

# НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ С МАКСИМАЛЬНОЙ МАССОЙ — КЛЮЧ К ФИЗИКЕ СВЕРХПЛОТНОГО ВЕЩЕСТВА

© 2023 г. Д. Д. Офенгейм<sup>1,2\*</sup>, П. С. Штернин<sup>2</sup>, Ц. Пирани<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Еврейский университет г. Иерусалима, Иерусалим, Израиль

<sup>2</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 18.09.2023 г.

После доработки 13.10.2023 г.; принята к публикации 20.10.2023 г.

Предложена универсальная аппроксимация уравнения состояния сверхплотного вещества в недрах нейтронных звезд. Она содержит всего два параметра — давление и плотность в центре максимально массивной нейтронной звезды. Применимость этой аппроксимации подтверждена на широком наборе самых разных уравнений состояния, включающих как барионные, так и гибридные типы моделей. В совокупности с недавно обнаруженными корреляциями внутренних (плотность, давление и скорость звука в центре) и внешних (масса, радиус) свойств максимально массивной нейтронной звезды эта аппроксимация оказывается эффективным инструментом для определения уравнения состояния сверхплотного вещества с помощью астрофизических наблюдений.

*Ключевые слова:* нейтронные звезды, сверхплотная материя, уравнение состояния.

**DOI:** 10.31857/S0320010823100054, **EDN:** MTLFP0

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Определение уравнения состояния сверхплотного вещества — одна из центральных задач астрофизики нейтронных звезд (НЗ) (Хэнсель и др., 2007). Естественным подходом к решению этой задачи является получение наблюдательных ограничений на физические характеристики НЗ, такие как масса  $M$ , радиус  $R$ , момент инерции  $I$  и т.п., и сравнение этих ограничений с предсказаниями теории строения НЗ (Латтимер, 2021). На этом пути, как правило, задаются определенной микрофизической моделью, позволяющей рассчитать уравнение состояния, и, сравнивая результаты моделирования структуры НЗ с наблюдениями, ограничивают параметры исходной модели.

Однако свойства вещества при плотностях, существенно превышающих плотность ядерной материи ( $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>), практически невозможно исследовать в земных лабораториях. При построении моделей такого вещества приходится опираться на экстраполяции различных методов и подходов, зарекомендовавших себя при менее экстремальных условиях. Такого рода экстраполяции основываются на самых разных представлениях о микрофизике сверхплотной ядерной материи. Как следствие, на “астрофизическом рынке” представлено огромное количество различных уравнений

состояния, на первый взгляд совершенно не похожих друг на друга (см. далее раздел 2).

В этой связи представляет интерес выявление универсальных соотношений между параметрами НЗ, которые слабо зависят от конкретных микрофизических моделей (см., например, Латтимер, Пракаш, 2001; Бейгер, Хэнсель, 2002; Яги, Юнес, 2013а,б; Жанг, Яги, 2020; Офенгейм, 2020; Цаи и др., 2023). Такие соотношения призваны единым образом описать сочетания характеристик НЗ, встречающиеся в рамках различных подходов к моделированию сверхплотного вещества. Их удобно использовать для интерпретации наблюдений: ограничения на возможные сочетания параметров звезд получают модельно-независимыми. Развитие данного подхода и посвящена настоящая работа.

Многие наблюдаемые свойства НЗ ( $M$ ,  $R$  и т.п.) определяются решением задачи гидростатического равновесия звезды, т.е. системы уравнений Толмана—Оппенгеймера—Волкова (Толман, 1939; Оппенгеймер, Волков, 1939). Для замыкания этой системы необходимо также задать связь между давлением и плотностью,  $P = P(\rho)$ . Она полностью определяется уравнением состояния (Хэнсель и др., 2007) и взаимно однозначно соответствует кривой  $M - R$  НЗ (Линдблом, 1992). То есть, если каким-то образом точно определить соотношение  $M - R$ , задача отыскания уравнения

\*Электронный адрес: ddofengeim@gmail.com

состояния  $P(\rho)$  также окажется решена. В реальности нам доступны лишь измерения массы и радиусы отдельных НЗ, причем с конечной точностью, что существенно усложняет ситуацию.

Каким бы ни было уравнение состояния, кривая  $M - R$  всегда будет иметь глобальный максимум  $M_{\text{TOV}}$  по оси масс (Шапиро, Тьюколски, 1985). Впрочем, свойства максимально массивной НЗ (ММНЗ) индивидуальны для каждой модели уравнения состояния. Если она предсказывает  $M_{\text{TOV}}$  меньше, чем масса какой-либо из наблюдаемых НЗ, то такая модель неверна. Поэтому любое обнаружение достаточно массивной НЗ накладывает существенные ограничения на уравнение состояния.

Величина  $M_{\text{TOV}}$  задает естественный масштаб масс НЗ в рамках данного уравнения состояния. Аналогичной характеристикой выступает радиус ММНЗ  $R_{\text{TOV}}$ , плотность в ее центре  $\rho_{\text{TOV}}$  и соответствующее давление  $P_{\text{TOV}}$ . Заметим, что  $\rho_{\text{TOV}}$  и  $P_{\text{TOV}}$  (для истинного, реализующегося в природе уравнения состояния) — это максимально возможные плотность и давление вещества в стационарных объектах современной Вселенной. Также в дальнейшем нам понадобится скорость звука в центре ММНЗ  $c_{s\text{TOV}}$ .

В работе Офенгейма (2020) было показано, что среди величин, характеризующих ММНЗ ( $M_{\text{TOV}}$ ,  $R_{\text{TOV}}$ ,  $\rho_{\text{TOV}}$ ,  $P_{\text{TOV}}$ ,  $c_{s\text{TOV}}$ ), независимыми являются только две. Это подтверждалось на примере 50-ти уравнений состояния нуклонного и гиперонного составов. Недавно возможное объяснение такому обстоятельству было дано в работе Цай и др. (2023) на основе пертурбативного анализа безразмерных уравнений Толмана–Оппенгеймера–Волкова.

В настоящей работе существование корреляций между этими величинами подтверждено на расширенной выборке из 162 уравнений состояния, включающих и нуклонные, и гиперонные, и гибридные модели (т.е. с кварковым внутренним ядром), а также предложены новые компактные аппроксимационные формулы для описания данных корреляций.

Также нам удалось построить универсальную аппроксимацию зависимостей  $P(\rho)$  при  $\rho \gtrsim 3\rho_0$ , опирающуюся всего на два параметра —  $\rho_{\text{TOV}}$  и  $P_{\text{TOV}}$ . С учетом взаимно однозначного соответствия пар чисел  $\rho_{\text{TOV}}$ ,  $P_{\text{TOV}}$  и  $M_{\text{TOV}}$ ,  $R_{\text{TOV}}$  это дает модельно-независимый способ прямой конвертации наблюдательных ограничений на свойства ММНЗ в ограничения на уравнение состояния сверхплотного вещества при плотностях, труднее всего доступных для лабораторных исследований.

## 2. ЗООПАРК УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ

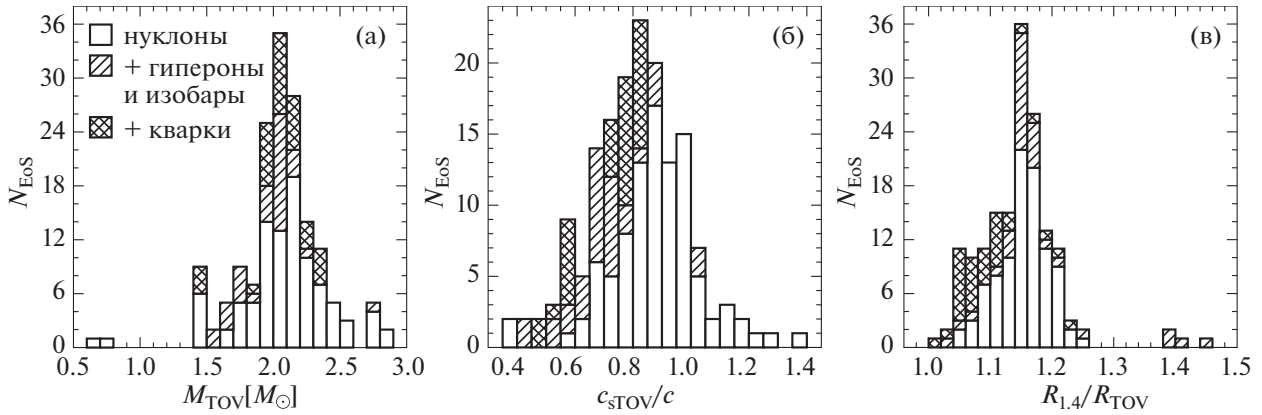
В настоящей работе рассмотрены 162 различные модели уравнения состояния НЗ. Среди них 97 имеют нуклонный состав, 32 допускают появление в недрах НЗ гиперонов и  $\Delta$ -изобаров (но не свободных кварков), и еще 33 предсказывают наличие внутреннего кваркового ядра. Основными источниками уравнений состояния служат база данных CompOSE<sup>1</sup> (Тюпель и др., 2015), коллекция моделей из работы Рид и др. (2009) и набор моделей, использованных ранее в статье Офенгейма (2020). Полный список использованных уравнений состояния с указанием источников и основных свойств приведен в Дополнительных материалах<sup>2</sup>. Рассмотренные модели основаны на самых разных подходах к моделированию ядерных взаимодействий и микрофизики сверхплотного вещества. Есть и архаичные модели вырожденного свободного нейтронного и *pre*-газа; и модели, основанные на эффективных функционалах плотности энергии, в том числе, сугубо феноменологических (семейства PAL, PAPAL, BGN), нерелятивистских типа Скирма (SLy, BSk, SkI и т.д.) или Гогни (D1M\*) и др., многочисленных релятивистских функционалах среднего поля; и модели, полученные из микроскопических потенциалов взаимодействия барионов с применением многочастичных методов (APR, WFF, BBB); а также некоторые другие. Среди гибридных уравнений состояния представлены как те, в которых между адронным и кварковым веществом происходит фазовый переход I рода (например, CMF, VQCD), так и те, где между этими фазами происходит кварк-адронный кроссовер (QHC).

На рис. 1 показано, как эта выборка моделей распределена по  $M_{\text{TOV}}$  (рис. 1а), по  $c_{s\text{TOV}}$  (рис. 1б) и по отношению радиуса  $R_{1.4}$  “канонической” НЗ с массой  $1.4 M_{\odot}$  к радиусу максимально массивной звезды  $R_{\text{TOV}}$  (рис. 1в). Отметим, что все 162 уравнения состояния удовлетворяют условию  $R_{\text{TOV}} < R_{1.4}$ .

Реалистичные уравнения состояния, по-видимому, должны удовлетворять критерию причинности  $c_{s\text{TOV}} < c$ , где  $c$  — скорость света в вакууме (Хэнсель и др., 2007), и описывать современные наблюдения массивных радиопульсаров (Деморест и др., 2010; Антониадис и др., 2013; Фонсека и др., 2021). Около трети уравнений состояния из нашей выборки нарушают второе условие, и около 10% — первое. Мы, однако, считаем важным включать в рассмотрение как реалистичные, так и нереалистичные модели, чтобы всесторонне исследовать

<sup>1</sup> <https://compose.obspm.fr>.

<sup>2</sup> Статья содержит дополнительные материалы, доступные онлайн по адресу <https://doi.org/10.31857/S0320010823100054>



**Рис. 1.** Распределения использованного набора уравнений состояния: (а) — по максимальной массе НЗ, (б) — по скорости звука в центре такой звезды, (в) — по отношению  $R_{1.4}/R_{\text{TOV}}$ . Различные штриховки соответствуют различным типам моделей (нуклонным, гиперонным, гибридным).

универсальность обнаруженных корреляций и полученных подгонок.

Отметим, что скорость звука не всегда является монотонной функцией плотности (особенно для не чисто нуклонных моделей), а  $c_{s\text{TOV}}$  — не обязательно наибольшая возможная скорость звука в звезде. Однако оказывается, что более строгое условие,  $c_s < c$  во всем объеме звезды, нарушается тем же количеством уравнений состояния, что и условие  $c_{s\text{TOV}} < c$ .

### 3. КОРРЕЛЯЦИИ СВОЙСТВ ММНЗ

Между величинами  $M_{\text{TOV}}$ ,  $R_{\text{TOV}}$ ,  $\rho_{\text{TOV}}$ ,  $P_{\text{TOV}}$  и  $c_{s\text{TOV}}$ , вычисленными для различных моделей, существуют сильные корреляции (Оффенгейм, 2020; Цай и др., 2023), для которых в настоящей работе предложены новые подгоночные формулы:

$$M_{\text{TOV}} = \frac{\rho_{\text{TOV}} \mathcal{R}^3}{f_M(P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}})}, \quad (1a)$$

$$R_{\text{TOV}} = \frac{\mathcal{R}}{f_R(P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}})}, \quad (1б)$$

$$c_{s\text{TOV}} = \sqrt{G\rho_{\text{TOV}}} \mathcal{R} \frac{f_c(P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}})}{f_R(P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}})}. \quad (1в)$$

Эти формулы отличаются от предложенных Оффенгеймом (2020) и Цай и др. (2023) и основаны на размерном анализе. Ключом к их получению служит введение характерного “джинсовского” масштаба радиуса

$$\mathcal{R} = \sqrt{\frac{P_{\text{TOV}}}{G\rho_{\text{TOV}}^2}} \quad (1г)$$

и соответствующего ему масштаба массы  $\rho_{\text{TOV}} \mathcal{R}^3$ . Безразмерные подгоночные функции  $f_M$ ,  $f_R$  и  $f_c$  имеют единый вид

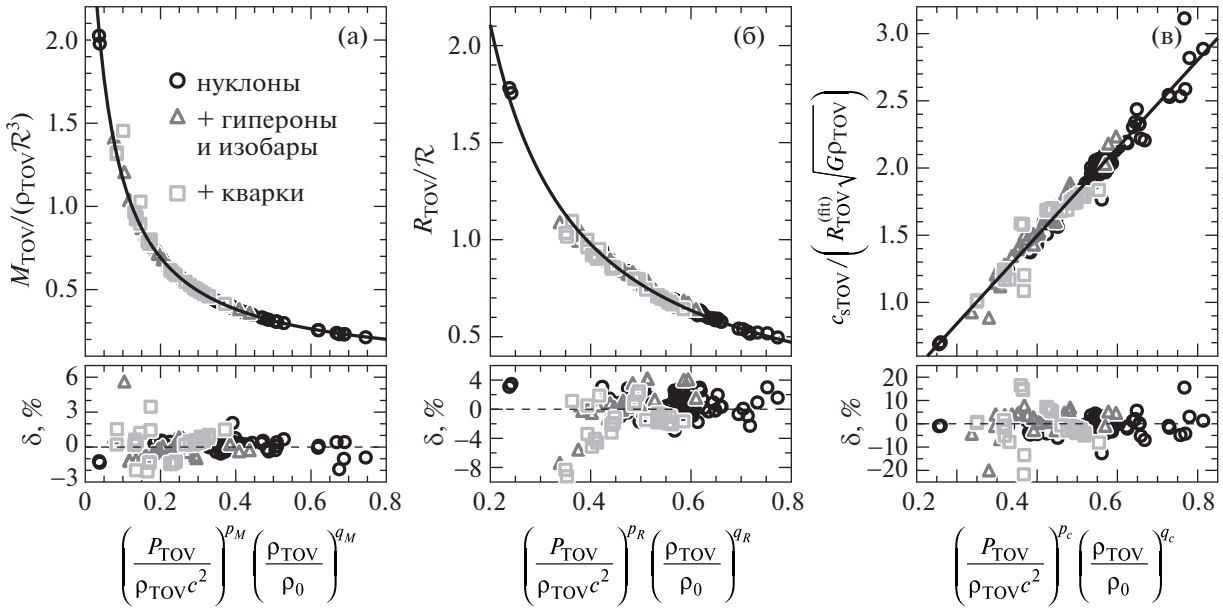
$$f_i = c_i \left( \frac{P_{\text{TOV}}}{\rho_{\text{TOV}} c^2} \right)^{p_i} \left( \frac{\rho_{\text{TOV}}}{\rho_0} \right)^{q_i} + d_i, \quad (1д)$$

где оптимальные значения параметров  $c_i$ ,  $d_i$ ,  $p_i$  и  $q_i$  даны в табл. 1. Рисунок 2 наглядно демонстрирует точность полученных аппроксимаций. Видно, что корреляции для  $M_{\text{TOV}}$  и  $R_{\text{TOV}}$  с  $P_{\text{TOV}}$ ,  $\rho_{\text{TOV}}$  выполняются с хорошей точностью, тогда как аппроксимационная формула для  $c_{s\text{TOV}}$  демонстрирует больший разброс.

Среди 162 моделей есть две, существенно выбивающиеся из этих корреляций. Это модели JJ(VQCD)soft и JJ(VQCD)intermediate, для которых центр ММНЗ приходится на начало области фазового перехода I рода. В этом случае максимум кривой  $M - R$  оказывается негладким, что влияет на выполнение корреляции  $M_{\text{TOV}}(\rho_{\text{TOV}}, P_{\text{TOV}})$ . На нижних панелях рис. 2 эти модели не изображены. Во всех остальных случаях, когда максимум

**Таблица 1.** Параметры аппроксимаций (1). В последних столбцах указаны среднеквадратичная (rms) и наибольшая (max) ошибки аппроксимации. Модели-выбросы JJ(VQCD)soft и JJ(VQCD)intermediate не включены в подсчет ошибок

$i$	$p_i$	$q_i$	$c_i$	$d_i$	rms	max
$M$	1.41	0.0177	5.86	0.273	0.86%	5.4%
$R$	0.518	-0.0755	2.74	-0.0741	2.0%	9.3%
$c$	0.76	-0.016	3.27	0.19	4.9%	22%



**Рис. 2.** Корреляции свойств ММНЗ для различных уравнений состояния. Символы соответствуют моделям (○ — нуклонным, △ — с гиперонами и изобарами, □ — гибридным), сплошные кривые — аппроксимациям (1). Величина  $R$  определена формулой (1г),  $R_{\text{TOV}}^{(\text{fit})}$  соответствует формуле (1б). Степени  $p_i$  и  $q_i$ ,  $i = M, R, c$ , указаны в табл. 1. Нижние панели показывают относительные ошибки подгонок.

кривой  $M - R$  гладок, существенных отклонений от корреляций (1) не наблюдается.

с параметрами  $a_0 = -0.6268$ ,  $a_1 = -0.1294$ ,  $b_0 = -0.5588$ ,  $b_1 = 1.023$  и  $p = 2.494$ .

#### 4. УНИВЕРСАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ $P(\rho)$

Если построить зависимости  $P(\rho)$  в безразмерных переменных  $P/P_{\text{TOV}} - \rho/\rho_{\text{TOV}}$ , то для всех 162 моделей их поведение окажется очень похожим, особенно при приближении к центру ММНЗ. Оказывается, что при  $\rho > 3\rho_0$  хорошо работает универсальная аппроксимация вида

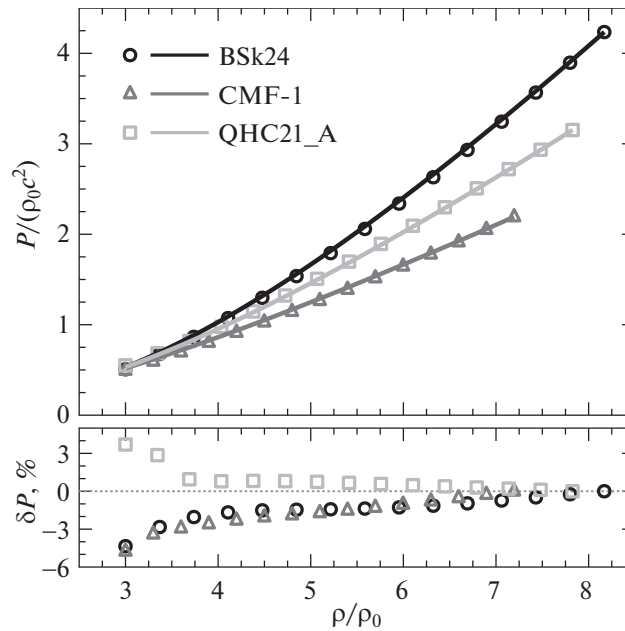
$$P = P_{\text{TOV}} g_P \left( \rho/\rho_{\text{TOV}}, c_{s\text{TOV}}^{(\text{fit})}/c, \gamma_{\text{max}}^{(\text{fit})} \right), \quad (2a)$$

где  $c_{s\text{TOV}}^{(\text{fit})}$  определяется уравнением (1в), величина  $\gamma_{\text{max}}^{(\text{fit})} = \left( c_{s\text{TOV}}^{(\text{fit})} \right)^2 \rho_{\text{TOV}}/P_{\text{TOV}}$  играет роль адиабатического индекса<sup>3</sup> в центре ММНЗ, а функция  $g_P$  имеет вид

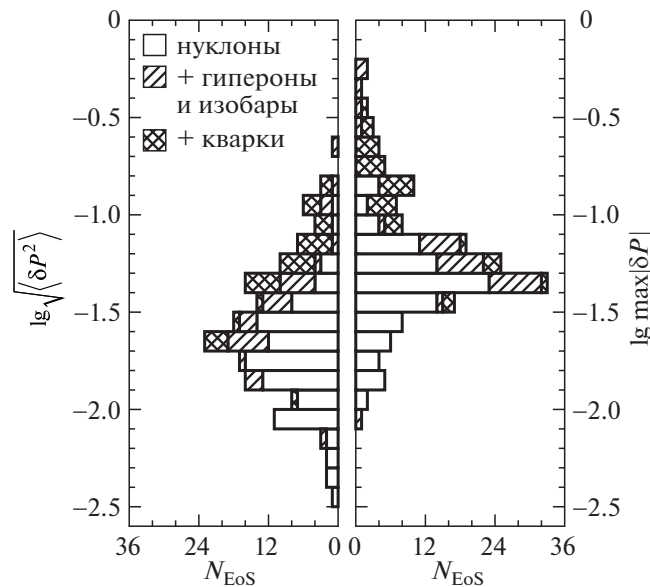
$$g_P(x, \zeta, \gamma) = x^{\gamma - a_0 - a_1 \zeta} \left[ 1 + (a_0 + a_1 \zeta)(1 - x) + (b_0 + b_1 \zeta)(1 - x)^p \right]^{-1} \quad (2б)$$

<sup>3</sup> Следует предупредить, что  $\gamma_{\text{max}}^{(\text{fit})}$  может сильно отличаться от реального значения адиабатического индекса в точке  $\rho = \rho_{\text{TOV}}$ . Хотя ошибка подгонки (1в) для  $c_{s\text{TOV}}$ , как правило, не катастрофична, при возведении в квадрат она возрастает более чем вдвое и в худших случаях превышает 50%.

В среднем ошибка аппроксимации (2) не превышает нескольких процентов. На рис. 3 приведены три характерных примера для нуклонного, гиперонного и гибридного уравнений состояния. Видно, что лучше всего подгонка работает при высоких плотностях, хуже всего — при низких. На рис. 4 изображены распределения среднеквадратичных и наибольших отклонений от аппроксимации (2) при  $\rho > 3\rho_0$  для рассмотренной выборки уравнений состояния (см. также таблицу в Дополнительных материалах). Для нуклонных моделей даже наибольшая ошибка не превышает 10%, для моделей с фазовыми переходами (к гиперонному или кварковому веществу) она может быть существенно выше. Около 10 уравнений состояния дают максимальную ошибку более 30–60%, однако для большинства из них среднеквадратичное отклонение все равно составляет  $\lesssim 10\%$ . Это — проявление неоднородности ошибки подгонки (2), уже продемонстрированной на рис. 3: среднеквадратичное отклонение доминировано большими плотностями, где подгонка работает хорошо, а наибольшая ошибка, наоборот, характеризует качество подгонки при малых плотностях. Лишь одна модель, RSGMT(QMC700), дает большую,  $\sim 20\%$ , среднеквадратичную ошибку, т.е. неудовлетворительно описывается подгонкой при любых плотностях. Однако она отличается экстремальными значениями



**Рис. 3.** Характерные примеры применения аппроксимации (2) (линии) к нуклонному (BSk24), гиперонному (CMF-1) и гибридному (QHC21\_A) уравнениям состояния (символы). Каждая кривая изображена в области  $3\rho_0 \leq \rho \leq \rho_{\text{TOV}}$ . Нижняя панель показывает относительную ошибку аппроксимации.



**Рис. 4.** Распределение относительных ошибок аппроксимации (2) на всей выборке уравнений состояния.

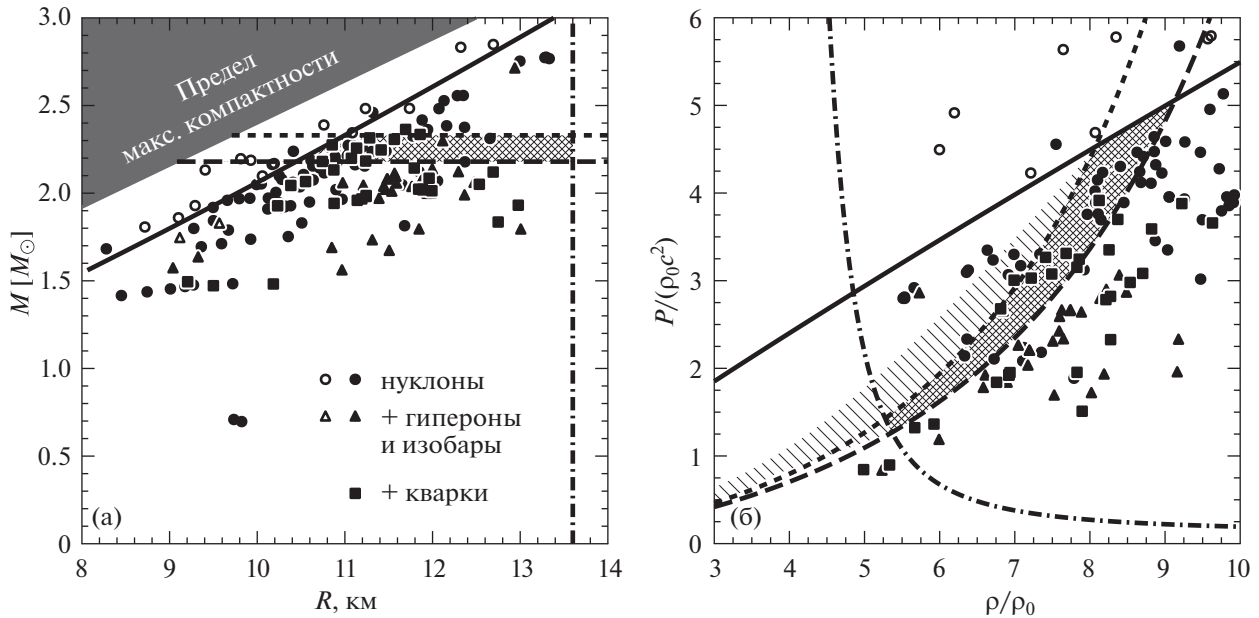
ями даже тех свойств, что подлежат лабораторной проверке, и представляется нереалистичной.

### 5. ПРИМЕНЕНИЕ К НАБЛЮДАТЕЛЬНЫМ ОГРАНИЧЕНИЯМ НА ММНЗ

Продемонстрируем, как построенные универсальные корреляции помогают накладывать модельно-независимые ограничения на уравнение

состояния сверхплотного вещества по данным наблюдений.

На рис. 5а символами показано положение ММНЗ на плоскости  $M - R$  для всех рассмотренных уравнений состояния (т.е. каждый символ — это точка  $(R_{\text{TOV}}, M_{\text{TOV}})$ ). Различные типы символов отвечают различным типам уравнений состояния (нуклонные, гиперонные, гибридные). При этом пустыми символами указаны “сверхсветовые”



**Рис. 5.** Положение ММНЗ на плоскостях  $M - R$  (а) и  $P - \rho$  (б). Сплошными символами изображены субсветовые модели уравнения состояния ( $c_{s\text{TOV}} < c$ ), пустыми — сверхсветовые ( $c_{s\text{TOV}} \geq c$ ). Сплошные линии изображают границы  $c_{s\text{TOV}} = c$ , полученные с помощью аппроксимаций (1). Длинными штрихами показано условие  $M_{\text{TOV}} > 2.19 M_{\odot}$  (Кандел, Романи 2023), короткими —  $M_{\text{TOV}} < 2.33 M_{\odot}$  (Рещолла и др., 2018). Штрихпунктиром изображено условие  $R_{\text{TOV}} < R_{1.4} < 13.6$  км (Аннала и др., 2018). Области, удовлетворяющие всем этим ограничениям, отмечены двойной ортогональной штриховкой. Одинарная штриховка на рисунке (б) показывает область, занимаемую кривыми  $P(\rho)$ , чьи точки  $(\rho_{\text{TOV}}, P_{\text{TOV}})$  находятся в дважды штрихованном регионе. Для удобства восприятия выбран масштаб, при котором часть моделей оказывается за пределами рисунка (б).

модели, для которых  $c_{s\text{TOV}} \geq c$ . Тонированная область в верхнем левом углу показывает так называемое ограничение максимальной компактности для возможных значений масс и радиусов НЗ (см., например, Латтимер, Пракаш, 2016). Рисунок 5б изображает то же самое, но на плоскости  $P - \rho$  (каждый символ — точка  $(\rho_{\text{TOV}}, P_{\text{TOV}})$ ), только для удобства восприятия выбран масштаб, при котором часть моделей оказывается за пределами рисунка.

В литературе имеются различные ограничения на  $M_{\text{TOV}}$  разной степени надежности. Максимальная масса должна быть ограничена снизу наблюдениями наиболее массивных НЗ. В качестве примера такого ограничения мы выбрали условие из работы Кандела и Романи (2023):  $M_{\text{TOV}} > 2.19 M_{\odot}$  на уровне значимости  $2\sigma$ . Оно основано на измерениях масс пульсаров в двойных системах. Это ограничение показано на рис. 5а длинными штрихами. Кроме того, Рещоллой и др. (2018) на основе анализа события слияния нейтронных звезд GW170817 (Эббот и др., 2017) предложено ограничение сверху на массу ММНЗ:  $M_{\text{TOV}} < 2.33 M_{\odot}$  на уровне значимости  $2\sigma$ . Оно показано на рис. 5а короткими штрихами. Повторим, что мы используем эти ограничения в иллюстративном порядке, а анализ их систематических неопределенностей выходит за рамки данной статьи.

Прямое ограничение радиуса ММНЗ из наблюдений затруднительно. Мы прибегнем к следующим соображениям. Как показано на рис. 1в, для всех 162 уравнений состояния  $R_{\text{TOV}}$  оказывается меньше радиуса “канонической” звезды  $R_{1.4}$  с  $M = 1.4 M_{\odot}$ . Получить ограничения на радиусы НЗ средней массы проще ввиду их большей доступности для различных методов наблюдений (см., например, Дегенаар, Сулейманов, 2018). Мы воспользуемся результатами анализа гравитационно-волнового события GW170817 из работы Аннала и др. (2018), в которой на 90%-м уровне значимости получено  $R_{1.4} < 13.6$  км. Мы ставим такое же условие на  $R_{\text{TOV}}$ , что изображено на рис. 5а штрихпунктирной линией.

Эти три ограничения можно отобразить на плоскость  $P - \rho$ , рассматривая подгонки (1а) и (1б) как уравнения относительно  $\rho_{\text{TOV}}$  и  $P_{\text{TOV}}$ . Их решения изображены на рис. 5б линиями тех же стилей, что и соответствующие ограничения на рис. 5а.

Наконец, реалистичные уравнения состояния должны удовлетворять теоретическому условию  $c_{s\text{TOV}} < c$ . С помощью формул (1) эта граница построена на обеих панелях рис. 5 в виде сплошных линий. Истинная ММНЗ должна располагаться

ниже этих границ. Заметим, что ввиду приближенного характера аппроксимаций, небольшое количество сверхсветовых моделей (пустые символы) попадает ниже, а субсветовых (заполненные символы) — выше сплошных линий. Эту погрешность, равно как и погрешности переноса наблюдательных ограничений с  $M_{\text{TOV}}$  и  $R_{\text{TOV}}$  на  $P_{\text{TOV}}$  и  $\rho_{\text{TOV}}$ , необходимо учитывать при тщательном анализе, но в нашей демонстрации мы ей пренебрегаем.

Совокупность перечисленных ограничений приводит к допустимым областям ( $M_{\text{TOV}}, R_{\text{TOV}}$ ) и ( $P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}}$ ), показанным на рис. 5 двойной ортогональной штриховкой. Если с помощью аппроксимации (2) из каждой точки этой области провести кривую в область меньших плотностей, то совокупность этих кривых займет область, показанную на рис. 5б одинарной штриховкой. Так выглядит ограничение на уравнение состояния, которое дает предлагаемый в этой работе метод. Оно выглядит как минимум не менее строгим, чем ограничения, предложенные в других недавних работах (Рааймакерс и др., 2021; Жанг и др., 2023), но носит исключительно иллюстративный характер. Более тщательный анализ требует учета погрешностей аппроксимаций (1) и (2) и анализа систематических неопределенностей использованных наблюдательных ограничений.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе развит метод определения уравнения состояния сверхплотного вещества по свойствам ММНЗ, предложенный ранее Офенгеймом (2020). Обнаруженные в той работе корреляции между величинами  $M_{\text{TOV}}, R_{\text{TOV}}, P_{\text{TOV}}, \rho_{\text{TOV}}$  и  $c_{\text{TOV}}$  подтверждены на значительно более широком наборе уравнений состояния, на этот раз включающем как барионные, так и гибридные модели. Для аппроксимации этих корреляций предложены новые формулы (1), основанные на идее размерного анализа.

Кроме того, показано, что зависимости  $P(\rho)$  для самых разных моделей уравнения состояния могут быть описаны единой аппроксимацией (2), имеющей всего два параметра — давление  $P_{\text{TOV}}$  и плотность  $\rho_{\text{TOV}}$  в центре ММНЗ. Эта подгонка имеет низкую точность при низких плотностях  $\rho \lesssim 3\rho_0$ , но зато хорошо работает в более плотной области, представляющей наибольший интерес.

Применяя формулы (1) к ряду теоретических и наблюдательных ограничений на свойства ММНЗ, мы существенно ограничиваем возможные значения  $M_{\text{TOV}}, R_{\text{TOV}}, P_{\text{TOV}}$  и  $\rho_{\text{TOV}}$ . С помощью формулы (2) ограничения на последнюю пару величин конвертированы в ограничения на все уравнение состояния в области  $\rho \gtrsim 3\rho_0$ .

Природа исследуемых здесь универсальных свойств остается неясной. В работе Офенгейма (2020) существование корреляций между свойствами ММНЗ трактовалось как косвенное подтверждение выявленной Линдбломом (2010) приближенной 2-параметричности реалистичных уравнений состояния. Обнаруженная в данной работе универсальность кривых  $P(\rho)$ , на первый взгляд, прямо распространяет линдбломовскую находку на практически все существующие модели и предлагает в качестве двух параметров пару величин  $P_{\text{TOV}}$  и  $\rho_{\text{TOV}}$  (либо, с учетом корреляций (1),  $M_{\text{TOV}}$  и  $R_{\text{TOV}}$ ). Однако линдбломовское 2-параметрическое описание имело “якорную” точку на границе коры и ядра, т.е. при плотности  $\sim 0.5\rho_0$ , в то время как формула (2) работает, начиная с  $3\rho_0$ . Поэтому используемая в настоящей работе 2-параметричность уравнений состояния несколько отличается от той, что обнаружил Линдблом в 2010 г. Кроме того, и линдбломовская, и предложенная здесь параметризации кривых  $P(\rho)$  являются исключительно феноменологическими и не имеют под собой микроскопического обоснования. Наконец, в работе Цай и др. (2023) предложено объяснение корреляций свойств ММНЗ, вообще не опирающееся на свойства уравнения состояния. Так что, возможно, корреляции (1) и аппроксимации (2) являются “плодами с разных деревьев”.

Настоящая работа имеет три естественных направления развития. Во-первых, можно попытаться распространить аппроксимацию кривых  $P(\rho)$  на область  $\rho < 3\rho_0$ . Для этого, возможно, потребуются увеличить число независимых параметров в подгоночной формуле. Во-вторых, в силу взаимно однозначного соответствия кривых  $P(\rho)$  и  $M - R$  (Линдблом, 1992) множество последних также должно описываться малым числом вещественных параметров. Соответственно, можно попытаться предложить универсальную аппроксимацию кривых  $M - R$ . Она будет полезна практически во всех исследованиях, связанных с наблюдательными ограничениями на массы и радиусы НЗ. В-третьих, следует определить, какое из объяснений корреляций свойств ММНЗ — Офенгейма (2020), Цай и др. (2023) или какое-то третье — является верным. Безотносительно отмеченных открытых вопросов, мы ожидаем, что представленный здесь метод окажется действенным инструментом для ограничения уравнения состояния сверхплотного вещества.

Работа П.С. Штернина выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-12-00133-П). Работа Д.Д. Офенгейма и Ц. Пирана выполнена при поддержке Европейского исследовательского совета (Advanced ERC grant MultiJets).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аннала и др. (E. Annala, T. Gorda, A. Kurkela, and A. Vuorinen), *Phys. Rev. Lett.* **120**, 172703 (2018).
2. Антониадис и др. (J. Antoniadis, P.C.C. Freire, N. Wex, Th.M. Tauris, R.S. Lynch, M.H. van Kerkwijk, M. Kramer, C. Bassa, et al.), *Science* **340**, 448 (2013).
3. Бейгер, Хэнсель (M. Bejger and P. Haensel), *Astron. Astrophys.* **396**, 917 (2002).
4. Гусаков и др. (M.E. Gusakov, P. Haensel, and E.M. Kantor), *MNRAS* **439**, 318 (2014).
5. Гусаков и др. (M.E. Gusakov, A.D. Kaminker, D.G. Yakovlev, and O.Y. Gnedin), *MNRAS* **363**, 555 (2005).
6. Дегенаар, Сулейманов (N. Degenaar and V.F. Suleimanov), *The Physics and Astrophysics of Neutron Stars* (Ed. L. Rezzolla, P. Pizochero, D.I. Jones, N. Rea, I. Vidaña, Cham: Springer, 2018), с. 185.
7. Деморест и др. (P.B. Demorest, T. Pennucci, S.M. Ransom, M.S.E. Roberts, and J.W.T. Hessels), *Nature* **467**, 1081 (2010).
8. Езел, Фрейре (F. Özel and P. Freire), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **54**, 401 (2016).
9. Жанг, Яги (N. Jiang and K. Yagi), *Phys. Rev. D* **101**, 124006 (2020).
10. Жанг и др. (J.-L. Jiang, C. Ecker, and L. Rezzolla), *Astrophys. J.* **949**, 11 (2023).
11. Каминкер и др. (A.D. Kaminker, A.A. Kaurov, A.Y. Potekhin, and D.G. Yakovlev), *MNRAS* **442**, 3484 (2014).
12. Кандел, Романи (D. Kandel and R.W. Romani), *Astrophys. J.* **942**, 6 (2023).
13. Латтимер, Пракаш (J.M. Lattimer and M. Prakash), *Astrophys. J.* **550**, 426 (2001).
14. Латтимер, Пракаш (J.M. Lattimer and M. Prakash), *Phys. Rep.* **621**, 127 (2016).
15. Латтимер (J. Lattimer), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **71**, 433 (2021).
16. Линдблом (L. Lindblom), *Astrophys. J.* **398**, 569 (1992).
17. Линдблом (L. Lindblom), *Phys. Rev. D* **82**, 103011 (2010).
18. Оппенгеймер, Волков (J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff), *Phys. Rev.* **55**, 374 (1939).
19. Офенгейм и др. (D.D. Ofengeim, M.E. Gusakov, P. Haensel, and M. Fortin), *Phys. Rev. D* **100**, 103017 (2019).
20. Офенгейм (D.D. Ofengeim), *Phys. Rev. D* **101**, 103029 (2020).
21. Пирсон и др. (J.M. Pearson, N. Chamel, A.Y. Potekhin, A.F. Fantina, C. Ducoin, A.K. Dutta, and S. Goriely), *MNRAS* **481**, 2994 (2018).
22. Потехин и др. (A.Y. Potekhin, A.F. Fantina, N. Chamel, J.M. Pearson, and S. Goriely), *Astron. Astrophys.* **560**, A48 (2013).
23. Рааймакерс и др. (G. Raaijmakers, S.K. Greif, K. Hebeler, T. Hinderer, S. Nissanke, A. Schwenk, T.E. Riley, A.L. Watts, J.M. Lattimer, and W.C.G. Ho), *Astrophys. J.* **918**, L29 (2021).
24. Реццолла и др. (L. Rezzolla, E.R. Most, and L.R. Weih), *Astrophys. J.* **852**, L25 (2018).
25. Рид и др. (J.S. Read, B.D. Lackey, B.J. Owen, and J.L. Friedman), *Phys. Rev. D* **79**, 124032 (2009).
26. Толман (R.C. Tolman), *Phys. Rev.* **55**, 364 (1939).
27. Тюпель и др. (S. Typel, M. Oertel, and T. Klähn), *Phys. Particl. Nucl.* **46**, 633 (2015).
28. Фонсека и др. (E. Fonseca, H.T. Cromartie, T.T. Pennucci, P.S. Ray, A.Yu. Kirichenko, S.M. Ransom, P.B. Demorest, I.H. Stairs, et al.), *Astrophys. J.* **915**, L12 (2021).
29. Хэнсель и др. (P. Haensel, A.Y. Potekhin, and D.G. Yakovlev), *Neutron Stars I: Equation of State and Structure* (New York: Springer, 2007).
30. Цай и др. (B.-J. Cai, B.-A. Li, and Z. Zhang), *Astrophys. J.* **952**, 147 (2023).
31. Шапиро С., Тьюколски С., *Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды* (М.: Мир, 1985).
32. Эббот и др. (B.P. Abbott, R. Abbott, T.D. Abbott, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, et al.), *Astrophys. J.* **848**, L12 (2017).
33. Яковлев и др. (D.G. Yakovlev, W.C.G. Ho, P.S. Shternin, C.O. Heinke, and A.Y. Potekhin), *MNRAS* **411**, 1977 (2011).
34. Яги, Юнес (K. Yagi and N. Yunes), *Science* **341**, 365 (2013a).
35. Яги, Юнес (K. Yagi and N. Yunes), *Phys. Rev. D* **88**, 023009 (2013b).

# ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ К СТАТЬЕ «НЕЙТРОННЫЕ ЗВЁЗДЫ С МАКСИМАЛЬНОЙ МАССОЙ — КЛЮЧ К ФИЗИКЕ СВЕРХПЛОТНОГО ВЕЩЕСТВА»

© 2023 г. Д. Д. Оффенгейм, П. С. Штернин, Ц. Пиран

20 ноября 2023 г.

## КАТАЛОГ ЗООПАРКА УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ

Отбор уравнений состояния для данной работы производился следующим образом. Из массива моделей CompOSE (Тюпель и др., 2015) (на момент ноября 2022 г.) была взята категория Cold Neutron Star EoS с условием, чтобы предоставленные таблицы охватывали и кору, и ядро НЗ. К этому набору были добавлены модели из статьи Рид и др. (2009) (данная коллекция уравнений состояния какое-то время была доступна по ссылке, указанной в обзоре Ёзел и Фрейре, 2016; сейчас доступна архивная копия). и ещё несколько десятков моделей, имевшихся в распоряжении авторов (см. работу Оффенгейма, 2020). Затем были отброшены повторы и те, чьи таблицы заканчивались при  $\rho < \rho_{\text{TOV}}$ . В результате осталось 162 модели, представленные в таблице Доп.1.

Использованная номенклатура названий следует традиции CompOSE и строится по принципу *<акроним оригинальной статьи>* (*<обозначение модели>*). Таблицы для каждого уравнения состояния, равно как и её детальное описание (нюансы выбора микрофизических параметров, модели коры и т.п.) можно найти в ресурсе, указанном в графе «источник». Там же можно найти расшифровку акронима оригинальной работы, где была предложена данная модель (редко совпадает источником). Если ни в источнике, ни в приведённых там ссылках не указана модель коры — значит, использована кора BSk24 (Пирсон и др., 2018), считая с ядром по принципу равенства давлений на границе. Обозначения моделей в таблице Доп.1 могут претерпевать разумные сокращения в сравнении с использованными в источниках.

Также в таблице Доп.1 для каждого уравнения состояния указаны максимальная масса НЗ, её радиус, давление, плотность и скорость звука в центре такой звезды, а также радиус «канонической» НЗ  $R_{1.4}$ . Также указаны среднеквадратичная и максимальная относительные ошибки подгонки (2) зависимости  $P(\rho)$  при  $\rho > 3\rho_0$ .

**Таблица Доп.1.** Уравнения состояния нейтронных звёзд.

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$	$R_{\text{TOV}}$	$R_{1.4}$	$\rho_{\text{TOV}}$	$P_{\text{TOV}}$	$c_{s\text{TOV}}$	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
		$[M_{\odot}]$	[км]	[км]	$[\rho_0]$	$[\rho_0 c^2]$	[c]	$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
Нуклонные модели									
APR(APR1)	R+09	1.68	8.28	9.34	14.9	7.42	0.839	8.6	12
APR(APR2)	R+09	1.81	8.72	10.16	13.4	7.63	1.03	5.4	9.8
APR(APR3)	R+09	2.39	10.76	12.06	8.35	5.78	1.13	1.9	7.5
ZBL(BPAL12)	R+09	1.45	9.01	10.04	14.2	4.29	0.704	2.8	9.3
ЕОНJBO(ENG)	R+09	2.24	10.41	12.01	9.19	5.68	1.00	3.5	6.7

Продолжение на след. стр.

*Продолжение*

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R_{\text{TOV}}$ [км]	$R_{1.4}$ [км]	$\rho_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0$ ]	$P_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0 c^2$ ]	$c_{s\text{TOV}}$ [ $c$ ]	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
								$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
FP(FPS)	R+09	1.80	9.28	10.84	12.1	5.40	0.870	2.7	5.4
PAL(PAL6)	R+09	1.48	9.27	10.54	13.5	3.93	0.692	1.7	5.9
WFF(WFF1)	R+09	2.13	9.41	10.39	10.8	8.04	1.18	6.2	16
WFF(WFF2)	R+09	2.20	9.81	11.14	10.1	7.37	1.15	2.9	4.9
WFF(WFF3)	R+09	1.84	9.50	10.90	11.3	4.86	0.836	2.8	4.6
MPA(MPA1)	R+09	2.46	11.32	12.44	7.55	4.56	0.991	2.6	7.0
MS(MS1)	R+09	2.77	13.33	14.84	5.53	2.80	0.892	0.94	1.4
MS(MS1b)	R+09	2.78	13.29	14.52	5.51	2.80	0.894	0.95	1.4
MS(MS2)	R+09	1.81	11.68	13.72	7.79	1.89	0.582	2.3	7.2
ABHT(QMC-RMF1)	CompOSE	1.95	10.25	11.85	9.82	3.96	0.806	1.5	4.6
ABHT(QMC-RMF2)	CompOSE	2.04	10.49	12.02	9.26	3.93	0.828	1.6	5.0
ABHT(QMC-RMF3)	CompOSE	2.14	10.71	12.24	8.81	4.11	0.862	2.5	7.2
ABHT(QMC-RMF4)	CompOSE	2.21	11.03	12.33	8.15	3.69	0.852	1.6	5.2
APR(APR)	CompOSE	2.19	9.93	11.33	9.93	6.87	1.15	1.8	6.0
BG(BGN1)	HPY07	2.17	10.91	13.00	8.66	4.24	0.939	2.4	4.1
BG(BGN2)	HPY07	2.48	11.74	13.53	7.21	4.23	1.04	3.3	6.4
BBB(BBB1)	HPY07	1.79	9.67	11.03	11.0	4.05	0.765	2.9	6.4
BBB(BHF-BBB2)	CompOSE	1.92	9.50	11.12	11.4	5.75	0.915	2.4	3.6
BL(chiral)	CompOSE	2.08	10.28	12.31	9.78	5.13	0.985	1.2	1.7
GDTB(DDH $\delta$ )	CompOSE	2.15	11.23	12.65	7.92	3.13	0.790	1.3	4.9
GKYG(APR-I)	G+05	1.92	10.31	12.14	9.85	3.86	0.801	0.83	3.7
GKYG(APR-II)	G+05	1.92	10.27	12.07	9.91	3.89	0.802	0.81	3.7
GKYG(APR-III)	G+05	1.93	10.38	12.26	9.75	3.80	0.799	0.92	3.8
GM(GM1)	CompOSE	2.38	12.16	14.19	6.91	3.07	0.848	2.2	6.3
GMSR(BSk14)	CompOSE	1.93	9.29	11.17	11.9	7.10	1.13	4.9	14
GMSR(H7)	CompOSE	2.48	11.23	12.68	7.64	5.64	1.38	10	15
GMSR(LNS5)	CompOSE	1.97	9.92	11.48	10.4	4.84	0.890	2.2	5.8
GMSR(SLy5)	CompOSE	2.10	10.06	11.79	10.0	5.67	1.00	0.81	2.0
GPPVA(DD2)	CompOSE	2.42	11.88	13.19	6.99	3.30	0.866	1.3	3.9
GPPVA(DDME2)	CompOSE	2.48	12.07	13.23	6.71	3.24	0.873	1.4	2.9
GPPVA(FSU2)	CompOSE	2.07	12.06	13.89	7.11	2.08	0.632	1.7	4.3
GPPVA(FSU2H)	CompOSE	2.38	12.36	13.30	6.36	2.33	0.703	3.5	5.0
GPPVA(FSU2R)	CompOSE	2.05	11.65	12.95	7.35	2.18	0.632	2.5	3.7
GPPVA(NL3 $\omega\rho$ L55)	CompOSE	2.75	13.00	13.73	5.66	2.92	0.894	1.8	2.6
GPPVA(TM1e)	CompOSE	2.12	11.84	13.17	7.12	2.24	0.654	2.3	3.3
GPPVA(TW)	CompOSE	2.08	10.64	12.33	9.05	3.95	0.839	1.8	6.3
KKPY(APR-IV)	K+14	2.16	10.86	12.72	8.68	4.12	0.904	1.6	4.8
free $n$	O20	0.709	9.73	—	15.0	1.44	0.369	0.58	1.2

*Продолжение на след. стр.*

*Продолжение*

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R_{\text{TOV}}$ [км]	$R_{1.4}$ [км]	$\rho_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0$ ]	$P_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0 c^2$ ]	$c_{s\text{TOV}}$ [ $c$ ]	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
								$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
free <i>npe</i>	O20	0.697	9.82	—	14.7	1.36	0.362	0.69	1.5
PCGS(PCSB0)	CompOSE	2.53	12.13	13.30	6.63	3.35	0.888	2.2	3.2
PFCPG(BSk19)	Po+13	1.86	9.10	10.73	12.4	6.76	1.01	3.9	8.7
PFCPG(BSk20)	Po+13	2.16	10.17	11.74	9.61	5.79	1.06	0.53	2.6
PFCPG(BSk21)	Po+13	2.27	11.04	12.59	8.17	4.24	0.963	1.6	4.4
PCPFDDG(BSk22)	Pe+18	2.26	11.20	13.04	8.07	4.02	0.951	2.6	4.6
PCPFDDG(BSk24)	Pe+18	2.28	11.07	12.57	8.10	4.15	0.955	1.4	4.8
PCPFDDG(BSk25)	Pe+18	2.22	11.04	12.36	8.11	3.76	0.896	0.90	4.1
PCPFDDG(BSk26)	Pe+18	2.17	10.19	11.76	9.57	5.76	1.06	0.65	3.1
RG(KDE0v)	CompOSE	1.96	9.66	11.43	11.0	5.82	0.984	1.4	2.9
RG(KDE0v1)	CompOSE	1.97	9.79	11.64	10.8	5.53	0.965	0.92	1.9
RG(Rs)	CompOSE	2.12	10.76	12.95	8.96	4.23	0.922	2.8	3.7
RG(Sk255)	CompOSE	2.14	10.85	13.16	8.88	4.32	0.937	2.6	4.1
RG(Sk272)	CompOSE	2.23	11.09	13.33	8.40	4.30	0.965	2.8	5.0
RG(Ska)	CompOSE	2.21	10.89	12.92	8.63	4.46	0.970	2.4	4.4
RG(Skb)	CompOSE	2.19	10.61	12.22	8.85	4.64	0.974	1.6	3.8
RG(SkI2)	CompOSE	2.16	11.12	13.50	8.45	3.89	0.914	3.9	5.3
RG(SkI3)	CompOSE	2.24	11.31	13.57	8.08	3.89	0.937	3.8	5.5
RG(SkI4)	CompOSE	2.17	10.67	12.39	8.86	4.47	0.949	1.5	4.0
RG(SkI5)	CompOSE	2.24	11.47	14.10	7.96	3.76	0.932	5.0	7.0
RG(SkI6)	CompOSE	2.19	10.76	12.50	8.71	4.42	0.951	1.6	4.3
RG(SkMp)	CompOSE	2.11	10.53	12.51	9.26	4.58	0.946	1.9	2.8
RG(SkOp)	CompOSE	1.97	10.13	12.14	10.2	4.72	0.906	0.87	1.3
RG(SLy2)	CompOSE	2.05	10.05	11.80	10.1	5.34	0.977	0.39	1.5
RG(SLy4)	CompOSE	2.05	9.99	11.72	10.2	5.46	0.985	0.46	1.3
RG(SLy9)	CompOSE	2.16	10.63	12.48	9.01	4.59	0.952	1.3	3.9
RG(SLy230a)	CompOSE	2.10	10.25	11.85	9.60	4.95	0.948	1.3	4.7
VGBCMR(D1M*)	CompOSE	2.00	10.21	11.72	9.72	4.28	0.855	1.8	5.6
XMLSLZ(DD-LZ1)	CompOSE	2.56	12.28	13.14	6.38	3.12	0.875	1.6	2.3
XMLSLZ(DDME-X)	CompOSE	2.56	12.35	13.36	6.36	3.10	0.876	1.2	2.0
XMLSLZ(GM1)	CompOSE	2.36	11.94	13.75	7.08	3.17	0.851	2.1	6.3
XMLSLZ(MTVTC)	CompOSE	2.02	10.90	13.09	8.87	3.46	0.803	2.6	5.6
XMLSLZ(NL3)	CompOSE	2.77	13.28	14.58	5.53	2.81	0.890	1.2	1.7
XMLSLZ(PK1)	CompOSE	2.31	12.66	14.36	6.33	2.14	0.682	1.7	2.5
XMLSLZ(PKDD)	CompOSE	2.33	11.77	13.62	7.33	3.30	0.852	1.6	5.7
XMLSLZ(TM1)	CompOSE	2.18	12.37	14.27	6.72	2.11	0.659	1.4	4.3
XMLSLZ(TW99)	CompOSE	2.08	10.62	12.26	9.06	3.96	0.839	1.8	6.2
YHSHP(PAL1_120)	Y+11	1.47	9.18	10.37	13.8	4.09	0.699	2.1	7.4

*Продолжение на след. стр.*

Продолжение

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R_{\text{TOV}}$ [км]	$R_{1.4}$ [км]	$\rho_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0$ ]	$P_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0 c^2$ ]	$c_{s\text{TOV}}$ [ $c$ ]	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
								$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
YHSHP(PAL1_180)	Y+11	1.74	9.93	12.04	11.2	3.97	0.771	1.1	1.6
YHSHP(PAL1_240)	Y+11	1.95	10.60	12.77	9.50	3.70	0.811	1.9	3.7
YHSHP(PAL2_120)	Y+11	1.48	9.72	11.33	12.6	3.47	0.677	2.8	4.0
YHSHP(PAL2_180)	Y+11	1.75	10.35	12.93	10.5	3.52	0.753	3.2	4.4
YHSHP(PAL2_240)	Y+11	1.97	10.97	13.55	9.03	3.35	0.795	3.5	5.4
YHSHP(PAL2_400_0)	Y+11	2.85	12.69	14.39	6.00	4.49	1.23	4.5	8.4
YHSHP(PAL3_120)	Y+11	1.42	8.45	8.95	15.9	5.14	0.729	5.8	14
YHSHP(PAL3_180)	Y+11	1.69	9.36	11.07	12.3	4.66	0.799	1.8	3.7
YHSHP(PAL3_240)	Y+11	1.91	10.12	11.94	10.2	4.18	0.828	0.45	2.2
YHSHP(PAL3_260_01)	Y+11	2.06	10.41	12.20	9.47	4.46	0.907	0.86	3.0
YHSHP(PAL3_300)	Y+11	1.83	10.51	12.22	9.47	3.02	0.709	1.0	4.0
YHSHP(PAL3_300_0)	Y+11	2.34	11.08	12.71	8.07	4.69	1.04	2.1	4.9
YHSHP(PAL3_400)	Y+11	2.83	12.32	13.30	6.20	4.92	1.26	3.0	6.7
YHSHP(PAPAL_120)	Y+11	1.44	8.74	9.55	15.0	4.70	0.717	4.2	12
YHSHP(PAPAL_180)	Y+11	1.71	9.59	11.47	11.9	4.37	0.786	1.0	2.4
YHSHP(PAPAL_240)	Y+11	1.93	10.32	12.29	9.92	3.98	0.822	0.94	2.7

Модели с гиперонами и  $\Delta$ -изобарами

G(GNH3)	R+09	1.96	11.39	14.18	8.49	2.85	0.747	4.7	8.3
LNO(H1)	R+09	1.55	10.97	12.85	9.16	1.95	0.541	4.7	7.3
LNO(H2)	R+09	1.67	11.51	13.47	8.02	1.71	0.564	4.5	6.8
LNO(H3)	R+09	1.79	11.85	13.82	7.52	1.68	0.518	3.0	6.3
LNO(H4)	R+09	2.03	11.76	13.74	7.51	2.30	0.653	3.4	6.7
LNO(H5)	R+09	1.73	11.31	13.23	8.19	1.92	0.596	4.4	6.2
LNO(H7)	R+09	1.68	10.85	12.92	9.18	2.32	0.630	4.4	6.3
RSGMT(QMC700)	OF16	1.98	12.36	12.84	5.99	1.17	0.404	21	34
BG(BGN1H1)	R+09	1.63	9.33	12.89	13.6	5.48	0.876	11	55
BG(BGN1H2)	HPY07	1.57	9.04	12.52	14.6	5.95	0.897	14	62
BG(BGN2H1)	HPY07	1.82	9.57	13.52	12.4	6.36	1.01	7.4	31
BG(BGN2H2)	HPY07	1.74	9.12	13.15	13.9	7.45	1.05	11	49
DNS(CMF)	CompOSE	2.07	11.88	13.59	7.19	2.19	0.686	2.1	4.8
DS(CMF)-1	CompOSE	2.07	11.88	13.59	7.20	2.19	0.686	2.1	4.8
DS(CMF)-2	CompOSE	2.13	12.00	13.71	7.05	2.25	0.692	2.0	5.6
DS(CMF)-3	CompOSE	2.00	11.54	13.19	7.65	2.32	0.685	1.5	4.4
DS(CMF)-4	CompOSE	2.05	11.59	13.28	7.59	2.41	0.689	1.6	5.3
DS(CMF)-5	CompOSE	2.07	11.48	13.23	7.74	2.65	0.753	2.4	4.9
DS(CMF)-6	CompOSE	2.11	11.57	13.32	7.62	2.65	0.744	2.1	5.5
DS(CMF)-7	CompOSE	2.07	11.49	13.23	7.73	2.64	0.752	2.4	4.9
DS(CMF)-8	CompOSE	2.09	11.58	13.32	7.60	2.58	0.744	2.4	4.9

Продолжение на след. стр.

*Продолжение*

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$ [ $M_{\odot}$ ]	$R_{\text{TOV}}$ [км]	$R_{1.4}$ [км]	$\rho_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0$ ]	$P_{\text{TOV}}$ [ $\rho_0 c^2$ ]	$c_{s\text{TOV}}$ [ $c$ ]	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
								$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
GHK(GM1A)	O+19	1.99	11.94	13.72	7.18	2.02	0.686	5.7	7.9
GHK(TM1C)	O+19	2.05	12.47	14.31	6.58	1.77	0.644	3.0	4.1
GHK(GM1'B)	GHK14	2.01	11.46	13.76	8.13	2.78	0.748	5.0	7.4
OGHF(FSU2H)	O+19	1.99	11.98	13.31	6.90	1.83	0.637	3.4	4.8
OGHF(NL3 $\omega\rho$ )	O+19	2.71	12.94	13.73	5.73	2.85	0.889	0.67	0.96
OPGR(GM1Y4)	CompOSE	1.79	13.01	13.77	5.23	0.823	0.424	1.5	3.3
OPGR(GM1Y5)	CompOSE	2.12	12.30	13.77	6.61	1.91	0.667	3.2	5.2
OPGR(GM1Y6)	CompOSE	2.29	12.12	13.77	6.84	2.64	0.808	3.0	4.1
R(DD2Y $\Delta$ )1.1-1.1	CompOSE	2.04	11.21	13.00	8.22	2.89	0.741	1.5	6.2
R(DD2Y $\Delta$ )1.2-1.1	CompOSE	2.05	10.98	12.31	8.39	3.05	0.731	3.4	5.9
R(DD2Y $\Delta$ )1.2-1.3	CompOSE	2.03	11.44	13.26	7.89	2.63	0.739	3.8	5.3
Гибридные модели									
ABPR(ALF1)	R+09	1.49	9.21	9.89	11.9	2.95	0.565	8.9	26
ABPR(ALF2)	R+09	2.09	11.96	13.18	6.94	1.95	0.553	4.3	6.5
ABPR(ALF3)	R+09	1.47	9.50	10.31	11.6	2.75	0.565	5.4	15
ABPR(ALF4)	R+09	1.94	10.88	11.66	8.28	2.33	0.506	13	20
PCL(PCL2)	R+09	1.48	10.18	11.73	10.8	2.54	0.599	5.2	8.5
BFH(QHC19-A)	CompOSE	1.93	10.23	11.55	9.63	3.66	0.781	2.1	5.3
BFH(QHC19-B)	CompOSE	2.07	10.55	11.59	8.82	3.59	0.799	4.5	11
BFH(QHC19-C)	CompOSE	2.18	10.74	11.59	8.37	3.70	0.815	7.7	18
BFH(QHC19-D)	CompOSE	2.28	10.86	11.59	8.12	3.92	0.833	11	23
BFH(QHC18)	CompOSE	2.04	10.38	11.48	9.22	3.88	0.804	7.2	21
DS(CMF)-1	CompOSE	1.97	11.19	13.59	8.54	2.98	0.784	9.9	20
DS(CMF)-2	CompOSE	1.96	11.14	13.71	8.70	3.08	0.787	10	22
DS(CMF)-3	CompOSE	1.99	11.24	13.19	8.21	2.78	0.777	6.7	14
DS(CMF)-4	CompOSE	1.98	11.24	13.28	8.27	2.82	0.778	8.2	17
DS(CMF)-5	CompOSE	2.02	11.88	13.24	6.92	1.93	0.727	4.7	9.8
DS(CMF)-6	CompOSE	2.01	11.99	13.32	6.76	1.84	0.728	6.6	14
DS(CMF)-7	CompOSE	2.02	11.89	13.24	6.92	1.92	0.727	4.9	11
DS(CMF)-8	CompOSE	2.02	11.89	13.32	6.92	1.92	0.727	6.0	13
JJ(VQCD)intermediate	CompOSE	2.15	11.80	12.41	6.12	1.92	0.689	4.7	12
JJ(VQCD)soft	CompOSE	2.03	11.85	12.33	5.48	1.48	0.648	7.7	17
JJ(VQCD)stiff	CompOSE	2.33	11.86	12.54	6.81	2.68	0.763	2.4	3.6
KBH(QHC21_A)	CompOSE	2.18	11.24	12.37	7.83	3.15	0.798	1.2	3.8
KBH(QHC21_AT)	CompOSE	2.13	10.87	11.84	8.25	3.35	0.798	2.0	4.0
KBH(QHC21_B)	CompOSE	2.25	11.41	12.36	7.49	3.08	0.803	2.3	5.9
KBH(QHC21_BT)	CompOSE	2.20	11.07	11.85	7.86	3.25	0.803	3.0	6.3
KBH(QHC21_C)	CompOSE	2.31	11.56	12.36	7.22	3.03	0.808	3.6	8.3

*Продолжение на след. стр.*

Продолжение

Название	Источник	$M_{\text{TOV}}$	$R_{\text{TOV}}$	$R_{1.4}$	$\rho_{\text{TOV}}$	$P_{\text{TOV}}$	$c_{s\text{TOV}}$	Подгонка $P(\rho)$ [%]	
		$[M_{\odot}]$	[км]	[км]	$[\rho_0]$	$[\rho_0 c^2]$	[c]	$\sqrt{\langle \delta P^2 \rangle}$	$\max  \delta P $
KBH(QHC21_CT)	CompOSE	2.26	11.13	11.74	7.68	3.31	0.812	5.5	10
KBH(QHC21_D)	CompOSE	2.36	11.69	12.34	6.99	3.01	0.813	5.0	11
KBH(QHC21_DT)	CompOSE	2.32	11.28	11.75	7.41	3.27	0.817	6.8	13
OOS(DD2_FRG)(2)	CompOSE	2.05	12.53	13.22	5.92	1.36	0.551	5.2	16
OOS(DD2_FRG)(2+1)	CompOSE	1.84	12.75	13.22	5.33	0.897	0.466	4.9	15
OOS(DD2-FRG)vec(2)	CompOSE	2.12	12.69	13.22	5.67	1.32	0.559	12	27
OOS(DD2-FRG)vec(2+1)	CompOSE	1.93	12.98	13.22	4.99	0.844	0.467	14	34

<sup>a</sup>  $\rho_{\text{TOV}}$  попадает в область фазового перехода I рода.

Источники: R+09 — Рид и др. (2009), Ёзел и Фрейре (2016), доступен по архивной ссылке <https://web.archive.org/web/20200830055909/http://xtreme.as.arizona.edu/neutronstars/>; НРУ07 — Хэнсель и др. (2007); G+05 — Гусаков и др. (2005); K+14 — Каминкер и др. (2014); O20 — Офенгейм (2020); Ро+13 — Потехин и др. (2013); Ре+18 — Пирсон и др. (2018); Y+11 — Яковлев и др. (2011); О+19 — Офенгейм и др. (2019); GHK14 — Гусаков и др. (2014); CompOSE — CompStar Online Supernova Equations of State database, <https://compose.obspm.fr> (Тюпель и др., 2015).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаков и др. (M. E. Gusakov, P. Haensel, E. M. Kantor), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **439**, 318 (2014).
2. Гусаков и др. (M. E. Gusakov, et al.), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **363**, 555 (2005).
3. Ёзел, Фрейре (F. Özel, P. Freire), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **54**, 401 (2016).
4. Каминкер и др. (A. D. Kaminker, et al.), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **442**, 3484 (2014).
5. Офенгейм и др. (D. D. Ofengeim, et al.), *Phys. Rev. D* **100**, 103017 (2019).
6. Офенгейм (D. D. Ofengeim), *Phys. Rev. D* **101**, 103029 (2020).
7. Пирсон и др. (J. M. Pearson, et al.), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 2994 (2018).
8. Потехин и др. (A. Y. Potekhin, et al.), *Astron. Astrophys.* **560**, A48 (2013).
9. Рид и др. (J. S. Read, et al.), *Phys. Rev. D* **79**, 124032 (2009).
10. Тюпель и др. (S. Typel, M. Oertel, T. Klähn), *Physics of Particles and Nuclei* **46**, 633 (2015).
11. Хэнсель и др. (P. Haensel, A.Y. Potekhin, D.G. Yakovlev), *Neutron Stars 1: Equation of State ad Structure* (New York: Springer, 2007).
12. Яковлев и др. (D. G. Yakovlev, et al.), *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **411**, 1977 (2011).