

СТАБИЛИЗАЦИЯ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА В ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ ЗА СЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ

© 2022 г. Д. В. Шиманчук^{1*}, А. С. Шмыров¹, В. А. Шмыров¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 26.06.2022 г.

После доработки 26.06.2022 г.; принята к публикации 03.08.2022 г.

Рассматривается управляемое движение солнечного паруса, при этом управляющим параметром является отражательная способность. Исследуются уравнения управляемого орбитального движения солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации системы Солнце–Земля. Для описания управляемого орбитального движения солнечного паруса используется модель круговой ограниченной задачи трех тел системы Солнце–Земля. Построены законы изменения отражательной способности для обеспечения удержания солнечного аппарата в окрестности точки либрации при помощи сил светового давления, и дана оценка области управляемости. Законы управления, построенные для линеаризованной модели уравнений орбитального движения, переносятся на нелинейный случай. Предложенная методика построения управлений расширяет возможности при решении задач стабилизации движения в окрестности коллинеарной точки либрации, где сила светового давления может иметь существенную эффективность. Представлено численное моделирование управляемого движения.

Ключевые слова: ограниченная задача трех тел, солнечный парус, орбитальное движение, коллинеарная точка либрации, инвариантное многообразие, отражательная способность, управление, устойчивость.

DOI: 10.31857/S032001082208006X

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на свойство неустойчивости (Маркев, 1978), использование окрестности коллинеарной точки либрации (L_1 или L_2) системы Солнце–Земля уже давно имеет практическое значение в связи с проектами, реализуемыми NASA, ESA и др. При этом использование таких экзотических систем движителей, как солнечный парус, может оказаться весьма эффективным в силу фундаментальных особенностей движения в окрестностях этих точек.

Исследования управляемого движения космического аппарата (КА) с солнечным парусом в окрестности коллинеарной точки либрации ведутся со второй половины двадцатого века (Лукиянов, 1981), по вопросам стабилизации орбитального движения можно отметить работы (Буклесс, Маккиннес, 2008; Назиров и др., 2013), в работе (Новикова и др., 2005) представлен технический подход

по реализации возможности изменения отражательной способности солнечного паруса. Следует заметить, что в этих работах управление орбитальным движением реализуется как за счет ориентации солнечного паруса, так и изменения его отражательной способности. В работе (Шиманчук и др., 2020) представлены результаты по разработке системы автоматического удержания КА с солнечным парусом вблизи точки либрации. Результаты работы (Шиманчук и др., 2021) связаны с оценкой эффективного использования отражательной способности паруса в задаче удержания КА с солнечным парусом вблизи точки либрации, а также с вопросами определения качественных характеристик в задачах маневрирования при использовании окрестности коллинеарных точек либрации.

Не вдаваясь в технические детали, можно, однако, утверждать, что управление за счет изменения отражательной способности гораздо проще (с технической точки зрения), чем, например, изменение ориентации. Особенно, если речь идет об отражающей поверхности большой площади. Конечно, при

* Электронный адрес: d.shimanchuk@spbu.ru

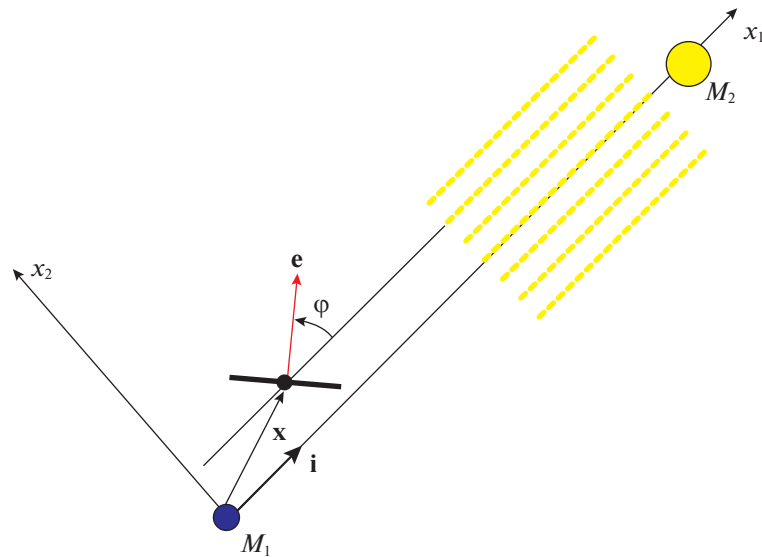


Рис. 1. Солнечный парус во вращающейся системе координат $Ox_1x_2x_3$.

таким способе управления несколько уменьшается эффективность солнечного паруса, которая и так невелика, поскольку силы светового давления обычно весьма малы по сравнению с гравитационными. Мы, однако, покажем, что по крайней мере в задаче стабилизации орбитального движения КА в окрестности L_1 переход к управлению за счет изменения отражательной способности не слишком снижает эффективность солнечного паруса.

В настоящем исследовании представлены результаты построения законов управления отражательной способностью паруса с целью удержания КА вблизи точки либрации при фиксированной ориентации паруса относительно набегающего потока фотонов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под солнечным парусом будем понимать КА с установленной и развернутой отражающей поверхностью, которая, поглощая и отражая солнечный свет, сообщает КА управляющее ускорение. Предполагаем, что солнечный парус движется таким образом, что орт вектора нормали \mathbf{e} паруса все время параллелен плоскости эклиптики (рис. 1). В этом случае можно принять, что управляющее ускорение также будет лежать в плоскости, параллельной плоскости эклиптики. Уравнения управляемого движения КА с солнечным парусом во вращающейся системе координат при использовании приближения Хилла для солнечного потенциала

могут быть представлены в виде (Шиманчук и др., 2021)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = -\frac{3x_1}{|\mathbf{x}|^3} + 2x_1 + y_2 - \\ - 2k\frac{pS}{m}\cos^3\varphi - (1-k)\frac{pS}{m}\cos\varphi, \\ \dot{y}_2 = -\frac{3x_2}{|\mathbf{x}|^3} - x_2 - y_1 - \\ - 2k\frac{pS}{m}\cos^2\varphi\sin\varphi, \\ \dot{y}_3 = -\frac{3x_3}{|\mathbf{x}|^3} - x_3, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ — вектор координат КА, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ — вектор сопряженных импульсов, центр инерции Земли совпадает с началом системы координат, а ось Ox_1 направлена вдоль оси, соединяющей центры масс Земли и Солнца; p — давление солнечного света; S — площадь паруса; m — масса КА с солнечным парусом; k — коэффициент отражательной способности паруса, удовлетворяющий ограничениям $0 \leq k \leq 1$ (при $k = 1$ имеем случай идеально отражающей поверхности паруса, при $k = 0$ — случай абсолютно черной поверхности); φ — угол между осью Ox_1 и вектором нормали паруса \mathbf{e} . Если $\varphi = \pm\pi/2$, то движение КА — неуправляемое, а саму систему (1) будем называть неуправляемой. В принятой модели единицы времени и расстояния выбраны таким образом, что единица расстояния приблизительно равна 10^{-2} а.е., а единица времени — 58.0916 сут

(год, деленный на 2π). Точки либрации L_1 и L_2 во вращающейся системе неподвижны и имеют координаты $\mathbf{x}^* = (1, 0, 0)$, $\mathbf{y}^* = (0, 1, 0)$ и $\mathbf{x}^{**} = (-1, 0, 0)$, $\mathbf{y}^{**} = (0, -1, 0)$ соответственно.

Неуправляемая система (1) ($\cos \varphi = 0$) — гамильтонова с Гамильтонианом

$$H = \frac{|\mathbf{y}|^2}{2} - \frac{3}{|\mathbf{x}|} - \frac{3x_1^2}{2} + \frac{|\mathbf{x}|^2}{2} + x_2y_1 - x_1y_2. \quad (2)$$

Гамильтониан (2) на траекториях движения неуправляемой системы (1) сохраняет свое значение, т.е. является интегралом для системы (1). Это свойство можно использовать для оценки точности численного интегрирования.

При постоянном значении угла φ и изменении отражательной способности уравнения (1) описывают управляемое движение КА с солнечным парусом, где k является управляющим параметром. Именно этот случай исследуется в данной работе: пусть солнечный парус движется согласно (1) с заданными характеристиками m , S в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 или L_2 , когда $k \in [0, 1]$, φ — константа. Требуется определить закон изменения отражательной способности паруса с целью его удержания в окрестности точки либрации.

Исследуется вопрос возможностей солнечного паруса в задаче управляемого движения КА в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 или L_2 . Предлагаются законы изменения величины отражательной способности, которые обеспечивают удержание солнечного паруса в окрестности точки либрации. Эти законы получены как решение задачи оптимального демпфирования специальной функции от фазовых переменных (координат и сопряженных импульсов) — “функции опасности” (Шиманчук и др., 2020, 2021). Смысл такого управления заключается в том, что фазовая траектория переводится на инвариантное многообразие неуправляемой системы, в малой окрестности которого КА может оставаться длительное время без управляющего воздействия. Такое управление существует не при всех начальных значениях, поэтому в работе дается оценка области управляемости.

ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

Система линеаризованных уравнений неуправляемой системы (1) в окрестности коллинеарной

точки либрации L_1 имеет вид (Шмыров, 2005)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = 8(x_1 - 1) + (y_2 - 1), \\ \dot{y}_2 = -4x_2 - y_1, \\ \dot{y}_3 = -4x_3, \end{cases} \quad (3)$$

а в окрестности L_2 :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = 8(x_1 + 1) + (y_2 + 1), \\ \dot{y}_2 = -4x_2 - y_1, \\ \dot{y}_3 = -4x_3. \end{cases} \quad (4)$$

Матрицы неуправляемых линеаризованных систем (3), (4) имеют одинаковый спектр (Шмыров, 2005):

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm\sqrt{1 + 2\sqrt{7}} = \pm l, \\ \lambda_{3,4} &= \pm i\sqrt{2\sqrt{7} - 1} = \pm i\omega_e, \\ \lambda_{5,6} &= \pm 2i = \pm i\omega_n. \end{aligned}$$

Из положительности собственного значения $\lambda_1 = \sqrt{1 + 2\sqrt{7}}$ следует неустойчивость координат точек либрации L_1 , L_2 , т.е. координаты коллинеарных точек либрации — неустойчивые положения равновесия типа седло, центр, центр.

Важной характеристикой поведения решения как систем (3), (4), так и самой нелинейной системы (1) в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 или L_2 , является линейная форма фазовых переменных — функция опасности (Шиманчук и др., 2020, 2021):

$$d_1 = \mathbf{a}_1 \mathbf{z},$$

$$\text{где } \mathbf{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{[(l^2 + 3)/l]^2 + 4}} \left(l^2 + 5; \frac{l^2 - 3}{l}; 0; \frac{l^2 + 3}{l}; \right.$$

$2; 0$) — собственный вектор-строка матрицы неуправляемой линейной системы, соответствующий собственному значению l , $\mathbf{z} = (x_1 \mp 1, x_2, x_3, y_1, y_2 \mp 1, y_3)$ — вектор столбец, где верхний знак (нижний знак) соответствует окрестности коллинеарной точки либрации L_1 (L_2). Вектор \mathbf{a}_1 определяется с точностью до множителя, для определенности положили, что его первая, четвертая и пятая компоненты удовлетворяют условиям:

$$a_{11} > 0, \quad a_{14}^2 + a_{15}^2 = 1. \quad (5)$$

На траекториях неуправляемой линеаризованной системы (3) и (4) поведение функции опасности как функции времени описывается экспонентой:

$$d_1(t) = ce^{lt},$$

где c — действительное число, определяемое начальными данными.

У линейных неуправляемых систем уравнений (3) и (4) имеется инвариантное 5-мерное многообразие (гиперплоскость), заполненное ограниченными траекториями, асимптотически приближающимися к двухчастотным колебаниям с частотами ω_e и ω_n . Это многообразие определяется уравнением

$$d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0.$$

В общем случае, учитывая (5), для неуправляемой нелинейной системы (1) знак функции опасности определяет направление ухода КА из окрестности коллинеарной точки либрации: движению к Солнцу из окрестности L_1 соответствует траектория с $d_1 > 0$, а движению к Земле — траектория с $d_1 < 0$; движению к Земле из окрестности L_2 соответствует траектория с $d_1 > 0$, а движению от направления к Земле — траектория с $d_1 < 0$. Этот результат получен из численных экспериментов. Для управляемой линеаризованной системы уравнений движения (3) или (4) поведение функции опасности d_1 на траекториях описывается уравнением (Шиманчук и др., 2021)

$$\dot{d}_1 = ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \varphi), \quad (6)$$

где $f(k, \varphi) = \cos \varphi [k \cos \varphi \sin(\varphi + \varphi_0) + (1 - k) \times (a_{14}/2)]$, $\varphi_0 = \arctg[(l^2 + 3)/2l] \approx 1.076$ рад.

Уравнение (6) позволяет строить управления по методу оптимального демпфирования функции опасности. Эти управления могут использоваться как для стабилизации (Шиманчук и др., 2020), так и для маневрирования (Шиманчук и др., 2021).

ПОСТРОЕНИЕ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

При решении задачи удержания (стабилизации) важно, чтобы в конечном счете значение функции опасности не слишком отличалось от нуля. Поэтому управляющий параметр k выбираем так, чтобы правая часть (6) была положительной, если $d_1 < 0$, и отрицательной, если $d_1 > 0$. Однако сделать это не всегда возможно. Мы опишем области фазового пространства, в которых этот выбор возможен. Эти области приближенно описывают области управляемости при решении задачи удержания и дают представление о возможностях солнечного паруса.

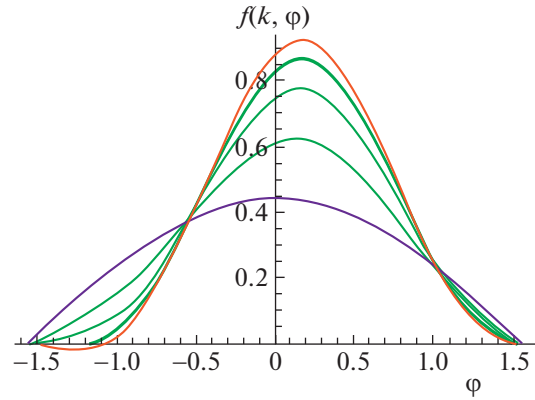


Рис. 2. Графики функции $f(k, \varphi)$: $k = 1$ (красная кривая), $k = 0.9, 0.88, 0.7, 0.4$ (зеленые кривые), $k = 0$ (синяя кривая).

Прежде всего отыщем максимум и минимум функции $f(k, \varphi)$ по k при некоторых фиксированных значениях φ (см. табл. 1). Из табл. 1 видно, что минимум и максимум значения функции $f(k, \varphi)$ достигаются при предельных допустимых значениях коэффициента k .

Из рис. 2 видно, что эффективность управления в области $d_1 < 0$ уменьшается при уменьшении коэффициента k , т.е. сама возможность управления в области $d_1 < 0$ обеспечивается достаточно высокой отражающей способностью паруса, поскольку при $k \leq k_{cr} \approx 0.88$ функция $f(k, \varphi) \geq 0$ для любого $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$. Здесь также можно заметить, что имеются такие значения угла φ : -0.537866 и 1.03293 , для которых $f(k, \varphi)$ равняется соответственно 0.377847 и 0.225398 при любом значении $k \in [0, 1]$, что характеризует ограниченность использования в задачах удержания только отражательной способности солнечного паруса при этих или близким к ним значениям угла ориентации.

Пусть рассматривается случай движения паруса в окрестности точки либрации L_1 или L_2 , тогда для удержания паруса в области $d_1 < 0$ из равенства (6) и условия оптимального демпфирования функции опасности необходимо, чтобы максимальное значение скорости изменения функции опасности было положительным, т.е.

$$ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \varphi) > 0, \quad (7)$$

где $\varphi \in (-\pi/2, \varphi_0^*)$, φ_0^* — значение угла φ из интервала $(-\pi/2, \pi/2)$: $f(k, \varphi_0^*) = 0$. Это условие может быть обеспечено, если отражательная способность паруса может принимать значения $k > k_{cr}$, иначе управление с целью удержания в области $d_1 < 0$ не представляется возможным.

Аналогично для удержания солнечного паруса в области $d_1 > 0$ — скорость изменения функции

Таблица 1. Значения параметра отражательной способности k , которые обеспечивают экстремум функции $f(k, \varphi)$ (\hat{k} — максимум, \check{k} — минимум), при фиксированных значениях угла φ

N	φ	\hat{k}	\check{k}
1	-1.24375	0	1
2	-0.537866	—	—
3	0	1	0
4	0.168016	1	0
5	1.03293	—	—

опасности должна быть отрицательной, т.е.

$$ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \varphi) < 0, \quad (8)$$

где $\varphi \in (\varphi_0^*, \pi/2)$.

В строках 1 и 4 табл. 1 значения угла φ соответствуют условию оптимального демпфирования функции опасности для случая паруса с идеальной отражательной способностью $k = 1$. Если условия (7), (8) не выполняются для произвольного $k \in [0, 1]$ при любом фиксированном φ , что во многом обусловлено начальными данными и характеристикой солнечного паруса — парусностью S/m , то солнечный парус будет просто уходить из окрестности коллинеарной точки либрации L_1 к Земле или к Солнцу, для окрестности L_2 — от Земли или к Земле.

Из условий (7) и (8) можно получить оценку снизу и сверху для значения функции опасности, а следовательно, и оценку области управляемости для задачи стабилизации орбитального движения в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 или L_2 :

$$d_1^{\min} \leq d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq d_1^{\max},$$

где, как видно из графиков рис. 2, при $\varphi \in (-\pi/2, -0.537866) \cup (1.03293, \pi/2)$

$$d_1^{\min} = \frac{2pS}{ml}f(1, \varphi), \quad d_1^{\max} = \frac{2pS}{ml}f(0, \varphi),$$

а при $\varphi \in (-0.537866, 1.03293)$

$$d_1^{\min} = \frac{2pS}{ml}f(0, \varphi), \quad d_1^{\max} = \frac{2pS}{ml}f(1, \varphi).$$

Определим параметр k как функцию от d_1 . Для этого зададим некоторые действительные числа δ и κ :

$$d_1^{\min} < \delta < d_1^{\max}, \quad \kappa > 0,$$

и определим вспомогательную функцию $\sigma(d_1)$ на основании логической функции сигмоида:

$$\sigma(d_1) = \frac{1}{1 + e^{-\kappa(d_1 - \delta)}}. \quad (9)$$

Режим изменения отражательной способности паруса в зависимости от функции опасности, учитывая (9), при $\varphi \in (-\pi/2, -0.537866) \cup (1.03293, \pi/2)$ запишем в виде

$$k(d_1) = 1 - \sigma(d_1), \quad (10)$$

а при $\varphi \in (-0.537866, 1.03293)$ — в виде

$$k(d_1) = \sigma(d_1). \quad (11)$$

В работе (Малявкин и др., 2017) дано аналитическое представление собственной функции дифференциального оператора, определяемого скобкой Пуассона. Линейная часть этой собственной функции была названа функцией опасности и часто использовалась для построения управляющего воздействия по принципу оптимального демпфирования. В настоящей работе мы также используем квадратичные члены аналитического представления собственной функции. Тогда можно сказать, что функция опасности, учитывая величины второго порядка малости, имеет вид

$$\begin{aligned} d_{12} = & d_1 - 0.00511586(x_1 - 1)^2 + \quad (12) \\ & + 0.84045(x_1 - 1)x_2 + 0.206027(x_1 - 1)y_1 + \\ & + 0.462986(x_1 - 1)(y_2 - 1) + 1.06677x_2^2 + \\ & + 0.16289x_2y_1 + 0.522383x_2(y_2 - 1) + \\ & + 1.01211x_3^2 + 0.355268x_3y_3 - \\ & - 0.0205513y_1^2 - 0.0203475y_1(y_2 - 1) + \\ & + 0.167852(y_2 - 1)^2 + 0.141638y_3^2. \end{aligned}$$

Собственная функция дифференциального оператора обращается в нуль на инвариантном 5-мерном многообразии (в линейном случае таким многообразием являлась 5-мерная гиперплоскость, определяемая функцией опасности). Мы управляем изменением отражательной способности так, чтобы траектория оказалась возможно ближе к этому инвариантному многообразию.

Далее, для фиксированной ориентации паруса при $\varphi = 0$ и $\varphi = 0.168016$ приведем численные примеры управляемого движения.

ПРИМЕР УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ

Проведем компьютерное моделирование движения солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 . Для моделирования движения используем параметры солнечного паруса $m = 300$ кг, $S = 225$ м². Выбор начальных данных

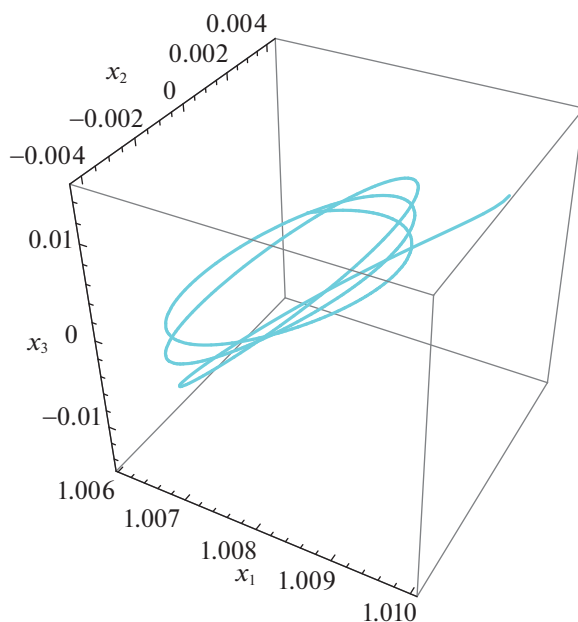


Рис. 3. Траектория управляемого движения КА с солнечным парусом на промежутке 1.5 года при $\varphi = 0$.

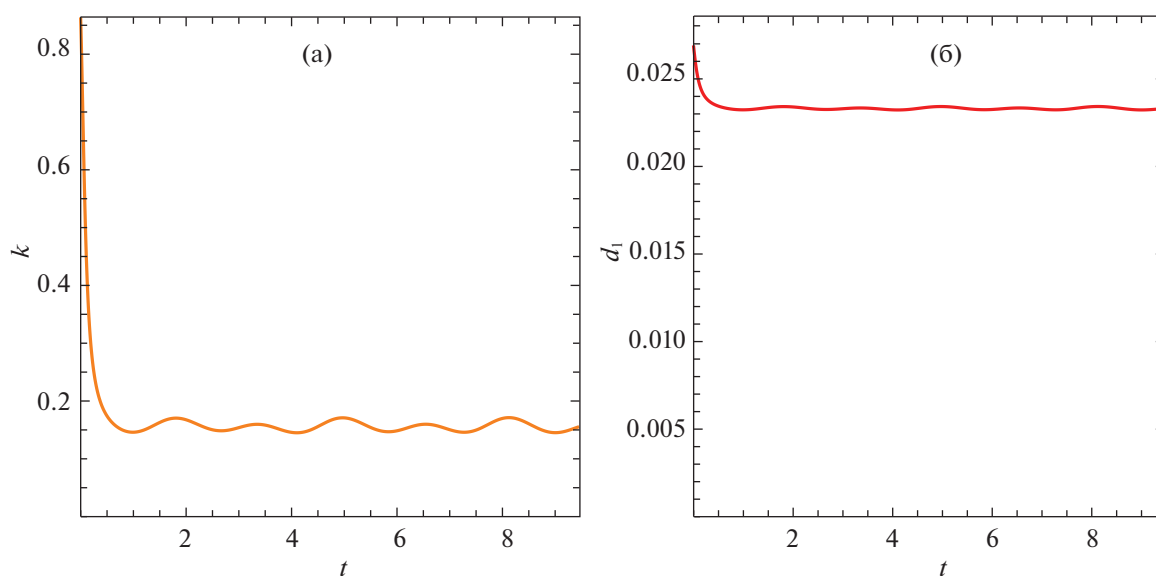


Рис. 4. График значения параметра отражательной способности паруса (а) и график значения функции опасности на траектории движения паруса (б) при $\varphi = 0$.

для отработки управляющего воздействия с точностью до линейного приближения при $\varphi = 0$ будет обуславливаться областью управляемости, определяемой неравенством $0.01089 < \delta < 0.04035$.

На рис. 3 и 4 приведены результаты численного моделирования управляемого движения солнечного паруса с начальными данными $x_{10} = 1.01$, $x_{20} = 0$, $x_{30} = 0.015$, $y_{10} = 0$, $y_{20} = 1$, $y_{30} = 0$ на промежутке времени 1.5 года, при этом $\delta = 0.025$ и $\kappa = 10^3$. Заметим, что в начальный момент КА удален от L_1 по оси x_1 на 1.5×10^4 км и нахо-

дится над плоскостью эклиптики на расстоянии 2.25×10^4 км. На рис. 3 представлена траектория управляемого движения солнечного паруса. На рис. 4 представлены графики значений параметра k и функции опасности при управляемом движении паруса.

Из рис. 3 видно, что траектория управляемого движения состоит из двух этапов. Первый этап — переходный, который характеризуется временем порядка 1.2 мес. На этом этапе значение параметра k меняется от 0.860837 до 0.158. Второй

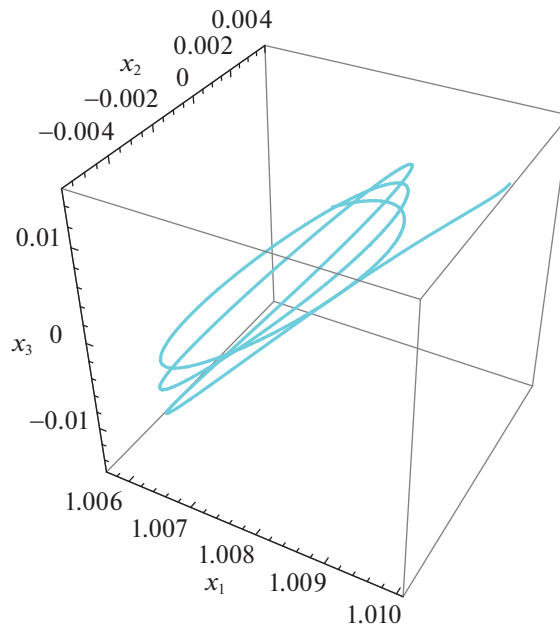


Рис. 5. Траектория управляемого движения КА с солнечным парусом на промежутке 1.5 года при $\varphi = 0.168016$.

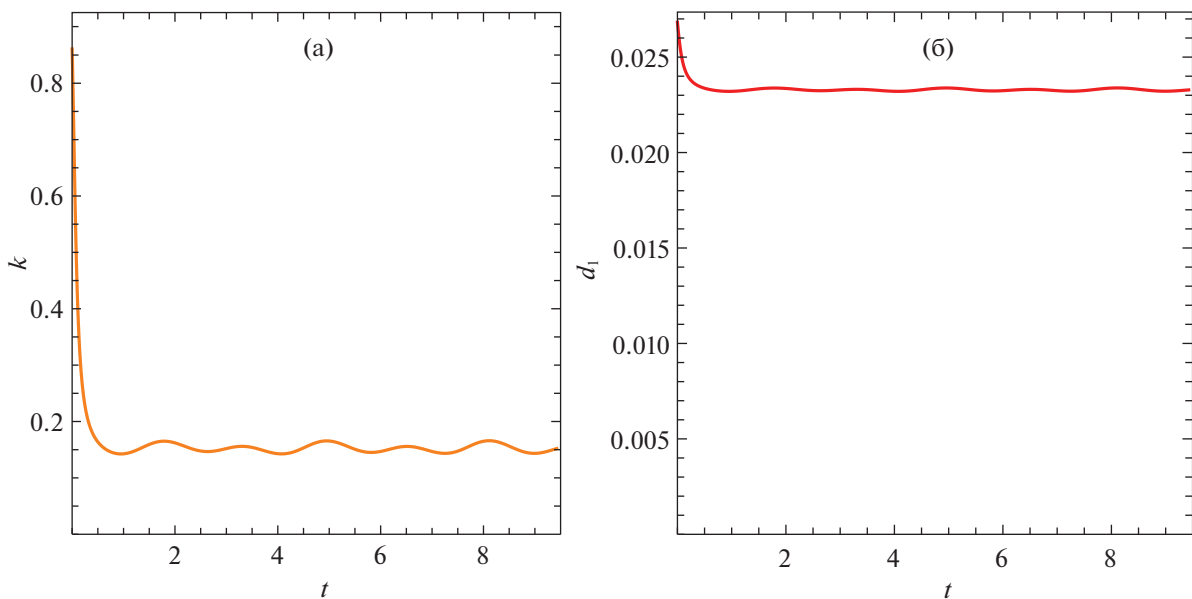


Рис. 6. График значения параметра отражательной способности паруса (а) и график значения функции опасности на траектории движения паруса (б) при $\varphi = 0.168016$.

этап — установившееся движение, которому отвечает дальнейшее время движения. На этом этапе значение параметра k колеблется около значения 0.158, амплитуда колебаний порядка 0.012.

Результаты численного моделирования управляемого движения солнечного паруса с аналогичными начальными данными и параметрами управления при $\varphi = 0.168016$ на промежутке времени 1.5 года приведены на рис. 5 и 6. Область управляемости определяется неравенствами

$0.01074 < \delta < 0.04221$. На рис. 5 представлена траектория управляемого движения солнечного паруса. На рис. 6 представлены графики значений параметра k и функции опасности при управляемом движении паруса.

Аналогично рис. 3, движение на рис. 5 можно охарактеризовать двумя этапами. Переходному этапу на промежутке времени порядка 1.2 мес отвечает изменение значения параметра от 0.860837 до 0.154. На установившемся этапе, которому отвеча-

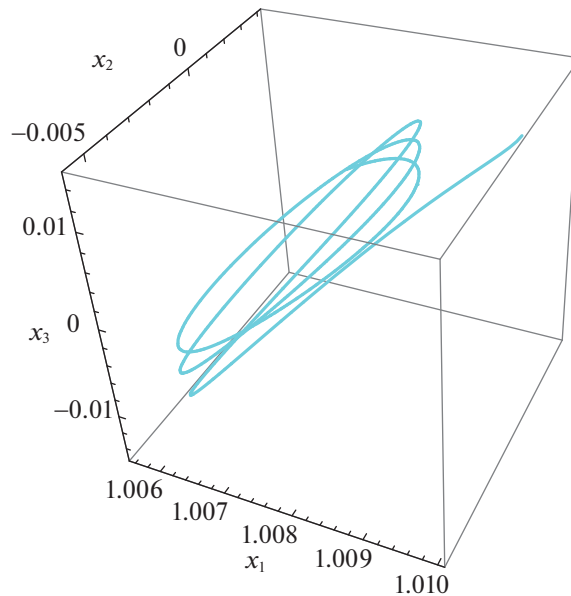


Рис. 7. Траектория управляемого движения КА с солнечным парусом на промежутке 1.5 года при $\varphi = 0.168016$.

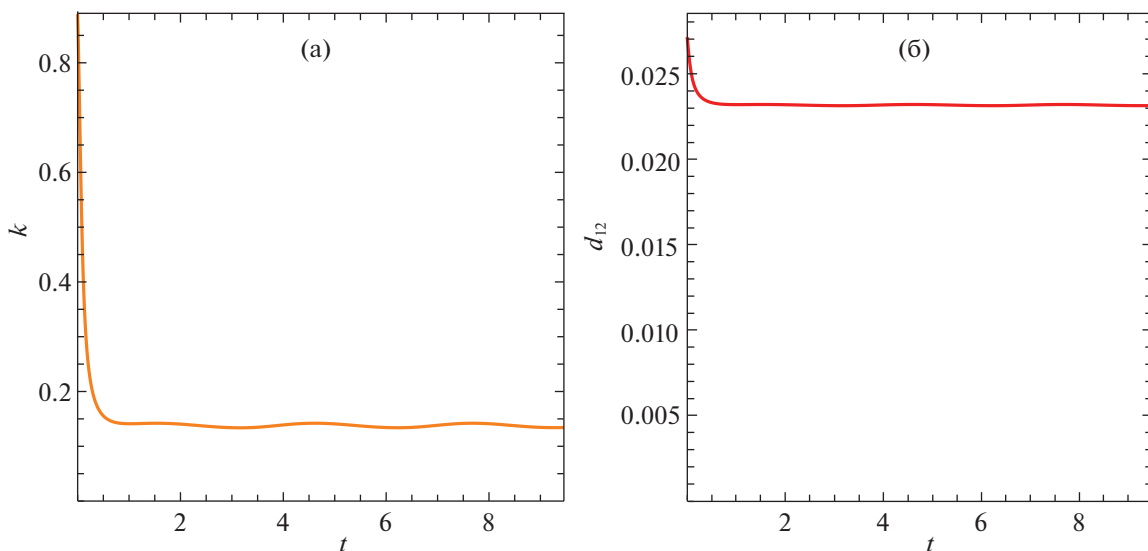


Рис. 8. График значения параметра отражательной способности паруса (а) и график значения функции опасности на траектории движения паруса (б) при $\varphi = 0.168016$.

ет дальнейшее время движения, значение параметра k колеблется около 0.154, амплитуда колебаний около 0.012. Заметим, что наличие этих колебаний связано с нелинейностью модели движения. Так, если в законе изменения отражательной способности паруса использовать вместо функции опасности функцию d_{12} (12), то в примере управляемого движения при $\varphi = 0.168016$ получим результаты численного моделирования, которые представлены на рис. 7, 8. Здесь переходному этапу также соответствует промежуток времени около 1.2 мес, где происходит изменение значения параметра от 0.885894 до 0.138. На установившемся этапе зна-

чение параметра k колеблется около 0.138, амплитуда колебаний порядка 0.004, т.е. использование квадратичного приближения для собственной функции существенно уменьшает амплитуду колебаний.

Таким образом, из результатов компьютерного моделирования управляемого движения солнечного паруса в точке либрации L_1 следует, что с помощью солнечного паруса можно обеспечить удержание КА в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 при условиях (7), (8). По результатам численного моделирования также видно, что время переходного процесса зависит от параметра κ , а

установившемуся процессу будут отвечать колебания параметра отражательной способности паруса относительно некоторого значения, которое зависит от параметра управления δ . Заметим также, что характеристика области управляемости (величина отрезка возможных значений параметра δ) при $\varphi = 0$ на 6.4% меньше области управляемости при $\varphi = 0.168016$, что для рассматриваемого случая использования отражательной способности паруса является весьма несущественным отличием, чего нельзя сказать о методе, в котором управляющий параметр — ориентация паруса (Шиманчук, 2017). Наконец, использование аналитического представления собственной функции позволяет уменьшить амплитуду колебаний величины отражательной способности паруса в установившемся режиме движения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный подход позволяет получить управление в форме обратных связей (10) или (11), которое решает задачу удержания КА вблизи коллинеарной точки либрации за счет изменения отражательной способности солнечного паруса. Данный подход является альтернативным и менее жестким по сравнению с подходами, изложенными в работах по удержанию солнечного аппарата вблизи точки либрации через изменение ориентации. При этом показано, что принцип построения управления, изложенный в (Малявкин и др., 2017), может быть реализован и в данном случае. Важно отметить, что в численных примерах были рассмотрены случаи величин парусности (S/m), которые соответствуют парусу из реализованного проекта IKAROS (2014) и на порядок меньше парусности аппарата стандарта CubeSat из реализованного проекта LightSail-2 (2019). Построенные законы управления показали свою эффективность при использовании более общей модели орбитального движения — управляемой модели круговой ограниченной задачи трех тел.

Представленное исследование связано с вопросом удержания КА вблизи коллинеарной точки либрации, однако, оно имеет приложение к решению задачи стабилизации орбитального движения

КА с солнечным парусом относительно некоторой номинальной орбиты в окрестности коллинеарной точки либрации. Такая задача возникает, например, в проектах SRG (ROSCOSMOS, DLR) или JWST (NASA, ESA, CSA). Ввиду наличия номинальной орбиты движения КА решение данного вопроса требует разработки новых алгоритмов управления на базе математического аппарата представленного в данной статье. Эффективность этих алгоритмов следует проверять с помощью численного моделирования в каждом конкретном случае.

Исследование выполнено в рамках проекта Санкт-Петербургского государственного университета ID 93024916.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буклесс, Макиннес (J. Bookless and C. McInnes), Acta Astronautica **62**, 159 (2008).
2. Лукьянов С.С., Космич. исслед. **19**, 518 (1981).
3. Малявкин Г.П., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Вестн. СПбГУ. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления **13**, 102 (2017).
4. Маркеев А.П., *Точки либрации в небесной механике и космодинамике* (М.: Наука, 1978).
5. Назиров Р.Р., Эйсмонт Н.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В., Федоренко А.Н., Вестн. машиностроения, 2013. 50 с.
6. Новиков и др. (D.I. Novikov, R.R. Nazirov, and N.A. Eismont), Selected Proceed. of the 5th Inter. Symp. Inter. Acad. Astronautics, Berlin, April 4–8 2005, 2005. p. 1–5.
7. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Письма в астрон. журн. **46**, 193 (2020) [D.V. Shymanchuk, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov, Astron Lett. **46**, 185 (2020)].
8. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Письма в астрон. журн. **47**, 733 (2021) [D.V. Shymanchuk, A.S. Shmyrov, V.A. Shmyrov, Astron. Lett. **47**, 710 (2021)].
9. Шиманчук Д.В., Вестн. СПбГУ. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления **13**, 147 (2017).
10. Шмыров В.А., Вестн. СПбГУ. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления **2**, 193 (2005).