

# ВЗРЫВ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ В РАМКАХ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

© 2022 г. А. В. Юдин<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>НИИЦ “Курчатовский Институт”, Москва, Россия

Поступила в редакцию 03.04.2022 г.

После доработки 24.04.2022 г.; принята к публикации 05.05.2022 г.

Уравнения релятивистской гидродинамики адаптированы для сферически-симметричного случая и лагранжевой формы записи. С их помощью промоделирован процесс взрывного разрушения нейтронной звезды минимальной массы — ключевого ингредиента модели обдирания коротких гамма-всплесков. Изучен процесс выхода ударной волны на поверхность нейтронной звезды, сопровождающийся ускорением вещества до ультрарелятивистских скоростей. Проведено сопоставление с результатами ранее опубликованных нерелятивистских расчетов.

*Ключевые слова:* нейтронные звезды, релятивистская гидродинамика, ударные волны, гамма-всплески.

DOI: 10.31857/S0320010822060079

## ВВЕДЕНИЕ

17 августа 2017 г. на гравитационно-волновых антеннах LIGO и Virgo произошло событие GW170817 с параметрами, соответствующими сливающимся нейтронным звездам (Аббот и др., 2017). Кроме того, спутниками FERMI и INTEGRAL был практически одновременно задетектирован сопутствующий гамма-всплеск GRB170817A. Тем самым впервые была прямо подтверждена связь между процессом слияния нейтронных звезд (НЗ) и короткими гамма-всплесками (Блинников и др., 1984).

Однако этот гамма-всплеск оказался пекулярным, что возродило угасший было интерес к модели обдирания (stripping model) для коротких гамма-всплесков (Блинников и др., 2021). В противовес общепринятой модели слияния (merging) НЗ, в модели обдирания две нейтронные звезды, сблизившись из-за потерь на излучение гравитационных волн, не сливаются, а начинают обмениваться массой, причем более массивная поглощает (обдирает) своего менее массивного компаньона (Кларк, Эрдли, 1977). Последний, дойдя до конфигурации, отвечающей минимальной массе устойчивых НЗ (порядка  $0.1 M_{\odot}$ ), взрывается, производя гамма-всплеск.

Детали взрыва НЗ минимальной массы (НЗММ) впервые были рассчитаны в работе Блинникова и др. (1990) (см. также Сумиоши и др., 1998).

Здесь для нас важным является то, что скорости разлета вещества после взрыва составляют в среднем около 10% от скорости света. Кроме того, ударная волна от взрыва, выходя на поверхность, ускоряется при распространении по ниспадающему профилю плотности. Расчет этого процесса в рамках нерелятивистской гидродинамики с хорошим разрешением может привести и в действительности приводит, как мы покажем, к скоростям, превышающим скорость света. Поэтому актуальным является исследование этого процесса в рамках релятивистской гидродинамики. При этом гравитационное поле может считаться относительно слабым: НЗММ имеет массу раз в 10 меньше, а радиус в 10 раз больше, чем обычная НЗ, следовательно, эффекты Общей теории относительности (ОТО) для нее меньше раз в 100, чем для обычной НЗ. Наиболее адекватным подходом для исследования этой проблемы нам кажется приближение, предложенное в работе Хванга и Ноа (2016), которое мы и будем использовать.

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Запишем уравнения релятивистской гидродинамики, следуя работе Хванга и Ноа (2016). При этом гравитационное поле предполагается слабым (т.е. эффекты ОТО малы), однако скорости движения вещества и плотность энергии по сравнению с массой покоя малыми не считаются. Мы будем записывать исходные уравнения Хванга и Ноа (2016),

\*Электронный адрес: yudin@itep.ru

а затем преобразовывать их в форму, отвечающую нашим целям. А именно: в вид, предполагающий сферическую симметрию задачи и лагранжеву форму записи. Величины типа времени, радиальной координаты  $r$  и скорости вещества  $v$  определены в лабораторной системе отчета, а интенсивные величины типа плотности  $\rho_b$ , давления  $P$  и т.д. — в сопутствующей системе.

### Уравнение непрерывности

Исходное уравнение непрерывности имеет вид

$$\frac{d\rho_b}{dt} + \rho_b \left( \operatorname{div} \mathbf{v} + \frac{d \ln \gamma}{dt} \right) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\rho_b$  — барионная плотность вещества,  $\mathbf{v}$  — его скорость, а  $\gamma$  — лоренц-фактор:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (2)$$

где  $c$  — скорость света. Полная производная по времени есть

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla). \quad (3)$$

Мы перепишем уравнение (1) в виде

$$\frac{d \ln(\rho_b \gamma)}{dt} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 v)}{\partial r} = 0, \quad (4)$$

где  $r$  — радиус (эйлерова координата), а дивергенция записана для случая сферической симметрии. Введем теперь естественное определение для лагранжевой (массовой) координаты  $m_b$  (барионной массы):

$$\frac{\partial m_b}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho_b \gamma, \quad (5)$$

где появляется дополнительный по сравнению с нерелятивистским случаем фактор  $\gamma$  в правой части. Запишем это выражение в виде

$$\frac{1}{\rho_b \gamma} = \frac{4\pi}{3} \frac{\partial r^3}{\partial m_b}. \quad (6)$$

Покажем, что это — другая форма записи уравнения непрерывности (4). Для этого продифференцируем его по времени:

$$-\frac{1}{(\rho_b \gamma)^2} \frac{d(\rho_b \gamma)}{dt} = 4\pi \frac{\partial(r^2)}{\partial m_b}, \quad (7)$$

где мы использовали, что  $v \equiv dr/dt$ . Подставив сюда  $\partial m_b/\partial r$  из (5), получим в точности (4). Будем использовать (6) как основную лагранжеву форму записи уравнения непрерывности, а  $m_b$  как лагранжеву координату.

### Уравнение энергии

Уравнение энергии в работе Хванга и Ноа (2016) записано в виде

$$\frac{d\rho}{dt} + (\rho + P/c^2) \left( \operatorname{div} \mathbf{v} + \frac{d \ln \gamma}{dt} \right) = R_E, \quad (8)$$

где  $P$  — давление вещества,  $\rho = \rho_b(1 + E/c^2)$  — полная плотность массы–энергии, а  $E$  — внутренняя энергия вещества на единицу массы. Выражение для правой части  $R_E$  записывается через пространственную часть  $\Pi_{ij}$  анизотропного тензора энергии–импульса  $\pi_{\alpha\beta}$ , который связан с полным тензором энергии–импульса материи  $T_{\alpha\beta}$  соотношением

$$T_{\alpha\beta} = (\rho c^2 + P)u_\alpha u_\beta + P g_{\alpha\beta} + \pi_{\alpha\beta}, \quad (9)$$

где  $u_\alpha$  — 4-скорость,  $g_{\alpha\beta}$  — метрический тензор с сигнатурой  $(-, +, +, +)$ . Здесь и далее мы принимаем условие, что греческие индексы пробегают значения  $(0 \div 3)$ , латинские  $(1 \div 3)$ . Конкретный вид  $R_E$  мы выпишем ниже.

Вычтя из (8) уравнение непрерывности (1), после несложных преобразований легко получить уравнение энергии в виде

$$\frac{dE}{dt} + P \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_b} \right) = \frac{R_E c^2}{\rho_b}. \quad (10)$$

### Уравнение движения

Уравнение движения имеет вид

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}_G - \frac{\nabla P + \mathbf{v} \dot{P}/c^2 + \mathbf{R}_V}{\gamma^2(\rho + P/c^2)}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{a}_G = -\nabla\varphi$  — гравитационное ускорение, а  $\varphi$  — гравитационный потенциал, уравнение для которого приведено ниже. Точкой в  $\dot{P}$  обозначена частная производная по времени, а  $\mathbf{R}_V$  — часть ускорения, зависящая от  $\Pi_{ik}$ , явную форму которой мы обсудим позже.

### ФИКТИВНАЯ ВЯЗКОСТЬ

Чтобы записать полную систему уравнений релятивистской гидродинамики в окончательном виде, осталось определить конкретный вид тензора  $\Pi_{ij}$ . Мы рассмотрим здесь вклад в него только от фиктивной вязкости, необходимой для расчета ударных волн. Будем следовать работе Либендорфера и др. (2001), в которой было предложено следующее общерелятивистское выражение для тензора вязкости  $Q_{\alpha\beta}$ :

$$Q_{\alpha\beta} = \Delta l^2 \rho_b u_{;\mu}^\mu \left[ \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} u_{;\mu}^\mu P_{\alpha\beta} \right], \quad (12)$$

которое справедливо при  $u_{;\mu}^{\mu} < 0$ , в противном случае оно равно нулю. Здесь  $\Delta l$  — характерная ширина “размазывания” ударного фронта,  $P_{\alpha\beta} = u_{\alpha}u_{\beta} + g_{\alpha\beta}$  и

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( u_{\alpha;\mu} P_{\beta}^{\mu} + u_{\beta;\mu} P_{\alpha}^{\mu} \right). \quad (13)$$

Производную  $u_{;\mu}^{\mu}$  с помощью уравнения непрерывности (1) можно представить в виде

$$u_{;\mu}^{\mu} = \frac{1}{c} \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\gamma v_i}{c} \right) = -\frac{\gamma}{c} \frac{d \ln \rho_b}{dt}. \quad (14)$$

Отсюда видно, что фиктивная вязкость (12) действительно “работает” только при сжатии вещества. Чтобы рассчитать оставшиеся величины, воспользуемся сферической симметрией задачи. Скорость запишем в виде  $\mathbf{v} = v\mathbf{r}/r$ , а 4-скорость выразим через  $\gamma$  в виде  $u^{\alpha} = (\gamma, \frac{\mathbf{r}}{r} \sqrt{\gamma^2 - 1})$ . Мы также воспользуемся определением (3) и, как следствие, тем, что для любого скаляра  $a$

$$u^{\mu} a_{;\mu} = \frac{\gamma}{c} \frac{da}{dt}. \quad (15)$$

Кроме того, воспользуемся следующей из (4) зависимостью между полными производными по времени от  $\rho_b$  и  $\gamma$  и частной производной  $\partial v / \partial r$ . Итоговое выражение запишется как (напомним, что для тензора  $\Pi_{ij}$  нам нужны только пространственные компоненты)

$$Q_{ij} = \Delta l^2 \rho_b \frac{\gamma^2}{3} \frac{d \ln \rho_b}{dt} \left( \frac{d \ln \rho_b}{dt} + \frac{3v}{r} \right) \times \left[ (2\gamma^2 + 1) \frac{r_i r_j}{r^2} - \delta_{ij} \right]. \quad (16)$$

Поскольку мы работаем в лагранжевых переменных, удобно характерную длину  $\Delta l$  заменить через характерную барионную массу  $\Delta m_b$ , используя (5). Окончательно запишем

$$\Pi_{ij} = Q_{ij} = \frac{Q}{2} \left[ (2\gamma^2 + 1) \frac{r_i r_j}{r^2} - \delta_{ij} \right], \quad (17)$$

где множитель  $1/2$  введен для удобства, и  $Q$  есть обычная фиктивная вязкость, после некоторых преобразований принимающая вид

$$Q = -\frac{2}{3} \left( \frac{\Delta m_b}{4\pi r^2} \right)^2 \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_b} \right) \frac{d}{dt} \left( \ln(\rho_b r^3) \right) \quad (18)$$

для  $Q > 0$ , в противном случае  $Q = 0$ . Это выражение обладает отмеченной в работе Либендорфера и др. (2001) особенностью: оно обращается в нуль не только при расширении вещества (первый множитель с  $d/dt$ ), но и при гомологическом сжатии (т.е. при  $v \propto r$ , второй множитель), что позволяет избежать нефизичного перегрева вещества.

## УРАВНЕНИЕ ПУАССОНА

Обобщение уравнения Пуассона для гравитационного потенциала записывается как (Хванг, Ноа, 2016)

$$\Delta \varphi = 4\pi G \left( \rho + 3P/c^2 + \frac{2}{c^2} [\gamma^2 v^2 (\rho + P/c^2) + \Pi_i^i] \right). \quad (19)$$

Воспользовавшись явным видом (17) тензора  $\Pi_{ij}$ , можно найти его свертку:  $\Pi_i^i = (\gamma^2 - 1)Q$ . Тогда уравнение для гравитационного ускорения  $a_G = -\partial \varphi / \partial r$  записывается в виде:

$$\gamma \frac{\partial (r^2 a_G)}{\partial m_b} = -G \left( 2\gamma^2 - 1 + \frac{(2\gamma^2 - 1)E}{c^2} + \frac{(2\gamma^2 + 1)P}{\rho_b c^2} + \frac{2(\gamma^2 - 1)Q}{\rho_b c^2} \right), \quad (20)$$

где мы учли сферическую симметрию задачи.

## ПРАВАЯ ЧАСТЬ УРАВНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Выражение для правой части уравнения энергии  $R_E$  имеет вид

$$R_E = -\frac{1}{c^2} \left[ \Pi_i^j \nabla_j v^i + \Pi_{ij} \frac{v^i \dot{v}^j}{c^2} \right], \quad (21)$$

где точкой вновь обозначена частная производная по времени. Записав скорость в виде  $\mathbf{v} = v\mathbf{r}/r$  и используя выражение (17) для тензора  $\Pi_{ij}$ , нетрудно получить

$$R_E = \frac{Q}{c^2} \left[ \frac{v}{r} - \gamma^2 \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v \dot{v}}{c^2} \right) \right]. \quad (22)$$

Выражение в квадратных скобках преобразовывается с использованием уравнения непрерывности (4) в

$$\frac{d \ln \rho_b}{dt} + \frac{3v}{r} = \frac{d}{dt} \left( \ln(\rho_b r^3) \right). \quad (23)$$

Тогда уравнение баланса энергии (10) окончательно запишется в виде

$$\frac{dE}{dt} + P \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_b} \right) = \frac{Q}{\rho_b} \frac{d}{dt} \left( \ln(\rho_b r^3) \right). \quad (24)$$

Замечательно, что в правой части (24) появился тот же множитель с полной производной по времени от  $\rho_b r^3$ , что и в определении фиктивной вязкости (18).

## ПРАВАЯ ЧАСТЬ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Величина  $\mathbf{R}_V$  в правой части уравнения движения (11) выглядит следующим образом<sup>1</sup>:

$$(R_V)_i = \Pi_{i,j}^j - \frac{1}{c^2} \left[ v_i (\Pi_j^k v^j)_{,k} - (\Pi_{ij} v^j) \cdot \right] - \frac{v_i}{c^4} (\Pi_{jk} v^j v^k). \quad (25)$$

Учитывая сферическую симметрию задачи и явный вид (17) для тензора  $\Pi_{ij}$ , получим ряд соотношений:

$$\Pi_{ij} v^j = \frac{r_i}{r} v \gamma^2 Q, \quad (26)$$

$$\Pi_{ij} v^j v^j = v^2 \gamma^2 Q = (\gamma^2 - 1) Q c^2. \quad (27)$$

Первый член в (25) есть

$$\Pi_{i,j}^j = \frac{r_i}{r} \left[ \gamma^2 \frac{\partial Q}{\partial r} + \left( \frac{2\gamma^2 + 1}{r} + \frac{\partial \gamma^2}{\partial r} \right) Q \right]. \quad (28)$$

Фактор, стоящий при  $v_i$  в первом члене в квадратных скобках (25), есть

$$(\Pi_j^k v^j)_{,k} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (v \gamma^2 r^2 Q). \quad (29)$$

Собрав все члены, окончательно можно записать

$$(R_V)_i = \frac{r_i}{r} \left[ \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{3Q}{r} + \gamma^2 \frac{dv}{dt} \frac{Q}{c^2} + \frac{v}{c^2} \frac{\partial Q}{\partial t} \right]. \quad (30)$$

Подставив это выражение в (11), после некоторых преобразований с использованием, в частности, уравнения энергии (24), получим уравнение движения в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \gamma v \left[ 1 + \frac{E + (P + Q)/\rho_b}{c^2} \right] \right) = \quad (31)$$

$$= \gamma^3 \left( 1 + \frac{E + P/\rho_b}{c^2} \right) a_G - 4\pi r^2 \frac{\partial(P + Q)}{\partial m_b} - \frac{3Q}{\gamma r \rho_b}.$$

## БЕЗРАЗМЕРНЫЙ ВИД УРАВНЕНИЙ

Для численного расчета гидродинамических процессов в звезде удобно иметь вышеприведенные уравнения в безразмерном виде. Мы будем использовать систему единиц, основанную на полной массе  $M_s$  и начальном радиусе  $R_s$  звезды. Единицы измерения времени, скорости, плотности, энергии на единицу массы и давления есть

$$[t] = \sqrt{\frac{R_s^3}{GM_s}}, \quad (32)$$

$$[v] = \sqrt{\frac{GM_s}{R_s}}, \quad (33)$$

$$[\rho] = \frac{M_s}{4\pi R_s^3}, \quad (34)$$

$$[E] = \frac{GM_s}{R_s}, \quad (35)$$

$$[P] = \frac{GM_s^2}{4\pi R_s^4}. \quad (36)$$

Также удобно ввести релятивистский параметр  $r_g$ :

$$r_g = \frac{GM_s}{R_s c^2}. \quad (37)$$

Тогда параметр  $\gamma$  есть

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - r_g \hat{v}^2}}, \quad (38)$$

где  $\hat{v}$  — безразмерная скорость. Уравнение непрерывности (6) в безразмерных переменных принимает вид

$$\frac{3}{\hat{\rho}_b \gamma} = \frac{\partial \hat{r}^3}{\partial m}, \quad (39)$$

где  $\hat{\rho}_b$ ,  $\hat{r}$  и  $m$  — безразмерные плотность, радиус и массовая координата.

Для дальнейшего нам будет удобно ввести следующие безразмерные величины:  $\epsilon$  для внутренней энергии  $E$ ,  $p$  для отношения  $P/\rho_b$  и  $q$  для  $Q/\rho_b$ .

Тогда выражение для фиктивной вязкости (18) запишется как

$$q = -\frac{(\Delta m)^2}{3\hat{r}^4} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{\hat{\rho}_b^2} \right) \frac{d}{d\tau} \left( \ln(\hat{\rho}_b \hat{r}^3) \right), \quad (40)$$

где  $\tau$  — безразмерное время.

Уравнение энергии (24) примет вид

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} - p \frac{d \ln \hat{\rho}_b}{d\tau} = q \frac{d}{d\tau} \left( \ln(\hat{\rho}_b \hat{r}^3) \right). \quad (41)$$

Уравнение (20) для гравитационного ускорения запишется как

$$-\gamma \frac{\partial(\hat{r}^2 \hat{a}_G)}{\partial m} = 2\gamma^2 - 1 + r_g \left[ (2\gamma^2 - 1)\epsilon + (2\gamma^2 + 1)p + 2(\gamma^2 - 1)q \right]. \quad (42)$$

И, наконец, уравнение движения (31) примет вид

$$\frac{d}{d\tau} \left( \gamma \hat{v} \left[ 1 + r_g(\epsilon + p + q) \right] \right) = \quad (43)$$

$$= \gamma^3 \left( 1 + r_g(\epsilon + p) \right) \hat{a}_G - \hat{r}^2 \frac{\partial((p + q)\hat{\rho}_b)}{\partial m} - \frac{3q}{\gamma \hat{r}}.$$

Уравнения (39), (41) и (43) совместно с определениями (38), (40) и (42) (а также равенством  $\hat{v} = d\hat{r}/d\tau$ ) составляют полную систему уравнений идеальной релятивистской гидродинамики.

<sup>1</sup>Здесь исправлена опечатка в оригинальной статье Хванга и Ноа (2016), содержащей лишний фактор  $1/\gamma^2$  при втором члене в квадратных скобках в (25).

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ВЗРЫВЕ

В постановке начальных условий в задаче о взрыве нейтронной звезды минимальной массы (НЗММ) мы во многом будем следовать работе Блинникова и др. (1990).

Для уравнения состояния (УрС) вещества мы используем общепринятый, хотя и значительно упрощенный подход: термодинамические величины, такие как давление и внутренняя энергия, представляются суммами

$$P = P_0(\rho_b) + \frac{\rho_b k T}{m_u} + \frac{a T^4}{3}, \quad (44)$$

$$E = E_0(\rho_b) + \frac{3kT}{2m_u} + \frac{aT^4}{\rho_b}, \quad (45)$$

где  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана,  $m_u$  — атомная единица массы, а  $a = 8\pi^5 k^4 / 15 (hc)^3$  — постоянная плотности излучения. Второй и третий члены в (44), (45) представляют вклад идеального газа и излучения соответственно. Для членов  $P_0$  и  $E_0$  мы используем аппроксимации, предложенные в работе Хензеля и Потехина (2004). Они описывают свойства вещества НЗ при температуре  $T = 0$  в широком диапазоне плотностей. Для наших вычислений мы выбрали аппроксимацию BSk22. Естественно, выражения (44), (45) очень грубо описывают температурную часть термодинамики вещества и могут рассматриваться лишь как первое приближение к реальности.

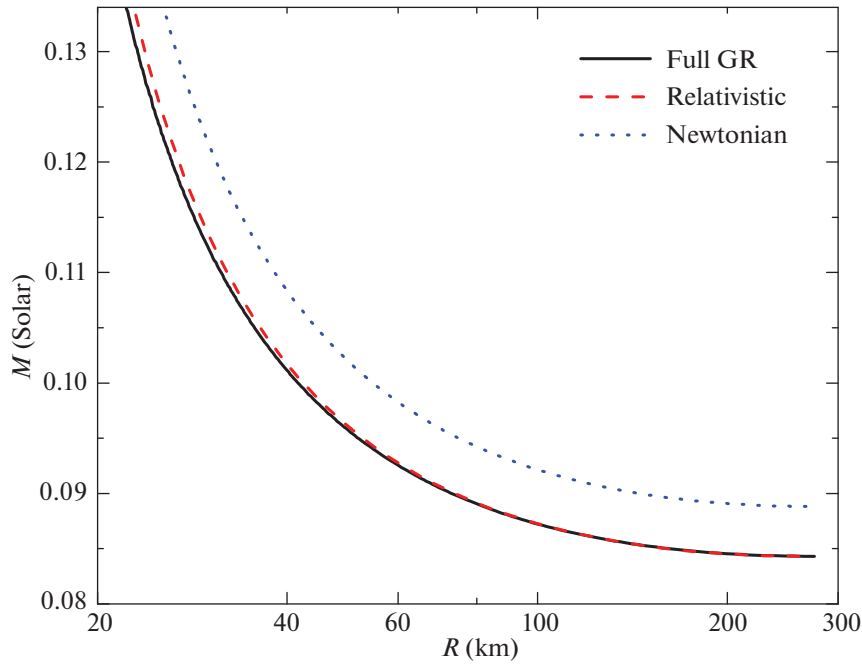
Теперь необходимо определить параметры НЗММ: для этого строится последовательность моделей НЗ, параметризуемая убывающей центральной плотностью (см., например, Хензель и др., 2007), и находится НЗ с минимальной массой в последовательности. При этом температура вещества НЗ считается равной нулю. На рис. 1 показана нижняя часть диаграммы Масса–Радиус НЗ, рассчитанная в рамках нескольких подходов. Синим пунктиром показан нерелятивистский случай. Черной сплошной линией — решение уравнений Толмана–Опенгеймера–Волкова (см., например, Вайнберг, 2000). Красной штриховой — наш подход. При уменьшении плотности в центре масса звезды падает, а радиус ее растет. Каждая кривая, приведенная на рисунке, заканчивается НЗММ-конфигурацией: устойчивых конфигураций НЗ с меньшей массой не существует. Как видно, наш подход, основанный на совместном решении уравнения равновесия (31) и уравнения Пуассона (20) при  $v = 0$  и  $Q = 0$ , очень близок к результату ОТО, а ньютоновский дает чуть большее значение массы НЗММ при практически том же радиусе.

## РАСЧЕТ ВЗРЫВНОГО РАЗРУШЕНИЯ НЗММ

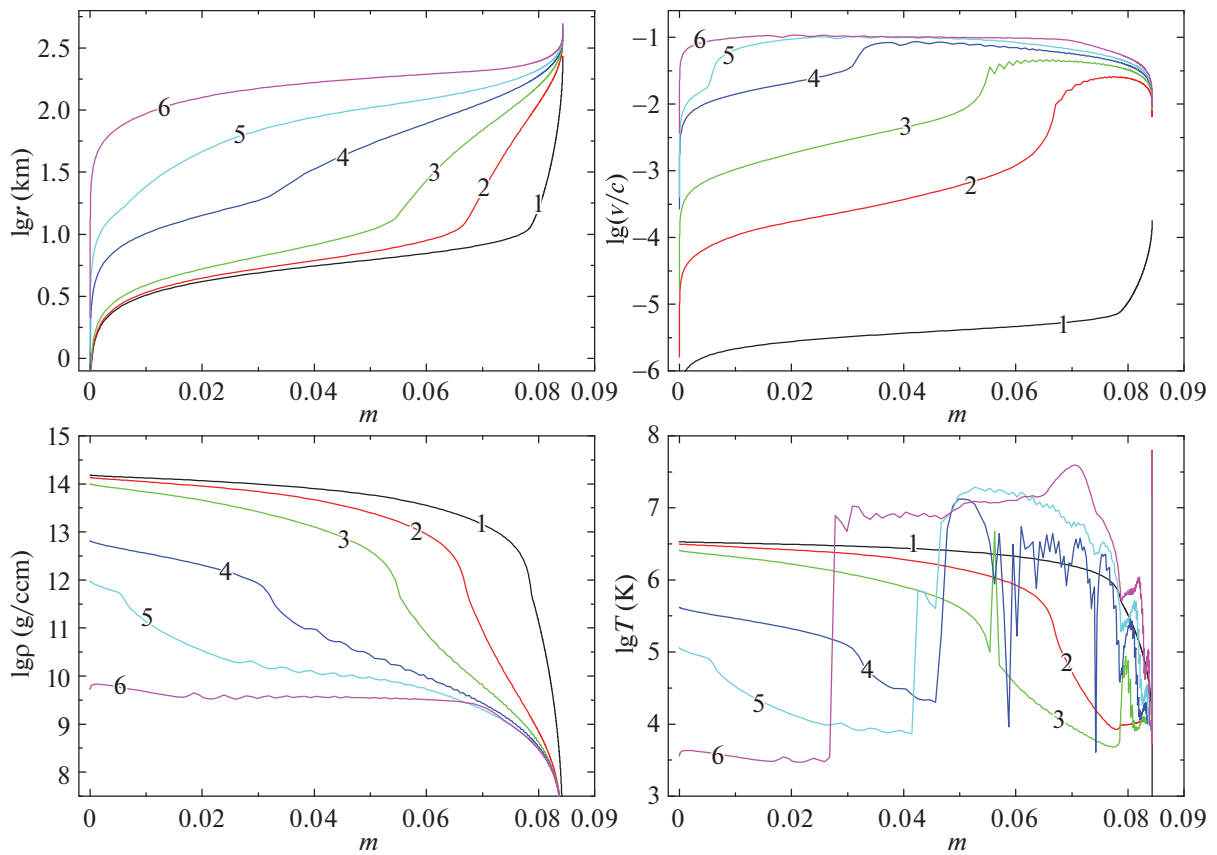
Инициировать “взрыв” НЗ минимальной массы можно двумя способами: или убрать часть массы с поверхности звезды, или чуть “подтолкнуть” ее наружу, задав начальное малое возмущение скорости, например, в виде  $v \propto r$ . В работе Блинникова и др. (1990) показано, что оба способа, фактически, эквивалентны в отношении конечного результата — параметров взрыва НЗММ. Мы, однако, предпочли второй вариант. Оболочка НЗММ очень протяженная и разряженная, и убирая даже малую долю массы с поверхности, мы тем самым сильно меняем начальный радиус звезды. Кроме того, как будет видно из дальнейшего, процесс “выбегания” и ускорения ударной волны на поверхности звезды сильно зависит от профиля плотности в оболочке. Расчет этого процесса может быть искажен искусственным убиением части оболочки или недостаточным численным разрешением ее в расчете.

Для лучшего представления полученных результатов численного счета мы разбили иллюстрацию процесса взрыва НЗММ на три периода. Первый длится от момента потери устойчивости звездой до образования ударного фронта во внешней части оболочки. Далее, во втором периоде, подробно показан процесс выхода ударной волны на поверхность звезды, при котором и происходит значительное ускорение части выбрасываемого вещества. Последний, третий период, показывает разлет вещества и установление окончательного распределения скорости выброса.

Развитие взрыва в первом периоде показано на рис. 2. На нем отражено распределение радиуса  $r$ , отношения  $v/c$ , плотности  $\rho$  и температуры  $T$  как функций массовой координаты  $m [M_\odot]$  для шести моментов времени (индексы при кривых). На графиках со второго по четвертый нумерация кривых сплошная, соответствующие индексам моменты времени приведены в табл. 1. Начальное малое возмущение скорости (момент 1) отвечает зависимости  $v \propto r$ . Как видно, эволюция на протяжении моментов 1–6 приводит к уплощению распределений плотности и скорости. При этом генерируются гидродинамические возмущения (волны), отчетливо видимые, например, на графиках скорости в моменты 3 и 4 и на распределениях плотности 4–6. Распространяясь наружу по ниспадающему профилю плотности, эти возмущения переходят в слабые ударные волны и приводят к нагреву оболочки, отчетливо видимому на панели температуры. А к моменту 6 при значении массовой координаты  $m \approx 0.07$  на графиках скорости и особенно температуры можно увидеть признаки зарождения



**Рис. 1.** Диаграмма Масса–Радиус нейтронных звезд в районе минимальной массы. Синий пунктир — нерелятивистский случай, черная сплошная линия — результат решения уравнений ОТО. Красная штриховая — наш подход.



**Рис. 2.** Первый период взрыва НЗММ: от равновесной конфигурации (индекс 1) к моменту зарождения ударной волны (индекс 6). Показаны как функции массовой координаты  $m$ : логарифмы эйлеровой координаты  $r$  (сверху слева), отношения  $v/c$  (сверху справа), плотности (внизу слева) и температуры (внизу справа).

**Таблица 1.** Значения моментов времени для индексов с 1 по 12 на рисунках 2–4

Индекс	Время (сек)
1	0.0
2	0.3110
3	0.3161
4	0.3191
5	0.3210
6	0.3236
7	0.3252
8	0.3267
9	0.3292
10	0.3307
11	0.3573
12	0.6214

**Таблица 2.** Сравнение результатов расчетов для нескольких подходов

	Blinn	non-rel	rel
$M_{\min}, M_{\odot}$	0.095	0.089	0.084
$N_{\text{zone}}$	151	2609	3899
$E_{\text{exp}}, 10^{50}$ эрг	8.8	9.1	8.7

сильной ударной волны, к рассмотрению которой мы переходим ниже.

Генерация и выход ударной волны на поверхность звезды показаны на рис. 3. Ударный фронт и его продвижение отчетливо видны на панели скорости (слева). Прохождение ударной волны по оболочке приводит к росту ее температуры более чем на два порядка (справа), достигая значений  $T \sim 10^{10}$  К (т.е. порядка 1 МэВ). Кроме того, в момент выхода ударной волны на поверхность вследствие эффекта кумуляции происходит ускорение самых внешних слоев оболочки до ультрарелятивистских скоростей (момент 10 на графике скорости). Впрочем, доля массы, ускоренной до значений  $v/c \sim 1$ , крайне мала (см. ниже рис. 5 и его обсуждение).

Третий период взрыва от выхода ударной волны на поверхность до перехода к свободному разлету проиллюстрирован на рис. 4. Как видно, расширение звезды происходит практически при одно-

родной по  $m$  плотности. Скорость довольно быстро приходит к своему конечному распределению (момент 12). Температура монотонно падает практически во всем объеме звезды, за исключением ее внутренней части, где слабые ударные волны приводят к некоторому дополнительному нагреву.

## ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Параметры взрыва НЗММ, приведенные выше, полезно сравнить как с оригинальным расчетом из статьи Блинникова и др. (1990), так и с расчетом, в котором полностью аналогичная задача решается в рамках обычной ньютоновской гидродинамики. Таблица 2 содержит некоторое сопоставление, где Blinn — результаты из упомянутой работы 1990 г., non-rel — нерелятивистский случай и rel — релятивистский.

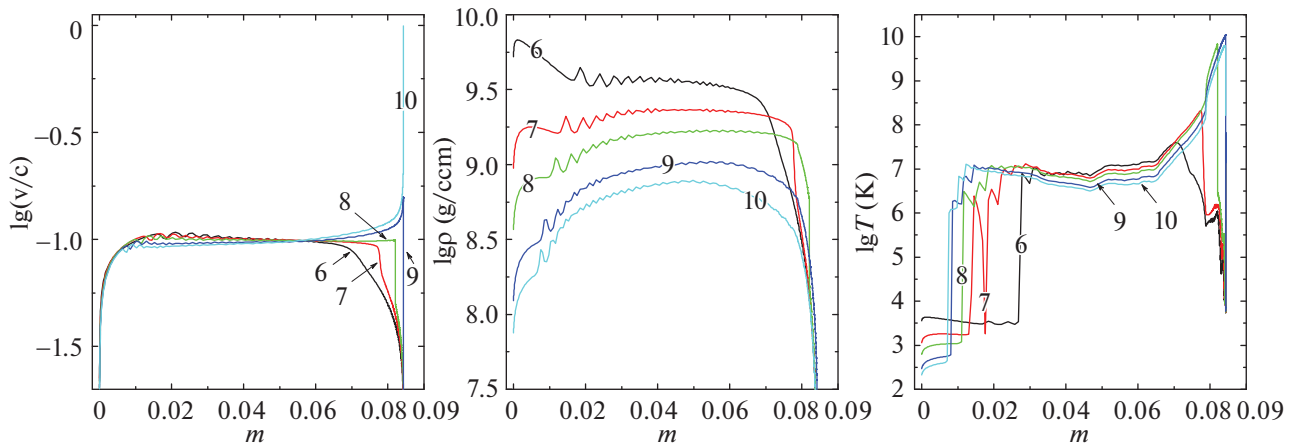
Первая строка  $M_{\min}$  — значение массы взрывающейся НЗ. Отличия нашего ньютоновского расчета от расчета Блинникова и др. (1990) вызваны использованием разных аппроксимаций для  $P_0(\rho)$  и  $E_0(\rho)$  (см. уравнения (44) и (45)). Отличие non-rel от rel — в использовании ньютоновских/релятивистских уравнений равновесия звезды.

Число зон  $N_{\text{zone}}$  в расчете Blinn более чем на порядок меньше, чем у нас. Это не позволило обеспечить хорошее разрешение протяженной оболочки НЗ и правильно рассчитать кумуляцию ударной волны при ее выходе на поверхность. Вот почему в этом расчете не столкнулись с проблемой  $v/c > 1$ , обсуждаемой ниже.

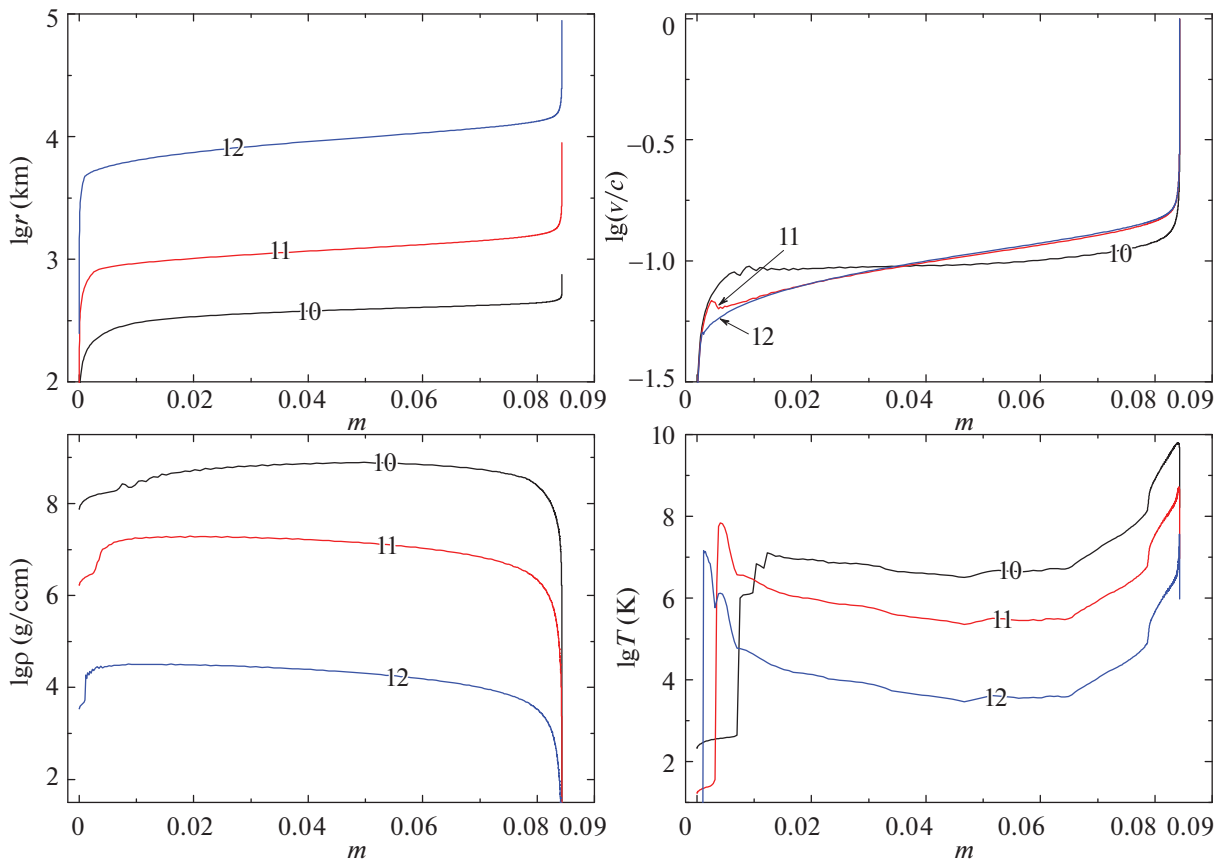
Наконец, в последней строчке таблицы приведено значение кинетической энергии  $E_{\text{kin}}$  выброса на момент окончания расчета. Видно, что все три значения очень близки, а отличия rel от non-rel вызваны в основном отличием в полных массах (см. также рис. 5 ниже). В целом же все три расчета показывают очень близкую картину развития процесса взрыва.

Перейдем теперь к проблеме, и вызвавшей появление данной работы. На рис. 5 показано распределение скорости вещества выброса в последний момент расчетов. Как видно, в нерелятивистском случае часть вещества (правда, очень малая) ускорена до значений  $v/c > 1$ . В остальном же распределения удивительно схожи.

Правая панель рис. 5 показывает распределение величины  $m^>$  в зависимости от параметра  $v/c$ . По определению, величина  $m^>(v/c)$  — это масса выброса (в единицах массы Солнца), которая имеет скорость, большую чем  $v/c$  в последний момент расчета. Например, масса вещества, ускоренного до скоростей  $v/c > 0.1$ , примерно равна  $m^> \approx 0.047$  (т.е. практически половина



**Рис. 3.** Второй период взрыва НЗММ: выход ударной волны на поверхность. Показаны скорость  $v$ , плотность  $\rho$  и температура  $T$  вещества как функции массовой координаты  $m$ .



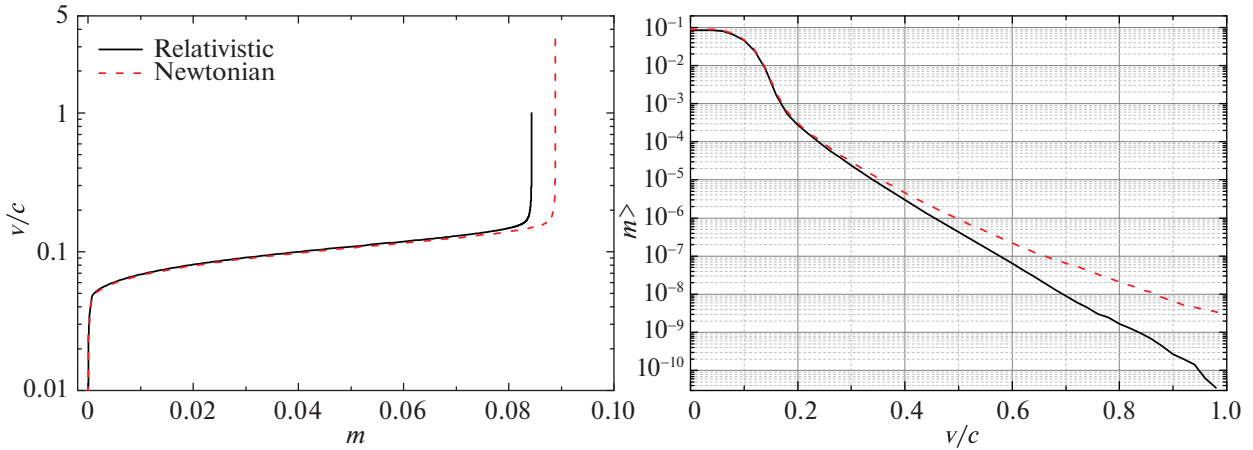
**Рис. 4.** Третий период взрыва НЗММ: от выхода ударной волны на поверхность к свободному разлету. Обозначения те же, что на рис. 2.

всей массы звезды), а величина массы, ускоренной до  $v/c > 0.2$ , — уже только  $3 \times 10^{-4}$ . На этом же графике видно, что масса, ускоренная до значений  $v/c > 1$  в нерелятивистском расчете, по порядку величины равна  $3 \times 10^{-9}$ . Заметим, что распределение вещества выброса по скорости может быть

важно для сравнения с результатами наблюдений, в частности, определения свойств так называемых красной и голубой килоновых для GRB170817A (Сигель, 2019).

В заключение отметим, что в целом параметры взрыва НЗММ, полученные Д.К. Надёжиным в





**Рис. 5.** Сравнение релятивистского и ньютоновского расчетов. Слева — распределение скорости как функция  $m$  в последний момент времени. Справа — распределение  $m^>(v/c)$ , подробнее см. текст.

1990 г. (Блинников и др., 1990), в рамках нерелятивистского подхода хорошо совпадают как с нашими результатами в том же приближении, так и с полностью релятивистским расчетом (см., например, табл. 2 и левую панель рис. 5). В то же время подчеркнем, что в наших вычислениях было опущено несколько важных моментов, учет которых может повлиять на полученные результаты. Во-первых, в области, нагреваемой ударным фронтом, с температурой порядка  $T \sim 10^{10}$  К, становятся важны потери энергии на излучение нейтрино, например, от аннигиляции электрон-позитронных пар. Данные потери могут снизить эффект кумуляции и соответственно скорость вещества. Это явление планируется исследовать в ближайшем будущем.

Во-вторых, в процессе разрушения НЗММ ее вещество испытывает взрывную декомпрессию, которая будет сопровождаться многочисленными процессами захвата нейтронов и бета-распадов (г-процесс), приводящих к существенному изменению ядерного состава вещества. При этом также излучаются нейтрино, но и выделяется энергия соответствующих ядерных преобразований. Наши предварительные off-line расчеты (Панов, Юдин, 2020) на фиксированных треках показывают перспективность и потенциальную важность этих процессов, которые, безусловно, также нужно будет подробно исследовать в будущем.

В-третьих, следует помнить об известной идеализированности нашей постановки задачи. В реальности НЗ малой массы входит в состав двойной системы. В результате перетекания вещества она не только теряет массу, но и нагревается вследствие приливного взаимодействия с компаньоном. Кроме того, как показывают наши предварительные расчеты, устойчивость процесса перетекания теряется не при  $M_2 = M_{\min} \sim 0.1M_{\odot}$ , а при  $M_2 \sim 0.2M_{\odot}$ . Остаток массы звезда теряет на быст-

ром гидродинамическом масштабе времени, и начальная конфигурация для взрыва НЗММ может заметно отличаться от сферически-симметричной уже вследствие влияния гравитации массивного компаньона (Мануковский, 2010). Расчет взрыва НЗММ в указанной постановке представляет собой сложную трехмерную задачу, имеющую важное самостоятельное значение.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 18-29-21019мк). Автор благодарен анонимным рецензентам, чьи замечания существенно способствовали улучшению данной статьи.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### СОХРАНЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ЗВЕЗДЕ

Полученные нами релятивистские уравнения выглядят необычно в отношении того, как в них входят члены с фиктивной вязкостью  $Q$ . Обычно введение последней сводится фактически к аддитивной добавке к давлению:  $P \rightarrow P + Q$ . Однако в нашем случае есть также дополнительный вклад в уравнение движения (последний член в (31)). Кроме того, правая часть уравнения энергии (24) не сводится к виду  $Q/\rho_b^2(d\rho_b/dt)$  из-за члена  $r^3$  под логарифмом. Продемонстрируем, что, тем не менее, наши формулы вполне самосогласованны. Будем работать в нерелятивистском пределе. Умножим уравнение (31) на  $v$  и проинтегрируем по  $m_b$  по всей звезде. Справа получим член

$$\frac{1}{2} \int \frac{dv^2}{dt} dm_b = \frac{dE_{\text{kin}}}{dt}, \quad (1)$$

т.е. полную производную по времени от кинетической энергии. Гравитационное ускорение (20)

в рассматриваемом пределе есть просто  $a_G = -Gm_b/r^2$ . Его интеграл есть

$$-\int \frac{vGm_b dm_b}{r^2} = \int \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \right) Gm_b dm_b = -\frac{dE_{\text{grav}}}{dt}, \quad (2)$$

где  $E_{\text{grav}}$  — гравитационная энергия. Следующий член в (31) интегрируем по частям:

$$\begin{aligned} -\int 4\pi r^2 v \frac{\partial(P+Q)}{\partial m_b} dm_b &= \\ &= \int (P+Q) \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_b} \right) dm_b. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение энергии (24) может быть переписано в эквивалентном виде

$$(P+Q) \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_b} \right) = -\frac{dE}{dt} + \frac{3Qv}{r\rho_b}. \quad (4)$$

Подставив это выражение в (3), получим, что второй член справа в (4) сокращается с последним членом в уравнении движения (31) при интегрировании. Остается только полная производная от внутренней энергии звезды  $E_{\text{int}} = \int E dm_b$ . Таким образом, мы получили закон сохранения полной энергии звезды в виде  $dE_{\text{tot}}/dt = 0$ , где  $E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{grav}} + E_{\text{int}}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аббот и др. (B.P. Abbott, et al.), *Astrophys. J. Lett.* **848**, L:12 (2017).
2. Блинников и др. (S.I. Blinnikov, I.D. Novikov, T.V. Perevodchikova, and A.G. Polnarev), *Sov. Astron. Lett.* **10**, 177 (1984).
3. Блинников и др. (S.I. Blinnikov, V.S. Imshennik, D.K. Nadyozhin, I.D. Novikov, T.V. Perevodchikova, and A.G. Polnarev), *Sov. Astron.* **34**, 595 (1990).
4. Блинников С.И., Надёжин Д.К., Крамарев Н.И., Юдин А.В., *Астрон. журн.* **98**, 379 (2021).
5. Вайнберг 2000 (S. Weinberg), *Гравитация и Космология* (Изд-во: ПЛАТОН, 2000).
6. Кларк, Эрдли (J.P.A. Clark and D.M. Eardley), *Astrophys. J.* **215**, 311 (1977).
7. Либендорфер и др. (M. Liebenoerfer, A. Mezzacappa, and K.-F. Thielemann), *Phys. Rev. D* **63**, 104003 (2001).
8. Мануковский К.В., *Письма в Астрон. журн.* **36**, №3 (2010) [K.V. Manukovskii, *Astron. Lett.* **36**, 191 (2010)].
9. Панов И.В., Юдин А.В., *Письма в Астрон. журн.* **46**, 552 (2020) [I.V. Panov, A.V. Yudin, *Astron. Lett.* **46**, 518 (2020)].
10. Сигель (D.M. Siegel), *Euror. Phys. J. A* **55**, 203 (2019).
11. Сумиоши и др. (K. Sumiyoshi, S. Yamada, H. Suzuki, and W. Hillebrandt), *Astron. Astrophys.* **334**, 159 (1998).
12. Хванг, Ноа (J. Hwang and H. Noh), *Astrophys. J.* **833**, 180 (2016).
13. П. Хензель и др. (P. Haensel, A.Y. Potekhin, and D.G. Yakovlev), *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure* (Springer, New York, 2007).
14. Хензель, Потехин (P. Haensel, A.Y. Potekhin), *Astron. Astrophys.* **428**, 191 (2004).