

## МАНЕВР УХОДА ИЗ ОКРЕСТНОСТИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СИЛ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

© 2023 г. Д. В. Шиманчук<sup>1\*</sup>, А. С. Шмыров<sup>1</sup>, В. А. Шмыров<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 04.07.2023 г.

После доработки 25.07.2023 г.; принята к публикации 14.09.2023 г.

Исследуется орбитальное движение космического аппарата с солнечным парусом в окрестности коллинеарной точки либрации системы Солнце–Земля. Исследование проводится в рамках хилловского приближения круговой ограниченной задачи трех тел. Коллинеарная точка либрации является неустойчивой, но неустойчивость может быть положительным фактором в задачах маневрирования в межпланетном пространстве. Это связано с тем, что малое изменение скорости вблизи неустойчивой точки либрации может привести к существенному изменению орбитального движения. Данное свойство может быть использовано в разработке проектов по противодействию кометно-астероидной опасности. Предлагается схема построения траекторий перехвата космического аппарата с потенциально опасным объектом. Рассмотрен один из этапов этой схемы — оптимальный уход из окрестности точки либрации с помощью сил светового давления. Представлены результаты численного моделирования.

*Ключевые слова:* ограниченная задача трех тел, точка либрации, солнечный парус, управляемое движение, инвариантное многообразие, маневрирование.

DOI: 10.31857/S032001082309005X, EDN: OНГКЕF

### ВВЕДЕНИЕ

Понимание реальной угрозы столкновения Земли с крупным небесным телом можно отнести к середине 90-х гг. XX в., когда астрономы непосредственно наблюдали падение фрагментов кометы Шумейкеров–Леви 9 на Юпитер. С этого времени астрономические наблюдения активизировались, и были открыты новые объекты в Солнечной системе, представляющие угрозу для Земли. Одним из вариантов решения задачи кометно-астероидной опасности является ударное воздействие на угрожающий объект. Примером такого воздействия является успешная миссия 2022 г. AMS DART (NASA), результатом которой было столкновение космического аппарата (КА) DART с астероидом Диморф двойной системы астероидов Дидим–Диморф. Начальная орбита обращения Диморфа вокруг Дидима была почти круговой, а период равнялся 11 ч и 55 мин, в результате столкновения период изменился на 32 мин.

Отметим, что в работе (Эйсмонт и др., 2013) для ударного воздействия предлагается использовать подходящий астероид достаточно малых размеров, орбитальным движением которого можно

управлять. Такой управляемый астероид может в результате удара оказать существенное влияние на траекторию опасного астероида и предотвратить его столкновение с Землей. Для уменьшения энергетических затрат предполагается использование гравитационного маневрирования, т.е. используется свойство неустойчивости траектории соударения. В работе (Шмыров, Шиманчук, 2015) было предложено использовать другой вид неустойчивости — а именно, неустойчивость коллинеарных точек либрации системы Солнце–Земля (Маркеев, 1978). Поместив на орбиту ожидания в окрестности точки либрации объект достаточно большой массы (космическую станцию или даже небольшой астероид), свойство неустойчивости можно использовать для проведения маневра перехвата. Уже имеются исследования, связанные с использованием малой тяги для корректировки орбит астероидов в окрестности точек либрации (Кериорри, Квартельлез, 2013) и продлением миссии КА вблизи точки либрации с целью исследования астероидов (Пупков и др., 2023).

В данной работе на примере КА с солнечным парусом исследуем вопросы построения траекторий перехвата с потенциально опасным небесным телом. Под траекторией перехвата будем понимать траекторию управляемого движения (маневра) КА,

\* Электронный адрес: d.shimanchuk@spbu.ru

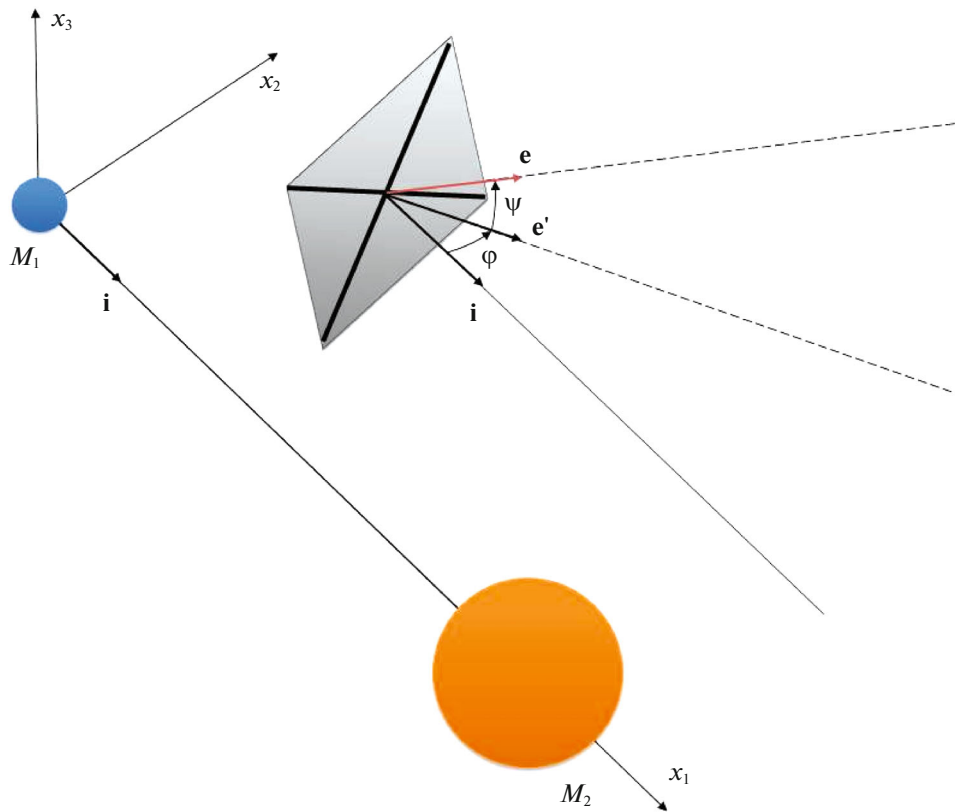


Рис. 1. Солнечный парус во вращающейся системе координат  $M_1 x_1 x_2 x_3$ .

обеспечивающую его достаточно тесное сближение с небесным телом, траектория движения которого, вообще говоря, известна.

Исследования орбитального движения в окрестности коллинеарных точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  системы Солнце–Земля активизировались в связи с проектами, проводимыми NASA и ESA. С использованием теоретических свойств коллинеарных точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  системы Солнце–Земля связаны многие проекты как освоения космического пространства, так и защиты Земли от потенциально опасных космических объектов. Поскольку точки либрации  $L_1$  и  $L_2$  неустойчивые, возникает вопрос удержания или стабилизации движения КА в окрестностях этих точек. В некоторых случаях неустойчивость может являться положительным фактором, позволяющим уменьшить энергетические затраты при маневрировании. Эти маневры могут происходить на достаточно большом промежутке времени как под действием сил гравитации, так и других возмущающих факторов.

Для описания движения КА с солнечным парусом используем модифицированную математическую модель круговой ограниченной задачи трех тел (Шмыров, 2005). Известно, что частным решением ограниченной задачи трех тел является движение в плоскости эклиптики. В нашем случае

именно свойства плоского движения и обеспечивают неустойчивость  $L_1$ . С другой стороны, орбиты опасных небесных тел могут иметь некоторый наклон к плоскости эклиптики. Для перехвата таких небесных тел необходимо, чтобы пространственная координата менялась в достаточно большом промежутке. В работе (Шмыров, Шиманчук, 2015) это свойство обеспечивалось за счет специального выбора орбиты ожидания. В данной работе данное свойство будет обеспечиваться как выбором орбиты ожидания, так и тягой, создаваемой парусом.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И СХЕМА МАНЕВРИРОВАНИЯ

Под солнечным парусом будем понимать КА с установленной и развернутой отражающей поверхностью, которая, поглощая и отражая солнечный свет, сообщает КА управляющее ускорение. На рис. 1 представлена модель солнечного паруса, где  $e$  есть орт вектора нормали паруса. Примем допущение, что при движении солнечного паруса в достаточно малой окрестности линии, соединяющей центры масс Земли и Солнца, направление фотонов коллинеарно вектору  $i$ , тогда уравнения управляемого движения КА с солнечным парусом во вращающейся системе координат при использовании хилловского приближения для солнечного

потенциала, следуя (Шиманчук и др., 2021), могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = -\frac{3x_1}{\|\mathbf{x}\|^3} + 2x_1 + y_2 - \\ - 2k\frac{pS}{m}\cos^3\psi\cos^3\varphi - \\ - (1-k)\frac{pS}{m}\cos\psi\cos\varphi, \\ \dot{y}_2 = -\frac{3x_2}{\|\mathbf{x}\|^3} - x_2 - y_1 - \\ - 2k\frac{pS}{m}\cos^3\psi\cos^2\varphi\sin\varphi, \\ \dot{y}_3 = -\frac{3x_3}{\|\mathbf{x}\|^3} - x_3 - \\ - 2k\frac{pS}{m}\cos^2\psi\cos^2\varphi\sin\psi, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{x} = (x_1; x_2; x_3)$  — вектор координат КА,  $\mathbf{y} = (y_1; y_2; y_3)$  — вектор сопряженных импульсов, центр инерции Земли совпадает с началом системы координат, а ось  $Ox_1$  направлена вдоль оси, соединяющей центры масс Земли и Солнца;  $p$  — давление солнечного света;  $S$  — площадь паруса;  $m$  — масса КА с солнечным парусом;  $k$  — коэффициент отражательной способности паруса, удовлетворяющий ограничениям  $0 \leq k \leq 1$  (при  $k = 1$  имеем случай идеально отражающей поверхности паруса, при  $k = 0$  — случай абсолютно черной поверхности);  $\varphi$  — угол между осью  $Ox_1$  и проекцией  $\mathbf{e}'$  на плоскость, параллельную плоскости эклиптики  $M_1x_1x_2$ , орта вектора нормали паруса  $\mathbf{e}$ ,  $\psi$  — угол между  $\mathbf{e}$  и  $\mathbf{e}'$ . Если парус обладает односторонней отражающей поверхностью, то согласно (1) управляющие параметры лежат в отрезках  $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$ ,  $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$ . Если  $\varphi = \pm\pi/2$  и/или  $\psi = \pm\pi/2$ , то движение КА — неуправляемое, а саму систему (1) будем называть неуправляемой. В принятой модели единицы времени и расстояния выбраны так, что единица расстояния приблизительно равна  $10^{-2}$  а.е., а единица времени — 58.0916 сут (год, деленный на  $2\pi$ ). Точки либрации  $L_1$  и  $L_2$  во вращающейся системе неподвижны и имеют координаты  $\mathbf{x}^* = (1; 0; 0)$ ,  $\mathbf{y}^* = (0; 1; 0)$  и  $\mathbf{x}^{**} = (-1; 0; 0)$ ,  $\mathbf{y}^{**} = (0; -1; 0)$  соответственно.

Если отражательная способность  $k$  постоянна, то имеем два управляющих параметра:  $\varphi$  и  $\psi$ . Однако следует заметить, что параметр  $k$  можно использовать как управление (Шиманчук и др., 2022). Уравнения управляемого движения паруса (1) описывают орбитальное движение, динамика

вращательного движения паруса не рассматривается (Шиманчук, 2017).

Неуправляемая система (1) — гамильтонова, с Гамильтонианом

$$H = \frac{\|\mathbf{y}\|^2}{2} - \frac{3}{\|\mathbf{x}\|} - \frac{3x_1^2}{2} + \frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2} + x_2y_1 - x_1y_2.$$

Это свойство неуправляемой системы (1) можно использовать для оценки точности численного интегрирования.

Система линеаризованных уравнений неуправляемой системы (1) в окрестности  $L_1$  имеет вид (Шмыров, 2005)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = 8(x_1 - 1) + (y_2 - 1), \\ \dot{y}_2 = -4x_2 - y_1, \\ \dot{y}_3 = -4x_3. \end{cases} \quad (2)$$

Матрица неуправляемой линеаризованной системы (2) имеет спектр

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm\sqrt{1 + 2\sqrt{7}} = \pm l, \\ \lambda_{3,4} &= \pm i\sqrt{2\sqrt{7} - 1} = \pm i\omega_e, \\ \lambda_{5,6} &= \pm 2i = \pm i\omega_n. \end{aligned}$$

Из положительности собственного значения  $\lambda_1 = \sqrt{1 + 2\sqrt{7}}$  следует неустойчивость координат точки либрации  $L_1$ , т.е. координаты коллинейной точки либрации — неустойчивые положения равновесия типа седло, центр, центр.

Как видно из линеаризованных уравнений (2) в окрестности коллинейной точки либрации  $L_1$ , а также из численного исследования (Шиманчук и др., 2020), поведение нормальной (к плоскости эклиптики) составляющей движения носит колебательный характер. Поэтому в задачах удержания в окрестности точки либрации основное внимание следует обращать на поведение плоских переменных, которые с точностью до линейного приближения характеризуют орбитальное движение как неустойчивое, однако именно это свойство неустойчивости позволяет существенно изменять траектории орбитального движения с помощью малых управляющих воздействий.

Таким образом, для задач удержания в окрестности точки либрации можно предполагать, что солнечный парус движется так, что орт вектора нормали паруса  $\mathbf{e}$  все время параллелен плоскости эклиптики. Тогда управляющее ускорение, создаваемое направленным потоком фотонов от Солнца, также будет лежать в плоскости, параллельной

плоскости эклиптики. Однако для задач маневрирования КА с солнечным парусом, например, с целью перехвата потенциально опасных объектов для Земли, существенным является наличие пространственной компоненты управления

$$u_3 = -2\frac{pS}{m}f_{u_3}(k, \varphi, \psi), \quad (3)$$

где  $f_{u_3}(k, \varphi, \psi) = k \cos^2 \psi \cos^2 \varphi \sin \psi$ , которая обеспечивается управляющим параметром  $\psi$ . Поскольку  $\partial f_{u_3}/\partial \psi = k \cos^2 \varphi \cos \psi (3 \sin^2 \psi - 1)$ , то из условия  $\partial f_{u_3}/\partial \psi = 0$  можем найти значения  $\psi = \pm 0.61548$  рад, которые могут быть использованы для оптимального изменения пространственных характеристик орбиты движения.

В предлагаемой схеме маневрирования заданного КА с солнечным парусом для противодействия кометно-астероидной опасности имеются основные этапы: выбор и расчет орбиты ожидания; построение активных участков траектории; расчет и описание траектории перехвата; коррекция траектории движения.

В работе (Шмыров, Шиманчук, 2015) орбиту ожидания выбирали специальным образом так, чтобы изменилась лишь пространственная координата, а изменения плоских переменных были малыми по отношению к амплитуде  $A_n$  пространственной переменной  $x_3$  (вертикальная орбита Ляпунова):

$$\begin{cases} lx_1(t, A_n) = 1 + A_n^2 \left( -\frac{1}{4} - \frac{13}{116} \cos(4t + 2\alpha) \right) + o(A_n^2), \\ x_2(t, A_n) = A_n^2 \frac{2}{29} \sin(4t + 2\alpha) + o(A_n^2), \\ x_3(t, A_n) = A_n \cos(2t + \alpha) + o(A_n^2), \\ y_1(t, A_n) = A_n^2 \frac{11}{29} \sin(4t + 2\alpha) + o(A_n^2), \\ y_2(t, A_n) = 1 + A_n^2 \left( -\frac{1}{4} + \frac{19}{116} \cos(4t + 2\alpha) \right) + o(A_n^2), \\ y_3(t, A_n) = -2A_n \sin(2t + \alpha) + o(A_n^2). \end{cases} \quad (4)$$

Активные участки траекторий моделировали в виде мгновенного изменения скорости. Необходимые импульсы для задания маневра, моделирующего оптимальный уход из окрестности коллинеарной точки либрации, выбирались так, чтобы приращение «функции опасности» (Шмыров и др., 2015; Шмыров, Шиманчук, 2015; Поляхова и др., 2018), характеризующее уход из окрестности  $L_1$ , было экстремальным. Тем самым обеспечивается достаточно быстрый уход из окрестности  $L_1$ , т.е.

неустойчивость обеспечивает использование достаточно малых управляющих воздействий и, следовательно, позволяет при минимальных энергетических затратах существенно изменить траекторию. Там же было показано, что неустойчивость коллинеарной точки либрации оказывает существенное влияние на поведение плоских переменных и практически не влияет на изменения пространственных переменных. Для пространственной координаты характерны колебания с амплитудой, близкой к амплитуде орбиты ожидания.

Нашей задачей является исследование траекторий движения и возможностей управляемого движения КА с солнечным парусом в межпланетном космическом пространстве Земли при использовании окрестности коллинеарной точки либрации после совершения маневра по предложенной схеме с помощью численного моделирования. Ясно, что для рассматриваемой задачи активный участок траектории (траектория управляемого движения) может совпадать со всей траекторией маневра.

### ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ СИЛ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

В работе (Шиманчук и др., 2020) описан алгоритм управления орбитальным движением по принципу оптимального демпфирования некоторой функции фазовых переменных. Демпфируемая функция строится исходя из следующих свойств уравнений движения. У линейных неуправляемых систем уравнений (2) имеется инвариантное 5-мерное многообразие, заполненное ограниченными траекториями, асимптотически приближающимися к двухчастотным колебаниям с частотами  $\omega_e$  и  $\omega_n$ . Это многообразие определяется уравнением

$$d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0,$$

где  $d_1 = \mathbf{a}_1 \mathbf{z}$  называется функцией опасности,  $\mathbf{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{((l^2 + 3)/l)^2 + 4}} \left( l^2 + 5; \frac{l^2 - 3}{l}; 0; \frac{l^2 + 3}{l}; 2; 0 \right)$  — собственный вектор-строка, соответствующий собственному значению  $l$ ,  $\mathbf{z} = (x_1 - 1; x_2; x_3; y_1; y_2 - 1; y_3)$  — вектор столбец. Вектор  $\mathbf{a}_1$  определяется с точностью до множителя, для определенности положили, что его первая, четвертая и пятая компоненты удовлетворяют условиям

$$a_{11} > 0, \quad a_{14}^2 + a_{15}^2 = 1. \quad (5)$$

На траекториях неуправляемой линеаризованной системы (2) функция опасности как функция

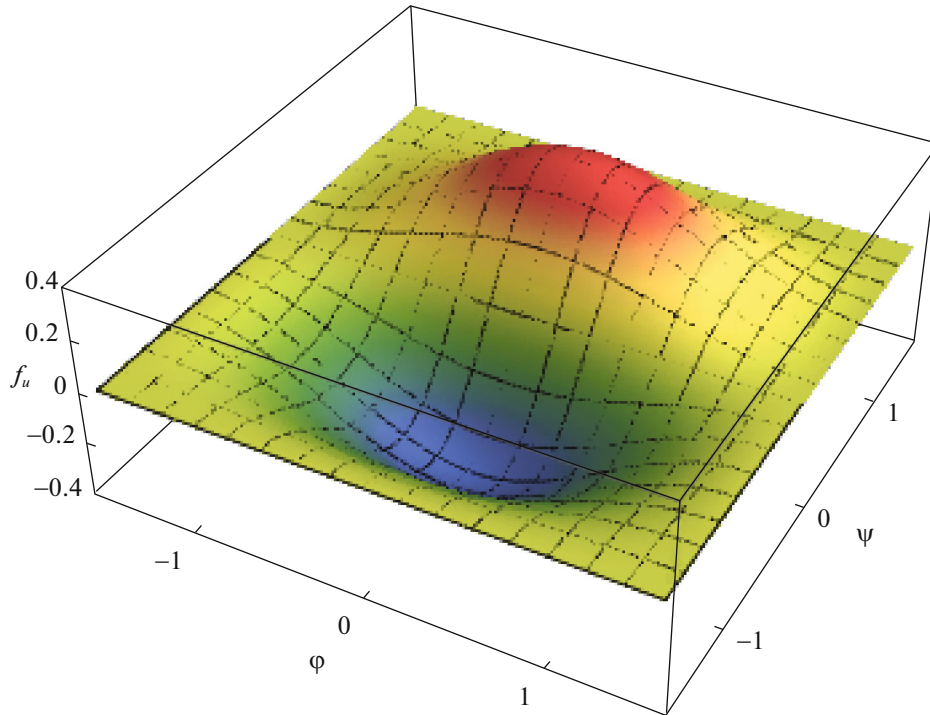


Рис. 2. График функции  $f_{u3}(k, \varphi, \psi)$  при  $k = 1$ .

времени имеет вид

$$d_1(t) = ce^{lt},$$

где  $c$  — действительное число, определяемое начальными данными. Для случая движения КА по орбите ожидания  $d_1 \approx 0$  (в линейном приближении это означает  $d_1 = 0$ ).

Известно (Шиманчук и др., 2021), что в общем случае для неуправляемой нелинейной системы (2) знак функции опасности определяет направление ухода КА из окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$  к Земле или к Солнцу. Учитывая (5), движению к Солнцу из окрестности  $L_1$  соответствует траектория с  $d_1 > 0$ , а движению к Земле — траектория с  $d_1 < 0$ . Для производной функции опасности, учитывая (1) и (5), согласно (Шиманчук и др., 2020) можем записать

$$\dot{d}_1 = ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \varphi, \psi), \quad (6)$$

где  $f(k, \varphi, \psi) = \cos \psi \cos \varphi \left( k \cos^2 \psi \cos \varphi \sin(\varphi + \varphi_0) + (1 - k) \frac{a_{14}}{2} \right)$ ,  $\varphi_0 = \arctg \frac{l^2 + 3}{2l} \approx 1.076$  рад.

При решении задачи удержания (стабилизации) значение функции опасности не слишком отличается от нуля. Поэтому управляющий параметр  $\varphi$  выбираем так, чтобы правая часть (6) была положительной, если  $d_1 < 0$ , и отрицательной, если

$d_1 > 0$ . Однако сделать это не всегда возможно. Мы опишем область фазового пространства, в которой этот выбор существует. Эта область приближенно описывает область управляемости при решении задачи удержания и дает представление о возможностях солнечного паруса.

Из анализа рис. 2 следует, что наибольшую эффективность, например, для задачи удержания, имеет случай  $\psi = 0$ . Из рис. 3, 4 можно видеть, что эффективность управления в области  $d_1 < 0$  уменьшается при уменьшении коэффициента  $k$  и отклонении значения параметра  $\psi$  от нуля, т.е. сама возможность управления в области  $d_1 < 0$  обеспечивается достаточно высокой отражающей способностью паруса, поскольку при  $k \leq k_{cr} = 0.88$  и  $\psi = 0$  функция  $f(k, \varphi, \psi) \geq 0$  для любого  $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$ .

Параметр  $k$ , если позволяют отражающие свойства паруса, можно использовать как управляющий параметр совместно или при фиксированном значении углов  $\varphi$  и  $\psi$  (Шиманчук и др., 2022). Однако можно проверить, что при постоянном  $\psi$  имеются значения угла  $\varphi$ , для которых  $f(k, \varphi, \psi)$  — константа при любом значении  $k \in [0, 1]$ . Так, например, при  $\psi = 0$  имеются такие значения угла  $\varphi$ :  $-0.537866$  и  $1.03293$ , для которых  $f(k, \varphi, \psi)$  равняется соответственно  $0.377847$  и  $0.225398$  при любом значении  $k \in [0, 1]$ . Это характеризует ограниченность использования только отражающей спо-

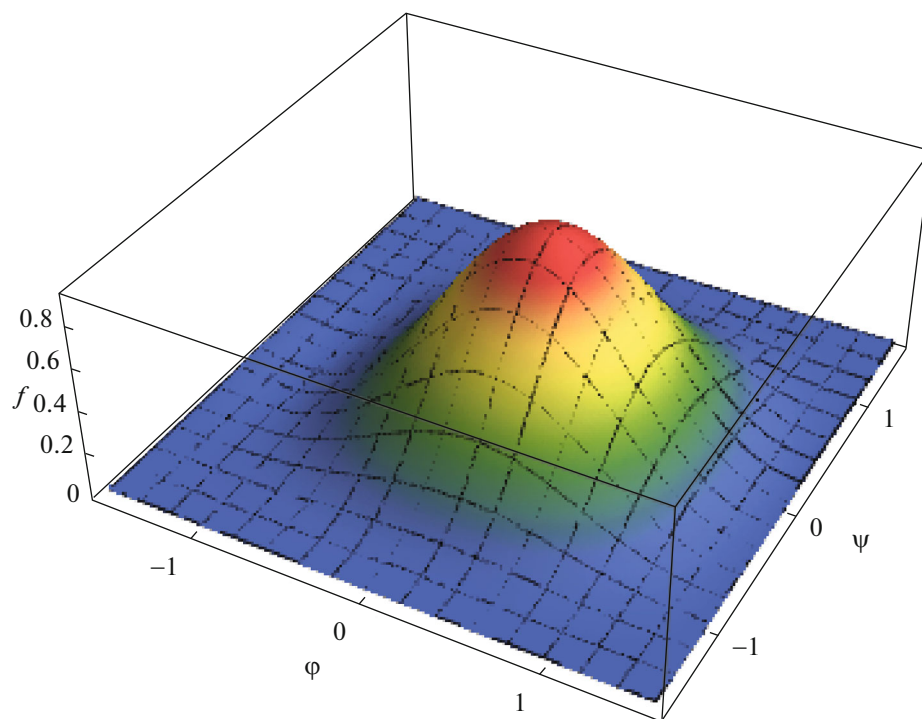


Рис. 3. График функции  $f(k, \varphi, \psi)$  при  $k = 1$ .

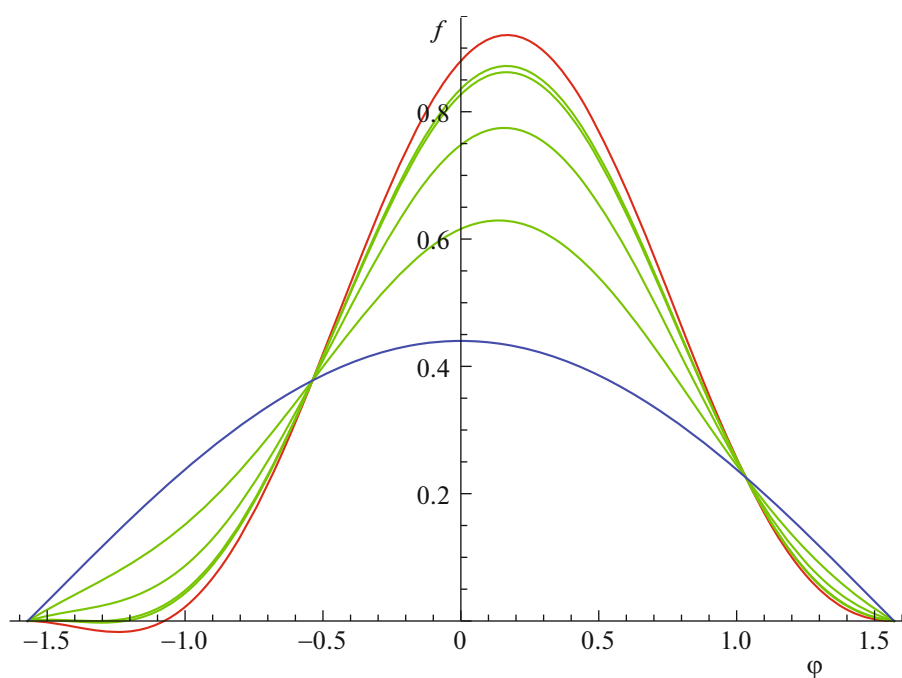


Рис. 4. Графики функции  $f(k, \varphi, \psi)$  при  $\psi = 0$ :  $k = 1$  (красный),  $k = 0.9, 0.88, 0.7, 0.4$  (зеленый),  $k = 0$  (синий).

способности солнечного паруса при таких значениях углов ориентации.

Пусть рассматривается случай движения паруса в окрестности точки либрации  $L_1$ . Тогда для удержания паруса в области  $d_1 < 0$  из равенства (6) и условия оптимального демпфирования функции опасности получаем

$$ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \beta, 0) > 0. \quad (7)$$

Это условие может быть обеспечено, если отражающая способность паруса  $k > k_{cr}$ , иначе управление с целью удержания в области  $d_1 < 0$  не представляется возможным.

Аналогично для удержания солнечного паруса в области  $d_1 > 0$  можно получить

$$ld_1 - 2\frac{pS}{m}f(k, \alpha, 0) < 0. \quad (8)$$

Если условия (7), (8) не выполняются для  $\alpha$  и  $\beta$ , то они не выполняются для любого другого угла  $\varphi$ , что во многом обусловлено начальными данными и характеристикой солнечного паруса — парусностью  $S/m$ . В этом случае солнечный парус будет просто уходить из окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$  к Земле или к Солнцу.

Из условий (7) и (8) можно получить оценку снизу и сверху для значения функции опасности, а следовательно, и оценку области управляемости для задачи стабилизации орбитального движения в окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$ :

$$d_1^{\min} \leq d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq d_1^{\max},$$

$$\text{где } d_1^{\min} = \frac{2pS}{ml}f(k, \beta, 0), \quad d_1^{\max} = \frac{2pS}{ml}f(k, \alpha, 0).$$

Ясно, что в случае  $k < k_{cr}$  можно принять  $d_1^{\min} = 0$ . Такой анализ для случая идеально отражающей поверхности паруса в работе (Шиманчук и др., 2020) был использован для построения законов управления орбитальным движением паруса с целью его удержания в окрестности точки либрации  $L_1$ .

Наконец, учитывая представление (3), для случая  $k = 1$  для  $\varphi = \beta, 0, \alpha$  построим графики функции  $f_{u3}(k, \varphi, \psi)$  (см. рис. 5).

На примере паруса с идеальной отражающей способностью приведем способ расчета траекторий сближения КА с солнечным парусом на основании условия оптимального демпфирования функции опасности.

## О ТРАЕКТОРИЯХ ПЕРЕХВАТА

В середине 60-х гг. XX в. Фаркуар предложил использовать орбиты неуправляемого движения в окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$  как идеальное место размещения космической станции для мониторинга космического пространства. Он рассчитал траекторию первого космического проекта (ISEE-3), предполагающего использование орбиты неуправляемого движения в окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$ , для которой  $A_n = 120$  тыс. км (Фаркуар и др., 1977). В проекте SOHO значение  $A_n$  имеет тот же порядок. Следующие два проекта ACE и WMAP предполагали использование орбит в окрестности коллинеарных точек либрации  $L_1$  и  $L_2$  с  $A_n = 157$  тыс. км. Первый российский аппарат из проекта SRG (ROSCOSMOS, DLR) движется по орбите с  $A_n \approx 400$  тыс. км (Сюняев и др., 2022).

В рамках принятой математической модели для орбит ожидания мы можем использовать приближенное аналитическое представление вида (4), где с точностью до величины второго порядка плоские переменные имеют частоту колебания 4, а пространственные — 2, если контекст задачи предполагает, что в начальный момент КА находится на орбите неуправляемого движения. Также контекст задачи может предполагать использование орбит управляемого движения КА с солнечным парусом. Эти орбиты могут быть рассчитаны, например, согласно (Шиманчук и др., 2022).

Предположим теперь, что на начальной периодической орбите в окрестности коллинеарной точки либрации находится космическая станция достаточно большой массы. Эта станция, а быть может и небесное тело (малый астероид), можно использовать как перехватчик в задаче противодействия кометно-астероидной опасности. Когда к Земле приблизится опасный астероид, можно попытаться реализовать ударное воздействие на него с помощью перехватчика. В силу неустойчивости движения на начальной орбите, для ухода потребуются не слишком большие расходы энергии по крайней мере на первоначальном этапе. Проектирование перехвата состоит из нескольких этапов. На первом этапе реализуется выход из окрестности точки либрации в межпланетное пространство. Затем движение КА корректируется так, чтобы обеспечить кинетическое воздействие на опасный астероид. В настоящей работе изучается движение КА на начальном этапе под действием сил светового давления, где на конкретном примере показывается, что использование сил светового давления может быть весьма эффективным.

Ясно, что конкретная траектория маневра КА из окрестности точки либрации характеризуется начальным положением КА на орбите ожидания, значениями управляющих параметров  $\varphi$  и  $\psi$ . Для

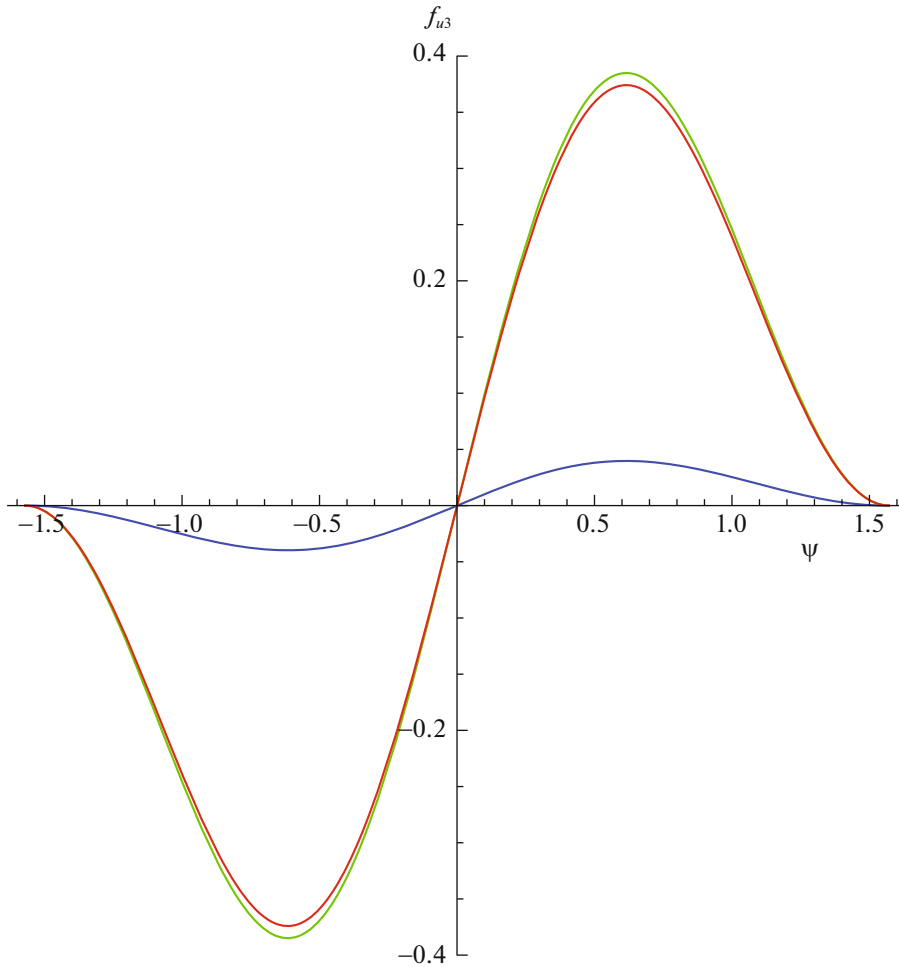


Рис. 5. Графики функции  $f_{u3}(k, \varphi, \psi)$  при  $k = 1$ :  $\varphi = \alpha$  (красный),  $\varphi = 0$  (зеленый),  $\varphi = \beta$  (синий).

моделирования ухода КА с солнечным парусом из окрестности точки либрации  $L_1$  в случае идеально отражающей способности паруса используем значения угла  $\varphi = \alpha, \beta$  (см. табл. 1), которые с точ-

ностью до линейного приближения обеспечивают скорейший выход из окрестности точки либрации  $L_1$  в сторону Земли или Солнца соответственно, и условие  $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$  для возможности построения пространственных траекторий. Это условие имеет особое значение в случае плоской орбиты ожидания.

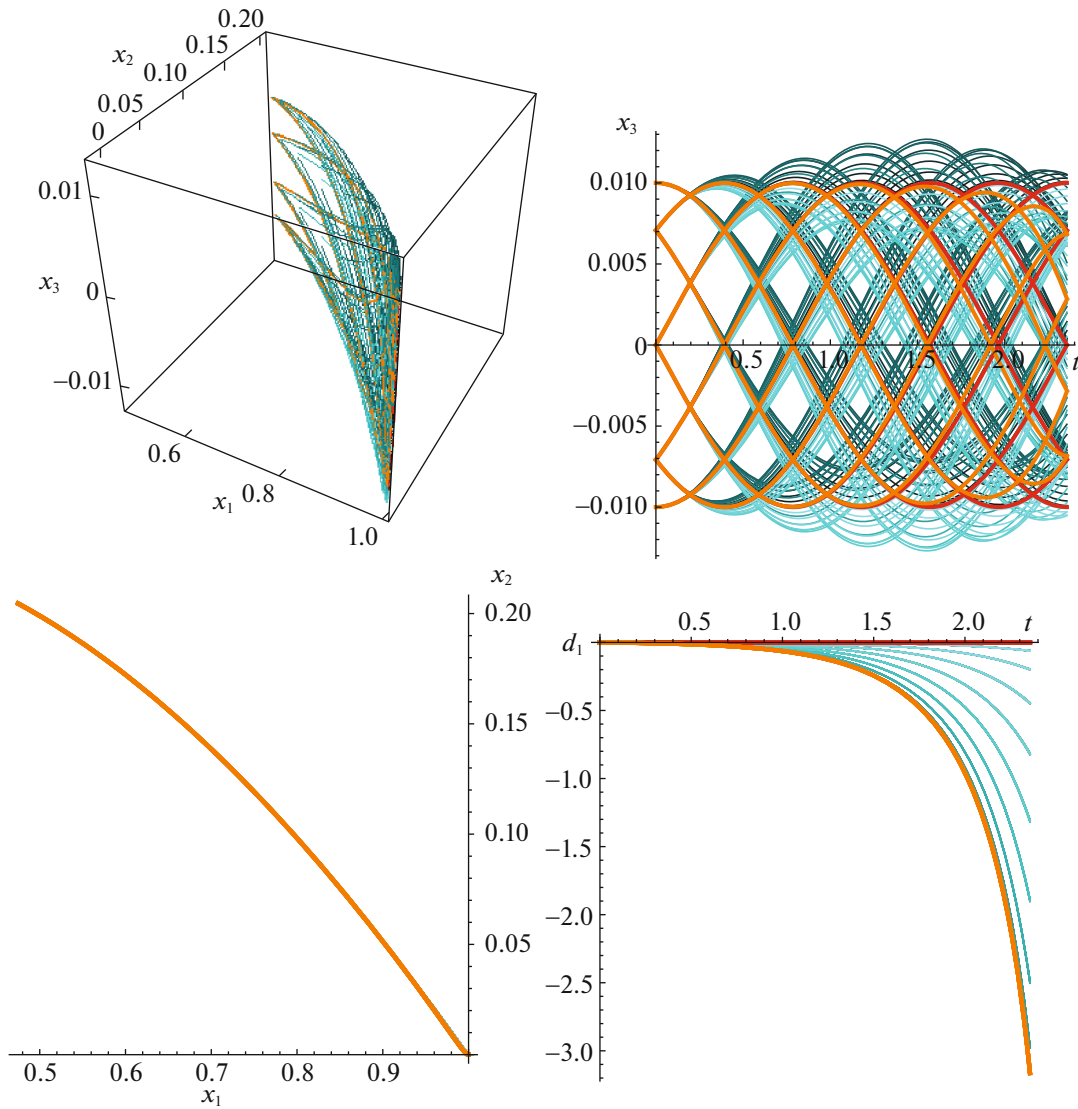
**Таблица 1.** Значения угла  $\varphi$ , которые обеспечивают экстремум функции  $f(k, \varphi, \psi)$  ( $\alpha$  — максимум,  $\beta$  — минимум) при  $\psi = 0$  и фиксированных значениях отражающей способности паруса  $k$

Далее на примере паруса с идеально отражающей способностью приведем численные примеры, которые демонстрируют возможности управляемого маневрирования КА с солнечным парусом при значении парусности  $1 \text{ м}^2/\text{г}$ .

$N$	$k$	$\alpha$	$\beta$
1	1	0.168016	-1.24375
2	0.9	0.165262	-1.30361
3	0.88	0.164649	$\pm\pi/2, -1.3232$
4	0.7	0.157865	$\pm\pi/2$
5	0.4	0.137104	$\pm\pi/2$
6	0	0	$\pm\pi/2$

### ЧИСЛЕННЫЕ ПРИМЕРЫ ДВИЖЕНИЯ КА С СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

Проведем компьютерное моделирование движения солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$ . Для моделирования движения используем параметры солнечного паруса  $m = 1$  тыс. кг,  $S = 100 \text{ м}^2$ , которому будет соответствовать значение парусности  $1 \text{ м}^2/\text{г}$ . Это существенно меньше парусности солнечных парусов из



**Рис. 6.** Траектории движения солнечного паруса из окрестности  $L_1$  при  $\varphi = \alpha$  (слева сверху) и график значений функции опасности (справа внизу).

реализованных проектов: для IKAROS (2010) —  $6.2 \text{ см}^2/\text{г}$ , а для LightSail-2 (2019) —  $64 \text{ см}^2/\text{г}$ .

Пусть КА с солнечным парусом находится в окрестности точки орбиты ожидания в фазовом пространстве, например, согласно (4) при  $A_n = 15$  тыс. км,  $\varphi = \alpha, \beta$ ,  $\psi \in [-\pi/2, \pi/2)$ . Численные результаты на промежутке времени 4.5 мес приведены на рис. 6, 7, где также проиллюстрированы значения функции опасности на траекториях движения. Выделенные на рисунках красным цветом кривые относятся к неуправляемому движению КА (движение вдоль орбиты ожидания), оранжевые кривые относятся к движению КА при  $\varphi = \alpha, \beta$ ,  $\psi = 0$ . Для сравнения заметим, что если  $\varphi = \psi = 0$  (нормаль паруса направлена на Солнце), то ускорение от солнечного паруса для массы

$m$  будет равно  $9.12 \times 10^{-7} \text{ м/с}^2$ , т.е. под действием только сил светового давления КА с массой  $m$  из состояния покоя за 4.5 мес отклонится на расстояние порядка 63.77 тыс. км.

На рис. 6, 7 показано, как КА с солнечным парусом совершает маневр, который обеспечивает достаточно быстрый уход из окрестности орбиты ожидания вблизи точки либрации  $L_1$ . Движению по траекториям соответствует промежуток времени порядка 4.5 мес. Рисунки 6, 7 демонстрируют поведение таких траекторий в зависимости от положения КА на орбите ожидания вблизи коллинеарной точки либрации  $L_1$  и ориентации паруса. На рис. 6 представлены траектории движения КА из окрестности точки  $L_1$  и соответствующие графики значений функции опасности на этих траекториях. Здесь для каждой точки равномерного разбиения

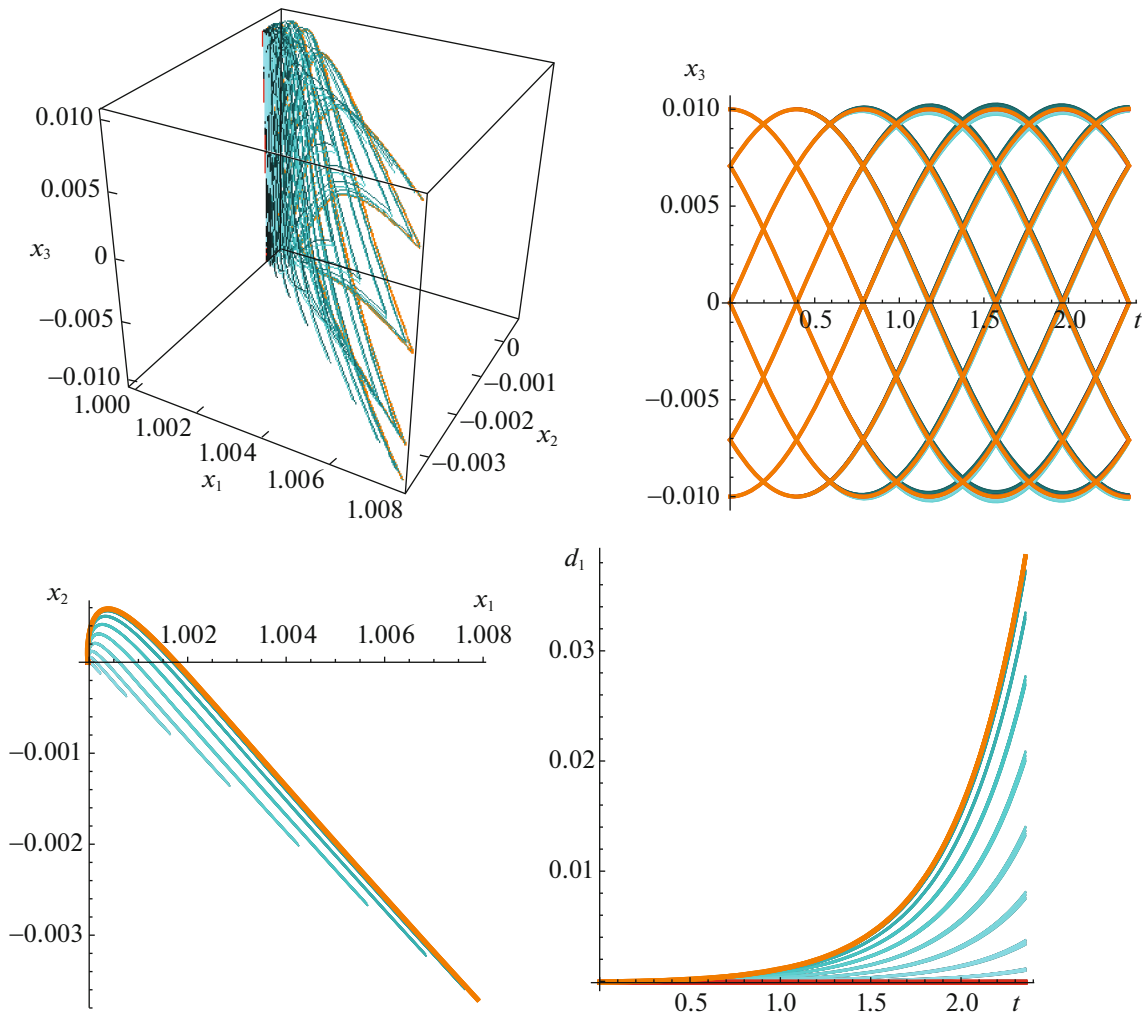


Рис. 7. Траектории движения солнечного паруса из окрестности  $L_1$  при  $\varphi = \beta$  (слева сверху) и график значений функции опасности (справа внизу).

(8 точек) орбиты ожидания построены траектории, которым соответствуют постоянное значение управляющего параметра  $\varphi = \alpha$ , значения  $\psi$  — узлы (20 точек) равномерного разбиения полуинтервала  $[-\pi/2, \pi/2]$  (в каждом из примеров строится  $8 \times 20$  кривых). На рис. 7 аналогичные результаты при  $\varphi = \beta$ .

Численные примеры демонстрируют возможности управляемого движения КА с солнечным парусом при фиксированном значении управляющих параметров  $\varphi$  и  $\psi$ , что и позволяет перейти к решению задач, связанных с маневрированием в межпланетном космическом пространстве Земли, например, с целью противодействия кометно-астероидной опасности. При этом характеристики орбиты ожидания существенным образом влияют на динамику маневра ухода из окрестности точки либрации. Также численные результаты (см. рис. 6, 7) подтверждают принятую гипотезу о соответствии значения функции опасности и тра-

ектории орбитального движения — когда функция опасности возрастает, наблюдается переход к гелиоцентрическому движению из окрестности  $L_1$ ; если же значение функции опасности убывает, то это соответствует переходу к геоцентрическому движению из окрестности  $L_1$ . Использование управляющего параметра  $\psi$  позволяет изменять пространственную переменную  $x_3$ . При этом эффективность такого изменения зависит от парусности, времени и направления движения КА с солнечным парусом.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование орбитального движения КА с солнечным парусом показывает, что с помощью малого управляющего воздействия в виде сил светового давления можно обеспечить достаточно быстрый уход из окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$ . Рассмотренные примеры

орбитального движения демонстрируют теоретическую возможность маневрирования небесного тела в межпланетном космическом пространстве при использовании окрестности коллинеарной точки либрации  $L_1$ . В данных случаях неустойчивость обеспечивает эффективность использования достаточно малых управляющих воздействий и, следовательно, позволяет при минимальных энергетических затратах существенно изменить траекторию КА. Энергетические затраты на выведение управляемого объекта из неустойчивого состояния могут быть весьма малыми. Это делает привлекательной предложенную нами схему маневрирования для управления орбитальным движением тел с большой массой. Такие тела можно использовать, в частности, для ударного воздействия на опасные астероиды.

Предложенная методика управления ориентацией солнечного паруса позволяет решать как задачи удержания солнечного аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации, которая заключается в обеспечении близости в фазовом пространстве КА к инвариантному многообразию, так и задачи маневрирования в межпланетном космическом пространстве Земли. Задача выхода из окрестности точки либрации с помощью управлений оптимально демпфирования функции опасности рассмотрена в работе (Шмырова, Шиманчука, 2015). В этой работе проведено исследование возможностей оптимального маневрирования и дана оценка области достижимости на конечном промежутке времени движения. Отметим также, что в работе (Шмырова, Шиманчука, 2015) было показано, что неустойчивость коллинеарной точки либрации оказывает существенное влияние на поведение плоских переменных  $x_1, x_2, y_1, y_2$  и практически не влияет на изменения пространственных переменных  $x_3, y_3$ , когда управляющее воздействие параллельно плоскости эклиптики. Для  $x_3$  характерны колебания с амплитудой, близкой к амплитуде орбиты ожидания по пространственной переменной. Настоящее исследование показывает, что силы светового давления могут быть использованы и для изменения пространственной компоненты траектории перехвата.

Наконец, численное исследование показало, что силы светового давления, учитывая свойство неустойчивости точки либрации, могут существенно повысить эффективность орбитального маневрирования в окрестности коллинеарной точки либрации системы Солнце–Земля, что в конечном счете на основании предложенной схемы маневрирования и расчета орбит сближения может быть использовано для разработки и реализации вычислительных алгоритмов по определению номинальных орбит перехвата из окрестности точки либрации потенциально опасных тел для Земли.

Здесь особую важность представляют задачи, связанные с наблюдением и расчетом эфемерид таких тел.

Исследование выполнено в рамках проекта Санкт-Петербургского государственного университета ID 93024916.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кериорри, Куартельлез (M. Ceriogy and J.P.S. Cuartiellez), Proceed. of 64th Inter. Astronautical Congress, Beijing, China. Paper IAC-13-C1.4.3 (2013).
2. Маркеев А.П., *Точки либрации в небесной механике и космодинамике* (М.: Наука, 1978).
3. Поляхова и др. (E. Polyakhova, A. Shmyrov, and V. Shmyrov), AIP Conf. Proceed. (Ed. E.V. Kustova, G.A. Leonov, M.P. Yushkov, N.F. Morosov, M.A. Mekhonoshina, St. Petersburg, AIP, 2018).
4. Пупков и др. (M.V. Pupkov, N.A. Eismont, K.S. Fedyayev, and V.A. Zubko), 17th Inter. Conf. on Space Operations, SpaceOps-2023, ID # 357 (2023).
5. Сюняев Р.А. и др., Письма в Астрон. журн. **48**, 301 (2022).
6. Фаркуар и др. (R.W. Farquhar, D.P. Muhonen, and D.L. Richardson), J. Spacecraft and Rockets **14**, 170 (1977).
7. Шиманчук Д.В., Вестн. СПбГУ. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. **13**, 147 (2017).
8. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Письма в Астрон. журн. **46**, 193 (2020) [D.V. Shimanuchuk et al., Astron. Lett. **46**, 185 (2020)].
9. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Письма в Астрон. журн. **47**, 733 (2021) [D.V. Shymanuchuk et al., Astron. Lett. **47**, 710 (2021)].
10. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А., Письма в Астрон. журн. **48**, 592 (2022) [D.V. Shymanuchuk et al., Astron. Lett. **48**, 469 (2022)].
11. Шмыров В.А., Вестн. СПбГУ. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. **2**, 193 (2005).
12. Шмыров, Шиманчук (A. Shmyrov and D. Shymanuchuk), 2015 Inter. Conf. on Mechanics — Seventh Polyakhov's Reading (Ed. A.A. Tikhonov, St. Petersburg, IEEE, 2015).
13. Шмыров и др. (A. Shmyrov, D. Shymanuchuk, and L. Sokolov), 2015 Inter. Conf. on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 — Proceed. (Ed. L.A. Petrosyan, A.P. Zhabko, St. Petersburg, IEEE, 2015), p. 129.
14. Эйсмонт Н.А., Боярский М.Н., Ледков А.А., Назиров Р.Р., Данхэм Д.У., Шустов Б.М., Астрон. вестник. **47**, 352 (2013).