} = 12$  сут, поскольку все гидродинамические модели, рассчитанные в данной работе, демонстрируют общую закономерность, которая заключается в том, что с уменьшением  $\Pi_{\min}$  увеличивается характерное время возрастания периода. Эта закономерность иллюстрируется на рис. 5, где показаны три зависимости изменения периода  $\Pi(t_{\text{ev}})$ , полученные на основе расчетов гидродинамических моделей  $Z = 0.006$ ,  $M_{\text{ZAMS}} = 0.84 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.3$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.05$  ( $\Pi_{\min} = 22.5$  сут),  $Z = 0.006$ ,  $M_{\text{ZAMS}} = 0.88 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.5$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.08$  ( $\Pi_{\min} = 14.3$  сут) и  $Z = 0.006$ ,  $M_{\text{ZAMS}} = 0.84 M_{\odot}$ ,  $\eta_{\text{R}} = 0.5$ ,  $\eta_{\text{B}} = 0.06$  ( $\Pi_{\min} = 10.0$  сут), из которых лишь одна (с периодом  $\Pi_{\min} = 14.3$  сут) хорошо согласуется с наблюдениями (см. рис. 4). Таким образом, представляется маловероятным, что минимальное значение периода пульсаций V725 Sgr было меньше 10 сут, так как в этом случае рост периода был бы существенно медленнее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блокер (T. Blöcker), *Astron. Astrophys.* **297**, 727 (1995).
2. Вассилиадис, Вуд (E. Vassiliadis and P.R. Wood), *Astrophys. J.* **413**, 641 (1993).
3. Вилау и др. (A. Wehlau, T. Atcheson, and S. Demers), *J. Am. Associat. Var. Star Observ.* **35**, 187 (2006).
4. Демерс (S. Demers), *J. Royal Astron. Soc. of Canada* **67**, 19 (1973).
5. Демерс, Мадоре (S. Demers and B.F. Madore), *Inform. Bull. Var. Stars* **870**, 1 (1974).
6. Демерс, Харрис (S. Demers and W.E. Harris), *Astron. J.* **79**, 627 (1974).
7. Пакстон и др. (B. Paxton, R. Smolec, J. Schwab, A. Gaultschy, L. Bildsten, M. Cantiello, A. Dotter, R. Farmer, J.A. Goldberg, A.S. Jermyn, S.M. Kanbur, P. Marchant, A. Thoul, R.H.D. Townsend, W.M. Wolf, M. Zhang, and F.X. Timmes), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **243**, 10 (2019).
8. Перси (J.R. Percy), *J. Am. Associat. Var. Star Observ.* **48**, 162 (2020).
9. Перси и др. (J.R. Percy, A. Molak, H. Lund, D. Overbeek, A.F. Wehlau, and P.F. Williams), *Publ. Astron. Soc. Pacific* **118**, 805 (2006).
10. Раймерс (D. Reimers), *Problems in stellar atmospheres and envelopes* (Ed. V. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving, New York: Springer-Verlag, 1975), p. 229.
11. Самусь Н.Н., Казаровец Е.В., Дурлевич О.В., Киреева Н.Н., Пастухова Е.Н., *Астрон. журн.* **94**, 87 (2017) [N.N. Samus', E.V. Kazarovets, O.V. Durlevich, N.N. Kireeva, and E.N. Pastukhova, *Astron. Rep.* **61**, 80 (2017)].
12. Своуп (H.H. Swope), *Ann. Harvard College Observ.* **105**, 499 (1937).
13. Фадеев Ю.А., Письма в *Астрон. журн.* **39**, 342 (2013) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **39**, 306 (2013)].
14. Фадеев Ю.А., Письма в *Астрон. журн.* **46**, 783 (2020) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **46**, 734 (2020)].
15. Фадеев Ю.А., Письма в *Астрон. журн.* **47**, 793 (2021) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **47**, 765 (2021)].
16. Фадеев (Yu.A. Fadeyev), *MNRAS* **514**, 5996 (2022).
17. Харрис (H.C. Harris), *Astron. J.* **86**, 719 (1981).
18. Харрис, Валлерстейн (H.C. Harris and G. Wallerstein), *Astron. J.* **89**, 379 (1984).