

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ПЕРИОД–РАДИУС И ПЕРИОД–СВЕТИМОСТЬ МИРИД С СОЛНЕЧНОЙ МЕТАЛЛИЧНОСТЬЮ

© 2023 г. Ю. А. Фадеев^{1*}

¹Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию 16.10.2023 г.

После доработки 06.11.2023 г.; принята к публикации 06.11.2023 г.

Рассчитаны эволюционные последовательности звезд асимптотической ветви гигантов с начальными массами на главной последовательности $M_{ZAMS} = 1.5 M_{\odot}$, $2 M_{\odot}$ и $3 M_{\odot}$ при начальном содержании элементов тяжелее гелия $Z = 0.014$. Отдельные модели эволюционных последовательностей, оболочки которых находятся в тепловом равновесии, были использованы как начальные условия при вычислении нелинейных звездных пульсаций. Показано, что на диаграммах период–радиус и период–светимость гидродинамические модели каждой эволюционной последовательности концентрируются вдоль непрерывной линии. Теоретические соотношения период–радиус и период–светимость, соответствующие различным значениям начальной массы, заметно отличаются друг от друга, поскольку светимость звезд с вырожденным углеродным ядром определяется массой ядра, которая возрастает с увеличением M_{ZAMS} . В моделях эволюционных последовательностей $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$ и $M_{ZAMS} = 3 M_{\odot}$ пульсации в первом обертоном возникают при периодах пульсаций $86 \text{ сут} \leq \Pi \leq 123 \text{ сут}$ и $174 \text{ сут} \leq \Pi \leq 204 \text{ сут}$, тогда как при $M_{ZAMS} = 1.5 M_{\odot}$ все модели пульсируют в фундаментальной моде. Область существования регулярных колебаний ограничивается значениями периода $\Pi \lesssim 500 \text{ сут}$. Дальнейшее эволюционное возрастание периода сопровождается увеличением амплитуды пульсаций и хаотизацией колебаний.

Ключевые слова: звездная эволюция; пульсации звезд; звезды — переменные и пекулярные.

DOI: 10.31857/S0320010823110013, EDN: NPVGWK

ВВЕДЕНИЕ

Обнаружение корреляции между периодом изменения блеска и болометрической светимостью одиннадцати пульсирующих переменных типа α Cep (мирид) Большого Магелланова Облака (Гласс, Ллойд Иванс, 1981) послужило причиной того, что в очень скором времени мириды, наряду с классическими цефеидами, стали рассматриваться как надежный индикатор межзвездных расстояний (Гласс, Фист, 1982а,б; Фист, 1985). Излучение мирид на длинах волн $\sim 2 \text{ мкм}$ по сравнению с оптическим диапазоном спектра меньше подвержено влиянию межзвездного поглощения и благодаря значительной светимости этих звезд в ближнем ИК-диапазоне определяемая по миридам шкала межзвездных расстояний простирается значительно дальше, чем шкала, основанная на цефеидах. Фотометрические измерения в ближнем инфракрасном диапазоне позволяют получать уверенные оценки болометрического блеска мирид, что существенно расширяет возможности исследования

этих звезд при сравнении наблюдательных данных с результатами расчетов звездной эволюции.

Первые определения зависимости период–светимость мирид основывались на наблюдениях долгопериодических пульсирующих переменных Магеллановых Облаков (Фист, 1984; Фист и др., 1989; Грёневеген, Вайтлок, 1996). Позднее подобные соотношения между светимостью и периодом изменения блеска были установлены для мирид, наблюдаемых в галактиках местной группы: M 31 (Моулд и др., 2004), M 33 (Моулд и др., 1990; Юань и др., 2018), NGC 4528 (Хуанг и др., 2018) и NGC 6822 (Вайтлок и др., 2013). Зависимость период–светимость галактических мирид основывается на измерениях тригонометрических параллаксов долгопериодических пульсирующих переменных. Помимо методов радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (Ураго и др., 2020; Шибубез и др., 2020; Сан и др., 2022) для этого используются результаты измерений параллаксов, полученные с помощью спутников Hipparcos (Вайтлок и др., 2000; Вайтлок, Фист, 2000) и Gaia

*Электронный адрес: fadeyev@inasan.ru

(Андриантсаралаза и др., 2022; Жанг, Сандерс, 2023).

Из общих соображений понятно, что существование зависимости период–светимость мирид является непосредственным отражением эволюции звезд AGB с различными значениями массы, возраста и химического состава. Таким образом, понимание природы этой зависимости может быть достигнуто лишь на основе согласованных расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций. К сожалению, подобные исследования до сих пор никем не проводились. Настоящая работа направлена на то, чтобы частично заполнить этот пробел применением к звездам AGB с солнечным содержанием элементов тяжелее гелия. Мы приводим результаты расчетов, в которых отдельные модели эволюционных последовательностей звезд AGB используются как начальные условия при решении задачи Коши для уравнений радиационной газовой динамики, описывающих звездные пульсации. Конечной целью решения задачи Коши является определение среднего значения периода пульсаций Π для каждой гидродинамической модели, достигшей предельной амплитуды колебаний, когда Π не зависит от времени.

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЗВЕЗД AGB

В работе рассматривалась эволюция звезд с массой на главной последовательности $M_{ZAMS} = 1.5, 2 M_{\odot}$ и $3 M_{\odot}$. Предполагалось, что начальное содержание гелия составляет $Y = 0.28$, а содержание более тяжелых элементов $Z = 0.014$ соответствует солнечной металличности (Асплунд и др., 2009). Расчеты звездной эволюции от главной последовательности до финальной стадии AGB проводились с использованием программы MESA версии g15140 (Пакстон и др., 2019). Для вычисления конвективного перемешивания звездного вещества использовалась теория Бём-Витензе (1958), причем предполагалось, что отношение длины пути перемешивания к шкале высот по давлению составляет $\alpha_{MLT} = 1.8$. Дополнительное перемешивание на границах конвективной неустойчивости рассчитывалось согласно Хервигу (2000) и Пиньятари и др. (2016). Вычисление скоростей генерации энергии в термоядерных реакциях и решение уравнений нуклеосинтеза проводились с использованием данных JINA Reaclib (Сайбурт и др., 2010). На эволюционных стадиях, предшествующих AGB, потеря массы вследствие звездного ветра учитывалась согласно Раймерсу (1975) при значении параметра $\eta_R = 0.5$, тогда как скорость потери массы на стадии AGB рассчитывалась по формуле Блокера (1995) при $\eta_B = 0.05$. Для оценки влияния скорости потери

массы на вид зависимости период–светимость были дополнительно рассчитаны две эволюционные последовательности с начальной массой $M_{ZAMS} = 1.5 M_{\odot}$ и $3 M_{\odot}$ при значении параметра $\eta_B = 0.03$.

Теория звездных пульсаций применима, когда звездная модель, используемая при задании начальных условий, находится в состоянии гидростатического и теплового равновесия. Первое из этих условий выполняется всегда, так как решение уравнений звездной эволюции описывает структуру звезды в состоянии гидростатического равновесия. Вместе с тем условие теплового равновесия в рассчитанных звездных моделях может нарушаться при выделении или поглощении гравитационной энергии, происходящем при сжатии или расширении звезды.

В общем виде уравнение сохранения энергии для сферически-симметричной звезды имеет вид

$$\frac{dL_r}{dM_r} = \varepsilon - \varepsilon_{\nu} - T \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (1)$$

где M_r — лагранжева координата, имеющая смысл массы вещества, заключенного внутри сферы радиуса r , L_r — полная (лучистая и конвективная) светимость в слое с радиусом r , ε — скорость генерации энергии в термоядерных реакциях, ε_{ν} — скорость нейтринного охлаждения газа, T и S — температура и удельная энтропия звездного вещества, t — время. При расчетах звездных пульсаций рассматриваются внешние слои красного гиганта с температурой газа $T \lesssim 10^7$ К, и первые два слагаемых в правой части уравнения (1) пренебрежимо малы. Следовательно, условие теплового равновесия сферически-симметричной звездной оболочки определяется выражением

$$\frac{dL_r}{dM_r} = 0. \quad (2)$$

В настоящей работе для оценки степени отклонения от теплового равновесия в звездной оболочке использовалась величина

$$\delta_L = \max_{1 \leq j \leq N} |1 - L_j/L_0|, \quad (3)$$

где L_j — полная светимость в j -й лагранжевой зоне, а значения $j = 0$ и $j = N$ соответствуют внутренней и внешней границам модели звездной оболочки. Согласно Фадееву (2022), достаточно хорошим приближением теплового равновесия является выполнение условия $\delta_L \lesssim 10^{-2}$.

На рис. 1 приведены графики изменения радиуса звезды R и величины δ_L для эволюционной последовательности $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$ в пределах отрезка времени эволюции, включающего пятую ($i_{TP} = 5$) и шестую ($i_{TP} = 6$) тепловые вспышки гелиевого слоевого источника. Для удобства графического представления время эволюции отсчитывается от максимума светимости гелиевого

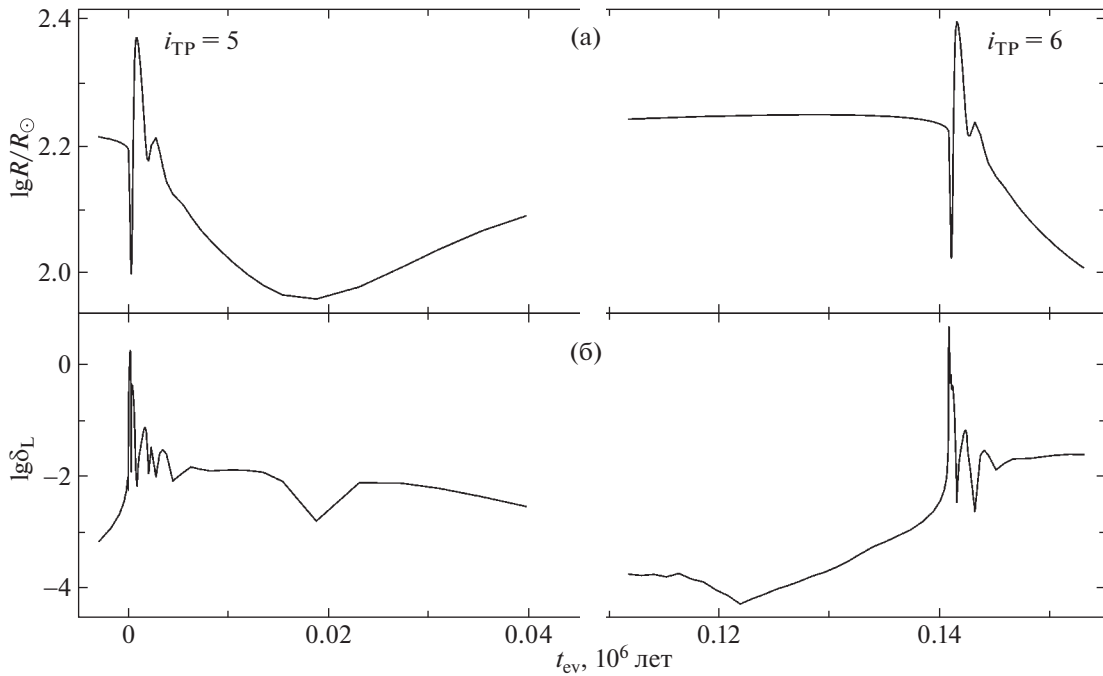


Рис. 1. Изменение радиуса эволюционной модели (а) и степени отклонения от теплового равновесия (б) в конвективной оболочке звезды с начальной массой $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$ в промежутке времени, включающем пятую и шестую тепловые вспышки гелиевого слоевого источника.

слоевого источника $L_{3\alpha}$ при $i_{TP} = 5$, когда масса звезды составляла $M = 1.97 M_{\odot}$. Степень отклонения от теплового равновесия рассчитывалась для звездной оболочки с внутренней границей в слое с фиксированным значением лагранжевой координаты $M_r = 0.526 M_{\odot}$. На отрезке времени эволюции, представленном на рис. 1, радиус и температура на внутренней границе изменяются в пределах $0.073 R_{\odot} \leq r_0 \leq 4.66 R_{\odot}$ и $6.1 \times 10^5 \text{ K} \leq T_0 \leq 2.3 \times 10^7 \text{ K}$. Как следует из рис. 1, тепловое равновесие в звездной оболочке отсутствует (т.е. $\delta_L > 0.01$) в течение $\approx 1.4 \times 10^4$ лет, что составляет $\approx 10\%$ времени между двумя последовательными вспышками. Таким образом, модели мирид, находящиеся в тепловом равновесии, позволяют достаточно полно воспроизвести зависимость период-светимость.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МИРИД

Вычисление гидродинамических моделей пульсирующих звезд AGB проводилось посредством решения задачи Коши для уравнений радиационной газовой динамики, описывающих сферически-симметричные движения самогравитирующего газа звездной оболочки. Светимость, связанная с конвективным переносом, и поток средней кинетической энергии конвективных элементов определялись из решения транспортных уравнений для

нестационарной турбулентной конвекции (Куфюс, 1986). Общая система уравнений и используемые значения параметров теории конвекции обсуждаются в работе Фадеева (2013).

Вычисление начальных условий рассматриваемой задачи Коши проводилось для отдельных моделей эволюционных последовательностей, во внешних слоях которых выполняется условие $\delta_L < 10^{-2}$. Внутренняя граница гидродинамической модели определялась в слоях с температурой $10^6 \text{ K} \lesssim T \lesssim 10^7 \text{ K}$ и радиусом $r_0 \lesssim 10^{-3} R$, где R — радиус внешней границы равновесной модели. Лагранжева сетка, в узлах которой задаются значения физических переменных, рассчитывается из условия увеличения размера лагранжева массового интервала ΔM_r от внешней границы по направлению к центру звезды по закону геометрической прогрессии. Значительные трудности, возникающие при гидродинамических расчетах моделей мирид, связаны с тем, что в слоях с температурой $T \gtrsim 10^6 \text{ K}$ градиенты давления и температуры резко возрастают по направлению к центру звезды. Чтобы избежать больших ошибок аппроксимации на дне внешней конвективной зоны, лагранжевы координаты 100 внутренних зон рассчитывались из условия уменьшения величины интервала в сторону центра звезды по закону геометрической прогрессии. Граница, разделяющая область оболочки с увеличивающимися и умень-

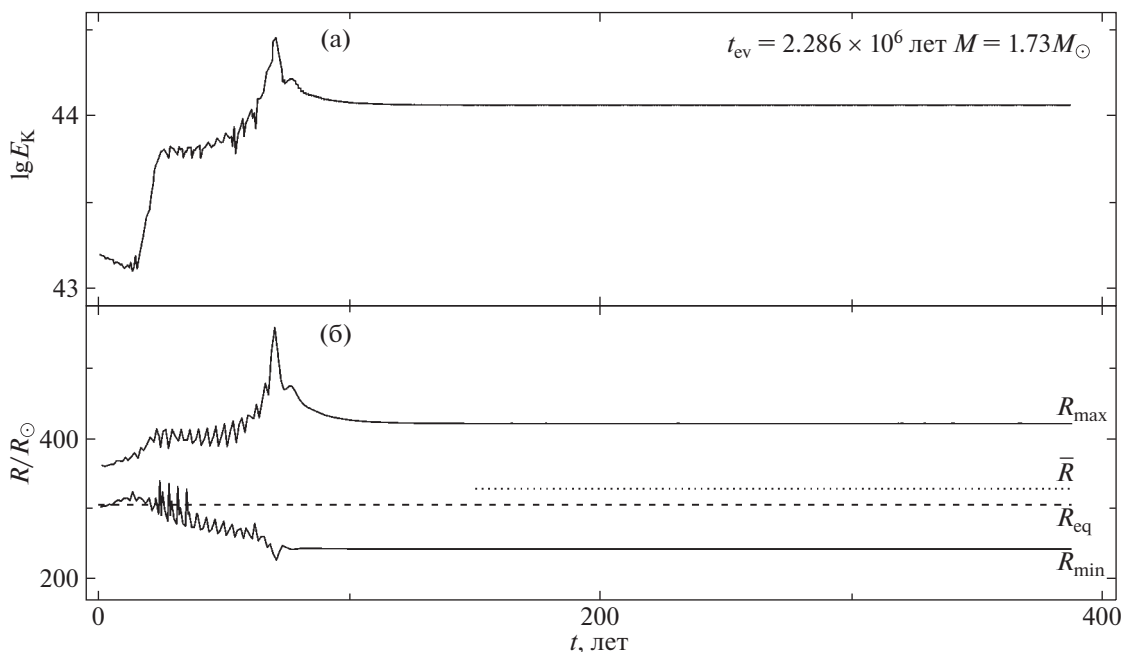


Рис. 2. Изменение максимальных за цикл колебаний значений кинетической энергии $E_{K,\max}$ (а) и максимальных R_{\max} и минимальных R_{\min} значений радиуса внешней границы (б) гидродинамической модели эволюционной последовательности $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$. Возраст звезды $t_{ev} = 2.286 \times 10^6$ лет отсчитывается от первой гелиевой вспышки. Масса звезды $M = 1.73 M_{\odot}$. Штриховой и пунктирной линиями показаны радиус гидростатически равновесной эволюционной модели R_{eq} и среднее значение радиуса внешней границы гидродинамической модели \bar{R} .

шающимися размерами интервалов, находится в слоях с температурой $T \sim 10^5$ К.

Расчеты эволюционной стадии AGB проводились при числе массовых зон эволюционной модели $3 \times 10^3 \lesssim N_{MESA} \lesssim 5 \times 10^3$, тогда как при вычислении гидродинамических моделей число узлов составляло $600 \leq N \leq 900$. Большое число узлов N использовалось при расчете гидродинамических моделей звезд на поздней стадии AGB из-за большой амплитуды колебаний. Начальные значения физических переменных в узлах сетки гидродинамической модели рассчитывались посредством нелинейного интерполирования по лагранжевой координате массивов переменных эволюционной модели.

Решением рассматриваемой задачи Коши являются самовозбуждающиеся звездные пульсации, в которых роль малых начальных возмущений играют ошибки интерполирования, возникающие при расчете начальных условий. Типичные графики, иллюстрирующие рост амплитуды с последующим переходом к колебаниям предельной амплитуды, показаны на рис. 2 и 3 для двух моделей эволюционной последовательности $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$. Для удобства графического представления на этих рисунках показаны графики изменения максимального значения кинетической энергии пульсационных движений $E_{K,\max}$, а также изменения максималь-

ного и минимального значений радиуса внешней границы гидродинамической модели R_{\max} и R_{\min} .

Обе модели, показанные на рис. 2 и 3, характеризуются быстрым ростом амплитуды колебаний, а прекращение роста амплитуды связано не только с насыщением κ -механизма, ответственного за возникновение колебаний, но также с резким усилением диссипации кинетической энергии ударными волнами, которые возникают во внешних слоях гидродинамической модели. Различные значения темпов роста кинетической энергии ($\eta = \text{Pd} \ln E_{K,\max} / dt = 0.032$ для модели на рис. 2 и $\eta = 0.42$ для модели на рис. 3) связаны с увеличением размеров зоны ионизации водорода и усилением пульсационной неустойчивости в ходе эволюции звезды.

Бросающимся в глаза различием между моделями, представленными на рис. 2 и 3, являются изменения кинетической энергии и радиуса внешней границы после прекращения роста неустойчивости. В первом случае (рис. 2) решение сходится к регулярным колебаниям с постоянной амплитудой, тогда как во втором случае (рис. 3), несмотря на более протяженный отрезок времени, установления регулярных колебаний не происходит из-за большой амплитуды радиального смещения внешних слоев модели.

Оценки среднего значения радиуса звезды после прекращения роста неустойчивости \bar{R} , полу-

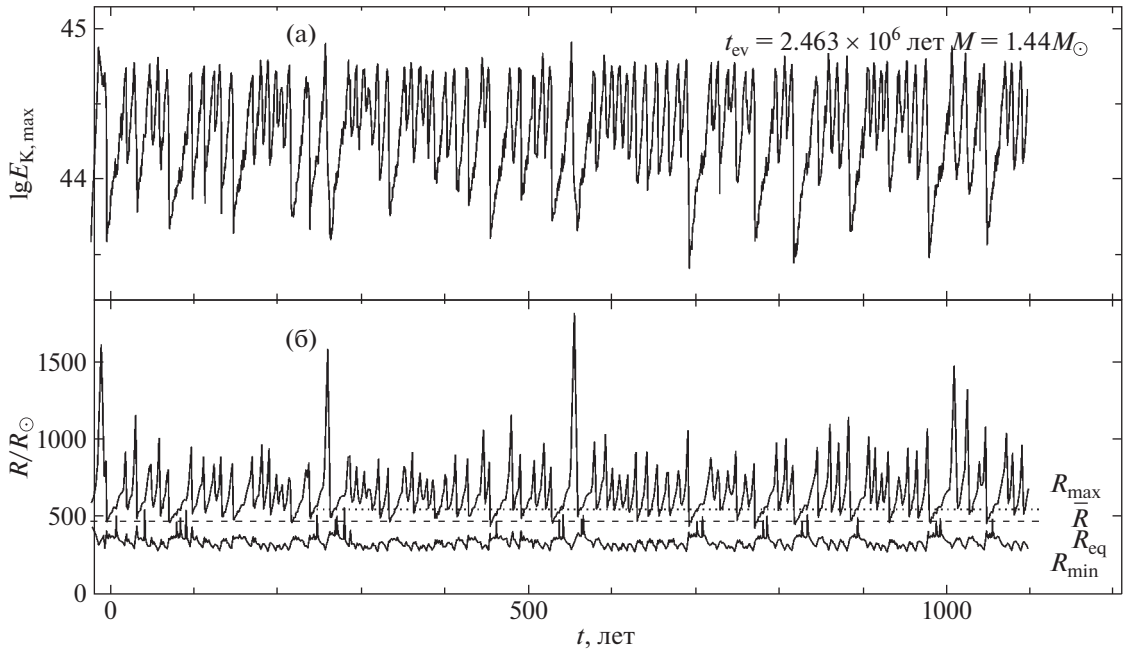


Рис. 3. То же, что на рис. 2, но для гидродинамической модели мириды с возрастом $t_{ev} = 2.463 \times 10^6$ лет и массой $M = 1.44 M_{\odot}$.

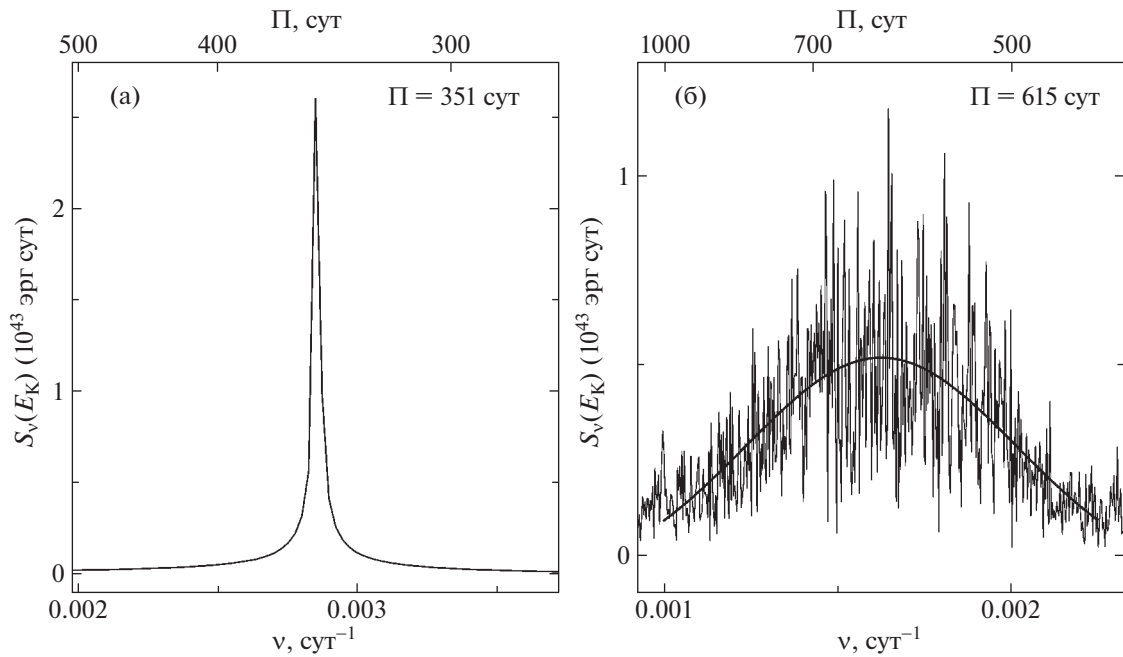


Рис. 4. Спектральная плотность кинетической энергии $S(E_K)$ пульсационных движений газа в гидродинамических моделях, показанных на рис. 2 и рис. 3. Жирной кривой показана аппроксимация спектральной плотности гауссовой функции, выполненная с помощью метода наименьших квадратов.

ченные методом дискретного преобразования Фурье и показанные на рис. 2 и 3 пунктирными линиями, заметно превосходят равновесный радиус звезды R_{eq} , отмеченный штриховыми линиями. Различие между \bar{R} и R_{eq} связано с колебаниями большой амплитуды и возникающими во внешних

слоях звезды периодическими ударными волнами, которые приводят к раздуванию внешних слоев звездной оболочки (Вильсон, 2000). В модели, показанной на рис. 2, отношение среднего значения радиуса к равновесному составляет $\bar{R}/R_{eq} = 1.07$ при средней амплитуде радиального смещения на

Таблица 1. Параметры соотношений период–радиус (4) и период–светимость (5)

M_{ZAMS}/M_{\odot}	k	a_0	a_1	Π_a	Π_b	b_0	b_1	Π_a	Π_b
1.5	0	1.051	0.558	116	245	1.962	0.689	116	245
2.0	0	1.110	0.554	137	309	2.009	0.723	137	244
	1	1.003	0.681	86	123	1.709	0.964	86	123
3.0	0	1.183	0.547	204	397	2.196	0.709	204	330
	1	1.237	0.600	174	204	2.451	0.698	174	204

внешней границе $\Delta R/\bar{R} = 0.52$. Для модели на рис. 3 значения этих величин составляют $\bar{R}/R_{\text{eq}} = 1.21$ и $\Delta R/\bar{R} = 0.65$.

Вычисление среднего значения периода пульсаций проводилось с помощью дискретного преобразования Фурье кинетической энергии пульсационных движений на стадии предельной амплитуды. Метод определения периода иллюстрируется на рис. 4, где показаны графики спектральной плотности кинетической энергии $S_{\nu}(E_K)$ в окрестности основной частоты колебаний для двух гидродинамических моделей с различным видом изменения $E_{K,\text{max}}$. График на рис. 4а соответствует модели, показанной на рис. 2, и в этом случае определение периода пульсаций по максимуму $S_{\nu}(E_K)$ не представляет труда. График спектральной плотности на рис. 4б соответствует модели, в которой отсутствуют строго периодические колебания (см. рис. 3). Для моделей с таким видом колебаний спектральная плотность $S_{\nu}(E_K)$ аппроксимировалась гауссовой функцией с помощью метода наименьших квадратов. На рис. 4б результат аппроксимации показан жирной сплошной линией, а значение периода определялось по максимальному значению аппроксимирующей гауссовой функции.

Для уверенной оценки значений Π расчеты звездных пульсаций на стадии предельной амплитуды выполнялись на отрезках времени, охватывающих не менее 10^3 периодов. Однако прекращение роста амплитуды не является достаточным признаком того, что модель достигла стадии установившихся колебаний, так как нередко после завершения быстрого роста амплитуды происходит медленная релаксация, сопровождающаяся изменениями средних значений радиуса \bar{R} и светимости \bar{L} . На основании предварительных гидродинамических вычислений было установлено, что критерием установившихся колебаний предельной амплитуды можно считать выполнение условия равенства среднего значения светимости \bar{L} и значения светимости на внутренней границе L_0 , которая является характеристикой начальной равновесной модели и остается неизменной при

гидродинамических вычислениях. В настоящей работе расчеты гидродинамических моделей завершались при выполнении условия $|1 - \bar{L}/L_0| < 10^{-3}$.

СООТНОШЕНИЯ ПЕРИОД–РАДИУС И ПЕРИОД–СВЕТИМОСТЬ

В общей сложности в работе было рассчитано около 150 гидродинамических моделей мирид, из которых 30 оказались устойчивыми относительно радиальных пульсаций и показали затухание амплитуды. Зависимости период–радиус $\Pi - \bar{R}$ и период–светимость $\Pi - \bar{L}$, построенные по результатам проведенных расчетов, показаны отдельно для моделей пульсирующих в фундаментальной моде и в первом обертоне на рис. 5 и 6.

Как было отмечено выше, для звезд с начальными массами $M_{ZAMS} = 1.5$ и $3 M_{\odot}$ в работе были рассмотрены эволюционные последовательности, рассчитанные при значениях скорости потери массы $\eta_B = 0.03$ и $\eta_B = 0.05$. На рис. 5 и 6 соответствующие гидродинамические модели показаны треугольниками и кружками. Как следует из приведенных графиков, все модели каждой эволюционной последовательности концентрируются около общей линии и в пределах разброса точек не показывают заметных различий в зависимости от η_B .

Штриховыми линиями на рис. 5 и 6 показаны результаты аппроксимации результатов расчетов соотношениями вида

$$\lg \bar{R}/R_{\odot} = a_0 + a_1 \lg \Pi_k, \tag{4}$$

$$\lg \bar{L}/L_{\odot} = b_0 + b_1 \lg \Pi_k, \tag{5}$$

где $k = 0$ для колебаний в фундаментальной моде и $k = 1$ для первого обертона. Коэффициенты a_0, a_1, b_0, b_1 в формулах (4), (5), а также соответствующие интервалы значений периода Π_a и Π_b , в пределах которых определена данная зависимость, приведены в табл. 1.

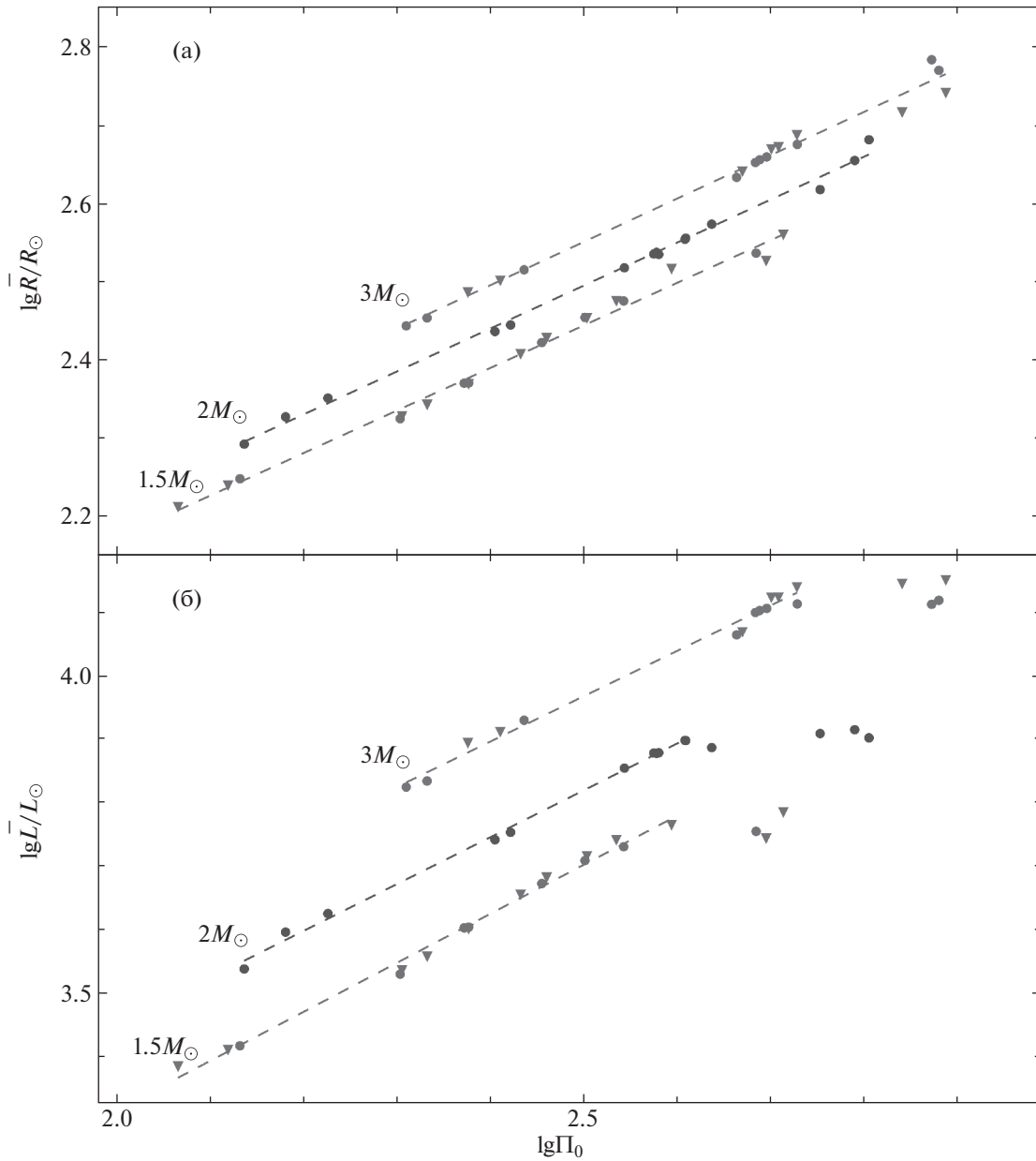


Рис. 5. Зависимости период–радиус (а) и период–светимость (б), построенные по гидродинамическим моделям, пульсирующим в фундаментальной моде. Кружки и треугольники соответствуют моделям эволюционных последовательностей, рассчитанных при $\eta_{\text{в}} = 0.05$ и $\eta_{\text{в}} = 0.03$ соответственно.

При рассмотрении рис. 5 обращает на себя внимание разброс точек каждой эволюционной последовательности, который возрастает с увеличением Π и свидетельствует об увеличивающихся ошибках определения периода пульсаций при $\Pi > 500$ сут. Более того, на диаграмме период–светимость модели с самыми длинными периодами показывают систематические отклонения в сторону меньших значений \bar{L} , в то время как на диаграмме период–радиус подобных отклонений нет. Причиной систематических отклонений на рис. 5б

является возрастающая нелинейность пульсаций при больших периодах. На диаграмме $\Pi - \bar{R}$ систематические отклонения отсутствуют, поскольку усиление нелинейности колебаний сопровождается одновременным возрастанием периода и радиуса, так как эти величины связаны соотношением $\Pi \propto \bar{R}^{3/2}$. Подобные изменения на диаграмме $\Pi - \bar{L}$ происходить не могут, так как средняя светимость является неизменной величиной и возрастание периода пульсаций вследствие усиления нелинейно-

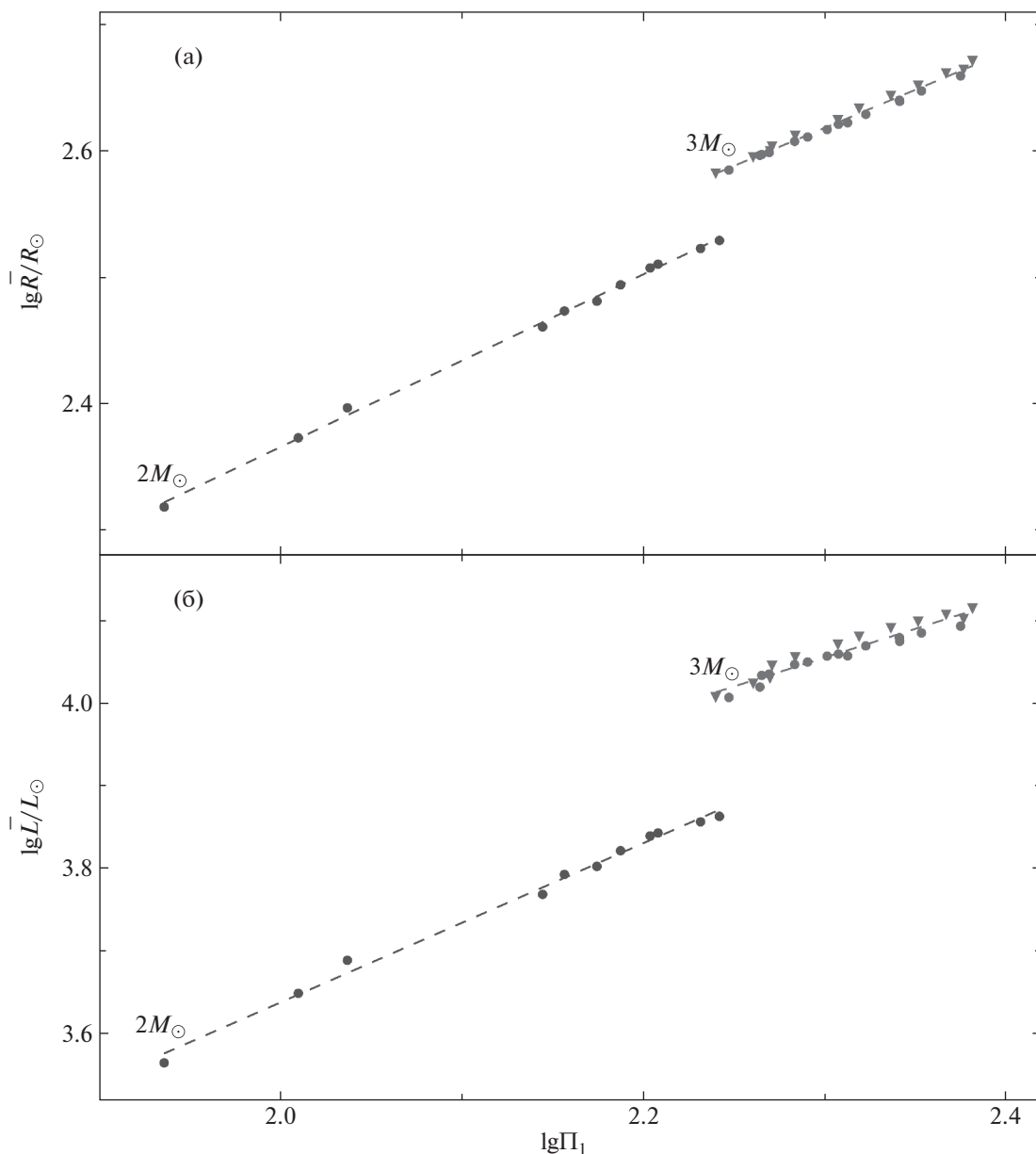


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но для гидродинамических моделей, пульсирующих в первом обероне.

сти колебаний приводит лишь к смещению точки на диаграмме вдоль горизонтальной оси.

Зависимости период–радиус и период–светимость были определены в настоящей работе для моделей эволюционных последовательностей $M_{ZAMS} = 1.5 M_{\odot}$, $2 M_{\odot}$ и $3 M_{\odot}$ пульсирующих в фундаментальной моде и первом обероне в пределах всего интервала значений периода. Исключение составляют зависимости период–светимость для фундаментальной моды, при определении которой интервал значений периода был сокращен пределами отрезка с приблизительно линейной зависимостью между $\lg \Pi$ и $\lg L$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные выше теоретические соотношения период–радиус и период–светимость мирид с солнечным содержанием металлов основываются на результатах согласованных вычислений звездной эволюции и нелинейных пульсаций звезд асимптотической ветви гигантов. Этот метод применим в тех случаях, когда оболочка звезды находится в тепловом равновесии и применительно к миридам позволяет охватить $\approx 90\%$ времени жизни звезд этого типа. Из полученных результатов следует, что теоретические соотношения период–радиус и период–светимость характери-

зуются значительной зависимостью от начальной массы звезды на главной последовательности. Например, пульсации в фундаментальной моде с периодом $\Pi = 400$ сут возникают в моделях эволюционных последовательностей $M_{ZAMS} = 1.5 M_{\odot}$ и $M_{ZAMS} = 3 M_{\odot}$, светимость которых отличается на $\Delta m_{bol} \approx 0.7$ зв. величины. Зависимость соотношений $\Pi - \bar{R}$ и $\Pi - \bar{L}$ от M_{ZAMS} связана с тем, что полная светимость звезд AGB определяется массой выжженного углеродного ядра (Пачинский, 1970; Ус, 1970), которая возрастает с увеличением начальной массы. Таким образом, дисперсия в наблюдательных зависимостях $\Pi - \bar{R}$ и $\Pi - \bar{L}$ может быть обусловлена не только ошибками наблюдений, но также различной начальной массой наблюдаемых звезд. В связи с этим становится также понятным, почему соотношения $\Pi - \bar{R}$ и $\Pi - \bar{L}$, рассчитанные при значениях скорости потери массы $\eta_B = 0.03$ и $\eta_B = 0.05$, лишь незначительно отличаются друг от друга. Действительно, период пульсаций и масса звезды связаны соотношением $\Pi \propto M^{-1/2}$, поэтому на начальном этапе AGB эволюционные изменения массы не оказывают заметного влияния на период колебаний и играют заметную роль лишь на ее финальном этапе.

Заслуживает внимания тот факт, что периоды колебаний в первом обертоном, обнаруженные в моделях эволюционных последовательностей $M_{ZAMS} = 2 M_{\odot}$ и $M_{ZAMS} = 3 M_{\odot}$, находятся в достаточно узких пределах: $86 \text{ сут} \leq \Pi \leq 123 \text{ сут}$ и $174 \text{ сут} \leq \Pi \leq 204 \text{ сут}$. Более плотная сетка эволюционных последовательностей и гидродинамических моделей мирид, возможно, позволит облегчить решение нередко возникающей при наблюдениях мирид задачи об идентификации моды колебаний по длине периода.

Основные трудности, возникающие при вычислении нелинейных пульсаций мирид, связаны с гидродинамическими моделями, находящимися на поздних стадиях AGB, когда значительно возрастает амплитуда колебаний, а сходимость итераций при решении неявных разностных уравнений существенно ухудшается. Традиционный способ преодоления подобных трудностей связан с увеличением числа массовых зон модели и уменьшением шага интегрирования по времени. К сожалению, оба этих приема приводят к значительному возрастанию времени вычислений. Более того, для уверенного определения периода колебаний большой амплитуды решение уравнений гидродинамики должно охватывать значительно более протяженный отрезок времени, что еще больше усложняет задачу.

Практически непреодолимые трудности возникают при расчете гидродинамических моделей мирид с периодами $\Pi \sim 10^3$ сут, находящихся на финальной стадии AGB. В настоящей работе для

таких моделей нам не удалось получить устойчивое решение уравнений гидродинамики, поскольку даже малые ошибки вычислений становятся причиной динамической неустойчивости и разлета внешних лагранжевых слоев модели со скоростью, превосходящей локальную скорость ускользания. По всей видимости, на финальной стадии AGB водородная оболочка мириды находится около границы динамической неустойчивости из-за большой протяженности зоны ионизации водорода с показателем адиабаты ниже критического значения ($\Gamma_1 = (\partial \ln P / \partial \ln \rho)_S < 4/3$) и малого ускорения силы тяжести во внешних слоях звезды. Ранее подобные выводы были высказаны в работах Тухмана и др. (1978, 1979) при объяснении возникновения звездного сверхветра как причины образования планетарных туманностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриантсаралаза и др. (M. Andriantsaralaza, S. Ramstedt, W.H.T. Vlemmings, and E. De Beck), *Astron. Astrophys.* **667**, A74 (2022).
2. Асплунд и др. (M. Asplund, N. Grevesse, A.J. Sauval, and P. Scott), *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **47**, 481 (2009).
3. Бём-Витензе (E. Böhm-Vitense), *Zeitschrift für Astrophys.* **46**, 108 (1958).
4. Блокер (T. Blöcker), *Astron. Astrophys.* **297**, 727 (1995).
5. Вайтлок и др. (P.A. Whitelock, F. Marang Freddy, and M.W. Feast), *MNRAS* **319**, 728 (2000).
6. Вайтлок, Фист (P.A. Whitelock and M.W. Feast), *MNRAS* **319**, 759 (2000).
7. Вайтлок и др. (P.A. Whitelock, J.W. Menzies, M.W. Feast, F. Nsengiyumva, and N. Matsunaga), *MNRAS* **428**, 2216 (2013).
8. Вильсон (L.A. Willson), *Annual Rrev. Astron. Astrophys.* **38**, 573 (2000).
9. Гласс, Ллойд Иванс (I.S. Glass and T. Lloyd Evans), *Nature* **291**, 303 (1981).
10. Гласс, Фист (I.S. Glass and M.W. Feast), *MNRAS* **198**, 199 (1982a).
11. Гласс, Фист (I.S. Glass and M.W. Feast), *MNRAS* **199**, 245 (1982b).
12. Грёневеген, Вайтлок (M.A.T. Groenewegen and P.A. Whitelock), *MNRAS* **281**, 1347 (1996).
13. Жанг, Сандерс (H. Zhang and J.L. Sanders), *MNRAS* **521**, 1462 (2023).
14. Куфюс (R. Kuhfuß), *Astron. Astrophys.* **160**, 116 (1986).
15. Моулд и др. (J. Mould, A. Saha Abhijit, and S. Hughes), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **154**, 623 (2004).
16. Моулд и др. (J. Mould, J.R. Graham, K. Matthews Keith, G. Neugebauer, and J. Elias), *Astrophys. J.* **349**, 503 (1990).

17. Пакстон и др. (B. Paxton, R. Smolec, J. Schwab, A. Gaulty, L. Bildsten, M. Cantiello, A. Dotter, R. Farmer, J.A. Goldberg, A.S. Jermyn, S.M. Kanbur, P. Marchant, A. Thoul, R.H.D. Townsend, W.M. Wolf, M. Zhang, and F.X. Timmes), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **243**, 10 (2019).
18. Пачинский (B. Paczyński), *Acta Astron.* **20**, 47 (1970).
19. Пиньятари и др. (M. Pignatari, F. Herwig, R. Hirschi, M. Bennett, G. Rockefeller, C. Fryer, F.X. Timmes, C. Ritter, A. Heger, S. Jones, U. Battino, A. Dotter, R. Trappitsch, S. Diehl, U. Frischknecht, A. Hungerford, G. Magkotsios, C. Travaglio, and P. Young), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **225**, 24 (2016).
20. Раймерс (D. Reimers), *Problems in stellar atmospheres and envelopes* (Ed. B. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving, New York: Springer-Verlag, 1975), p. 229.
21. Сайбург и др. (R.H. Cyburt, A.M. Amthor, R. Ferguson, Z. Meisel, K. Smith, S. Warren, A. Heger, R.D. Hoffman, T. Rauscher, A. Sakharuk, H. Schatz, F.K. Thielemann, and M. Wiescher), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **189**, 240 (2010).
22. Сан и др. (Y. Sun, B. Zhang, M.J. Reid, Sh. Xu, Sh. Wen, J. Zhang, and X. Zheng), *Astrophys. J.* **931**, 74 (2022).
23. Тухман и др. (Y. Tuchman, N. Sack, and Z. Barkat), *Astrophys. J.* **219**, 183 (1978).
24. Тухман и др. (Y. Tuchman, N. Sack, and Z. Barkat), *Astrophys. J.* **234**, 217 (1979).
25. Ураго и др. (R. Urago Riku, R. Yamaguchi, T. Omodaka, T. Nagayama, J.O. Chibueze, M.Y. Fujimoto, T. Nagayama, A. Nakagawa, Yu. Ueno, M. Kawabata, T. Nakaoka, K. Takagi, M. Yamanaka, and K. Kawabata), *Publ. Astron. Soc. Japan* **72**, 57 (2020).
26. Уус У., *Науч. информ. Астрон. совета АН СССР* **17**, 25 (1970).
27. Фадеев Ю.А., *Письма в Астрон. журн.* **39**, 342 (2013) [Yu.A. Fadeyev, *Astron. Lett.* **39**, 306 (2013)].
28. Фадеев (Yu.A. Fadeyev), *MNRAS* **514**, 5996 (2022).
29. Фист (M.W. Feast), *MNRAS* **211**, 51 (1984).
30. Фист (M.W. Feast), *Observatory* **105**, 85 (1985).
31. Фист и др. (M.W. Feast, I.S. Glass, P.A. Whitelock, and R.M. Catchpole), *MNRAS* **241**, 375 (1989).
32. Хервиг (F. Herwig), *Astron. Astrophys.* **360**, 952 (2000).
33. Хуанг и др. (C.D. Huang, A.G. Riess, S.L. Hoffmann, Ch. Klein, J. Bloom, W. Yuan, M.M. Lucas, D.O. Jones, P.A. Whitelock, S. Casertano, and R.I. Anderson), *Astrophys. J.* **857**, 67 (2018).
34. Шибуез и др. (J.O. Chibueze, R. Urago, T. Omodaka, Yu. Morikawa, M.Y. Fujimoto, A. Nakagawa, T. Nagayama, T. Nagayama, and K. Hirano), *Publ. Astron. Soc. Japan* **72**, 59 (2020).
35. Юань и др. (W. Yuan, M.M. Lucas, A. Javadi, Zh. Lin, and J.Z. Huang), *Astron. J.* **156**, 112 (2018).