

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ЧИСЛА АКТИВНЫХ И СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

© 2022 г. Ф. А. Черников^{1*}, А. В. Иванчик¹

¹Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 14.11.2022 г.

После доработки 14.11.2022 г.; принята к публикации 15.11.2022 г.

Нейтрино, будучи второй по распространенности из известных частиц во Вселенной, оказывает существенное влияние на темп ее расширения на радиационно и материально доминированных стадиях. По этой причине изменение числа состояний нейтрино может привести к существенному изменению оценок космологических параметров, наиболее точные значения которых на данный момент получаются методом анализа анизотропии реликтового излучения. В настоящей работе рассмотрено влияние на определение космологических параметров гипотетического стерильного нейтрино (ν_{S} -массы), возможное существование которого предполагается в результате анализа ряда реакторных экспериментов. Также было исследовано влияние изменения эффективного числа релятивистских степеней свободы нейтрино N_{eff} , которое может быть вызвано разными причинами, например, процессами распада частиц темной материи или второго, более тяжелого стерильного состояния, а также процессами, приводящими к увеличению температуры реликтовых нейтрино $T_{\text{C}\nu\text{B}}$. Исследованные в работе эффекты приводят к существенному изменению оценок космологических параметров, в том числе значения H_0 . Обнаружено, что учет стерильного нейтрино с массами $m = 1$ и 2.7 эВ приводит к уменьшению оценки современного значения параметра Хаббла H_0 и соответственно усугубляет проблему “ H_0 -tension”. Повышение же современного значения эффективного числа релятивистских степеней свободы нейтрино приводит, наоборот, к увеличению оценки H_0 , разрешая упомянутую проблему при $N_{\text{eff}} = 3.0 + 0.9$, что эквивалентно увеличению температуры нейтрино до значения $T_{\text{C}\nu\text{B}}^0 = 1.95 + 0.14$ К. При этом остальные космологические параметры не претерпевают значительного изменения, оставляя нас в рамках стандартной Λ CDM модели.

Ключевые слова: космология, реликтовые нейтрино, стерильные нейтрино, космологические параметры, параметр Хаббла, H_0 -tension.

DOI: 10.31857/S0320010822110067

ВВЕДЕНИЕ

Нейтрино — вторая из известных по распространенности частиц во Вселенной после фотонов. Реликтовые нейтрино¹, как и реликтовые фотоны, также образуются в первые мгновения после Большого Взрыва. В рамках Стандартной Модели физики элементарных частиц все три поколения нейтрино (ν_e, ν_μ, ν_τ) безмассовы. Однако в результате ряда экспериментов (коллорабация “SNO”, 2013 и “Супер-Камиоканде”, 1999) был обнаружен эффект осцилляций трех сортов нейтрино между

собой, причиной которого, согласно развитой Биленьким и Понтекорво (1976) теории, является наличие у нейтрино ненулевых значений масс. Установленный факт осцилляций, таким образом, подтвердил существование массы у нейтрино, однако природа ее возникновения, также как и конкретные значения масс все еще неизвестны.

Существуют различные модели генерации масс нейтрино, некоторые из них предполагают наличие дополнительных сортов нейтрино, которые не участвуют во взаимодействиях Стандартной Модели, поэтому их принято называть стерильными, в то время как три известных сорта стали называться активными.

В ходе нескольких экспериментов по наблюдению за реакторными антинейтрино (Мюллер и др., 2011; Ментион и др., 2011; Гариаззо и др., 2017) было выявлено на разных расстояниях от реактора

*Электронный адрес: filippchernikov@gmail.com

¹Здесь имеются в виду равновесные реликтовые нейтрино, описываемые распределением Ферми–Дирака. Имеются еще неравновесные реликтовые нейтрино первичного нуклеосинтеза (см., например, Иванчик, Юрченко, 2018; Юрченко, Иванчик, 2021).

отклонение предсказываемого значения их потока от наблюдаемого. В качестве одного из возможных объяснений эффекта, который был назван “антинейтринная аномалия”, был предложен процесс осцилляций антинейтрино в стерильное состояние. Чуть позже ряд других независимых экспериментов, в которых был замечен тот же эффект, а именно, коллаборация “NEOS” (2017), “DANSS” (Данилов, 2020), “STEREO” (Алленмандоу и др., 2018), “PROSPECT” (Эшенфельтер и др., 2019) и “BEST” (Баринов и др., 2022), дал ограничения на допустимую область значений параметров стерильного нейтрино ($\Delta m_{14}^2 \sim 1 \text{ эВ}^2$, где Δm_{14}^2 — разность квадратов массы m_1 активного состояния и m_4 — стерильного). Эксперимент “Нейтрино-4” (Серебров и др., 2021), специально направленный на поиск стерильного состояния, дал следующую оценку на разницу квадратов масс: $\Delta m_{14}^2 = 7.3 \pm \pm 1.17 \text{ эВ}^2$.

Расширение стандартной космологической Λ CDM-модели с включением стерильного нейтрино приведет к изменению темпа расширения Вселенной в ходе двух этапов ее эволюции: сперва в радиационно-доминированной фазе, а затем на стадии доминирования нерелятивистского вещества. Это скажется как на процессах первичного нуклеосинтеза, так и на формировании картины анизотропии реликтового излучения, а значит, и на получаемых с их помощью наиболее точных (на сегодняшний день) значениях параметров космологической модели. Исследование влияния стерильных нейтрино на определение космологических параметров является одной из целей данной работы. Кроме того, изменение параметров активных состояний, а именно, эффективного числа релятивистских степеней свободы N_{eff} , также может сказываться на анизотропии СМВ и определении космологических параметров. Это еще одна цель представленной работы.

ОГРАНИЧЕНИЯ ПЕРВИЧНОГО НУКЛЕОСИНТЕЗА НА СВОЙСТВА НЕЙТРИНО

Наиболее жесткие ограничения на свойства нейтрино (число поколений активных нейтрино, возможность существования легкого стерильного нейтрино, $m_s \sim 1\text{--}3 \text{ эВ}$) получаются из анализа первичного нуклеосинтеза — распространенность ${}^4\text{He}$ наиболее чувствительна к скорости расширения Вселенной, которая, в свою очередь, определяется в эту эпоху релятивистскими степенями свободы. Поэтому добавление еще одного активного или легкого стерильного нейтрино может привести к изменению распространенности ${}^4\text{He}$, не согласующегося с наблюдательными данными,

наиболее точные из которых были получены в недавних работах (Куричин и др. 2021а,б). С учетом “Li-проблемы”, дисперсии оценок по дейтерию (см., например, Балашев и др., 2016) и данным по гелию консервативная оценка позволяет рассматривать не более чем одну дополнительную релятивистскую степень свободы.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА АНИЗОТРОПИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Анализ анизотропии температуры реликтового излучения (Коллаборация Планк, 2020) позволяет сделать оценки на шесть ключевых космологических параметров: Ω_b , Ω_{CDM} , θ_* , n_s , A_s , τ — современные значения относительной плотности барионов и холодной темной материи, угловой размер звукового горизонта, спектральный индекс и амплитуда скалярных возмущений, оптическая толщина реионизированной плазмы соответственно. В свою очередь, используя полученные значения этих шести параметров можно определить ряд других космологических величин. В настоящей работе в дополнение к упомянутым параметрам мы будем интересоваться современным значением параметра Хаббла H_0 в свете недавно возникшего рассогласования его значений, получаемых двумя независимыми методами: одно из них — результат обработки анизотропии температуры реликтового излучения (Коллаборация Планк, 2020):

$$H_0 = 67.36 \pm 0.54 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}. \quad (1)$$

Второе получено из наблюдений за сверхновыми типа Ia (Рисс и др., 2022):

$$H_0 = 73.04 \pm 1.04 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}. \quad (2)$$

Эти оценки различаются более чем на 5σ , несоответствие данных значений получило название H_0 -tension.

Для анализа анизотропии реликтового излучения используется распределение отклонений его температуры $\Delta T(\mathbf{n})$ в направлении, заданном единичным вектором \mathbf{n} на небесной сфере, от его современного значения $T_{\text{СМВ}}^0 = 2.7255 \pm 0.0006 \text{ К}$ (Фиксен, 2009).

$$\Delta T(\mathbf{n}) = T(\mathbf{n}) - T_{\text{СМВ}}^0. \quad (3)$$

Информация о флуктуациях температуры СМВ далее представляется в терминах коэффициентов C_l при разложении корреляционной функции значений температуры в двух направлениях \mathbf{n} и \mathbf{n}' по многочленам Лежандра $P_l(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')$ (подробнее, например, см. монографию Горбунова и др., 2016, т. 2):

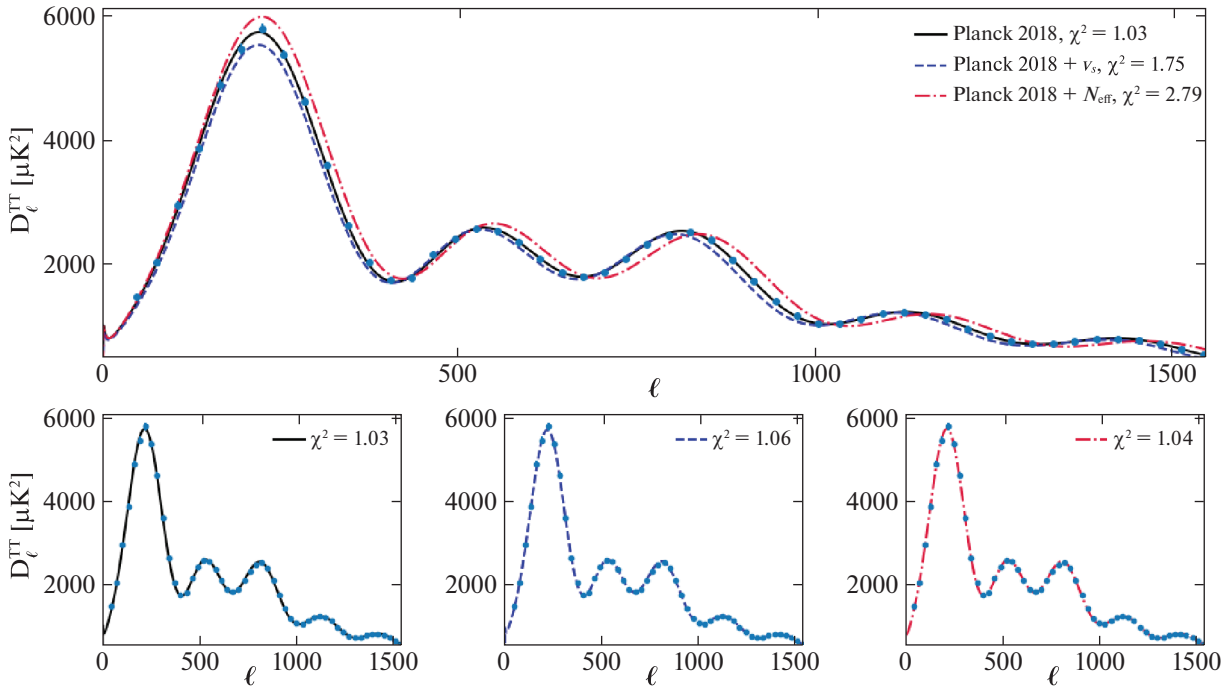


Рис. 1. Мультипольные коэффициенты D_l^{TT} , характеризующие квадрат амплитуды флуктуаций температуры СМВ, приведены на рисунке синими точками, полученными в результате анализа наблюдательных данных. Линиям (сплошным и штриховым) на верхней панели соответствуют результаты теоретического расчета D_l^{TT} : черная кривая наилучшим образом приближает наблюдения в рамках стандартной Λ CDM модели и определяет значения основных космологических параметров. Эти значения фиксировались также при расчете синей и красной кривых, учитывающих введение в рассмотрение, соответственно, стерильного нейтрино и дополнительных степеней свободы активных состояний ($N_{\text{eff}} = 3 + 1$ в обоих случаях). Видно (в том числе по значению редуцированного χ^2), что введение в рассмотрение дополнительных степеней свободы нейтрино, как активных, так и стерильных, приводит к рассогласованию теоретической модели и наблюдаемых данных. Однако, как показано на графиках нижнего ряда, переопределение космологических параметров возвращает соответствие численной модели наблюдениям (первая панель — стандартная космологическая модель, вторая панель — учет стерильного нейтрино, третья панель — учет увеличения степеней свободы активных нейтрино).

$$\begin{aligned} \langle \Delta T(\mathbf{n}) \Delta T(\mathbf{n}') \rangle &= \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} C_l^{TT} \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right) P_l(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'). \end{aligned} \quad (4)$$

Значения коэффициентов² C_l^{TT} , с одной стороны, определяются исходя из измерений анизотропии реликтового излучения (с помощью обращения выражения (4)), а с другой стороны, определяются из численного расчета эволюции флуктуаций $T_{\text{СМВ}}^0$. Сравнение значений C_l^{TT} , полученных двумя разными способами, позволяет делать ограничения на используемые при численном моделировании флуктуаций СМВ космологические параметры. На рис. 1 изображены полученные таким образом за-

висимости $D_l^{TT} = \frac{l(l+1)}{4\pi} C_l^{TT}$ от l в рамках стандартных предположений (Коллаборация Планк, 2020) и с учетом дополнительных степеней свободы нейтрино. Значения D_l^{TT} , восстановленные на основе наблюдательных данных, взяты из архива коллаборации Планк³.

Для анализа анизотропии реликтового излучения часто принимается следующее предположение, в рамках которого сумма масс нейтрино имеет наименьшее из допустимых наблюдениями значений (коллаборация Планк, 2020):

$$m_1 = m_2 = 0, \quad m_3 \approx 0.06 \text{ эВ}. \quad (5)$$

Оно также используется и в настоящей работе. В таком случае рассматриваемое стерильное нейтрино имеет массу или $m_4 \approx 2.7$ эВ в соответствии с экспериментом “Нейтрино-4”, или $m_4 \sim 1$ эВ на основе более ранних оценок реакторных экспериментов.

²Индекс TT указывает, что рассматривается коррелятор двух значений температуры СМВ. Помимо него часто вводятся еще два коррелятора, связанных с поляризацией излучения. Они также используются и в настоящей работе, но не упоминаются в данном разделе для краткости изложения.

³<https://pla.esac.esa.int>

ВЛИЯНИЕ НЕЙТРИНО НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА ХАББЛА

Темп расширения Вселенной характеризуется параметром Хаббла $H(a)$, зависимость которого

$$H(a) \equiv \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_{\text{cdm}} a^{-3} + \Omega_b a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \sum_\nu \Omega_\nu f_\nu(a)}, \quad (6)$$

где H_0 — современное значение параметра Хаббла, Ω_{cdm} , Ω_b , Ω_γ , Ω_ν и Ω_Λ — доли плотностей энергии холодной темной материи, барионов, фотонов, нейтрино и темной энергии во Вселенной на данный момент соответственно, а функции $f_\nu(a)$ определяют зависимость вклада каждого из четырех сортов нейтрино (по которым в выражении (6) идет сумма) от масштабного фактора. Плотность энергии ρ_ν каждого из них определяется функцией распределения Ферми–Дирака

$$\begin{aligned} \rho_\nu(a, m, N_{\text{eff}}) &= \\ &= 2 \int_0^\infty \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \frac{\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}}{\exp\left(\frac{pc}{N_{\text{eff}}^{1/4} kT(a)}\right) + 1}, \\ T(a) &= \frac{T_{\text{CMB}}^0}{a}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь m — масса нейтрино, $T_{\text{CMB}}^0 = 1.9454 \text{ K}$ — современное значение температуры реликтовых нейтрино, определяемое следующим соотношением: $T_{\text{CMB}}^0 = (4/11)^{1/3} T_{\text{CMB}}^0$, $T(a)$ — зависимость температуры нейтрино от масштабного фактора, обусловленная расширением Вселенной, а множитель 2 перед интегралом учитывает вклад антинейтрино, N_{eff} — эффективное число релятивистских степеней свободы одного сорта нейтрино, которое обычно вводится исходя из плотности энергии релятивистских нейтрино, а не из функции распределения (7). Используемая в данной работе параметризация согласована с определением N_{eff} численного кода “САМВ” (Льюис и др., 2000), используемого коллаборацией Планк. Физический смысл параметра N_{eff} виден из выражения для плотности энергии нейтрино в релятивистском состоянии ρ_ν^{rel} :

$$\rho_\nu^{\text{rel}} = \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} N_{\text{eff}} \rho_\gamma = \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{15} \frac{k^4}{(\hbar c)^3} N_{\text{eff}} T^4(a). \quad (8)$$

от масштабного фактора a в предположении нулевой пространственной кривизны дается следующим выражением⁴:

Параметр N_{eff} действительно характеризует эффективное число степеней свободы релятивистских нейтрино, так как входит в выражение (8) аддитивно по числу их сортов. В стандартной ΛCDM модели суммарное значение N_{eff} принимается равным трем ($N_{\text{eff}}^{\text{std}} = 3.046$)⁵ в соответствии с числом активных нейтрино. Кроме того, N_{eff} может быть использовано для параметризации эффектов, связанных с изменением ΔT_{CMB}^0 значения температуры нейтрино T_{CMB}^0 : $N_{\text{eff}} = 3.046 \left(1 + \frac{\Delta T_{\text{CMB}}^0}{T_{\text{CMB}}^0}\right)^4$.

Таким образом, формула (8) дает связь между температурой нейтрино T , их эффективным числом релятивистских степеней свободы N_{eff} и соответствующей плотностью энергии релятивистских нейтрино ρ_ν^{rel} .

В выражение $H(a)$ плотность энергии нейтрино входит в отношении к современному значению критической плотности ρ_c :

$$\begin{aligned} \frac{\rho_\nu(a, m, N_{\text{eff}})}{\rho_c} &= \Omega_\nu(N_{\text{eff}}, m) f_\nu(a; N_{\text{eff}}, m), \quad (9) \\ \Omega_\nu &= \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} \frac{(kT_{\text{CMB}}^0)^3}{\hbar^3 c \rho_c} N_{\text{eff}}^{3/4} m, \\ f_\nu(a) &= \frac{2}{3\zeta(3)} \frac{1}{a^4} \int_0^\infty \frac{y^2}{\exp(y) + 1} \times \\ &\times \left(\sqrt{\left(\frac{kT_{\text{CMB}}^0}{c^2} \frac{N_{\text{eff}}^{1/4}}{ma}\right)^2 y^2 + 1} \right) dy, \end{aligned}$$

⁴Ключевые используемые в настоящей работе космологические формулы представлены, например, в монографиях Вайнберга (2008), а также Горбунова и Рубакова (2016).

⁵Поправка 0.046 возникает в результате дополнительного подогрева нейтрино в ходе электрон–позитронной аннигиляции (см., например, Мангано и др., 2005).

где $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана ($\zeta(3) \approx 1.20206$), Ω_ν — относительная плотность энергии нейтрино в нерелятивистском пределе. В случае $\frac{mc^2}{kT} \gg 1$ выражение (9) дает вклад в параметр Хаббла как релятивистская степень свободы, так как $\Omega_\nu f_\nu \sim \sim N_{\text{eff}} a^{-4}$, в противном случае $\frac{mc^2}{kT} \ll 1$ как нерелятивистская: $\Omega_\nu f_\nu \sim N_{\text{eff}}^{3/4} m a^{-3}$. Таким образом, четвертое нейтрино может оказывать влияние на расширение Вселенной в ходе двух ключевых этапов ее эволюции: радиационно-доминированной фазы и фазы доминирования нерелятивистского вещества.

Учет стерильного нейтрино также приведет к изменению оценки H_0 , получаемой в результате анализа анизотропии реликтового излучения с помощью углового размера звукового горизонта θ_* на момент первичной рекомбинации t_* :

$$\theta_* = \frac{R_s}{D_a}, \quad R_s = a(t_*) \int_0^{t_*} \frac{c_s(t)}{a(t)} dt, \quad (10)$$

$$D_a = a(t_*) \int_{t_*}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}.$$

Здесь R_s — характерный масштаб звукового горизонта, определяемый по скорости звуковых волн в расширяющейся ранней Вселенной $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} / \sqrt{\left(1 + \frac{\Omega_b}{\Omega_\gamma} a\right)}$, D_a — расстояние, пройденное фотонами СМВ с момента рекомбинации до текущего момента времени t_0 (угловое расстояние), $a(t_*) \equiv a_*$ — значение масштабного фактора на момент рекомбинации (соответствует красному смещению $z_* = 1089.92$, см. коллаборация Планк, 2020). В явном виде величины R_s и D_a даются следующими выражениями:

$$R_s = \frac{c}{H_0 \sqrt{3}} a(t_*) \int_0^{a(t_*)} \frac{da}{a^2 \sqrt{\left(1 + \frac{3\Omega_b}{4\Omega_\gamma} a\right) (\Omega_\Lambda + (\Omega_b + \Omega_{\text{cdm}}) a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \sum_\nu \Omega_\nu f_\nu(a))}}, \quad (11)$$

$$D_a = \frac{c}{H_0} a(t_*) \int_{a(t_*)}^1 \frac{da}{a^2 \sqrt{(\Omega_\Lambda + (\Omega_b + \Omega_{\text{cdm}}) a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \sum_\nu \Omega_\nu f_\nu(a))}}. \quad (12)$$

Может показаться, что величина H_0 не входит в отношение R_s к D_a , определяющее θ_* , но это не так, поскольку в определение параметров Ω_i , $i \in \{\Lambda, \text{cdm}, b, \nu\}$ входит понятие критической плотности ρ_c , которое само зависит от H_0 . Введение следующих стандартных обозначений:

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}}, \quad \omega_i = \Omega_i h^2, \quad i \in \{\Lambda, \text{cdm}, b, \nu\},$$

позволяет выписать зависимость θ_* от H_0 (через h) в явном виде

$$\theta_* = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\int_0^{a(t_*)} \frac{da}{\sqrt{\left(1 + \frac{3\omega_b}{4\omega_\gamma} a\right) ((h^2 - \omega_m) a^4 + \omega_m a + \omega_\gamma + \sum_\nu \omega_\nu f_\nu(a))}}}{\int_{a(t_*)}^1 \frac{da}{\sqrt{(h^2 - \omega_m) a^4 + \omega_m a + \omega_\gamma + \sum_\nu \omega_\nu f_\nu(a)}}}. \quad (13)$$

Здесь $\omega_m = \omega_b + \omega_{\text{cdm}}$. Значения параметров θ_* , ω_b , ω_{cdm} определяются из анализа анизотропии

реликтового излучения, значение ω_γ определяется по измеренному планковскому спектру СМВ,

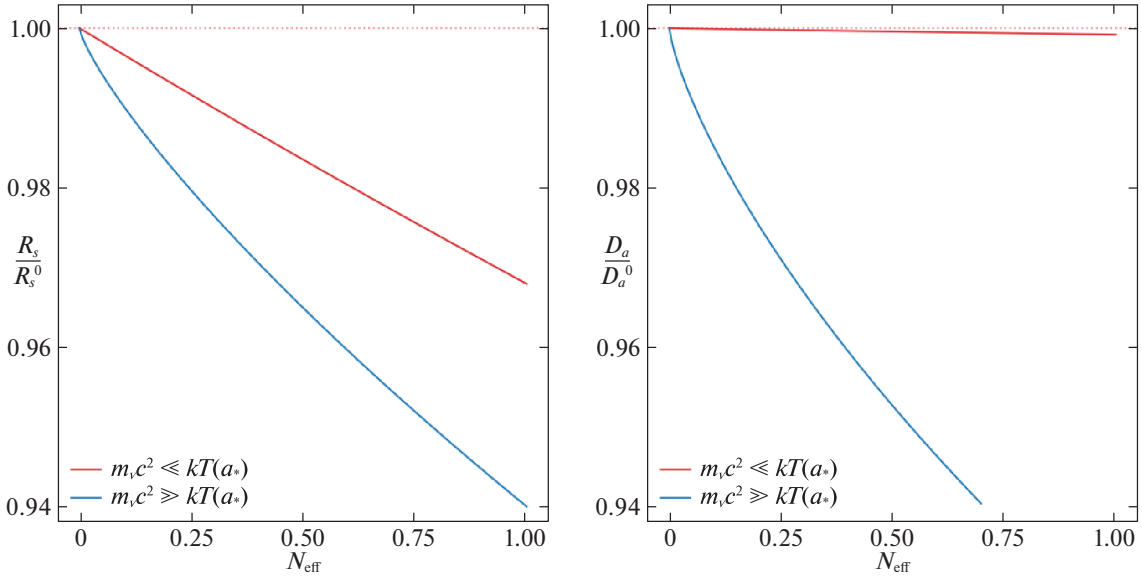


Рис. 2. Левая панель: зависимость размера звукового горизонта R_s от эффективного числа степеней свободы N_{eff} в случае нейтрино с массой $m_\nu c^2 \ll kT(a_*)$ (красная кривая, для примера взято значение $m_\nu = 0.01$ эВ) и $m_\nu c^2 \gg kT(a_*)$ (синяя кривая, для примера взято значение $m_\nu = 2.7$ эВ), отнесенная к стандартному значению R_s^0 (коллаборация Планк, 2020). Правая панель: зависимость углового расстояния D_a от N_{eff} , отнесенная к стандартному значению D_a^0 .

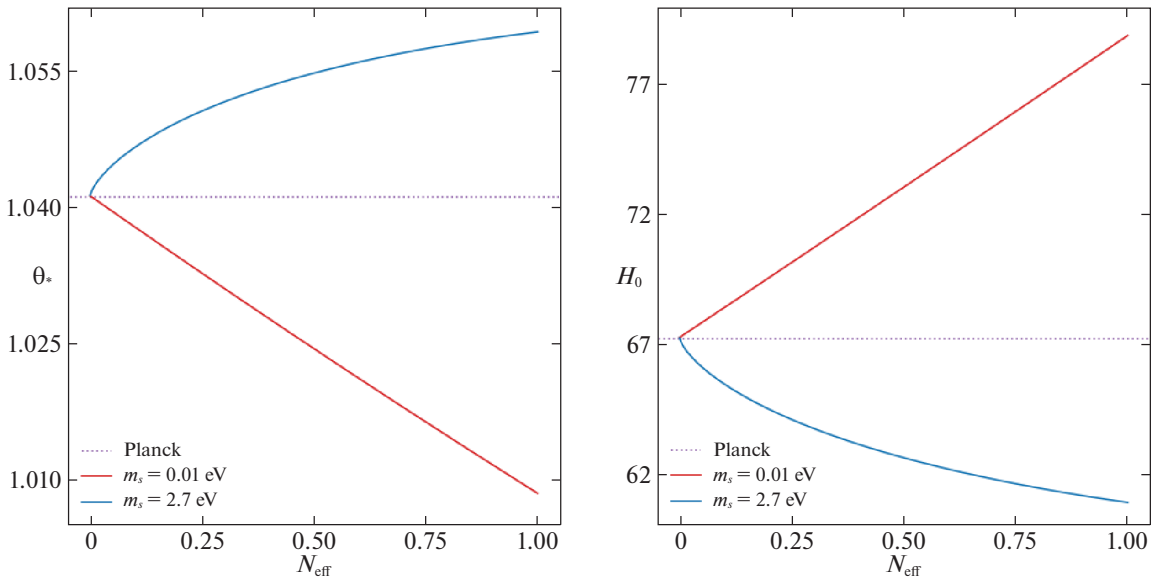


Рис. 3. Левая панель: зависимость углового размера звукового горизонта θ_* от N_{eff} в случае нейтрино с массой $m_\nu c^2 \ll kT(a_*)$ (красная кривая, для примера взято значение $m_\nu = 0.01$ эВ) и $m_\nu c^2 \gg kT(a_*)$ (синяя кривая, для примера взято значение $m_\nu = 2.7$ эВ). Пунктиром обозначено стандартное значение (коллаборация Планк, 2020). Правая панель: зависимость H_0 от N_{eff} . Пунктиром обозначено стандартное значение.

характеризуемому температурой $T_{\text{СМВ}}^0$, а значение ω_ν рассчитывается теоретически при заданных параметрах в рамках стандартной космологической модели. Таким образом, численное решение этого уравнения позволяет определить величину H_0 .

Размер звукового горизонта R_s , как видно из (11), определяется преимущественно плотностью релятивистского вещества, в то время как угловое расстояние D_a определяется плотностью нереля-

тивистского. Введение в рассмотрение четвертого сорта нейтрино приведет, при прочих равных⁶, к уменьшению как значения R_s , так и D_a (рис. 2), однако отношение этих величин, т.е θ_* , может как

⁶Как было отмечено в предыдущем разделе, добавление в стандартную Λ CDM модель еще одного нейтрино повлияет на оценки основных космологических параметров (в частности, θ_* , ω_{cdm} , ω_b). В данном разделе их изменения не учитываются.

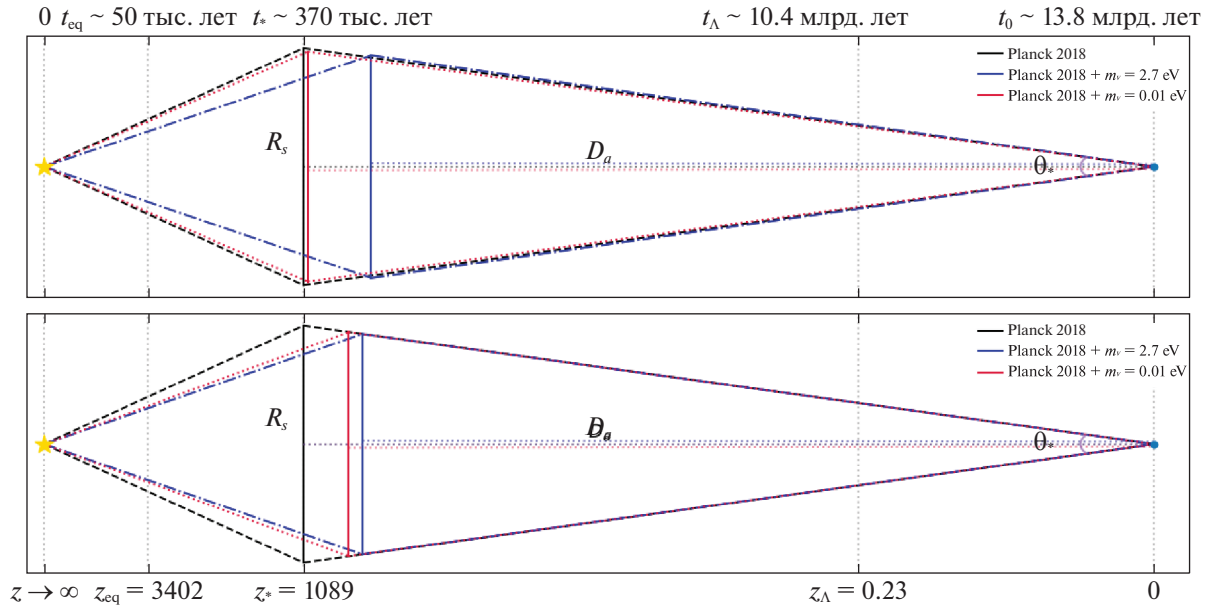


Рис. 4. Поведение основных масштабов, определяющих значение θ_* в зависимости от параметров четвертого нейтрино. Относительно стандартных значений R_s и D_a (черная вертикаль и горизонтальный пунктир соответственно), показаны их величины в случае учета нейтрино с $m_\nu c^2 \gg kT(a_*)$ (синий ромб соответствует $m_\nu = 2.7$ эВ) и в случае учета нейтрино с $m_\nu c^2 \ll kT(a_*)$ (красный ромб соответствует $m_\nu = 0.01$ эВ). Верхняя панель: величины R_s и D_a рассчитаны при стандартных значениях космологических параметров. Нижняя панель: величины R_s и D_a рассчитаны с учетом анализа анизотропии СМВ — основные космологические параметры фитируются в каждом из трех случаев; N_{eff} для четвертого нейтрино в обоих случаях принято равным 1.

увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от того, что уменьшается быстрее — R_s или D_a . Как следует из рис. 2, нейтрино с массами $m_\nu c^2 \ll \ll kT(a_*)$ ($T(a_*) = 0.19$ эВ) практически не влияют на D_a по сравнению с R_s , что приводит к уменьшению их отношения θ_* . В случае же $m_\nu c^2 \gg kT(a_*)$ значение D_a , наоборот, уменьшается значительно сильнее R_s , а значит, θ_* увеличивается. Поведение параметра θ_* в случае выполнения этих неравенств показано на рис. 3. Величина θ_* с высокой точностью определяется анализом анизотропии реликтового излучения, поэтому влияние на ее теоретическое значение (см. формулу (13)) четвертого сорта нейтрино должно быть скомпенсировано изменением оценок других космологических параметров. Из всех параметров формулы (13) только значение H_0 не оценивается анализом анизотропии СМВ, а является производным параметром, изменением которого можно скомпенсировать изменение θ_* . Величина H_0 обратно пропорциональна и звуковому горизонту R_s , и угловому расстоянию D_a , но на последнем сказывается сильнее, что приводит к обратной пропорциональности также между H_0 и θ_* (рис. 3, правая панель). Для наглядности все описанные в данном разделе изменения изображены на рис. 4.

Таким образом, увеличение эффективного числа релятивистских степеней свободы нейтрино N_{eff} должно приводить к уменьшению оценки совре-

менного значения параметра Хаббла H_0 в случае, если оно достаточно массивное ($m_\nu \gg 0.19$ эВ), и, наоборот, к увеличению оценки H_0 , если оно достаточно легкое ($m_\nu \ll 0.19$ эВ). Это утверждение будет проверено численным расчетом в следующем разделе.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

Данные по анизотропии реликтового излучения (TT + TE + EE + lowE + lensing — измеренные значения соответственно коэффициентов D_l^{TT} , D_l^{TE} , D_l^{EE} , степени поляризации СМВ на низких значениях l и степени гравитационного линзирования излучения) были взяты из открытого архива коллаборации Планк⁷. Для решения системы дифференциальных уравнений, описывающей эволюцию флуктуаций температуры СМВ, использовался код “САМВ” (Льюис и др., 2000), а для определения космологических параметров — код “Собава” (Торрадо и др., 2021). (Данные программы и их модификации использовались коллаборацией Планк.)

При определении космологических параметров учет нейтрино проводится в двух случаях: рассматривалось стерильное нейтрино с массой $m_s =$

⁷<https://pla.esac.esa.int>

Таблица 1. Зависимость космологических параметров от эффективного числа степеней свободы стерильного нейтрино с массой $m_s = 1$ эВ (верхняя часть таблицы) и $m_s = 2.7$ эВ (нижняя часть таблицы)

Параметры	Планк 2018	$m_s = 1$ эВ		
		$N_{\text{eff}}^s = 0.1$	$N_{\text{eff}}^s = 0.5$	$N_{\text{eff}}^s = 1$
Ω_{cdm}	26.45 ± 0.50	27.07 ± 0.51	29.06 ± 0.56	30.84 ± 0.64
Ω_b	4.93 ± 0.09	5.01 ± 0.09	5.14 ± 0.09	5.17 ± 0.35
Ω_ν	0.14	0.57	1.59	2.57
Ω_m	31.53 ± 0.73	32.66 ± 0.76	35.81 ± 0.85	38.59 ± 0.97
Ω_Λ	68.47 ± 0.73	67.34 ± 0.76	68.42 ± 0.85	61.41 ± 0.97
H_0	67.36 ± 0.54	66.91 ± 0.53	66.24 ± 0.54	66.28 ± 0.57

Параметры	Планк 2018	$m_s = 2.7$ эВ		
		$N_{\text{eff}}^s = 0.1$	$N_{\text{eff}}^s = 0.5$	$N_{\text{eff}}^s = 1$
Ω_{cdm}	26.45 ± 0.50	26.79 ± 0.51	29.35 ± 0.56	32.36 ± 0.57
Ω_b	4.93 ± 0.09	5.07 ± 0.09	5.49 ± 0.10	5.88 ± 0.11
Ω_ν	0.14	1.30	4.31	7.58
Ω_m	31.53 ± 0.73	33.18 ± 0.77	39.18 ± 0.91	45.8 ± 1.1
Ω_Λ	68.47 ± 0.73	66.82 ± 0.77	60.82 ± 0.91	54.2 ± 1.1
H_0	67.36 ± 0.54	66.50 ± 0.53	64.07 ± 0.51	62.20 ± 0.53

Примечание. Значения Ω_{cdm} , Ω_b , Ω_ν приведены в процентах, а H_0 — в единицах $\frac{\text{км}}{\text{с Мпк}}$. Значения Ω_m и Ω_Λ определяются следующим образом: $\Omega_m = \Omega_{\text{cdm}} + \Omega_b + \Omega_\nu$, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$. Во втором столбце приведены стандартные значения всех параметров.

$= 1$ эВ, соответствующее результатам ряда реакторных экспериментов, и нейтрино с массой $m_s = 2.7$ эВ, соответствующее результатам эксперимента “Нейтрино-4”. Для каждого из этих случаев был проведен расчет с $N_{\text{eff}}^s = 0.1, 0.5, 1$, а соответствующее значение эффективного числа степеней свободы для активных состояний было выбрано равным стандартному: $N_{\text{eff}}^a = 3.046$. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Нейтрино с массами $m_s = 1$ и 2.7 эВ оказались достаточно тяжелыми для того, чтобы современное значение параметра Хаббла, как и предполагалось в предыдущем разделе, начало уменьшаться с ростом значения N_{eff} . Таким образом, учет стерильного нейтрино, обнаруженного как в эксперименте “Нейтрино-4” ($m_s = 2.7$ эВ), так и в более ранних реакторных экспериментах ($m_s = 1$ эВ), усугубляет проблему “ H_0 -tension”. В обоих случаях также наблюдается изменение и других космологических параметров, определяющих темп расширения Вселенной: в частности, существенно изменилось соотношение между Ω_m и Ω_Λ , которое определяет поведение $H(t)$ на поздних этапах ее эволюции. Изменения в зависимости $H(t)$ будут более подробно обсуждены в следующем разделе.

Изменение значения $T_{\text{C}\nu\text{B}}$

В дополнение к исследованию эффектов, возникающих в результате учета стерильного нейтрино,

было рассмотрено влияние на оценки космологических параметров увеличения современного значения температуры активных состояний $T_{\text{C}\nu\text{B}}^0 = (4/11)^{1/3} T_\gamma^0 = 1.95$ К, что эквивалентно увеличению их эффективного числа степеней свободы N_{eff} .

Существует широкий класс процессов распада и аннигиляции темной материи, в результате которых образуются активные нейтрино (Цирелли и др., 2011). Так как масса частиц холодной темной материи должна быть значительно больше характерной массы активных состояний ($m_\nu \lesssim 1$ эВ), то образующиеся в ходе таких реакций нейтрино будут релятивистскими, и соответствующая им поправка к плотности энергии $\Delta\rho_\nu$ может быть выражена через N_{eff} или $T_{\text{C}\nu\text{B}}^0$ с помощью выражения (8). Таким образом, процессы распада и аннигиляции темной материи могут приводить к увеличению параметра N_{eff} (или, эквивалентно, увеличению $T_{\text{C}\nu\text{B}}^0$) активных состояний нейтрино. Аналогичный эффект может быть вызван распадом второго, более тяжелого стерильного состояния с $m_s \sim 1$ кэВ. Существование тяжелых стерильных нейтрино необходимо для объяснения процесса генерации масс активных нейтрино посредством механизма качелей (Минковский, 1997). Также, такие нейтрино могут вводиться в рассмотрение и для объяснения природы темной материи, при этом

Таблица 2. Зависимость космологических параметров от современного значения температуры нейтрино $T_{C\nu B}^0$

Параметры	Планк 2018	$T_{C\nu B}^0 = 1.98$ К, $N_{\text{eff}}^a = 3.3$	$T_{C\nu B}^0 = 2.01$ К, $N_{\text{eff}}^a = 3.5$	$T_{C\nu B}^0 = 2.04$ К, $N_{\text{eff}}^a = 3.7$	$T_{C\nu B}^0 = 2.07$ К, $N_{\text{eff}}^a = 3.9$
Ω_{cdm}	26.45 ± 0.50	26.01 ± 0.49	25.65 ± 0.49	25.28 ± 0.52	24.92 ± 0.49
Ω_b	4.93 ± 0.09	4.76 ± 0.08	4.62 ± 0.08	4.47 ± 0.08	4.33 ± 0.08
Ω_ν	0.14	0.14	0.14	0.15	0.15
Ω_m	31.53 ± 0.73	30.93 ± 0.73	30.42 ± 0.72	29.91 ± 0.75	29.41 ± 0.87
Ω_Λ	68.47 ± 0.73	69.06 ± 0.73	69.57 ± 0.72	70.09 ± 0.75	70.58 ± 0.87
H_0	67.36 ± 0.54	68.80 ± 0.56	70.09 ± 0.57	71.43 ± 0.62	$72.81^{+0.62}_{-0.56}$

Примечание. В верхней строке указаны $T_{C\nu B}^0$ и соответствующее ему полное число эффективных степеней свободы нейтрино N_{eff}^a . Значения Ω_{cdm} , Ω_b , Ω_ν приведены в процентах, а H_0 — в единицах $\frac{\text{км}}{\text{с Мпк}}$. Значения Ω_m и Ω_Λ определяются следующим образом: $\Omega_m = \Omega_{\text{cdm}} + \Omega_b + \Omega_\nu$, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$. Во втором столбце приведены стандартные значения всех параметров.

современные наблюдательные данные по первичному нуклеосинтезу, фону реликтового и гамма-излучения ограничивают допустимую область параметров этих нейтрино ($m_s \sim 1$ кэВ, $\theta_s < 10^{-6}$, см., например, Боярский и др., 2009). Как еще один вариант, упомянутые стерильные нейтрино могут существовать во Вселенной безотносительно их вклада в темную материю (т.е. их количество и плотность энергии составляют лишь малую часть темной материи), что существенно смягчит имеющиеся ограничения, при этом их распад по-прежнему будет приводить к увеличению плотности активных нейтрино. Это происходит благодаря следующим процессам. Смешивание стерильных нейтрино с активными приводит к распаду массовых состояний в ходе двух реакций: на три более легких нейтрино ($\nu_4 \rightarrow 3\nu_a$) или в одно более легкое состояние с испусканием фотона ($\nu_4 \rightarrow \gamma + \nu_a$). Время жизни нейтрино в обоих процессах существенно больше времени жизни Вселенной (см., например, Горбунов, 2014; Дасгупта и др., 2021), однако распад даже небольшого числа частиц темной материи способен значительно изменить N_{eff} активных состояний (в том случае, если их массы различаются по крайней мере на несколько порядков). Например, одно стерильное нейтрино с массой 1 кэВ при распаде даст активное нейтрино с энергией $\sim 1/3$ кэВ, что эквивалентно плотности энергии $\sim 10^4$ реликтовых нейтрино (с температурой 1.95 К).

В настоящей работе влияние процессов распада стерильного нейтрино на космологические параметры учитывается методом увеличения $T_{C\nu B}$ (эквивалентно увеличению N_{eff}) активных состояний. Более точный расчет будет проводиться в

следующих работах. Исследовался сперва случай существования только трех активных состояний, температура $T_{C\nu B}$ каждого из которых меняется в диапазоне от 1.95 до 2.07 К с шагом 0.03 К. Результаты соответствующего расчета приведены в табл. 2.

Повышение $T_{C\nu B}^0$ приводит к существенному увеличению современного значения параметра Хаббла, вплоть до согласия с наблюдательной оценкой $H_0 = 73.04 \pm 1.04$ км с⁻¹ Мпк⁻¹ (Рисс и др., 2022) при $T_{C\nu B}^0 = 2.07$ К (в этом случае $H_0 = 72.81^{+0.62}_{-0.56}$ км с⁻¹ Мпк⁻¹). Это вызвано увеличением значений N_{eff}^a ($N_{\text{eff}}^a = (T_{C\nu B}/T_{C\nu B}^0)^4$), соответствующих трем активным состояниям, так как их масса существенно меньше 0.19 эВ. Значения же других влияющих на темп расширения Вселенной параметров не так сильно отличаются от стандартных, как в случае со стерильным нейтрино.

Результаты учета одновременно двух эффектов — повышение температуры $T_{C\nu B}^0$ для модели со стерильным нейтрино — приведены в табл. 3. Увеличение современного значения параметра Хаббла H_0 , вызванное повышением $T_{C\nu B}^0$, в этом случае компенсируется его уменьшением, связанным с введением в модель стерильного нейтрино.

ИЗМЕНЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ $H(z)$

Полученные в результате анализа анизотропии реликтового излучения оценки космологических параметров (их значения представлены в табл. 1) используются для построения зависимости параметра Хаббла от красного смещения z :

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda + (\Omega_{\text{cdm}} + \Omega_b)(1+z)^3 + \Omega_\gamma(1+z)^4 + \Omega_\nu(z)}. \quad (14)$$

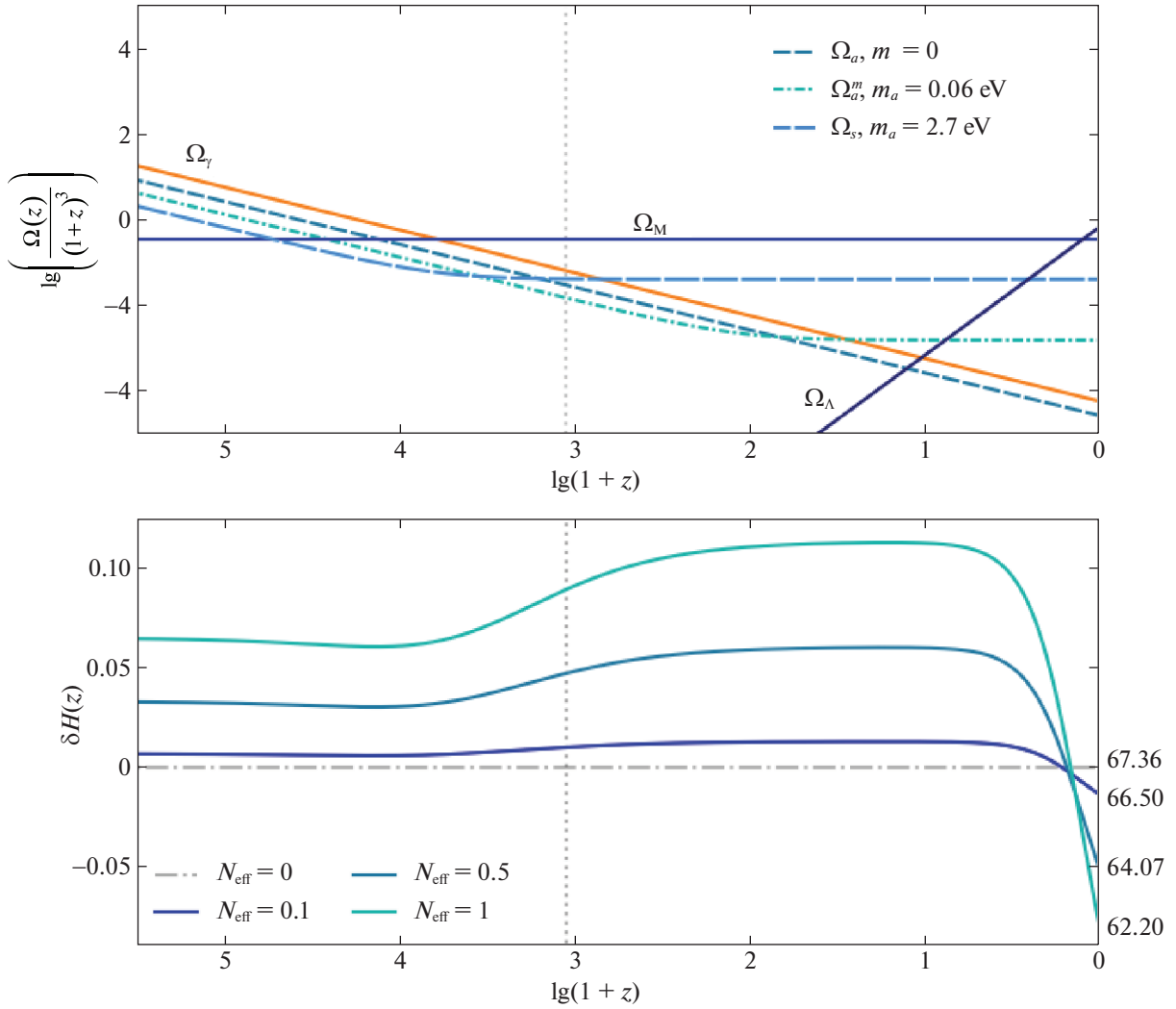


Рис. 5. Верхняя панель: зависимость относительных плотностей энергии составляющих Вселенной, соответствующих слагаемым под знаком выражения (17), от красного смещения для случая $m_s = 2.7$ эВ. Все плотности энергии дополнительно нормированы на $(1+z)^3$. Вертикальный пунктир соответствует моменту рекомбинации ($z_* = 1090$, коллаборация Планк, 2020). Нижняя панель: относительное отклонение параметра Хаббла от стандартного поведения в зависимости от красного смещения для случая $m_s = 2.7$ эВ. Функция $H(z)$ при $z \rightarrow 0$ постепенно выходит на соответствующее ей значение H_0 (см. табл. 1) для всех рассматриваемых N_{eff} .

Здесь вклад нейтрино $\Omega_\nu = \Omega_a(z) + \Omega_a^m(z) + \Omega_s(z)$ распадается на три слагаемых, соответствующих двум безмассовым активным состояниям, одному массивному с $m_a = 0.06$ эВ и стерильному состоянию с $m_s = 2.7$ эВ соответственно. Их явный вид дается выражением (9).

На рис. 5 изображено относительное отклонение параметра Хаббла

$$\delta H(z) = \frac{H(z) - H_{\text{std}}(z)}{H_{\text{std}}(z)}. \quad (15)$$

Здесь $H_{\text{std}}(z)$ рассчитано по стандартным значениям космологических параметров. На том же рисунке показана эволюция каждого слагаемого под

корнем в выражении (13). В дополнение, на рис. 6 изображена суммарная зависимость эффективного числа релятивистских степеней свободы N_{eff} всех четырех сортов нейтрино.

Из графиков верхней панели рис. 5 при заданном значении z можно определить ту форму материи, которая дает доминирующий вклад в параметр Хаббла. Также выделяется момент времени перехода нейтрино из релятивистского в нерелятивистское состояние. Как видно, для тяжелого стерильного состояния ($m_s = 2.7$ эВ > 0.19 эВ) этот переход происходит раньше момента первичной рекомбинации, а для легкого активного нейтрино ($m_s = 0.06$ эВ < 0.19 эВ) позже.

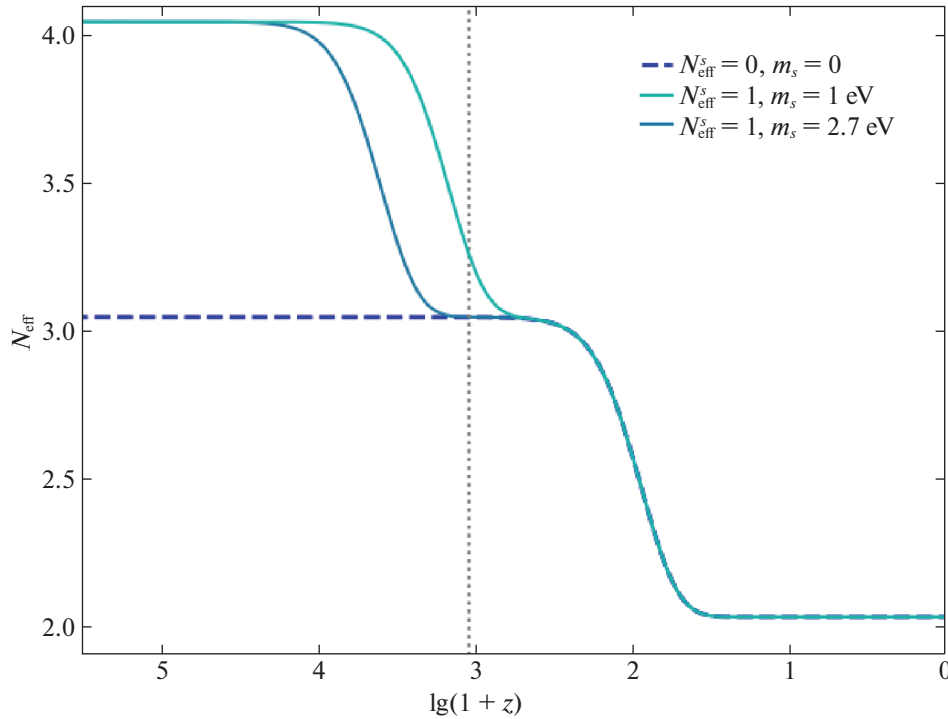


Рис. 6. Суммарное число релятивистских степеней свободы четырех сортов нейтрино в зависимости от красного смещения в случае $m_s = 1$ и 2.7 эВ; N_{eff} принято равным 1 в обоих случаях. Синей штриховой линией изображена стандартная зависимость (в модели без стерильного нейтрино). Вертикальным пунктиром обозначен момент первичной рекомбинации.

При значениях $z \gtrsim 10^{3.5}$ доминирующим вкладом в $H(z)$ является релятивистское вещество, плотность которого в модели со стерильным нейтрино существенно больше стандартного значения.

Таблица 3. Зависимость космологических параметров от современного значения температуры нейтрино T_{CMB}^0 с учетом стерильного состояния с массой 2.7 эВ

Параметры	Планк 2018	$T_{\text{CMB}}^0 = 2.07\text{K},$ $N_{\text{eff}}^s = 1$
Ω_{cdm}	26.45 ± 0.50	31.17 ± 0.73
Ω_b	4.93 ± 0.09	5.22 ± 0.10
Ω_ν	0.14	7.88
Ω_m	31.53 ± 0.73	44.3 ± 1.2
Ω_Λ	68.47 ± 0.73	55.7 ± 1.2
H_0	67.36 ± 0.54	67.00 ± 0.62
N_{eff}	3.046	5.186

Примечание. В первой строке указано соответствующее T_{CMB}^0 число эффективных степеней свободы стерильного нейтрино N_{eff}^s . Полное число степеней свободы приведено в последней строке таблицы.

По этой причине больше и величина $H(z)$, что видно на нижней панели рис. 5. Около значения $z \sim 10^{3.5}$ доминирующим вкладом в $H(z)$ становится нерелятивистская материя, включающая в себя не только Ω_b и Ω_{cdm} (как в стандартном случае), но и вклад стерильных нейтрино в нерелятивистском состоянии Ω_s , а чуть позже, около $z \sim 10^2$, также вклад массивного активного нейтрино Ω_a^m (моменты выхода массивных нейтрино из релятивистского состояния отчетливо видны на рис. 6). Это приводит к еще большему увеличению относительного отклонения $\delta H(z)$ для интервала красных смещений $z \sim 10^{3.5} - 0.6$. На значениях $z \sim 0.6$ происходит переход от замедленного расширения Вселенной к ускоренному. Соответствующее z определяется из равенства $\Omega_M(1+z)^3 = 2\Omega_\Lambda$, таким образом, увеличение Ω_M будет означать, что Вселенная расширялась с замедлением дольше, что приводит к меньшему значению H_0 по сравнению со стандартным сценарием. Этим объясняется спад зависимости $\delta H(z)$ при $z = 0.6 - 0$.

Аналогично ведет себя зависимость $\delta H(z)$ в случае учета стерильных нейтрино с $m_s = 1$ эВ, однако, так как такие нейтрино легче, то их выход из релятивистского состояния заканчивается позже, около значений $z \sim 10^3$, и частично пересекается с процессом первичной рекомбинации (см. рис. 6).

Таким образом, учет стерильного нейтрино приводит к существенному изменению параметра Хаббла в ходе всей эволюции Вселенной, а не только современного его значения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был выполнен анализ анизотропии температуры реликтового излучения с учетом возможного существования стерильного нейтрино с массами 1 и 2.7 эВ. Получены оценки на основные космологические параметры. В том числе, на параметр Хаббла, значение которого в двух рассмотренных случаях $m_s = 1$ эВ и $m_s = 2.7$ эВ уменьшается с ростом N_{eff} . Установлена и качественно проанализирована причина такого поведения: введение в стандартную Λ CDM модель стерильного нейтрино приводит к уменьшению углового расстояния D_a в зависимости $\theta_*(H_0)$, что оказывается определяющим фактором. На основе результатов анализа анизотропии СМВ была восстановлена зависимость $H(z)$ и подробно исследованы ее отличия от стандартной.

Помимо эффектов, связанных со стерильными нейтрино, было также рассмотрено влияние изменения эффективного числа релятивистских степеней свободы активных состояний N_{eff} на определение космологических параметров, что эквивалентно изменению современного значения их температуры T_{CMB}^0 . Увеличение T_{CMB}^0 привело к увеличению современного значения параметра Хаббла вплоть до пересечения с наблюдательной оценкой (2) при $T_{\text{CMB}}^0 = 2.07$ К, не изменив при этом другие космологические параметры радикально.

Уменьшение значения параметра Хаббла означает усугубление проблемы “ H_0 -tension”. Результаты данной работы показывают, что введение в стандартную Λ CDM модель стерильного нейтрино приводит к еще большему несоответствию между модельно зависимой оценкой параметра H_0 и его наблюдаемым значением. Таким образом, с одной стороны, потенциальное существование стерильного нейтрино с массой 1 или 2.7 эВ потребует пересмотра стандартной Λ CDM модели с учетом некоторой новой физики. С другой стороны, эффекты, приводящие к подогреву нейтрино, например распад стерильных состояний или темной материи, могли бы ослабить несоответствие между оценками H_0 .

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 18-12-00301.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алленмандоу и др. (N. Allemandou, H. Almazan, P. del Amo Sanchez, L. Bernard, C. Bernard, A. Blanchet, A. Bonhomme, G. Bosson, et al.), *J. Instrument.* **13**, 07 (2018).
2. Биленький и др. (S.M. Bilenky and B. Pontecorvo), *Sov. J. Nucl. Phys.* **24**, 316 (1976).
3. Баринов и др. (V.V. Barinov, B.T. Cleveland, S.N. Danshin, et al.) *Phys. Rev. C* **105**, 065502 (2022).
4. Балашев и др. (S.A. Balashev, E.O. Zavarygin, A.V. Ivanchik, K.N. Telikova, and D.A. Varshalovich), *MNRAS* **458**, 2188 (2016).
5. Боярский и др. (A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov), *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **59**, 191 (2009).
6. Вайнберг С., *Cosmology* (New York: Oxford Univ. Press, 2008).
7. Гариаззо и др. (S. Gariazzo, C. Giunti, M. Laveder, and Y.F. Li), *J. High Energ. Phys.* **6**, 135 (2017).
8. Горбунов Д.С. *УФН* **184**, 545 (2014).
9. Горбунов Д.С., Рубаков В.А., *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого Взрыва* (М.: ЛЕНАНД, 2016), т. 1.
10. Горбунов Д.С., Рубаков В.А., *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория* (М.: ЛЕНАНД, 2016), т. 2.
11. Данилов (M. Danilov), eprint arXiv:2012.10255 (2020).
12. Дасгупта и др. (S. Dasgupta and J. Kopp), *Phys. Rep.* **928**, 1 (2021).
13. Зайла и др. (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **083C01** (2020).
14. Иванчик, Юрченко (A.V. Ivanchik and V.Yu. Yurchenko), *Phys. Rev. D* **98**, 081301 (2018).
15. Коллаборация Планк (Planck Collaboration), *Astron. Astrophys.* **A6**, 641 (2020).
16. Коллаборация Супер-Камиоканде (Super-Kamiokande Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2430 (1999).
17. Коллаборация NEOS (NEOS Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **118**, 121802 (2017).
18. Коллаборация SNO (SNO Collaboration), *Phys. Rev. C* **88**, 025501 (2013).
19. Куричин и др. (O.A. Kurichin, P.A. Kislitsyn, V.V. Klimenko, S.A. Balashev, and A.V. Ivanchik), *MNRAS* **502**, 3045 (2021).
20. Куричин О.А., Кислицын П.А., Иванчик А.В., *Письма в Астрон. журн.* **47**, 697 (2021) [O.A. Kurichin, P.A. Kislitsyn, A.V. Ivanchik, *Astron. Lett.* **47**, 674 (2021)].
21. Лахав и др. (O. Lahav and A.R. Liddle), eprint arXiv:1912.03687 (2019).
22. Льюис и др. (A. Lewis, A. Challinor, and A. Lasenby), *Astrophys. J.* **538**, 473 (2000).
23. Мангано и др. (G. Mangano, G. Miele, S. Pastor, T. Pinto, O. Pisanti, and P.D. Serpico), *Nucl. Phys. B* **729**, 221 (2005).

24. Ментион и др. (G. Mention, M. Fechner, Th. Lasserre, et al.), Phys. Rev. D **83**, 073006 (2011).
25. Минковский (P. Minkowski), Phys. Lett. B **67**, 421 (1997).
26. Мюллер и др. (Th.A. Mueller, D. Lhuillier, M. Fallot, et al.), Phys. Rev. **83**, 054615 (2011).
27. Рисс и др. (A.G. Riess, W. Yuan, L.M. Macri, et al.), eprint arXiv:2112.04510 (2022).
28. Серебров и др. (A.P. Serebrov, R.M. Samoilov, V.G. Ivochkin, et al.), Phys. Rev. D **104**, 032003 (2021).
29. Торрадо и др. (J. Torrado and A. Lewis), J. Cosmol. Astropart. Phys. **05**, 057 (2021).
30. Фиксен (D.J. Fixen), Astrophys. J. **707**, 916 (2009).
31. Цирелли и др. (M. Cirelli, G. Corcella, A. Hektor, G. Hütsi, M. Kadastik, P. Panci, M. Raidal, F. Sala, and A. Strumia), J. Cosmol. Astropart. Phys. 1103:051 (2011).
32. Эшенфельтер и др. (J. Ashenfelter, A.B. Balantekin, C. Baldenegro, et al.), Nucl. Instrum. Meth. **A922**, 287 (2019).
33. Юрченко, Иванчик (V.Yu. Yurchenko and A.V. Ivanchik), Astropart. Phys. **127**, 102537 (2021).