

ТОРОИДАЛЬНАЯ МАГНИТНАЯ КАМЕРА “ТОКАМАК” В СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЕ: УДЕРЖАНИЕ И ВСПЫШЕЧНОЕ ВЫСВОБОЖДЕНИЕ МАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

© 2022 г. А. А. Соловьев^{1,2*}

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

² Калмыцкий государственный университет, Элиста, Россия

Поступила в редакцию 14.10.2021 г.

После доработки 11.01.2022 г.; принята к публикации 01.02.2022 г.

Исследованы свойства осесимметричной магнитодростатической конфигурации, напоминающей по своей геометрии лабораторный “токамак”. На Солнце эта структура расположена горизонтально во внешнем магнитном поле, которое предполагается однородным и вертикальным, не искажающим внешней гидростатической среды — солнечной атмосферы. Рассчитаны равновесные распределения плотности, давления плазмы и электрического тока внутри такой системы, показаны возможности накопления магнитной энергии и ее вспышечного выделения при достижении на магнитной оси тороида критических значений плотности электрического тока. Получены оценки масштаба области диссипации тока, величины электрического поля в ней, значительно превышающей дрейсеровское, и энергии ускоренных заряженных частиц (до сотни МэВ).

Ключевые слова: солнечная активность, вспышки, магнитное поле, ионно-звуковая турбулентность плазмы.

DOI: 10.31857/S0320010822030056

ВВЕДЕНИЕ

Ряд активных образований на Солнце, таких как солнечные пятна, спокойные протуберанцы, хромосферные волокна, корональные петли, корональные дыры и др., имеют времена жизни, значительно превышающее характерное время установления магнитодростатического равновесия в системе. Для теоретического моделирования таких магнитных структур может быть использовано приближение магнитной гидростатики (см., например, Паркер, 1979; Прист, 1982; Лоу, 1975, 1985; Соловьев, Киричек, 2016, 2019). Даже в таком относительно быстром процессе, как солнечная вспышка, вспышечное волокно (если оно не вылетает сразу в корону и межпланетное пространство в виде коронального выброса массы, КВМ) можно считать квазистатическим образованием (см. обсуждение в Соловьев, Киричек, 2015). Вспышечное магнитное волокно даже во время начавшегося в нем бурного энерговыделения, относительно быстро эволюционируя во времени вследствие больших омических потерь, проходит, тем не менее, непрерывную последовательность равновесных состояний, поскольку характерное время изменения его

физических параметров во вспышечном процессе заметно больше характерного альвеновского времени (Соловьев, Муравский, 2014).

Несмотря на то что исследованию магнитодростатического равновесия посвящено огромное количество работ, остается еще много нерешенных проблем. Так, например, одним из вариантов вспышечной конфигурации являются так называемые кольцевые вспышки, когда возгорающееся вспышечное волокно имеет вид яркого замкнутого кольца (Соловьев, Киричек, 2015; Кашапова и др., 2020). Видимо, соответствующая магнитная структура в этом случае имеет форму магнитного тороида.

Мы хотим исследовать свойства тороидальной магнитодростатической конфигурации, напоминающей по геометрии ее магнитного поля лабораторный “токамак”, но помещенной горизонтально в солнечную атмосферу с однородным внешним вертикальным магнитным полем. Токамак — тороидальная магнитная камера — перспективная установка для осуществления управляемого термоядерного синтеза. В настоящее время активно развивается международный проект ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) (см. рис. 1).

* Электронный адрес: solov@gaoran.ru

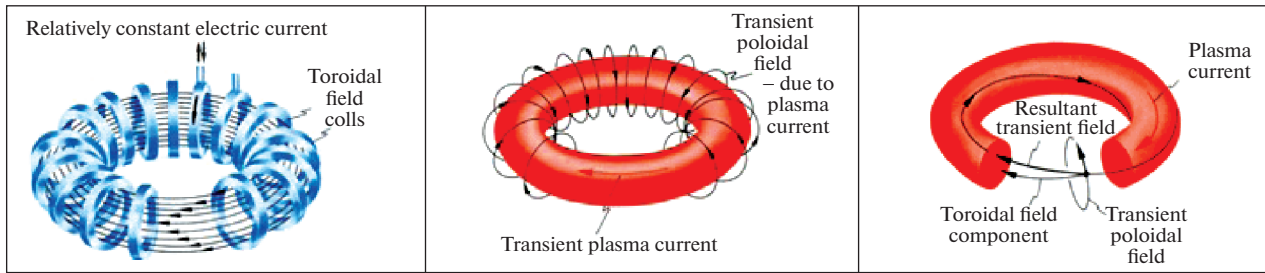


Рис. 1. Принципиальная схема лабораторного “токамака”.

Нас интересуют следующие вопросы:

1. Насколько благоприятной для удержания плазмы и поля может быть такая тороидальная конфигурация, расположенная горизонтально в разреженной солнечной хромосфере, где газовое давление уже относительно мало, чтобы играть значительную роль в балансе магнитного и газового давления в системе.
2. При каких условиях достижимы в такой конфигурации критически малые значения плотности плазмы и соответственно критически высокие плотности электрического тока, приводящие к возбуждению плазменных неустойчивостей и, как следствие, к вспышечному энерговыделению?

УРАВНЕНИЯ МАГНИТОГИДРОСТАТИКИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу расчета равновесных распределений давления, плотности и температуры в осесимметричной магнитной структуре, расположенной в плоской равновесной атмосфере при наличии однородного поля силы тяжести \mathbf{g} и внешнего вертикального однородного магнитного поля. Осевая симметрия предполагает инвариантность относительно произвольных поворотов системы вокруг оси системы. Пусть в цилиндрических координатах r, φ, z это будет вертикальная ось z , отсчет расстояний вдоль этой оси будем вести вверх от некоторого условного уровня z_0 . Сила тяжести в этом случае выражается как $\mathbf{F}_g = -\rho(z)g\mathbf{e}_z$, где ρ — плотность газа, и уравнения магнитной гидростатики примут вид

$$-\nabla P + (4\pi)^{-1} [\text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B}] - \rho g \mathbf{e}_z = 0, \quad (1)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$P = \rho \mathcal{R} T \mu^{-1}. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{B} — напряженность магнитного поля, P и T — давление и температура газа соответственно, μ — средняя молярная масса газа. Уравнение (1) описывает баланс сил в равновесной системе, (2) — соленоидальный характер магнитного поля, а (3) — состояние идеального газа. Система (1)–(3) неполна: в ней отсутствует уравнение переноса энергии, которое для солнечной неоднородной плазмы решению не поддается, поэтому в магнитогидростатике некоторые зависимости следует задавать дополнительно. Эта проблема подробно обсуждалась в работе Соловьева (2020), где было показано, что в магнитной гидростатике основной акцент делается именно на проблеме равновесия. Если нам удастся для долгоживущего активного образования построить модель, в которой распределения плазмы и поля близки к наблюдаемой структуре объекта, мы можем сделать вывод о том, что, видимо, перенос энергии в нем не нарушает существенно полученное равновесие. В противном случае время жизни моделируемого образования было бы невелико. При наличии осевой симметрии система (1)–(3) сводится к следующей тройке уравнений (Лой, 1975, 1985):

$$\frac{\partial^2 A(r, z)}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A(r, z)}{\partial z^2} = \quad (4)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{d\Omega^2(A)}{dA} - 4\pi r^2 \frac{\partial P(A, z)}{\partial A},$$

$$\rho(r, z)g(z) = -\frac{\partial P(A, z)}{\partial z}, \quad (5)$$

$$T(r, z) = \frac{\mu P(r, z)}{\mathcal{R} \rho(r, z)}. \quad (6)$$

Здесь $A(r, z) = \int_0^r B_z(r, z) r dr$ — поток вертикального магнитного поля через горизонтальный круг радиуса r (без множителя 2π); $\Omega(r, z) = \frac{4\pi}{c} \int_0^r j_z r dr$ — продольный электрический ток через тот же горизонтальный круг (Ландау, Лифшиц, 1982). Поскольку, согласно уравнению

Ампера $\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$, вертикальный компонент тока равен $j_z = \frac{1}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial r}(rB_\varphi)$, то получается, что интегральный вертикальный ток связан с азимутальным магнитным полем простым соотношением

$$\Omega(r, z) = rB_\varphi(r, z). \quad (7)$$

По условиям осевой симметрии этот ток зависит только от потоковой функции $\Omega(r, z) = \Omega(A)$. Выбор этой зависимости произволен, обычно предполагается линейная связь. Мы также примем эту линейную зависимость.

Полоидальные компоненты поля определяются через функцию потока A соотношениями

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r}, \quad B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z}, \quad (8)$$

которые автоматически обеспечивают выполнение условия соленоидальности поля (2) для любой дифференцируемой функции потока A . Если записать уравнение магнитной силовой линии в проекции на плоскость (r, z) : $\frac{dz}{B_z} = \frac{dr}{B_r}$, и подставить в

него выражения (8), то получим $\frac{\partial A}{\partial z} dz + \frac{\partial A}{\partial r} dr = dA = 0$. Отсюда следует, что потоковая функция сохраняется вдоль магнитной силовой линии, следовательно, геометрическая форма магнитных силовых линий в проекции на плоскость (r, z) определяется условием постоянства функции магнитного потока $A(r, z) = \text{const}$. Каждому значению указанной константы соответствует своя магнитная поверхность (Ландау, Лифшиц, 1982). Уравнение (5) описывает гидростатическое равновесие газа вдоль магнитной силовой линии. Таким образом, магнитная структура равновесной конфигурации определяется видом функции потока $A(r, z)$.

Благодаря наличию в данной задаче поля тяжести \mathbf{g} давление газа в правой части уравнения (4), в отличие от известного уравнения Грэда–Шафранова (Шафранов, 1957; Грэд, 1960; Ландау, Лифшиц, 1982), зависит не только от потоковой функции A , но и от координаты z . Это обстоятельство позволяет проинтегрировать уравнение (4) по переменной A при фиксированной z и выразить давление газа через функцию A и ее производные, а затем из уравнения (5) найти плотность и из уравнения (6) — температуру газа. Действуя таким образом, мы по известной магнитной структуре равновесной конфигурации можем полностью рассчитать распределение плазмы в ней.

Будем интегрировать уравнение (4) относительно функции A , рассматривая z как фиксированный параметр. Начнем вести интегрирование от некоторой точки r^* , расположенной далеко от оси нашей

системы, до некоторой произвольно выбранной точки внутри конфигурации, где $A = A(r, z)$. Пусть в удаленной точке r^* магнитное поле является потенциальным: однородным и вертикальным (см. ниже формулу (11)), а $P(r^*, z) \equiv P_{\text{ex}}(z)$ есть гидростатическое распределение давления газа во внешней среде, свободной от магнитного поля (это может быть также вертикальный профиль давления в потенциальном магнитном поле, которое не возмущает гидростатического равновесия). Параметры внешней среды — солнечной атмосферы — мы станем брать из ее современной модели (Авретт, Лоезер, 2008), в которой отсчет высот начинается от основания фотосферы, от начального уровня со следующими параметрами: $T_0 = 6583 \text{ K}$, $P_0 = 1.228 \times 10^5 \text{ дин/см}^2$, $n_0(H) = 1.188 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $\rho_0 = 2.78 \times 10^{-7} \text{ г см}^{-3}$. Интегрируя (4), с учетом того, что $dz = 0$ и потому

$$dA = \frac{\partial A}{\partial r} dr + \frac{\partial A}{\partial z} dz = \frac{\partial A}{\partial r} dr, \text{ получим}$$

$$4\pi (P(r, z) - P_{\text{ex}}(z)) = -\frac{\Omega^2}{2r^2} - \int_{r^*}^r \frac{\Omega^2}{r^3} dr - \int_{r^*}^r \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} \right) \frac{\partial A}{\partial r} dr + \int_{r^*}^r \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 dr.$$

Взяв по частям интеграл, содержащий вторую производную от A по r , получим формулу для расчета давления в системе:

$$P(r, z) = P_{\text{ex}}(z) + \frac{1}{8\pi} \times \quad (9) \\ \times \left[\int_r^{r^*} \frac{2\Omega^2}{r^3} dr - \frac{\Omega^2}{r^2} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r}(r) \right)^2 + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial A}{\partial r}(r^*) \right)^2 + \int_r^{r^*} \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \frac{\partial A}{\partial r} dr \right].$$

В аналогичной формуле для давления, выведенной ранее в работе Соловьева, Киричека (2015), четвертый член в квадратной скобке отсутствует, поскольку там предполагалось, что потоковая функция и ее производная по r во внешней среде обращаются в нуль. В данной задаче это не так (см. ниже выражение (11)), поэтому член $\left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial A}{\partial r}(r^*) \right)^2$ здесь следует сохранить. Для того чтобы рассчитать распределение плотности плазмы в силовой трубке, мы должны в соответствии с уравнением (5) найти соответствующую частную производную вида $\frac{\partial P(A, z)}{\partial z}$, в то время как выражение (9) дает

нам давление в виде зависимости $P(r, z)$. Соответствующее преобразование производных описано в (Соловье, Киричек, 2015), и, пользуясь им, мы получаем, что распределение плотности массы в осесимметричной магнитной системе имеет вид

$$\rho(r, z) = \rho_{\text{ex}}(z) + \frac{1}{4\pi g} \times \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[\left[\left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 - \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{1}{2r^2} - \int_r^{r^*} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial A}{\partial r} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{\Omega^2}{r^3} \right) dr \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right\}. \quad (10)$$

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА ТОРОИДАЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Зададим функцию магнитного потока в виде

$$A(r, z) = B_0 \frac{r^2}{2} \left[\exp(-k^2 r^2 - m^2 k^2 (z - z_0)^2) (1 + b) - b \right], \quad (11)$$

так что

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} = B_0 (1 - k^2 r^2) (1 + b) \times \exp[-k^2 r^2 - m^2 k^2 (z - z_0)^2] - B_0 b, \quad (12)$$

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial z} = B_0 k r m^2 k (z - z_0) (1 + b) \times \exp[-k^2 r^2 - m^2 k^2 (z - z_0)^2].$$

Потоковая функция (11) описывает тороидальную магнитную конфигурацию, состоящую из вложенных друг в друга тороидальных магнитных поверхностей и погруженную в однородное вертикальное магнитное поле (рис. 2–4). В выражениях (11) и (12) k — масштабный множитель, вводимый для сохранения размерности (коэффициент m^2 перед $(z - z_0)^2$ показывает, что вертикальный обратный масштаб в m раз отличается от радиального), B_0 — параметр, определяющий напряженность магнитного поля, $b \ll 1$ — некоторая положительная безразмерная константа, z_0 — координата, задающая высоту расположения магнитного тороида в атмосфере. В точке начала координат $r = 0, z = z_0$, на вертикальной оси тороида магнитное поле, как следует из (12), равно B_0 . Эта величина — максимальное значение напряженности поля в данной конфигурации. Произведение bB_0 дает напряженность внешнего однородного вертикального поля B_{ex} , в которое погружен наш солнечный “токамак” и которое способствует его удержанию.

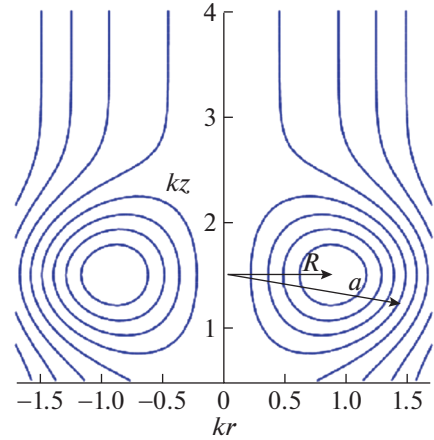


Рис. 2. Вертикальный разрез магнитного тороида с параметрами $b = 0.1, kz_0 = 1.5, m = 1.5$; R — расстояние от вертикальной оси тороида до его магнитной оси, a — радиус тора, ограниченного внешним полем B_{ex} .

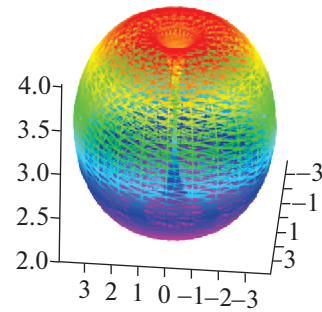


Рис. 3. Трехмерное изображение магнитного тороида с одной тороидальной поверхностью.

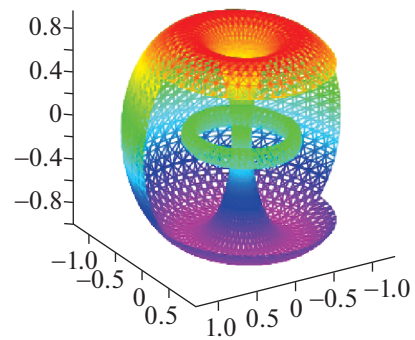


Рис. 4. Вид магнитного тороида с двумя вложенными поверхностями. Тонкая зеленая полоска в середине тора примерно соответствует магнитной оси тороида и положению области максимальной плотности тороидального электрического тока (см. далее рис. 7).

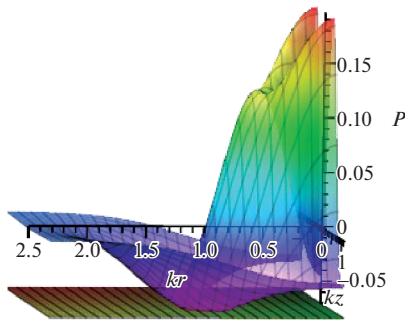


Рис. 5. Зависимость добавки к давлению от координат.

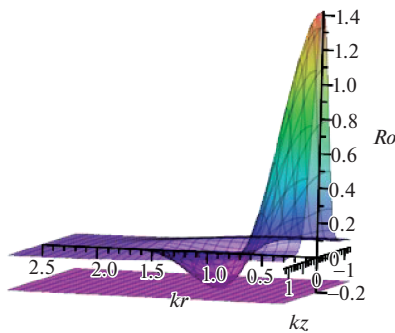


Рис. 6. Вид магнитной добавки к плотности $Ro(r, z)$. Минимальное значение плотности достигается на расстоянии от оси $kR = 0.75$.

Фоновое магнитное поле всегда присутствует на Солнце. В солнечной короне вдалеке от активных областей его величина соответствует напряженности общего магнитного поля Солнца, около 1–2 Гс; в спокойной фотосфере B_{ex} составляет примерно 50 Гс, а в активных областях вблизи солнечных пятен B_{ex} доходит до 300 Гс. Если же обсуждаемая конфигурация располагается в тени солнечного пятна, то для B_{ex} следует принять оценку 2–3 кГс. На рис. 2–4 представлены изображения тороидальных магнитных поверхностей, задаваемых потоковой функцией (11).

Что касается вертикального электрического тока Ω , который должен быть сосредоточен внутри “токамака”, то, исходя из требования $\Omega = \Omega(A)$ и учитывая, что размерность интегрального тока Ω определяется соотношением $\Omega = rB_{\varphi}$, мы можем принять

$$\Omega = \alpha B_0 k r^2 \exp(-k^2 r^2 - m^2 k^2 (z - z_0)^2). \quad (13)$$

Отсутствие в (13) константы b , которая имеется в определении (11), не нарушает функциональной зависимости $\Omega = \Omega(A)$. В выражении (13) безразмерная константа α задает степень скрученности

магнитного поля в “токамаке” относительно его вертикальной оси, а быстрое экспоненциальное убывание тока на больших расстояниях от оси гарантирует его экранированность, т.е. равенство нулю полного вертикального тока через поперечное сечение локально скрученного (вблизи уровня $z = z_0$) магнитного жгута (Соловьев, Киричек, 2021).

Подставим распределение (11) в формулу (9) для давления, получим

$$P(r, z) = P_{\text{ex}}(z) + \frac{B_0^2}{8\pi} D(r, z), \quad (14)$$

где $D(r, z)$ описывает ту добавку к газовому давлению среды, которую создает магнитное поле

$$D(r, z) = \exp(-2X) \times \left\{ \alpha^2 \left(\frac{1}{2} - k^2 r^2 \right) - (1+b)^2 (1 - k^2 r^2)^2 + \right. \\ \left. \times \left[\exp(X) [2b(1+b)(1 - k^2 r^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + m^2 b(1+b)Z] + m^2 (1+b)^2 Z \left(\frac{k^2 r^2}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] \right\}, \quad (15)$$

где $X = k^2 r^2 + m^2 k^2 (z - z_0)^2$, $Z = 1 - 2m^2 k^2 (z - z_0)^2$. Изображение этой функции дано на рис. 5 при $b = 0.1$, $m = 1.5$. Аналогично выражение для плотности удобно представить в виде

$$\rho(r, z) = \rho_{\text{ex}}(z) + \frac{B_0^2 k}{8\pi g} Ro(r, z), \quad (16)$$

где $Ro(r, z)$ — магнитная поправка к плотности, вычисляемая по формулам (10) и (11). Она показана на рис. 6. Как следует из рис. 5, 6, магнитные добавки к давлению и плотности всюду положительны за исключением области на расстоянии примерно $(0.7-1.0)kr$ от вертикальной оси тороида. Здесь добавка к давлению принимает отрицательное значение (до 0.07), а добавка к плотности в 3 раза большее по модулю значение (до 0.2). Если воспользоваться моделью хромосферы Авретта, Лоезера (2008), то получаем, что на высоте около 115 км и на расстоянии $kR = 0.75$ от вертикальной оси тороида при напряженности поля $B_0 = 1000$ Гс отрицательные добавки к давлению газа и плотности (на этом расстоянии от оси) сравниваются с параметрами внешней среды (хромосферы), так что поднимать наш “токамак” выше уже нельзя — появятся отрицательные значения давления и плотности. Это означает, что на высотах более 115 км такую магнитную конфигурацию в солнечной атмосфере уравновесить уже невозможно:

$$\begin{aligned}
 P(R, 115 \text{ км}) &= P_{\text{ex}}(115 \text{ км}) + \frac{B_0^2}{8\pi} D(R, 115) = \\
 &= 3 \times 10^3 - \frac{10^6}{8\pi} 0.07 = \\
 &= (3 \times 10^3 - 3 \times 10^3) \left[\frac{\text{ДИН}}{\text{СМ}^2} \right] = 0, \\
 \rho(R, 115 \text{ км}) &= \rho_{\text{ex}}(115 \text{ км}) + \frac{B_0^2 k}{8\pi g} R_0(R, 115) = \\
 &= 2 \times 10^{-9} - \frac{10^6}{8\pi g \times 10^8} 0.2 = \\
 &= (2 \times 10^{-9} - 2 \times 10^{-9}) \left[\frac{\text{Г}}{\text{СМ}^3} \right] = 0.
 \end{aligned}$$

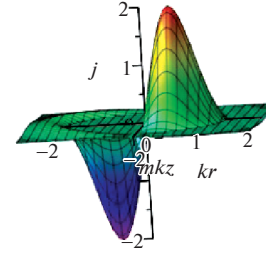


Рис. 7. Распределение тороидального электрического тока $j_\varphi = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right)$ в условных единицах $\frac{ckB_0}{4\pi}$ при $m = 1.0$.

Но по мере приближения к этой критической высоте в месте “пробоя” плотность плазмы упадет настолько, что дефицит носителей заряда приведет к значительному повышению дрейфовой (токовой) скорости электронов, так что она сравняется и затем превзойдет скорость ионного звука. На рис. 7 показано распределение тороидального электрического тока (в условных единицах). Максимальные значения этого тока очень близки к местам минимальной плотности плазмы. Это и дает нам основания полагать, что в круговом кольце радиуса, примерно $kR = (0.7-0.8)$, по мере приближения горизонтальной оси тороида к высоте около 100 км над фотосферой возникнет узкая область с резко пониженной плотностью плазмы в ней, дефицит носителей заряда в этой области приведет к росту дрейфовой скорости и быстрому джоулеву разогреву сильно разреженной плазмы, приближающейся по своим свойствам к корональной. По-видимому, в хромосферной первоначально изотермической плазме вначале возникнет неустойчивость Бунемана, которая быстро нагреет электроны, и плазма станет неизотермической (т.е. возникнет неравенство $T_e \gg T_i$) и, как следствие, этот режим сменится на ионно-звуковой, который является самоподдерживающимся, поскольку при дрейфовой скорости, превышающей скорость ионного звука, электроны получают больше энергии, чем ионы. Ионно-звуковая турбулентность очень сильно, на несколько порядков уменьшает проводимость плазмы и это необратимо приведет к бурному вспышечному энерговыделению (Арцимович, Сагдеев, 1979, с. 278).

ОЦЕНКА ШИРИНЫ ОБЛАСТИ ДИССИПАЦИИ ТОКА И НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Согласно уравнению Ампера $\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$, плотность тороидального электрического тока равна

$j_\varphi = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right)$. Это распределение, вычисленное по формулам (12), показано на рис. 7 на координатной плоскости kr, mkz . Оно выражено в единицах $\frac{cB_0k}{4\pi}$ и, естественно, имеет вид двух четко выраженных экстремумов кольцевого тока вблизи магнитной оси тороида при $kr \approx 0.75$. Как видно на рис. 7, вблизи магнитной оси максимальная плотность кольцевого тока равна $j_\varphi(kR) = 2.0 \frac{cB_0}{4\pi} k$. Здесь удобнее ввести вместо обратного масштаба k сам характерный поперечный масштаб $\delta = 1/k$, который и определяет ширину области диссипации вблизи экстремального значения плотности тока, поэтому $j_\varphi(kR) = 2.0 \frac{c}{4\pi} \frac{B_0}{\delta}$. Поскольку, с другой стороны, плотность тока есть $j_\varphi = n_e e V_{\text{др}}$, а значение дрейфовой скорости носителей заряда, электронов $V_{\text{др}}$, должно к началу вспышечного процесса вблизи тороидальной поверхности с $kr = kR = 0.75$ превзойти скорость ионного звука, $V_{\text{др}} > V_{\text{is}} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{M}}$, где M — средняя масса ионов, мы получаем

$$\begin{aligned}
 \delta &\leq \frac{c\sqrt{M}}{4\pi e\sqrt{k_B} n_e \sqrt{T_e}} \frac{2.0B_0}{n_e \sqrt{T_e}} = \quad (17) \\
 0.78 \times 10^{15} &\frac{2.0B_0}{n_e \sqrt{T_e}} \left[\text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1} \right].
 \end{aligned}$$

В этой формуле численный коэффициент 0.78 несколько отличается от коэффициента 0.5 в аналогичной формуле, полученной в работе Соловьева, Киричека (2021). Это связано с тем, что в указанной работе принималось, что M равно массе протона, как в чисто водородной плазме. Но если учесть реальный химический состав Солнца, в котором четвертую часть составляют атомы гелия и два процента — “металлы” со средним атомным

весом 35, то получится, что $M = m_p(0.73 + 0.25 \times 4 + 0.02 \times 35) = 2.43m_p$ и это даст вместо 0.5 коэффициент $0.5 \times \sqrt{2.43} = 0.78$. При типичных корональных значениях плотности и температуры ($n_e = 10^8 \frac{\text{частиц}}{\text{см}^3}$, $T_e = 10^6$ К) и при $B_0 = 1000$ Гс формула (17) дает для ширины области диссипации оценку $\delta = 156$ км. Это — очень большая величина, на много порядков превосходящая обычную ширину нейтральных токовых слоев. Для плазмы в области вспышечной диссипации тока, которая возникла вблизи магнитной оси тороида при прогреве разрежений плотной и холодной хромосферной плазмы до вспышечной температуры под воздействием плазменной турбулентности, следует применить другие, более высокие оценки: $n_e = 10^9 \frac{\text{частиц}}{\text{см}^3}$, $T_e = 10^7$ К (Хуанг и др., 2018). Тогда масштаб слоя диссипации составит $\delta \approx 5$ км. Пользуясь этой величиной и полученной ниже формулой (22) для аномальной проводимости плазмы в случае развитой ионно-звуковой турбулентности $\sigma_{\text{эфф}} = 3 \times 10^5 \sqrt{n_e}$, можно вычислить такую важнейшую характеристику диссипативного процесса, как скорость убывания магнитного поля в области диссипации, где, как будет показано ниже, напряженность магнитного поля в 4 раза меньше величины B_0 :

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} &= -\frac{B}{\tau_s} = -\frac{c^2 \times 0.25B_0}{4\pi\sigma_{\text{эфф}}\delta^2} = \\ &= \frac{-9 \times 10^{20} \times 0.25 \times 10^3}{12.56 \times 10^{10} \times 25 \times 10^{10}} = -7.17 \text{ [Гс с}^{-1}\text{]}. \end{aligned} \quad (18)$$

До недавнего времени эта величина не была известна из наблюдений, но, благодаря пионерской работе группы Г. Флейшмана (Флейшман и др., 2020), такая оценка была получена по анализу наблюдаемого гиротронного излучения корональной вспышки. Она оказалась равна, по данным указанной работы, $-(5-6) \text{ [Гс с}^{-1}\text{]}$. Это практически совпадает с величиной, полученной выше, и оправдывает те численные значения параметров, которые мы использовали для вспышечной плазмы в слое диссипации: $n_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_e = 10^7$ К.

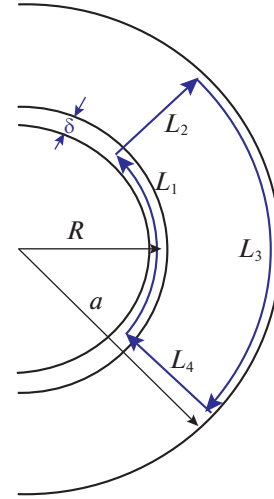


Рис. 8. Вид сверху на половину магнитного тороида в проекции на плоскость $z = z_0$. Для расчета циркуляции вектора E по замкнутому контуру в законе Фарадея (19) выберем контур обхода $L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow L_3 \rightarrow L_4$, показанный на рисунке, у которого внутренний обход длины L_1 идет по середине области диссипации толщины δ , а внешний L_3 — по периферии системы, где ток и электрическое поле исчезающе малы. Радиальные участки контура L_2, L_4 вкладывают в циркуляцию поля E не дают.

Оценим далее напряженность электрического поля, возникающего в области диссипации тока, согласно закону индукции Фарадея:

$$\oint_L E dl = -\frac{1}{c} \iint_S \frac{dB}{dt} ds. \quad (19)$$

По изображению на рис. 8 найдем

$$E(R) L_1 - E(a) L_3 = -L_1 \frac{\delta}{2c} \frac{dB_z(R)}{dt}.$$

Но на периферии тороида $E(a) \ll E(R)$, поэтому в области диссипации

$$E(R) = -\frac{\delta}{2c} \frac{dB_z(R)}{dt}.$$

Для оценки скорости убывания поля примем уже использованную выше формулу затухания при джоулевым нагреве (18), так что

$$E = \frac{\delta c^2 B_z(kR)}{8\pi\sigma_{\text{эфф}}\delta^2} = \frac{c B_z(kR)}{8\pi\sigma_{\text{эфф}}\delta}.$$

Подставим в это выражение формулу (17) для масштаба δ :

$$\begin{aligned} E(R) &= \frac{c B_z(kR)}{8\pi\sigma_{\text{эфф}}\delta} = \frac{cn_e \sqrt{T_e}}{8\pi \times 0.78 \times 10^{15} \sigma_{\text{эфф}}} \times \\ &\times \left(\frac{B_z(kR)}{2B_0} \right) \left[\text{см}^{-1/2} \text{Гс}^{1/2} \text{с}^{-1} \right]. \end{aligned}$$

Стоящее в скобках отношение магнитных полей в области диссипации найдем по формуле (12): $B_z(kR) = B_0(1 - (kR)^2)(1 + b) \exp(-(kR)^2) - bB_0$. Если положить $kR = 0.75$, $b \ll 1$, получим $B_z(kR) = 0.25B_0$. Далее для анализа удобно выразить напряженность полученного электрического поля в единицах дрейсеровского поля, при котором ускоряющая частицы электрическая сила сравнивается с силой трения, обусловленной кулоновскими столкновениями. Поле Дрейсера равно (Дрейсер, 1959; Цытович, 1967): $E_D = \frac{e}{r_{\text{Deb}}^2}$, но поскольку радиус Дебая равен $r_{\text{Deb}} = 7\sqrt{\frac{T_e}{n_e}}$ [см^{-1/2} г^{1/2} с⁻¹] (Каплан, Цытович, 1972), то $E_D = \frac{en_e}{49T_e}$ [см^{-1/2} г^{1/2} с⁻¹].

Тогда

$$\frac{E(R)}{E_D} = \frac{49cT_e^{3/2}}{5\pi \times 10^{16}e\sigma_{\text{eff}}} \left[\text{см}^{-1/2} \text{г}^{1/2} \text{с}^{-1} \right]. \quad (20)$$

Отметим, что электрическое поле в области диссипации, выраженное в долях дрейсеровского поля, оказывается пропорционально $T_e^{3/2}$. Это означает, что разогрев плазмы, однажды начавшись, не остановится, а будет только нарастать, т.е. возникает необратимый саморазогрев плазмы. В связи с появлением в формуле (20) множителя $T_e^{3/2}$ удобно выразить эффективную проводимость плазмы в единицах спитцеровской проводимости для полностью ионизированной водородной плазмы (Арцимович, Сагдеев, 1979): $\sigma_{\text{Sp}} = 10^7 T_e^{3/2}$ [с⁻¹]. Окончательно после подстановки численных коэффициентов:

$$\frac{E}{E_D} = 1.95 \times 10^{-3} \frac{\sigma_{\text{Sp}}}{\sigma_{\text{eff}}}. \quad (21)$$

Как видим, при проводимости плазмы, равной спитцеровской, $\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{Sp}}$, электрическое поле в солнечном “токамаке” составило бы всего около 2 тысячных от дрейсеровского, и если бы диссипация определялась только кулоновскими столкновениями заряженных частиц, то скорость убывания поля в слое диссипации была бы ничтожно мала, и никакого вспышечного процесса в магнитном тороиде возникнуть бы не могло.

Но спитцеровская проводимость — это предельно высокое значение проводимости для чисто водородной, полностью ионизованной плазмы, обусловленное соударениями электронов с протонами. В нашем случае эта величина, конечно, неприменима, поскольку нелинейные плазменные эффекты, обусловленные появлением “аномального сопротивления” плазмы за счет рассеяния токовых электронов на квазичастицах — плазмонах

сильно развитой плазменной турбулентности — понижают, как показано ниже, эффективную проводимость плазмы на 6–7 порядков величины. Результаты, полученные группой Флейшман и др. (2020) из анализа наблюдательных данных по гиротронному излучению плазмы корональных вспышек, также показывают, что отношение напряженности электрического поля в области диссипации к дрейсеровской может составить более 5 порядков.

Эффективную проводимость плазмы при наличии ионно-звуковой плазменной турбулентности можно оценить по формуле $\sigma_{\text{eff}} = \frac{n_e e^2}{m\nu_{\text{eff}}}$, где ν_{eff} есть частота столкновений токовых электронов с плазмонами. Она равна, согласно классическому учебнику (Арцимович, Сагдеев 1979), $\nu_{\text{eff}} \approx 10^{-2} \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{M}} \left(\frac{V_{\text{dr}} T_e}{c_{\text{is}} T_i} \right)$. Отношение температур, стоящее в скобках, равно примерно 10, и таково же примерно отношение скоростей для случая развитой ионно-звуковой неустойчивости.

Тогда $\nu_{\text{eff}} \approx \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{M}}$. После подстановки этой частоты и численных значений констант в формулу для проводимости получим, что реальная проводимость турбулизованной солнечной плазмы равна

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{n_e e^2}{m\nu_{\text{eff}}} = 3 \times 10^5 \sqrt{n_e}. \quad (22)$$

Спитцеровская проводимость при $T_e = 10^7 \text{ K}$ была бы равна $\sigma_{\text{Sp}} = 3.16 \times 10^{17} \text{ с}^{-1}$. Значит, при концентрации электронов $n_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$, когда $\sigma_{\text{eff}} = 9.5 \times 10^9 \text{ с}^{-1}$, спитцеровская проводимость оказалась бы выше реальной эффективной проводимости более, чем на 7 порядков величины. Из этого, согласно формуле (21), следует, что электрическое поле на магнитной оси тороида почти на 5 порядков превышает дрейсеровское: $E(R) = 6.5 \times 10^4 E_D$. Это близко к оценкам Флейшман и др. (2020). При обсуждении своих результатов Г. Флейшман особо подчеркивает, что только благодаря наличию супердрейсовских электрических полей можно понять чрезвычайную эффективность ускорителей, действующих в солнечных вспышках, т.е. объяснить, каким образом во вспышках ускоряется значительная доля частиц (почти все!), оказавшихся в области диссипации поля. Таким образом,

$$\begin{aligned}
 E(R) &= 6.5 \times 10^4 E_{Dr} = & (23) \\
 &= 6.5 \times 10^4 \left(\frac{en_e}{49T_e} \right) = \\
 &= 6.5 \frac{n_e \times 10^{-7}}{T_e} \left[\text{см}^{-1/2} \text{Г}^{1/2} \text{с}^{-1} \right].
 \end{aligned}$$

Если $n_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_e = 10^7 \text{ К}$, то

$$E = 6.5 \times 10^{-5} \left[\text{см}^{-1/2} \text{Г}^{1/2} \text{с}^{-1} \right]. \quad (24)$$

В единицах СИ эта напряженность соответствует 2 В/м.

Для того чтобы определить энергию частицы, ускоренной в этом поле, необходимо найти работу, совершенную полем над частицей, т.е. умножить значение поля E на ее заряд и на путь, пройденный частицей в поле:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= E(R) 2\pi R e = 6.5 \times 10^{-5} 2\pi \times 10^9 \times & (25) \\
 &\times 4.8 \times 10^{-10} \approx 1.9 \times 10^{-4} \text{ эрг.}
 \end{aligned}$$

Для перехода от эргов к электрон-вольтам необходимо ввести соответствующий коэффициент:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= E 2\pi R e = 1.9 \times 10^{-4} (6.242 \times 10^{11}) = & (26) \\
 &= 117 \times 10^6 \text{ эВ} = 117 \text{ МэВ.}
 \end{aligned}$$

Как видим, предположение о возбуждении ионно-звуковой турбулентности при критической плотности тока приводит к такому понижению проводимости плазмы в узком диссипативном слое, при котором возникают супердрейсеровские электрические поля, и частицы ускоряются до сотни МэВ, что характерно для мощных солнечных вспышек.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тороидальная магнитная конфигурация, напоминающая по своей геометрии известную установку “токамак”, в условиях солнечной атмосферы оказывается вспышечно-продуктивной. Показано, что при подъеме такой конфигурации в хромосферу на магнитной оси тороида возникает столь сильный дефицит носителей заряда, что дрейфовая скорость электронов в области наибольшей плотности тороидального тока начинает превышать скорость ионного звука, и это приводит к разогреву плазмы ($T_e \gg T_i$) и соответствующему возбуждению ионно-звуковой плазменной неустойчивости. Область быстрой диссипации тока оказывается достаточно широкой (около 5 км); электрическое поле, генерируемое в этой области, значительно, на 5 порядков, превышает дрейсеровское поле и способно ускорить частицы до сотни МэВ.

Необходимо отметить, что полученные результаты не связаны со специфической формой потоковой функции (11). Мы проводили расчеты с тремя

различными потоковыми функциями, задающими тороидальную форму магнитных поверхностей (типа той, что изображена на рис. 2), и всякий раз получали практически те же самые результаты.

Полученные в данной работе выводы применимы не только к солнечной, но и к любой астрофизической плазме. В частности, для звезд, обладающих экзопланетами, оценки напряженности электрического поля и ускорения частиц во вспышках очень важны для определения космической погоды в окрестности этих экзопланет.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ 075-15-2020-780, посвященного исследованиям экзопланет.

Автор признателен Г.Д. Флейшману и В.Ф. Мельникову за плодотворное обсуждение проблемы вспышечного энерговыделения на специализированном семинаре в ГАО РАН 24.11.2021 и в личной беседе, а также анонимному рецензенту, высказавшему ряд полезных замечаний, учет которых позволил улучшить работу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З., *Физика плазмы для физиков* (М.: Атомиздат, 1979).
2. Авретт, Лоезер (E.H. Avrett and R. Loeser), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **175**, 229 (2008).
3. Грэд (H. Grad), *Rev. Mod. Phys.* **32**, 830 (1960).
4. Дрейсер (H. Dreicer), *Phys. Rev.* **115**, 238 (1959).
5. Каплан С.А., Цытович В.Н., *Плазменная астрофизика* (М.: Наука, 1972).
6. Кашапова и др. (L.K. Kashapova, E.G. Kupriyanova, Z. Xu, H.A.S. Reid, and D.Y. Kolotkov), *Astron. Astrophys.* **642**, A195 (2020).
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).
8. Лоу (B.C. Low), *Astrophys. J.* **197**, 251 (1975).
9. Лоу (B.C. Low), *Astrophys. J.* **293**, 31 (1985).
10. Паркер (E.N. Parker), *Cosmical Magnetic Fields* (Clarendon Press, Oxford, part 1, 1979).
11. Прист (E.R. Priest), *Solar Magnetohydrodynamics* (Reidel London, 1982).
12. Соловьев, Муравский (A.A. Solov'ev and K. Murawski), *Astrophys. Sp. Science* **350**, 11 (2014).
<https://doi.org/10.1007/s10509-013-1716-7>
13. Соловьев А.А., Киричек Е.А., Письма в Астрон. журн. **41**, 234 (2015) [A.A. Solov'ev and E.A. Kirichek, *Astron. Lett.* **41**, 211 (2015)].
<https://doi.org/10.1134/S1063773715050072>

14. Соловьев, Киричек (A.A. Solo'ev and E.A. Kirichek), *Solar Phys.* **291**, 1647 (2016). <https://doi.org/10.1007/s11207-016-0922-1>
15. Соловьев, Киричек (A.A. Solov'ev and E.A. Kirichek), *MNRAS* **482**, 5290 (2019). <https://doi.org/10.1093/mnras/sty3050>
16. Соловьев А.А., Письма в Астрон. журн. **46**, 792 (2020) [A.A. Solov'ev, *Astron. Lett.* **46**, 741 (2020)]. <https://doi.org/10.1134/S1063773720110067>
17. Соловьев, Киричек (A.A. Solov'ev and E.A. Kirichek), *MNRAS* **505**, 4406 (2021). <https://doi.org/10.1093/mnras/stab1565>
18. Флейшман и др. (G.D. Fleishman, E.G. Dale, Bin Chen, Natsuha Kurod, Sijie Yu, and Gelu M. Nita) *Science* **367**, 278 (2020).
19. Хуанг и др. (G. Huang, V.F. Melnikov, H. Ji, Z. Ning), *Solar flare loops: observations and interpretations* (Science Press, 2018).
20. Цытович В.Н., *Нелинейные эффекты в плазме* (М.: Наука, 1967).
21. Шафранов В.Д., *ЖЭТФ* **33**, 710 (1957) [V.D. Shafranov, *Sov. Phys. JETP* **6**, 545 (1957)].