

## К ТЕОРИИ ПРОИСХОЖДЕНИЯ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКИХ ВСПЛЕСКОВ НА ПУЛЬСАРЕ В КРАБОВИДНОЙ ТУМАННОСТИ

© 2022 г. В. В. Железняков<sup>1</sup>, В. Е. Шапошников<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup>НИУ Высшая школа экономики Нижегородский филиал, Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 26.07.2022 г.

После доработки 05.10.2022 г.; принята к публикации 05.10.2022 г.

В приближении геометрической оптики изучены распространение и условия выхода микроволнового радиоизлучения из локального источника квазигармонических всплесков, представляющего собой токовый слой, заполненный электрон-протонной и электрон-позитронной плазмой. Сравнительный анализ этих корпускулярных составов показал, что в электрон-протонном варианте выход в магнитосферу необыкновенной компоненты излучения невозможен, в отличие от обыкновенной компоненты, свободно выходящей из источника. В электрон-позитронной плазме ситуация с выходом необыкновенной компоненты сохраняется. Однако для обыкновенного излучения установлен критерий эффективного выхода из токового слоя в окружающую магнитосферу. В обоих вариантах корпускулярного состава выходящее излучение поляризовано одинаково (линейно в соответствии с известными результатами наблюдений Хэнкинса и Эйлек). Проведенное рассмотрение не позволяет сделать определенный выбор между обоими составами плазмы в источнике на примере одного объекта — пульсара в Крабе. Необходимы дальнейшие исследования — поиск других объектов типа пульсара в Крабе.

*Ключевые слова:* пульсар в Крабе, магнитосфера, токовый слой, радиоизлучение.

DOI: 10.31857/S0320010822100059

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья является продолжением публикации Железняков, Беспалов (2018) и Железняков, Шапошников (2020), в которых была предложена и исследована конкретная модель источника квазигармонических микроволновых всплесков (“high-frequency interpulses” по терминологии Хэнкинс и др., 2015) в магнитосфере нейтронной звезды — пульсаре в Крабовидной туманности. Пример такой структуры динамического спектра, полученного на радиоспектрографе в Аресибо (Пуэрто-Рико) с высоким временным и частотным разрешением (Эйлек, Хэнкинс, 2006), приведен на рис. 1. Модель, обсуждаемая в работах Железняков, Беспалов (2018), Железняков, Шапошников (2020), представляет собой нейтральный токовый слой (слой Харриса (Харрис, 1962)) с наложенным поперечным магнитным полем, в котором реализуется механизм генерации, основанный на эффекте двойного плазменного резонанса (ДПР). Двойным плазменным резонансом в теории плазмы называется совпадение частоты верхнего гибридного

резонанса  $\omega_{UH}$  с одной из гармоник электронной гирочастоты  $s\omega_B$ :  $\omega_{UH} \approx s\omega_B$  ( $s$  — номер гармоники). Эффект двойного плазменного резонанса заключается в существенном (на один-два порядка) увеличении инкремента возбуждения плазменных (электростатических) волн. На существование такого эффекта в плазме указали Перлстейн и др. (1966). Затем Железняков, Злотник (1975) развили кинетическую теорию этого эффекта и предложили на ее основе интерпретацию наблюдаемой зebra-структуры в динамических спектрах спорадического радиоизлучения Солнца. При этом появление электромагнитного излучения, выходящего за пределы источника, обусловлено процессами рассеяния — релейским рассеянием на частицах плазмы и индуцированным комбинационным рассеянием (“слиянием”) возбужденных плазменных волн (Железняков и др., 2012).

Zebra-структура в солнечном радиоизлучении во многом аналогична структурам, обнаруженным Хэнкинс, Эйлек (2007) в квазигармонических всплесках на пульсаре в Крабовидной туманности. Это послужило основанием указать на высокую вероятность совпадения механизмов генерации

\*Электронный адрес: sh130@ipfran.ru

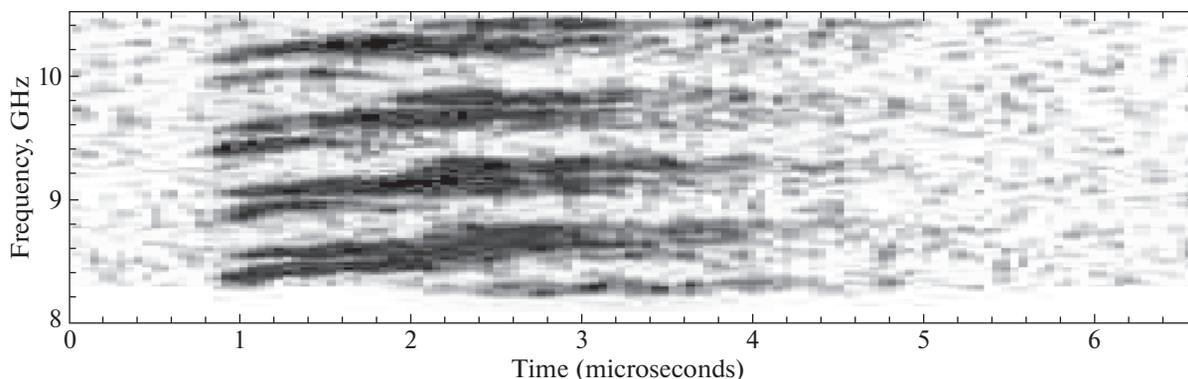


Рис. 1. Динамический спектр квазигармонического всплеска (Эйлек, Хэнкинс, 2006, рис. 4).

этих компонент, несмотря на существенное различие в условиях магнитосферы пульсара и солнечной короны (см. в этой связи статью Железняков и др., 2012). Однако здесь требует специального исследования проблема корпускулярного состава плазмы в локальном источнике всплесков на пульсаре в Крабовидной туманности. Дело в том, что нередко начиная с модели Голдрейха–Джулиана, (Голдрейх, Джулиан, 1969) исходят из предположения об электрон-позитронном составе магнитосфер радиопульсаров. Эта модель построена на основе решения задачи о вращающейся в вакууме нейтронной звезде с сильным магнитным полем (см., например, обзоры Бескин и др., 1986; Бескин, 2018, и приведенную там литературу). Несмотря на многочисленные работы, развивающие ее различные аспекты, модель Голдрейха–Джулиана пока не получила убедительных наблюдательных свидетельств в свою пользу. В статьях Железняков, Беспалов (2018), Железняков, Шапошников (2020) предполагалось, что локальный источник квазигармонических всплесков заполнен нерелятивистской электрон-протонной плазмой. В предлагаемой работе мы рассматриваем возможность электрон-позитронного состава в источнике квазигармонических всплесков на пульсаре в Крабе и сопоставляем ее с электрон-протонным вариантом.

## 2. МОДЕЛЬ ТОКОВОГО СЛОЯ — ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ С КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Модель источника микроволнового излучения с квазигармонической структурой описана в работах Железняков и др. (2012), Железняков, Беспалов (2018), Железняков, Шапошников (2020). Здесь мы приводим только те особенности этой модели, которые наиболее существенны для понимания дальнейшего изложения.

Для реализации ДПР необходимо, чтобы циклотронная частота  $\omega_B$  была много меньше ленгмюровской частоты  $\omega_p$ . Это может быть реализовано в источнике со слабым магнитным полем и относительно высокой электронной плотностью плазмы, расположенном в магнитосфере пульсара, обладающим сильным магнитным полем. В работе Железняков и др. (2012) на роль такого источника был предложен нейтральный токовый слой с поперечным магнитным полем (см. рис. 2, 3). Этот токовый слой представляет собой локальное образование в виде магнитной ловушки в магнитосфере пульсара, в которой захвачены энергичные

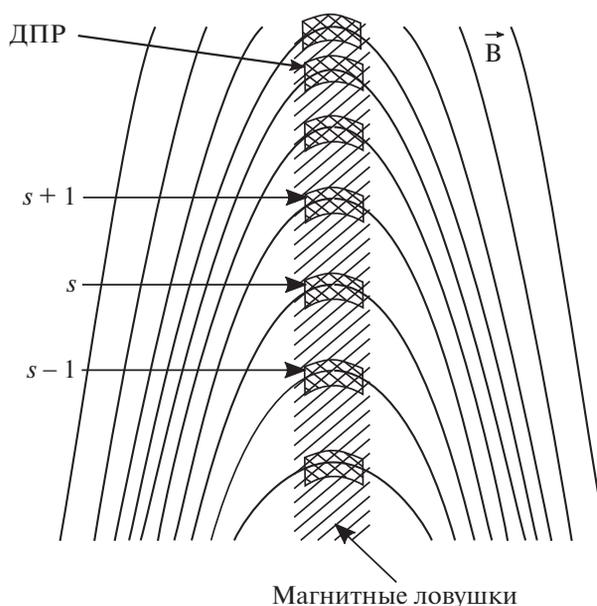


Рис. 2. Схематическое представление источника микроволнового излучения пульсара с квазигармонической структурой. Заштрихованная область в центре показывает область плазмы с примесью неравновесных частиц, где реализуется эффект ДПР.

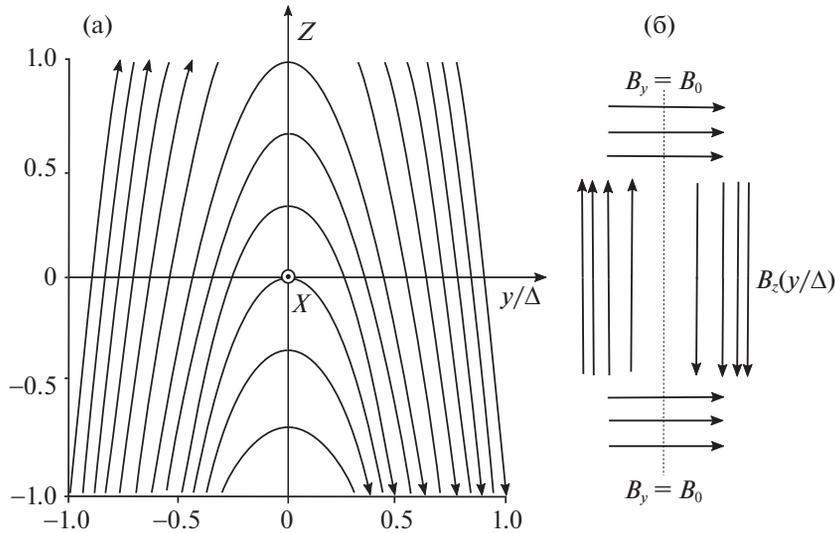


Рис. 3. Модельное магнитное поле (а), созданное токовым слоем Харриса с наложенным на слой поперечным магнитным полем (б). Координата  $y$  нормирована на толщину слоя  $\Delta$ .

электроны с типичной для таких электронов функцией распределения по скоростям, особенностью которой является дефицит электронов с малыми поперечными относительно магнитного поля скоростями и нулевой средней скоростью вдоль магнитного поля. Электроны с такой неравновесной функцией распределения обуславливают возникновение неустойчивости и интенсивное возбуждение плазменных волн при двойном плазменном резонансе. Неравновесные электроны сосредоточены в основном в центре слоя в узкой полосе (заштрихованная область на рис. 2) вследствие резкого роста магнитного поля на краях этой полосы.

В статье Железняков, Беспалов (2018) были указаны значения плотности плазмы  $N \sim 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и величины поперечного магнитного поля  $B_{\perp} \sim 10^2 \text{ Гс}$  в центре слоя и  $B \sim 10^6 \text{ Гс}$  в окружающей токовый слой магнитосфере, необходимые для генерации наблюдаемого излучения с квазигармонической структурой. Эти параметры были получены из сопоставления теоретического частотного спектра с наблюдаемым в предположении, что частота одной из квазигармонических полос излучения соответствует десятой циклотронной гармонике. Номер циклотронной гармоники является свободным параметром и выбран для обеспечения наблюдаемого числа полос излучения на динамическом спектре. Следует заметить, что приведенные выше величины параметров токового слоя не критичны для модели источника излучения, базирующейся на эффекте двойного плазменного резонанса. Например, для теории двойного плазменного резонанса в токовом слое достаточно условия  $B \gg 10^3 \text{ Гс}$  для магнитного поля в окружающей слой магнитосфере

(Железняков, Беспалов, 2018). Указанные параметры значительно отличаются от соответствующих величин в окружающей слой магнитосфере. Высокая плотность плазмы существует только в центре токового слоя и уменьшается на периферии слоя до значений плотности плазмы в окружающей магнитосфере. Величина магнитного поля возрастает к периферии слоя и достигает значений, обычно принимаемых для окружающей магнитосферы.

Эффект двойного плазменного резонанса, заключающийся в увеличении на один-два порядка инкремента неустойчивости электростатических волн на одной из гармоник электронной циклотронной частоты при совпадении частоты верхнего гибридного резонанса с частотой этой циклотронной гармонике, приводит к тому, что в неоднородном источнике двойной плазменный резонанс  $\omega_{UH} \approx s\omega_B$  будет выполняться для различных гармоник в пространственно разнесенных областях источника (рис. 2). Сказанное обусловлено тем обстоятельством, что магнитное поле и концентрация плазмы монотонно меняются с различными градиентами вдоль некоторого направления, в нашей модели вдоль токового слоя. В результате излучение такой неоднородной системы будет иметь частотный спектр в виде квазигармонических полос большей или меньшей яркости. Число полос в спектре зависит от соотношения градиентов магнитного поля и концентрации плазмы и при соответствующих условиях может достигать достаточно больших значений (см. детальнее, например, Железняков и др., 2012).

Возбужденные за счет эффекта ДПР плазменные волны трансформируются в электромагнитные волны с частотой  $\omega$  в результате двух возможных

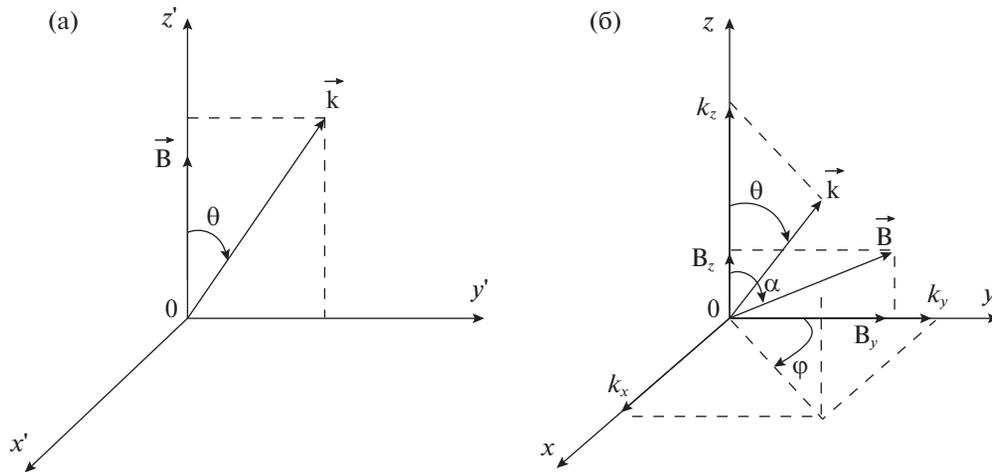


Рис. 4. Ориентация векторов  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{k}$  относительно осей координат: (а) — система координат I, (б) — система координат II.

процессов — релеевского рассеяния на частицах плазмы и индуцированного комбинационного рассеяния (“слияния”) возбужденных плазменных волн на встречных плазменных волнах с образованием электромагнитной волны, выходящей за пределы источника радиоизлучения (Железняков и др., 2012). Первый процесс происходит с сохранением частоты ( $\omega \simeq \omega_{UH}$ ), второй — с удвоением частоты ( $\omega \simeq 2\omega_{UH}$ ).

Для исследования распространения электромагнитного излучения в источнике и условий выхода за его пределы примем идеализированную модель токового слоя, состоящую из слоя Харриса с наложенным на него ортогональным к слою постоянным магнитным полем (рис. 3). В таком слое распределения магнитного поля  $\mathbf{B}$  и плотности плазмы  $N$  описываются формулами

$$B_z(y) = -B_m \tanh\left(\frac{y}{\Delta}\right); \quad (1)$$

$$B_y = B_0; \quad B_x = 0; \quad N(y) = N_0 \cosh^{-2}\left(\frac{y}{\Delta}\right),$$

где  $\Delta$  — толщина токового слоя,  $B_m$  — величина магнитного поля на периферии слоя,  $B_0$  и  $N_0$  — соответственно величина магнитного поля и концентрация плазмы в центральной плоскости токового слоя. Величина поля в центральной плоскости  $B_0$  существенно меньше величины магнитного поля на периферии токового слоя  $B_m$ :

$$\frac{B_m}{B_0} \equiv \sigma \gg 1. \quad (2)$$

Следуя Железняков, Беспалов (2018), в данной работе мы приняли для определенности в дальнейших оценках следующие значения для параметров слоя:  $B_m = 10^6$  Гс,  $B_0 = 5 \times 10^2$  Гс и  $N_0 = 10^{11}$  см $^{-3}$ .

### 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим “холодную” (без учета теплового движения частиц) электрон-позитронную плазму с одинаковой концентрацией электронов и позитронов. В этом случае, согласно Ахиезер (1974), тензор диэлектрической проницаемости плазмы в системе координат с осью  $z'$ , направленной вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}$ , и волновым вектором  $\mathbf{k}$  в плоскости  $y', z'$  (система координат I на рис. 4а) имеет вид

$$\epsilon'_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \quad (3)$$

с элементами тензора

$$\epsilon = 1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2}, \quad \eta = 1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega^2}. \quad (4)$$

Здесь  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N/m_e}$  и  $\omega_B = eB/m_e c$  — электронная плазменная и циклотронная частоты соответственно,  $e$  и  $m_e$  заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света. Недиагональные элементы тензора  $\epsilon'_{ij}$  в “холодной” плазме отсутствуют, поскольку вклад в них электронов и позитронов одинаков по величине и противоположен по знаку.

Система дисперсионных уравнений для волн в системе координат I (рис. 4а)

$$\begin{aligned} n^2 - \varepsilon &= 0, \\ n^2(\varepsilon \sin^2 \gamma + \eta \cos^2 \gamma) - \varepsilon \eta, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\gamma$  — угол между векторами  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{k}$ . Одно из решений (5)

$$n_1^2 = \varepsilon = 1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \quad (6)$$

с вектором электрического поля  $\mathbf{E}$ , ортогональным плоскости векторов  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{k}$ , соответствует необыкновенной волне (индекс 1) и имеет особенности при  $\omega = \pm\omega_B$ , соответствующие электронному (знак +) и позитронному (знак –) циклотронному резонансам. Второе решение

$$n_2^2 = \frac{\varepsilon \eta}{\varepsilon \sin^2 \gamma + \eta \cos^2 \gamma} \quad (7)$$

с вектором электрического поля  $\mathbf{E}$ , лежащим в плоскости векторов  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{k}$ , соответствует обыкновенной волне (индекс 2). Оно имеет особенность на частоте, определяемой из условия

$$\begin{aligned} \varepsilon \sin^2 \gamma + \eta \cos^2 \gamma &= \\ = 1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega^2} \cos^2 \gamma - \frac{2\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2} \sin^2 \gamma &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Это условие отличается от соответствующего условия для электрон-протонной плазмы лишь наличием множителя 2 перед квадратом плазменной частоты, и его решение можно найти, например, в монографии Ахиезер (1974)<sup>1</sup>. Для нашего исследования представляет интерес решение уравнения (8), соответствующее верхнему гибриднему (УН) резонансу. В случае электрон-позитронной плазмы оно имеет вид

$$\begin{aligned} \omega_{\text{УН}} &= \left[ \frac{1}{2}(2\omega_p^2 + \omega_B^2) + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sqrt{(2\omega_p^2 + \omega_B^2)^2 - 8\omega_p^2 \omega_B^2 \cos^2 \gamma} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Плазменные волны с частотой  $\omega \approx \omega_{\text{УН}}$ , возбуждаемые благодаря эффекту ДПР, распространяются почти поперек магнитного поля. Из (9) следует, что для углов  $\gamma$ , близких к  $\pi/2$ , частота двойного плазменного резонанса

$$\omega_{\text{УН}} \approx \sqrt{2\omega_p^2 + \omega_B^2}, \quad (10)$$

<sup>1</sup>В решении Ахиезер (1974) необходимо заменить массу протона массой позитрона и добавить множитель 2 перед квадратом плазменной частоты.

а условие ДПР сводится к форме

$$\sqrt{2\omega_p^2 + \omega_B^2} \approx s\omega_B. \quad (11)$$

В присутствии в плазме неравновесной электронной или электрон-позитронной компоненты именно на этой частоте происходит возбуждение плазменных волн — так называемый эффект двойного плазменного резонанса. Последующая трансформация этих волн в электромагнитное излучение лежит в основе теории происхождения квазигармонических всплесков пульсара в Крабе, которая развита в работах Железняков и др. (2012, 2016), Железняков, Беспалов (2018), Железняков, Шапошников (2020) и в данной статье.

#### 4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЛОКАЛЬНОМ ИСТОЧНИКЕ С ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМОЙ

В этом разделе мы рассмотрим условия распространения и выхода электромагнитного излучения в модели источника “токовый слой + поперечное магнитное поле”, заполненного электрон-позитронной “холодной” плазмой. В физике плазмы под последним термином обычно понимается нерелятивистская плазма без учета теплового движения частиц. Заметим, что учет теплового движения частиц плазмы необходим при изучении неустойчивости плазменных волн в условиях двойного плазменного резонанса. Для изучения основных особенностей распространения электромагнитных волн в локальном источнике (вне области генерации излучения) достаточно “холодного” приближения. При этом распространение электромагнитных волн исследуется в так называемом пределе геометрической оптики, который реализуется в слабо неоднородной магнитосферной плазме в масштабе длины электромагнитной волны. Соответствующий анализ для локального источника с другим корпускулярным составом (электрон-протонным) в том же приближении будет проведен в следующем разделе 5.

Изучение особенностей распространения электромагнитного излучения в локальном источнике, представленном на рис. 3, удобнее проводить в системе координат II на рис. 4б, где вектор магнитного поля  $\mathbf{B}$  лежит в плоскости  $y, z$ , а волновой вектор  $\mathbf{k}$  имеет произвольное направление. В этом случае все параметры локального источника зависят только от одной координаты  $y$ , т.е. источник представляет собой плоскоструйную среду с параметрами, не зависящими от координат  $x, z$ .

Тензор диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij}$  в этой системе можно получить из тензора  $\varepsilon'_{ij}$  с помощью формул преобразования (Гинзбург, 1967)

$$\varepsilon_{ij} = \gamma_{im}\gamma_{jn}\varepsilon'_{mn}, \quad (12)$$

где  $\gamma_{im}$  — косинусы углов между соответствующими осями в системах координат I и II:

$$\begin{aligned} \gamma_{xy'} = \gamma_{xz'} = \gamma_{y'x} = \gamma_{z'x} = \gamma_{yx'} = \gamma_{zx'} = 0; \quad (13) \\ \gamma_{xx'} = 1; \quad \gamma_{yy'} = \gamma_{zz'} = \cos \alpha; \\ \gamma_{yz'} = \sin \alpha; \quad \gamma_{zy'} = -\sin \alpha, \end{aligned}$$

$\alpha$  — угол между осью  $z$  и вектором магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Из (3), (12) и (13) получаем следующее выражение для тензора диэлектрической проницаемости “холодной” электрон-позитронной плазмы в системе координат II:

$$\varepsilon_{ij} = \quad (14)$$

$$= \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon \cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha & (\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & (\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha & \varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha \end{pmatrix},$$

где элементы  $\varepsilon$  и  $\eta$  описываются формулами (4).

Система дисперсионных уравнений для волн в холодной электрон-позитронной плазме в системе II имеет вид

$$\begin{aligned} n^2 - \varepsilon = 0; \quad (15) \\ n_z^2(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha) + \\ + 2n_y n_z (\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha + \\ + (\varepsilon \cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha)n_y^2 + \varepsilon(n_x^2 - \eta). \end{aligned}$$

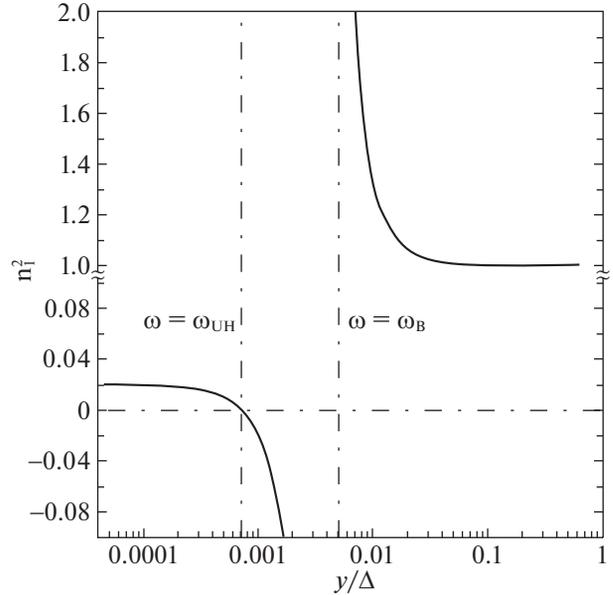
Здесь  $n_i = k_i c / \omega$ , где  $k_i$  — компоненты волнового вектора по осям координат.

В плоскостной среде, которой является нейтральный токовый слой, описываемый соотношениями (1), решение для показателя преломления необыкновенной волны  $n_1$  имеет вид (6), где компонента  $\varepsilon$  зависит только от координаты  $y$ :

$$n_1^2(y) = \varepsilon(y). \quad (16)$$

График изменения  $n_1^2(y)$  от центральной плоскости токового слоя  $y = 0$ , где происходит генерация электромагнитного излучения, до выхода из слоя представлен на рис. 5.

Отметим, что при построении графика на рис. 5 и графиков на следующих рисунках мы для определенности приняли, что возбуждение плазменных волн обязано эффекту ДПР в центре слоя ( $y = 0$ ) на частоте  $\omega = s\omega_{B,0}(1 + \delta)$  с  $s = 10$  и  $\delta = 0.01$ , а их конверсия в электромагнитное излучение происходит с сохранением частоты. Избранный



**Рис. 5.** Зависимость квадрата показателя преломления необыкновенной волны в токовом слое (1) от координаты  $y$ . Вертикальными штрихпунктирными линиями отмечены положения плоскостей, где частота волны совпадает с локальными частотами  $\omega_{UH}$  и  $\omega_B$ . Горизонтальная линия соответствует нулевому значению показателя преломления.

номер гармоники  $s$  соответствует генерации излучения на частоте  $3 \text{ ГГц}^2$ . Плазменная частота  $\omega_{p,0}$  и циклотронная частота  $\omega_{B,0}$  в центре слоя связаны соотношением

$$\omega_{p,0} = \frac{1}{2} \sqrt{(s^2 - 1)} \omega_{B,0}. \quad (17)$$

Параметр  $\delta \ll 1$  введен по аналогии с эффектом ДПР в электрон-протонной плазме: согласно статье Железняков, Злотник (1975), инкремент плазменных волн достигает максимального значения при малом отличии частоты возбуждаемой волны от частоты, соответствующей частоте нижней границы гибридной полосы<sup>3</sup>. Предварительный анализ эффекта ДПР в электрон-позитронной плазме

<sup>2</sup>Согласно Железняков, Беспалов (2018), локальный источник излучения располагается в магнитосфере пульсара в районе светового цилиндра и вращается вокруг нейтронной звезды со скоростью  $v \approx 0.8c$ . В этом случае частота излучения в источнике примерно в 3 раза ниже наблюдаемой частоты. Указанная скорость движения локального источника вокруг нейтронной звезды получена из анализа длительности импульса излучения пульсара в Крабе и не зависит от корпускулярного состава его магнитосферной плазмы.

<sup>3</sup>Гибридная полоса — это интервал частот между соседними циклотронными гармониками, который содержит частоту верхнего гибридного резонанса:  $s\omega_B \leq \omega_{UH} \leq (s + 1)\omega_B$ .

показывает, что этот результат справедлив и для этой плазмы.

Из уравнения (16) и рис. 5 следует, что свободное распространение электромагнитных волн необыкновенного типа возможно в двух областях, где  $n_1^2 > 0$ . Однако эти области разделены полосой с границами, на которых частота волны  $\omega$  совпадает с гирочастотами  $\omega_B$  и  $\omega_{UH}$ . В этой полосе  $n_1^2 < 0$ , т.е.  $n_1(y)$  становится мнимой величиной. Это приводит к экспоненциальному затуханию излучения при удалении от центральной плоскости  $y = 0$ . Затем ослабленное излучение достигает гирочастотного слоя  $\omega_B$ , где используемое нами приближение геометрической оптики становится

незаконным. Корректное кинетическое рассмотрение требует здесь учета циклотронного поглощения, которое приводит к эффективному затуханию волн необыкновенного типа и фактической блокировке этих волн в источнике излучения. Отметим, что характер изменения показателя преломления необыкновенной волны и положение “слоя непрозрачности” не зависят от направления выхода волны из области генерации (в отличие, как будет показано ниже, от показателя преломления обыкновенной волны).

Для обыкновенных волн решение дисперсионного уравнения (15) имеет более сложный характер:

$$\begin{aligned} n_{2,x} &= n_{2,x}|_{y=0}; & n_{2,z} &= n_{2,z}|_{y=0}; \\ n_{2,y} &= \frac{1}{(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha)} \left( -n_{2,z}(\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{\varepsilon[\eta(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha - n_{2,z}^2) - n_{2,x}^2(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha)]} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

В (18) элементы тензора диэлектрической проницаемости (14)  $\varepsilon$ ,  $\eta$  и угол  $\alpha$  являются функциями координаты  $y$ , знак “ $\pm$ ” обусловлен существованием двух волн с разной величиной и противоположной ориентацией фазовой скорости. На рис. 6 приведены графики<sup>4</sup> зависимости от координаты  $y$  реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны  $Re n_{2,y}$  для двух значений угла  $\theta_0$ , под которым волна выходит из плоскости генерации  $y = 0$ .

Из (18) и рис. 6 следует, что для обыкновенной волны резонанс на циклотронной частоте отсутствует, но существует “область непрозрачности”: знак подкоренного выражения в (18) отрицателен, и коэффициент преломления имеет мнимую составляющую. Границы этой области определяются уравнением

$$\begin{aligned} \varepsilon[\eta(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha - n_{2,z}^2) - \\ - n_{2,x}^2(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha)] = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Одна граница, как и для необыкновенной волны, определяется из условия  $\varepsilon = \varepsilon(y) = 0$  и находится в плоскости  $y = y_*$ , где частота волны совпадает с локальной частотой верхнего гибридного резонанса  $\omega = \omega_{UH}(y_*)$ . На этой границе направление

волны ортогонально ориентации локального магнитного поля, а ее частота описывается формулой (10). Другая граница находится из условия

$$\begin{aligned} \varepsilon(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha - n_{2,z}^2) - \\ - n_{2,x}^2(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha) = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

и ее положение зависит от направления выхода волны из источника (т.е. от величины компонент  $n_{2,x}$  и  $n_{2,z}$ ). В “области непрозрачности” показатель преломления обыкновенных волн, покидающих область генерации под углом  $\theta_0 \neq 90^\circ$ , не является чисто мнимой величиной (существует отличная от нуля реальная часть компоненты  $n_{2,y}$ ). На рис. 7 в укрупненном масштабе приведены графики изменения  $Re n_{2,y}$  вблизи “области непрозрачности” для тех же значений угла  $\theta_0$ , что и на рис. 6.

Ослабление волны в слое с комплексным показателем преломления можно оценить, принимая в зависимости  $E \sim e^{-\tau}$  ( $E$  — амплитуда волны) в качестве коэффициента ослабления  $\tau$  интеграл от мнимой части  $n_{2,y}$ :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\omega}{c} \int_{\Delta y} Im n_{2,y} dy \approx \\ &\approx \frac{\Delta \omega_{B0}}{\sqrt{2} \sigma c} \sqrt{\frac{1 + 2\delta s^2}{1 + 4\delta s^2 - s^2 n_{2,z}^2}} \frac{(1 - s^2 n_{2,z}^2)^2}{(1 + s^2 n_{2,z}^2)}. \end{aligned} \quad (21)$$

<sup>4</sup>Без потери общности здесь и далее при построении графиков мы для простоты рассматриваем вариант распространения излучения в плоскости  $yz$  (т.е. при  $n_{2,x} = 0$ ).

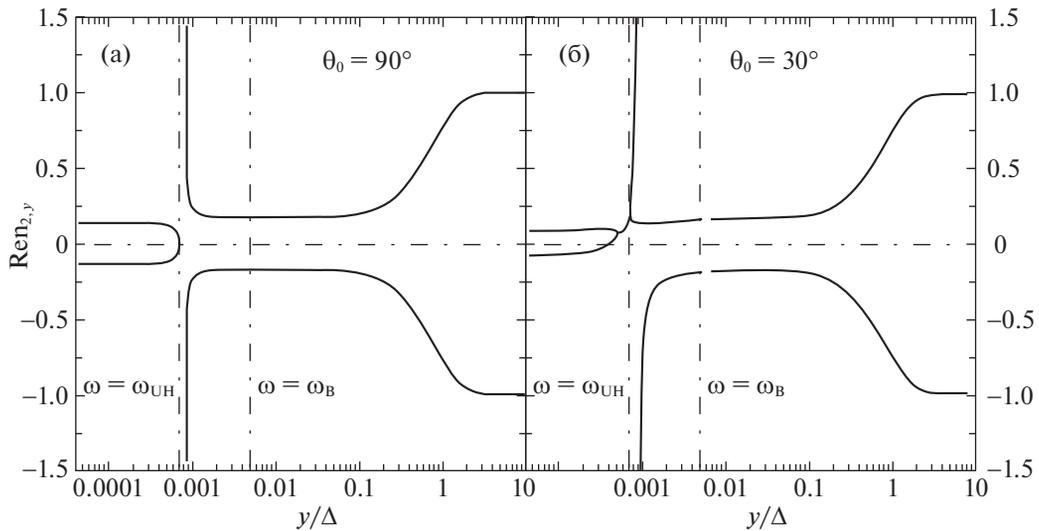


Рис. 6. Зависимость реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны  $Ren_{2,y}$  вдоль оси  $y$ . Штрихпунктирные линии имеют то же значение, что и на рис. 5.

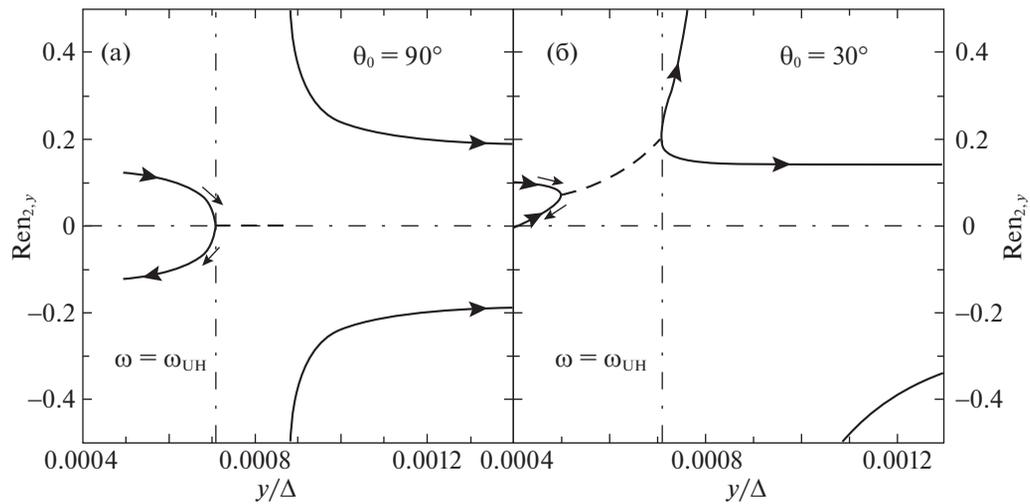


Рис. 7. Зависимость реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны вдоль оси  $y$  вблизи “области непрозрачности” для двух значений угла  $\theta_0$ . Пунктирной линией обозначена часть кривой, где решение для показателя преломления имеет мнимую составляющую. Вертикальной штрихпунктирной линией отмечено положение плоскости, где частота волны совпадает с локальной частотой  $\omega_{UH}(\varepsilon(y_*) = 0)$ . Горизонтальная штрихпунктирная линия соответствует значению  $Ren_{2,y} = 0$ . Стрелки на кривых указывают направление волнового вектора. Стрелки вблизи кривых указывают направление групповой скорости.

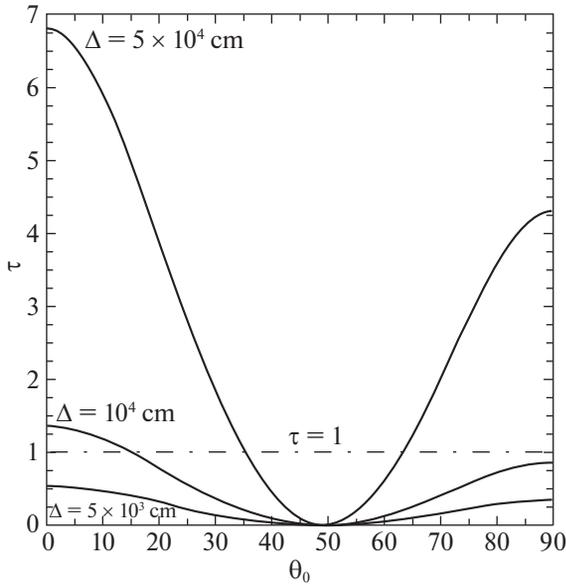
Здесь  $\sigma$  — отношение магнитных полей (2),  $\Delta y$  — длина “области непрозрачности”. Изменение величины коэффициента  $\tau$  в интервале углов  $0 \leq \theta_0 \leq 90^\circ$  для различных значений толщины токового слоя  $\Delta$  представлено на рис. 8. Из этого рисунка ясно, что на основе величины  $\tau$  для угла  $\theta_0 = 90^\circ$  (т.е. при распространении излучения вдоль оси  $y$ ) можно указать критерий выхода обыкновенных волн за пределы источника:

$$\tau(\theta_0 = 90^\circ) < 1, \quad (22)$$

где

$$\tau(\theta_0 = 90^\circ) = \frac{\Delta\omega_{B0}}{\sqrt{2}\sigma c} \sqrt{\frac{1 + 2\delta s^2}{1 + 4\delta s^2}}. \quad (23)$$

Из вида (23) следует, что при любых значениях параметра  $\delta s^2$  условие (22) сводится (с точностью до численного коэффициента порядка единицы) к следующему выражению для критерия эффектив-



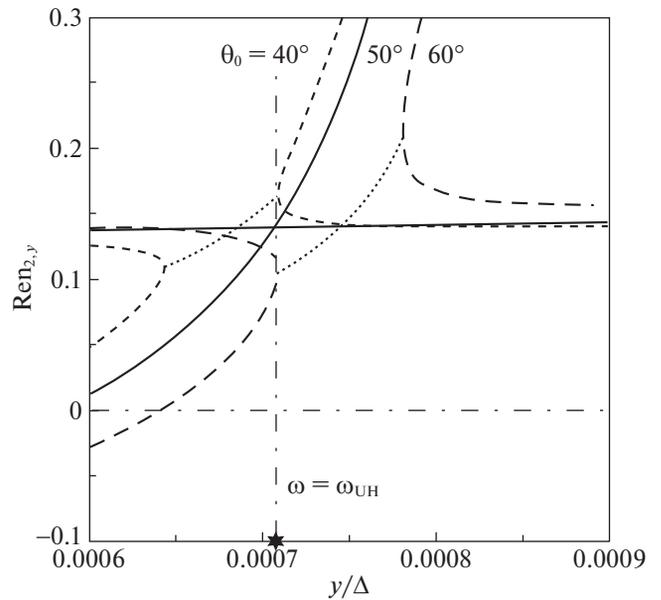
**Рис. 8.** Зависимость коэффициента ослабления  $\tau$  от угла  $\theta_0$  для различных значений толщины слоя  $\Delta$ . Штрихпунктирной линией отмечен уровень  $\tau = 1$ .

ного выхода:

$$\tau \approx \frac{\Delta \omega_{B0}}{2\sigma c} < 1. \quad (24)$$

Для принятых в данной работе значений магнитного поля в токовом слое (см. раздел 2)  $B_m = 10^6$  Гс и  $B_0 = 5 \times 10^2$  Гс из (24) получаем следующую оценку толщины слоя  $\Delta < 10^4$  см, при которой обыкновенные волны выходят за пределы источника. Полученная оценка находится в хорошем согласии с коэффициентом ослабления  $\tau$ , представленным на рис. 8. Весьма спорадический характер появления квазигармонических всплесков указывает на близость величины  $\tau$  к единице. В этом случае даже небольшие вариации параметров токового слоя могут привести или к появлению всплесков излучения с указанной структурой, или к их исчезновению.

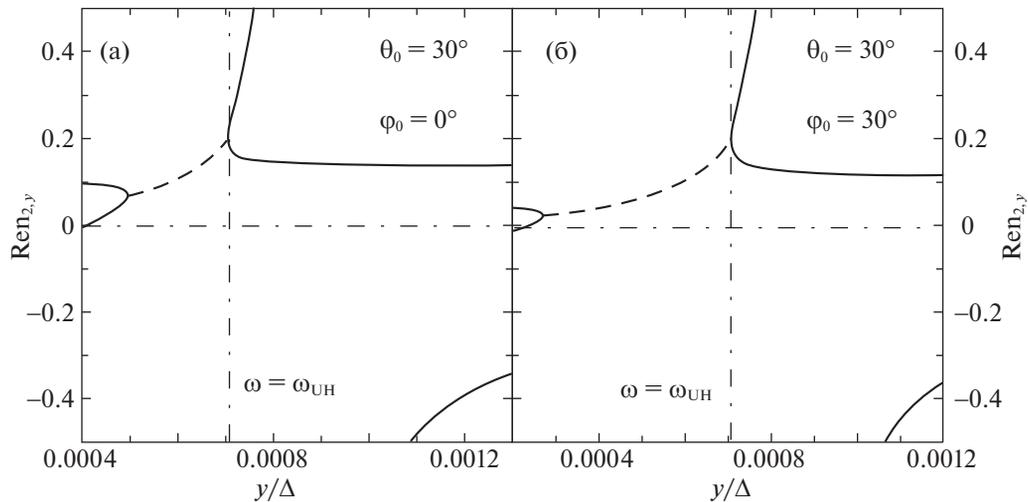
Возвращаясь к рис. 8, заметим, что существует близкий к  $50^\circ$  угол  $\theta_0^*$ , при котором коэффициент ослабления  $\tau$ , вычисленный по формуле (21), обращается в нуль. Рисунок 9 иллюстрирует резкое изменение характера распространения излучения при переходе угла  $\theta_0$  через значение  $\theta_0^* \approx 50^\circ$ . Качественная трансформация функции  $\text{Re}n_{2,y}$  от координаты  $y$  указывает на принципиальную возможность выхода излучения обыкновенного типа за пределы источника благодаря так называемому эффекту линейного взаимодействия электромагнитных волн. Этот эффект хорошо известен и активно исследовался в случае электропротонной плазмы при развитии теории солнечного



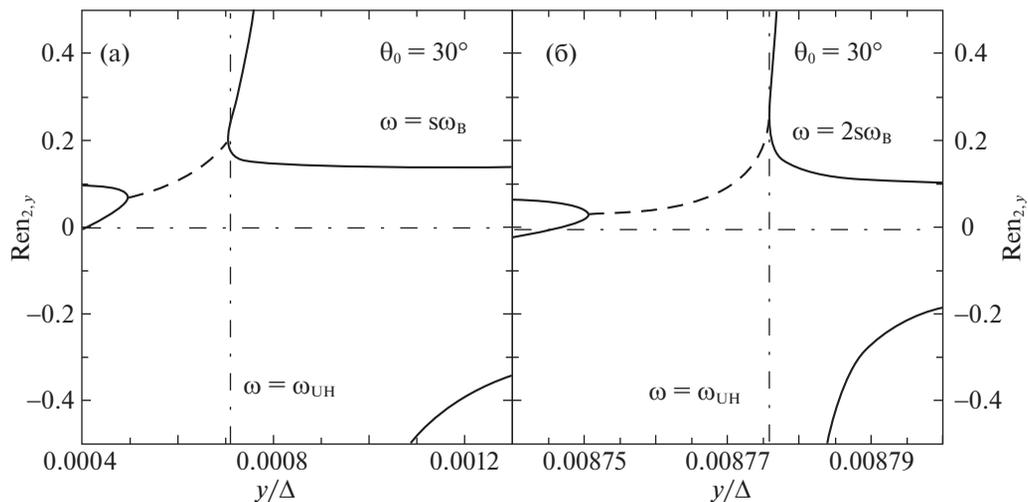
**Рис. 9.** Изменение реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны вдоль оси  $y$  в плоскости  $yz$  для трех направлений выхода излучения из области генерации. Точечной линией отмечены части кривых, где показатель преломления (18) имеет мнимую часть. Звездочкой на оси  $y$  отмечено положение плоскости  $y = y_*$ . Штрихпунктирные линии и стрелки обозначают то же, что на рис. 7.

спорадического радиоизлучения (см. для большей информации Железняков, 1997). Линейное взаимодействие волн в электрон-позитронной плазме, насколько нам известно, ранее детально не изучалось. Заметим лишь, что это явление в плавно-неоднородной магнитоактивной плазме эффективно только в узком интервале углов, что следует из малости коэффициента  $\tau$  при этих углах, и в условиях магнитосферы нейтронных звезд, скорее всего, для выхода излучения малоэффективно.

Приведенные результаты относятся к случаю, когда возбужденные благодаря эффекту ДПР плазменные волны трансформируются в электромагнитные волны с сохранением частоты  $\omega = s\omega_B$  (релеевское рассеяние на частицах плазмы) и распространяются в плоскости, ортогональной плоскости токового слоя ( $\varphi = 0$ , система координат II). На рис. 10б и 11б для сравнения приведены примеры изменения вдоль оси  $Oy$  реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны вблизи “области непрозрачности” в случае, когда излучение выходит из области генерации под углом  $\varphi_0 \neq 0$  (рис. 10б), и под углом  $\varphi_0 = 0$ , но с удвоением частоты:  $\omega = 2s\omega_B$  (рис. 11б). Из сопоставления рис. 10 и 11 видно, что общий вид кривых  $\text{Re}n_{2,y}(y)$



**Рис. 10.** Изменение вдоль оси  $y$  реальной составляющей  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны в случае, когда излучение выходит из области генерации под углом  $\varphi_0 = 0$  (а) и  $\varphi_0 \neq 0$  (б) к плоскости, ортогональной токовому слою. Пунктирные и штрихпунктирные линии обозначают то же, что и на рис. 7.



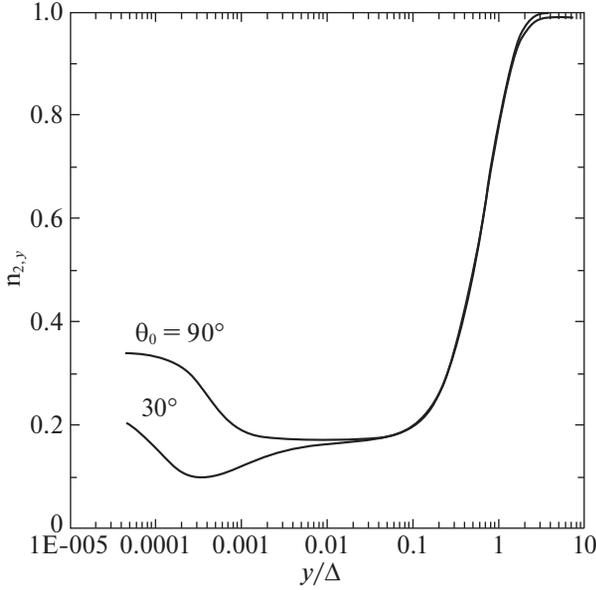
**Рис. 11.** Изменение вдоль оси  $y$  реальной составляющей  $y$  компоненты показателя преломления обыкновенной волны в случае, когда трансформация плазменных волн в электромагнитное излучение происходит с сохранением частоты,  $\omega = s\omega_B$ , (а) и с удвоением частоты,  $\omega = 2s\omega_B$ , (б). Пунктирные и штрихпунктирные линии обозначают то же, что и на рис. 7.

сохраняется. Однако в случае  $\omega = 2s\omega_B$  границы этой “области непрозрачности” смещаются от центра слоя, а в случае  $\varphi_0 \neq 0$  смещаются к его центру.

### 5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ЛОКАЛЬНОМ ИСТОЧНИКЕ С ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОЙ ПЛАЗМОЙ

Условия распространения и выхода излучения из токового слоя, заполненного электрон-протонной плазмой, были рассмотрены в статье

Железняков, Беспалов (2018). Это исследование было проведено в предположении, что волны обыкновенного типа распространяются в токовом слое квазипоперечно на всем пути от источника в центре слоя до выхода из слоя в магнитосферу пульсара. Чтобы корректно провести сравнительный анализ двух вариантов токового слоя с электрон-позитронной плазмой и электрон-протонной плазмой, необходимо рассмотреть условия распространения и выхода излучения из токового слоя с электрон-протонной плазмой, не ограничиваясь



**Рис. 12.** Зависимость  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны от координаты  $y$  для различных углов выхода излучения из области генерации  $\theta_0$ .

квазипоперечным приближением, т.е. в условиях, аналогичных проведенным в разделе 4.

В “холодной” электрон-протонной плазме тензор диэлектрической проницаемости в системе ко-

ординат I (рис. 4а)

$$\varepsilon'_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig & 0 \\ -ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \eta \end{pmatrix} \quad (25)$$

отличается от соответствующего тензора для электрон-позитронной плазмы (3) наличием недиагонального члена

$$ig = \frac{\omega_p^2 \omega_B}{\omega^2 - \omega_B^2} \quad (26)$$

и отсутствием множителя 2 перед квадратом плазменной частоты в выражениях для  $\varepsilon$  и  $\eta$ . Тогда для углов, близких к  $\pi/2$ , верхняя гибридная частота, входящая в условия двойного плазменного резонанса  $\omega_{UH} \approx s\omega_B$ , имеет вид

$$\omega_{UH} \approx \sqrt{\omega_p^2 + \omega_B^2}. \quad (27)$$

Анализ распространения волн и их выхода из токового слоя, описанного в разделе 3, как и в случае электрон-позитронной плазмы, удобнее проводить в системе координат II (рис. 4б). В этой системе с волновым вектором в плоскости  $yz$  тензор диэлектрической проницаемости можно записать следующим образом:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & ig \cos \alpha & -ig \sin \alpha \\ -ig \cos \alpha & \varepsilon \cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha & (\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha \\ ig \sin \alpha & (\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha & \varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Для плоскостной среды с тензором (28) получаем следующую систему дисперсионных уравнений для необыкновенной (индекс 1) и обыкновенной (индекс 2) электромагнитных волн:

$$n_{1,2,x} = n_{1,2,x}|_{y=0} = 0; \quad (29)$$

$$n_{1,2,z} = n_{1,2,z}|_{y=0};$$

$$An_y^4 + Bn_y^3 + Cn_y^2 + Dn_y + E = 0,$$

где

$$A = \varepsilon \cos^2 \alpha + \eta \sin^2 \alpha; \quad (30)$$

$$B = 2n_z(\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$C = -\varepsilon\eta(1 + \sin^2 \alpha) - (\varepsilon^2 - g^2) \cos^2 \alpha + n_z^2(\varepsilon + \eta);$$

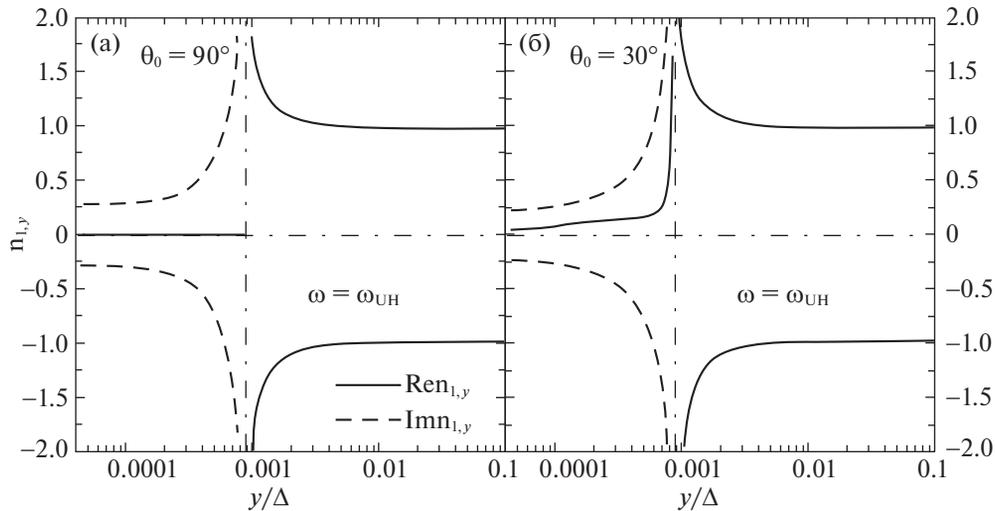
$$D = 2n_z^3(\eta - \varepsilon) \sin \alpha \cos \alpha +$$

$$+ 2n_z[-\varepsilon\eta + (\varepsilon^2 - g^2) \sin \alpha \cos \alpha];$$

$$E = \eta(\varepsilon^2 - g^2) +$$

$$+ n_z^2[-\varepsilon\eta(1 + \cos^2 \alpha) - (\varepsilon^2 - g^2) \sin^2 \alpha + n_z^2(\varepsilon \sin^2 \alpha + \eta \cos^2 \alpha)].$$

На рис. 12 и рис. 13 приведены графики  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны вдоль оси  $y$  для различных углов выхода излучения  $\theta_0$  из области генерации. Рисунок 12 иллюстрирует тот факт, что  $n_{2,y} > 0$ , и волна обыкновенного типа может выходить за пределы токового слоя при любых углах выхода из области генерации. Этот результат находится в согласии с выводами статьи Железняков, Беспалов (2018). Напротив, вдоль оси  $y$ , в области, примыкающей



**Рис. 13.** Зависимость  $y$ -компоненты показателя преломления обыкновенной волны от координаты  $y$  для различных углов выхода излучения из области генерации  $\theta_0$ .

к центральной плоскости, необыкновенные волны распространяться не могут, поскольку показатель преломления  $n_{1,y}$  имеет чисто мнимые значения (см. левую часть рис. 13). Под углом к оси  $y$  показатель преломления  $n_{1,y}$  имеет отличные от нуля и мнимую, и реальную компоненты (см. правую часть рис. 13). Однако и в этом случае распространение невозможно: мнимая компонента  $\text{Im} n_{1,y}$  (обозначена пунктирной линией на рис. 13) существенно превышает реальную часть  $\text{Re} n_{1,y}$  и волны быстро затухают.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье проведен сравнительный анализ возможности выхода радиоизлучения из локального источника квазигармонических всплесков, заполненного нерелятивистской электрон-позитронной или электрон-протонной плазмой, в магнитосферу пульсара в Крабовидной туманности. Модель локального источника, предложенная в работе Железняков и др. (2012), представляет собой токовый слой, на который наложено поперечное магнитное поле, и который заполнен “холодной” плазмой (с примесью “горячих” частиц с неравновесной функцией распределения в центральной части слоя). Генерация излучения происходит в центре слоя за счет эффекта двойного плазменного резонанса, в результате которого возбуждаются плазменные волны. Появление электромагнитного излучения, выходящего за пределы источника, обусловлено релеевским рассеянием на частицах плазмы или индуцированным комбинационным рассеянием плазменных волн.

Такая модель позволила объяснить наблюдаемые квазигармоническую структуру всплесков радиоизлучения и высокую степень их линейной поляризации. Однако она оставляет открытым вопрос о корпускулярном составе плазмы, хотя от него зависят условия выхода радиоизлучения из локального источника в магнитосферу пульсара. К сожалению, квазигармонические всплески обнаружены лишь от одного объекта — пульсара в Крабе. Имеющиеся данные не позволяют вынести определенное заключение о корпускулярном составе плазмы в источнике всплесков: это может быть излучение обыкновенного типа, свободно выходящее из электрон-протонного источника, или излучение обыкновенного типа из электрон-позитронного объекта, в котором выполнен критерий (24). Указанное условие, налагающее существенные ограничения на физические параметры источника, может проявиться только при дальнейших исследованиях динамических спектров пульсаров. Если будет установлено, что квазигармонические источники — обычное явление для объектов типа пульсара в Крабе, сказанное укажет на отсутствие критерия (24) и, следовательно, на электрон-протонный состав плазмы в этом объекте. Напротив, исключительность таких явлений может быть следствием другого состава плазмы — электрон-позитронного. Здесь необходимы широкие радиоспектрографические исследования, перспективы которых (особенно после аварии на антенне в Аресибо) выглядят довольно туманными. Хорошая антенна для этой цели существует — это 500-метровая антенна в Китае. Однако здесь нужны аппаратура высокого класса и стремление радиоастрономов вести трудные исследования динамических спектров радиопулсаров.

Авторы признательны П.А. Беспалову за полезные замечания при проведении численных расчетов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 20-02-00104) и в рамках Госзадания 0030-2021-0002.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер А.И., *Электродинамика плазмы* (М.: Наука, 1974).
2. Бескин В.С., *Успехи физ. наук* **188**, 377 (2018).
3. Бескин В.С., Гуревич А.В., Истомин Я.Н., *Успехи физ. наук* **150**, 257 (1986).
4. Гинзбург В.Л., *Распространение электромагнитных волн в плазме* (М.: Наука, 1967).
5. Голдрейх, Джулиан (P. Goldreich and W.H. Julian), *Astrophys. J.* **157**, 869 (1969).
6. Железняков В.В., *Излучение в астрофизической плазме* (М.: Янус К, 1997).
7. Железняков В.В., Беспалов П.А., *Письма в Астрон. журн.* **44**, 483 (2018) [V.V. Zheleznyakov and P.A. Bespalov, *Astron. Lett.* **44**, 442 (2018)].
8. Железняков В.В., Зайцев В.В., Злотник Е.Я., *Письма в Астрон. журн.* **38**, 660 (2012) [V.V. Zheleznyakov, V.V. Zaitsev, and E.Y. Zlotnik, *Astron. Lett.* **38**, 589 (2018)].
9. Железняков В.В., Зайцев В.В., Злотник Е.Я. и др., *Успехи физ. наук* **186**, 1 (2016).
10. Железняков, Злотник (V.V. Zheleznyakov and E.Y. Zlotnik), *Solar Phys.* **43**, 431 (1975).
11. Железняков, Шапошников (V.V. Zheleznyakov V.E. Shaposhnikov), *MNRAS* **495**, 3715 (2020).
12. Перлстейн и др. (L.D. Pearlstein, M.N. Rosenbluth, and D.B. Chang), *Phys. Fluid.* **9**, 953 (1966).
13. Харрис (E.G. Harris), *Nuovo Cim. A* **23**, 115 (1962).
14. Хэнкинс и др. (T.H. Hankins, G. Jones, and J.A. Eilek), *Astrophys. J.* **804**, 130 (2015).
15. Хэнкинс и др. (T.H. Hankins and J.A. Eilek), *Astrophys. J.* **670**, 693 (2007).
16. Эйлек, Хэнкинс (J.A. Eilek and T.H. Hankins), *Neutron stars and pulsars* (Eds. W. Becker, H.H. Huang, 112, 2006).