

# ЭФФЕКТЫ ПЕРЕСТАНОВОЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ НА НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ С СИЛЬНЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ

© 2023 г. Д. Д. Лисицин<sup>1,2\*</sup>, Н. И. Шакура<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга,  
Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19.09.2023 г.

После доработки 11.11.2023 г.; принята к публикации 21.11.2023 г.

Проведен анализ неустойчивости перестановочного типа на внутреннем крае тонкого диамагнитного аккреционного диска. Модель конфигурации магнитного поля использована из статьи (Али, 1980). Было проанализировано модифицированное дисперсионное уравнение перестановочной неустойчивости, которое учитывает кеплеровское вращение диска. В рамках рассмотрения перестановочной неустойчивости авторами был выведен внутренний радиус аккреционного диска. Показано, что внутренний радиус не отличается от альфвеновского радиуса при сферической аккреции с точностью до безразмерного коэффициента, причем коэффициент пропорциональности зависит только от альфа-параметра турбулентности и относительной толщины диска ( $h/r$ ).

*Ключевые слова:* нейтронные звезды, аккреция, МГД.

DOI: 10.31857/S0320010823120057, EDN: RXRNJT

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В астрофизике аккреции на объекты с сильными магнитными полями важным элементом является взаимодействие поля компактного объекта и падающей ионизованной плазмы. Как правило, магнитные поля при приближении к компактному объекту усиливаются и эти поля необходимо учитывать. Важность этой проблемы была отмечена еще в наблюдательных работах первых рентгеновских космических обсерваторий — UHURU и др. (Джиакони и др., 1971; Джиакони и др., 1973).

В системах с магнитными полями и ионизованной плазмой существует много неустойчивостей (см., например, Кулсруд, 2005; Голдстоун, Резерфорд, 1995). Отметим некоторые (список не исчерпывающий): магнито-ротационная неустойчивость (см., например, Балбус, Хоули, 1991; Ли и др., 2014; Шакура и др., 2023), неустойчивость Кельвина–Гельмгольца (см., например, Лавлэйс и др., 2010), неустойчивость Рэлея–Тейлора (см., например, Блинова и др., 2016) и перестановочная неустойчивость. Под перестановочной неустойчивостью (“flute” instability) мы понимаем неустойчи-

вость, связанную только с конфигурацией магнитного поля (Франк–Каменецкий, 1968; Трубников, 1996), т.е. градиентом магнитного поля и изгибом его линий. В теоретических работах, посвященных аккреции на нейтронные звезды с сильными магнитными полями, основное внимание уделяется другим упомянутым неустойчивостям. Мы же сосредоточимся на рассмотрении перестановочной неустойчивости и ее физических эффектах в системах с аккреционными дисками.

В настоящей статье мы рассмотрим дисперсионное соотношение перестановочной неустойчивости, учитывающее кеплеровское вращение аккреционного диска. Мы исследуем проявления этого соотношения в системе с тонким диамагнитным аккреционным диском Али (Али, 1980). В рамках нашего рассмотрения будет оценен внутренний радиус аккреционного диска.

Работа делится на пять частей: в первой мы подробно рассмотрим модель нашей системы и необходимые предположения для записи уравнений, во второй — дисперсионное соотношение перестановочной неустойчивости, в третьей будет рассмотрена модель магнитного поля, в четвертой мы оценим внутренний радиус диска, а в заключении мы подведем итог нашей работе.

\*Электронный адрес: lisitcin.dd18@physics.msu.ru

## 2. МОДЕЛЬ

Опишем модель аккреционного диска вокруг нейтронной звезды с сильным магнитным полем, в рамках которой будем работать. В отдельности опишем ограничения как на модель системы, так и на модель развития неустойчивости.

Допустим, что нейтронная звезда имеет дипольное магнитное поле с моментом  $\boldsymbol{\mu}$ . Диск мы будем считать диамагнитным, т.е. предполагаем, что плазма имеет бесконечную проводимость. Следствием этого будет то, что магнитное поле нейтронной звезды не будет проникать внутрь аккреционного диска. Упомянем также, что это предположение не является единственным: в других работах также используются модели диска с проникающим магнитным полем (см., например, Клужняк, Раппапорт, 2007). Для упрощения построений и аналитических выкладок будем считать диск геометрически тонким. Эти два предположения наследуются нами из модели магнитного поля Али (Али 1980), которую мы применим для иллюстрации модели перестановочной неустойчивости. Также для простоты будем предполагать, что совпадают три оси: ось обращения аккреционного диска ( $\boldsymbol{\Omega}_K(r)$ ), ось вращения нейтронной звезды ( $\boldsymbol{\Omega}$ ) и ось, проходящая через центр нейтронной звезды вдоль вектора магнитного диполя ( $\boldsymbol{\mu}$ ). Также предположим, что система обладает осевой симметрией, причем эта ось совпадает с тремя упомянутыми осями. Основные характеристики модели нашей системы представлены на рис. 1.

Теперь рассмотрим ограничения на модель развития неустойчивости. Во-первых, мы накладываем все ограничения, которые необходимы, чтобы записать уравнения МГД для нашей системы. Во-вторых, для простоты выводимых выражений мы ограничимся рассмотрением только тех возмущений, размер которых много меньше радиуса, на котором они возникают. В-третьих, мы не будем включать в рассмотрение другие неустойчивости исследуемой системы (см., например, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца или магнито-ротационную неустойчивость). Для рассматриваемой нами неустойчивости важно, что магнитное поле выпукло вблизи внутренней границы и нарастает к внутреннему краю по модулю (см. раздел 4). Это позволит яснее увидеть влияние именно перестановочной неустойчивости на рассматриваемые эффекты.

## 3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Для рассмотрения физической причины возникновения перестановочной неустойчивости напишем уравнения, необходимые для вывода дисперсионного соотношения этого вида неустойчивости. Будем работать в цилиндрической системе координат

$(r, \varphi, z)$  с центром в центре нейтронной звезды и осью, параллельной оси вращения аккреционного диска. Мы будем пользоваться методом малых колебаний (Трубников, 1996). Система в равновесии возмущается малыми колебаниями так, что рассматриваемые уравнения могут быть линеаризованы. Из условия существования нетривиальных решений получается дисперсионное уравнение, т.е. уравнение вида

$$\omega = \omega(\mathbf{k}, \text{параметры системы}).$$

Напишем рассматриваемые уравнения:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}([\mathbf{v} \times \mathbf{B}]), \\ \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = \\ = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} + \frac{GM_{NS} \cdot \rho}{r} \right) + \frac{(\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B}}{4\pi}, \end{cases}$$

где  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции в вакууме,  $\mathbf{v}$  — скорость движения плазмы,  $p$  — газовое давление плазмы,  $\rho$  — плотность плазмы,  $G$  — гравитационная постоянная,  $M_{NS}$  — масса нейтронной звезды. Первое векторное уравнение является уравнением индукции, а второе векторное уравнение является уравнением движения. Также нам необходимы граничные условия, чтобы рассматривать проводящий диск в состоянии равновесия. Граничные условия:

$$\begin{cases} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})_S = 0, \\ \left\langle p + \frac{B^2}{8\pi} \right\rangle_S = 0, \end{cases}$$

где  $S$  — поверхность раздела вакуум-плазма,  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности  $S$ , направленный в сторону вакуума, угловыми скобками обозначен скачок величины при пересечении поверхности. Первое граничное условие следует из сохранения нормальной компоненты магнитного поля, а второе — отсутствием скачка полного давления при переходе границы плазма-вакуум. Также необходимо упомянуть уравнение адиабатичности потока:

$$\frac{ds}{dt} = 0,$$

где  $s$  — удельная энтропия. Уравнение  $\text{div} \mathbf{B} = 0$  в случае линеаризованной системы является избыточным, поскольку включается в первые два уравнения. Мы представляем общее решение системы уравнений в виде суммы постоянного решения ( $\mathbf{B}_0$  и  $[\boldsymbol{\Omega}_K \times \mathbf{r}]$ ) и малых возмущений неизвестных величин ( $\mathbf{B}'$  и  $\mathbf{v}'$ ):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$$

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\Omega}_K \times \mathbf{r}] + \mathbf{v}'$$

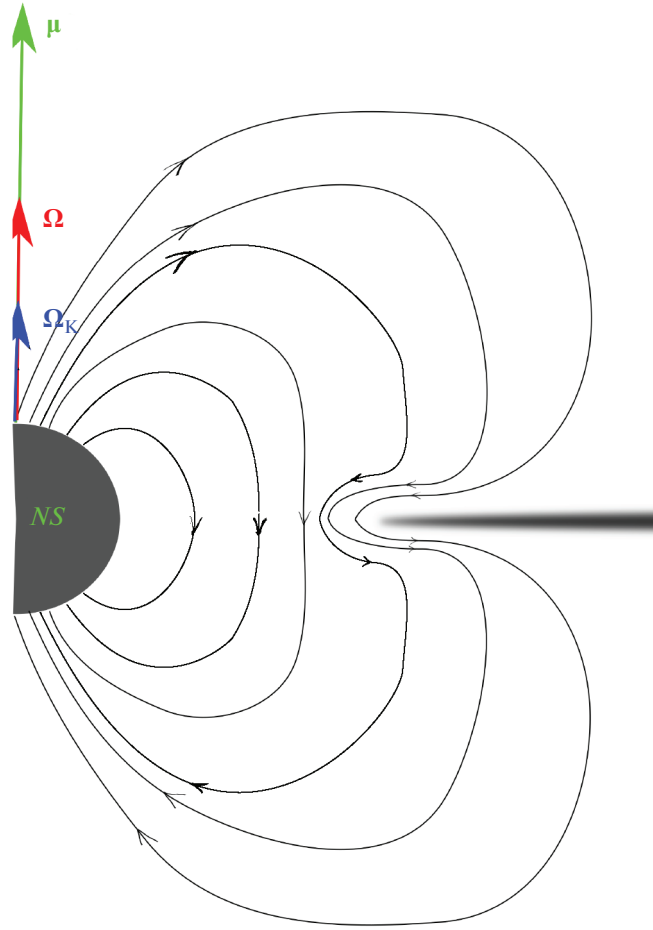


Рис. 1. Иллюстрация модели (см. текст).

где  $\Omega_K = \sqrt{\frac{GM_{NS}}{r^3}}$  — кеплеровская угловая скорость. Возмущения скорости и магнитного поля будут иметь вид

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0(r) \exp i(k_r r + m\varphi + k_z z - \omega t).$$

Волновой вектор возмущений в цилиндрической системе координат будет выражаться следующим образом:

$$\mathbf{k} = \left( k_r, \frac{m}{r}, k_z \right),$$

где  $r$  — радиус, на котором происходит возмущение. Понятно, что если дисперсионное соотношение допускает наличие частот с отрицательной мнимой частью, то возмущение со временем накопится и приведет к фрагментации диска.

Ранее было показано, что без учета гравитационного поля и кеплеровского движения вещества дисперсионное соотношение получится в виде (Трубников, 1996)

$$\omega^2 = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_A)^2 + \frac{|\mathbf{k}|}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left( \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right), \quad (1)$$

где  $\mathbf{c}_A = \frac{\mathbf{B}}{\sqrt{4\pi\rho}}$ .

С учетом кеплеровского движения вещества дисперсионное соотношение усложняется (Шакура и др., в печати):

$$(\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_A)^2 + \frac{|\mathbf{k}|}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left( \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right), \quad (2)$$

где  $\Omega$  — угловая скорость вращения диска,  $\kappa^2 = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} (\Omega^2 r^4)$  — квадрат эпициклической частоты. В случае кеплеровского вращения диска:  $\kappa = \Omega = \Omega_K$ .

Отметим, что присутствие кеплеровской угловой скорости в правой части уравнения стабилизирует возникновение неустойчивости. Также препятствовать возникновению неустойчивости будет второй член в правой части уравнения, который отвечает за стабилизацию за счет упругости силовых линий магнитного поля.

Поскольку возмущения в среде возникают с любым волновым числом  $\mathbf{k}$ , то из нашего урав-



Рис. 2. Иллюстрация к случаям перестановочной неустойчивости (Трубников, 1996). Слева — неустойчивый случай, справа — устойчивый.

нения нам нужны те значения  $\mathbf{k}$ , которые приведут к развитию неустойчивости быстрее всего. Для такой ситуации нам необходимо, чтобы волновой вектор возмущений был перпендикулярен магнитным силовым линиям (в таком случае второй положительный член в правой части будет равен нулю для введенных возмущений), а также чтобы градиент давления магнитного поля был направлен к поверхности раздела вакуум-плазма (третий член в правой части будет максимален по модулю и отрицательным). В случае выпуклой наружу конфигурации магнитного поля второе условие выполнено автоматически (см. рис. 2). Первое условие в случае соосной системы будет выполнено, когда возмущение распространяется вдоль азимутального направления:

$$\mathbf{k} = \left(0, \frac{m}{r}, 0\right).$$

Развитие неустойчивости приводит к появлению “желобков” на внутреннем крае диска вдоль азимутального направления (по  $\varphi$ -координате, см. рис. 3). В этом случае инкремент развития неустойчивости (модуль мнимой части частоты) будет равен:

$$\gamma = \sqrt{\frac{k}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{B^2}{8\pi}\right)}. \quad (3)$$

В разделе 5 мы проанализируем уравнение (2) с учетом двух положительных членов, которые стабилизируют неустойчивость.

#### 4. МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Применим полученный инкремент развития неустойчивости к конкретному решению для магнитного поля с бесконечно тонким диамагнитным диском (Али, 1980). Но перед этим кратко обсудим характерные особенности модели магнитного поля.

Первая особенность состоит в том, что на внутреннем крае диска происходит усиление дипольного поля (Липунов, Шакура, 1980):

$$\mathbf{B} \approx \mathbf{B}_d \cdot \left(\frac{r_{in}}{h}\right)^{1/2},$$

где  $h$  — толщина диска,  $\mathbf{B}_d$  — дипольное поле нейтронной звезды при отсутствии аккреционного диска,  $r_{in}$  — внутренний радиус диска. Таким образом, имеет место краевой эффект, аналогичный электростатическому краевому эффекту в системе с заряженным металлическим острием. На экваторе вблизи внутреннего края диска усиление дипольного поля наибольшее. Предположим, что и производная давления магнитного поля на внутреннем крае диска максимальна, т.е. возникновение неустойчивости наиболее вероятно на внутреннем крае диска.

Второй характерной особенностью этой модели является наличие нейтральных точек на диске — мест, где магнитное поле равно нулю (рис. 4). Эти нейтральные точки могут стать источником истечения из диска в виде двух отдельных “фонтанчиков” при определенных условиях.

На экваторе вблизи внутреннего радиуса диска в соосной системе (мы отступим от внутреннего радиуса диска на расстояние  $h$ , чтобы учесть толщину диска) ненулевой будет только  $z$ -компонента магнитного поля:

$$B_z = \frac{2\mu}{\pi r^3} \left[ \arctg \left( \frac{r_{in}^2}{r^2} - 1 \right)^{1/2} + \frac{r}{(r_{in}^2 - r^2)^{1/2}} \left( 1 + \frac{r^2}{r_{in}^2} \right) \right].$$

Радиальная производная давления магнитного поля в главной асимптотике по параметру  $\frac{r_{in}}{h}$ :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) \approx \frac{\mu^2}{\pi^3 r_{in}^7} \left( \frac{r_{in}}{h} \right)^2. \quad (4)$$

#### 5. ВНУТРЕННИЙ РАДИУС НЕФРАГМЕНТИРОВАННОГО ДИСКА

Внутренний радиус диска мы найдем из условия равенства характерной скорости распространения неустойчивости и радиальной скорости вещества на внутреннем крае диска:

$$v_{ins} = v_r. \quad (5)$$



Рис. 3. Картина развития неустойчивости вдоль  $\varphi$ -координаты (см. текст).

Это будет отражать тот факт, что радиальные движения вещества в диске не могут стабилизировать неустойчивость.

Обсудим ограничения, необходимые для возникновения неустойчивостей. С учетом конечной толщины диска, “желобки” по  $z$ -координате переходят в “желобки” по  $r$ -координате, амплитуда которых быстро убывает с удалением от внутреннего края диска. В результате мы можем пренебречь вторым положительным членом в формуле (2). Скорость распространения неустойчивости на внутреннем крае диска будет иметь вид

$$v_{ins} = \gamma/k. \quad (6)$$

Радиальная скорость на внутреннем крае будет равна просто турбулентной скорости, поскольку вблизи внутреннего края вещество выходит из диска и не возвращается в диск  $v_r \approx \alpha^{1/2} c_s$ , где  $c_s$  — скорость звука в плазме,  $\alpha$  — параметр турбулентности Шакуры–Сюняева (Шакура, Сюняев, 1973). Предположим, что возмущения происходят в основном на моде порядка толщины диска:

$$k = \frac{2\pi}{h}, \quad (7)$$

а темп аккреции

$$\dot{M} = 2\pi h r_{in} \rho v_r. \quad (8)$$

Можно получить, что волновое число, на котором мы рассматриваем возмущения (с длиной волны порядка толщины диска), является минимально необходимым для развития неустойчивости. Из формулы равновесия гравитационных сил и сил

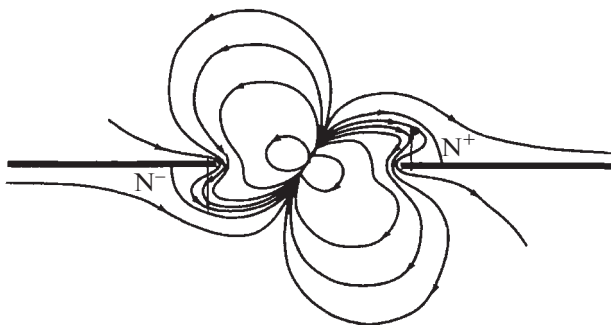


Рис. 4. Иллюстрация модели магнитного поля для общего случая наклонного диполя (см. текст). Картинка взята из работы Али (1980).

газового давления вдоль  $z$ -координаты на внутреннем радиусе можно получить

$$c_s = \frac{h}{r_{in}} \sqrt{\frac{GM_{NS}}{r}}. \quad (9)$$

Используя уравнение (5) и подставив в него выражения (3), (4), (6)–(9), мы получим оценку для внутреннего радиуса диска:

$$r_{in} = \left( \frac{1}{\pi^3 \alpha^{1/2} (h/r_{in})} \right)^{2/7} \times \left( \frac{\mu^2}{M \sqrt{GM_{NS}}} \right)^{2/7}. \quad (10)$$

Таким образом, внутренний радиус нефрагментированного диска совпадает с альфвеновским радиусом с точностью до безразмерных констант в случае квазисферической аккреции (см., например, Шакура, 2016). Коэффициент пропорциональности слабо зависит от безразмерных величин  $\alpha$  и  $h/r$ .

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, взяв конкретную модель поля для тонкого диамагнитного диска, мы получили внутренний радиус нефрагментированного (устойчивого) диска. Внутренний радиус устойчивого диска совпадает с альфвеновским радиусом в случае квазисферической аккреции, а зависимость от безразмерных параметров диска (относительной толщины диска и  $\alpha$ -параметра) является слабой.

Авторы выражают благодарность Алексею Кузину и Марине Афоной за дискуссию. Также благодарим рецензентов за ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (грант № 21-12-00141).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Али (J.J. Aly), *Astron. Astrophys.* **86**, 192 (1980).
2. Балбус, Хоули (S.A. Balbus and J.F. Hawley), *Astrophys. J.* **376**, 214 (1991).
3. Блинова, Романова, Лавлэйс (A.A. Blinova, M.M. Romanova, and R.V.E. Lovelace), *MNRAS* **459**, 2354 (2016).
4. Голдстоун, Резерфорд (R.J. Goldstone and P.H. Rutherford), *Introduction to Plasma Physics* (New York: CRC Press, 1995), p. 331.

5. Джакони и др. (R. Giacconi, H. Gursky, E. Kellogg, E. Schreier, and H. Tananbaum), *Astrophys. J.* **167**, L67 (1971).
6. Джакони и др. (R. Giacconi, H. Gursky, E. Kellogg, R. Levinson, E. Schreier, and H. Tananbaum), *Astrophys. J.* **184**, 227 (1973).
7. Джакони и др. (R. Giacconi, G. Branduardi, U. Briel, A. Epstein, D. Fabricant, E. Feigelson, W. Forman, P. Gorenstein, et al.), *Astrophys. J.* **230**, 540 (1979).
8. Клужняк, Раппапорт (W. Kluźniak and S. Rappaport), *Astron. J.* **671**, 1992 (2007).
9. Кулсруд (R.M. Kulsrud), *Plasma physics for astrophysics* (Princeton Univer. Press, 2005), p. 171.
10. Лавлэйси и др. (R.V.E. Lovelace, M.M. Romanova, and W.I. Newman), *MNRAS* **402**, 2575 (2010).
11. Лии и др. (P.S. Lii, M.M. Romanova, G.V. Ustyugova, A.V. Koldoba, and R.V.E. Lovelace), *MNRAS* **441**, 86 (2014).
12. Липунов, Шакура (V.M. Lipunov and N.I. Shakura), *Sov. Astron. Lett.* **6**, 14 (1980).
13. Трубников Б.А., *Теория плазмы: Учеб. пособие для вузов* (М.: Энергоатомиздат, 1996), с. 204.
14. Франк-Каменецкий Д.А., *Лекции по физике плазмы* (М.: Атомиздат, 1968).
15. Шакура Н.И. (ред.), *Аккреционные процессы в астрофизике* (М.: Физматлит, 2016), с. 331.
16. Шакура Н.И., Постнов К.А., Колесников Д.А., Липунова Г.В., *Успехи физ. наук* **193**, № 12 (2023); <https://doi.org/10.3367/UFNг.2023.09.039554>
17. Шакура, Сюняев (N.I. Shakura and R.A. Sunyaev), *Astron. Astrophys.* **24**, 337 (1973).