
**НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ
МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ**

УДК 621.822.173

**ТЕРМОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ
С САМОУСТАНАВЛИВАЮЩИМИСЯ ВКЛАДЫШАМИ**© 2019 г. Б. С. Григорьев^{1,*}, А. Е. Федоров¹¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: bsgrigoriev@gmail.com

Поступила в редакцию 20.11.2017 г.

Принята к публикации 18.02.2019 г.

Термогидродинамическая модель подшипника строится из отдельных подмоделей, выбор которых обусловлен требованием достаточной точности моделирования при умеренной трудоемкости всего алгоритма. Наряду с механическими учитываются тепловые процессы в подшипнике. Подробно рассматривается вопрос о моделировании температурного режима между вкладышами. Проведены численные расчеты, результаты сравниваются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: подшипники скольжения с самоустанавливающимися вкладышами, уравнение Рейнольдса с вязкостью, зависящей от температуры, уравнение энергии, тепловые процессы в пространстве между вкладышами

DOI: 10.1134/S0235711919030064

Подшипники скольжения применяются в различных машинах, содержащих вращающиеся опорные узлы. В качестве примеров можно указать компрессоры, вентиляторы, турбины, генераторы и многие другие. Конструктивные параметры подшипников и условия их эксплуатации широко варьируются в зависимости от конкретных приложений. Окружные скорости на валу могут достигать 90 м/с, а удельные нагрузки 3.5 МПа [1]. В условиях повышенных скоростей и нагрузок увеличивается температура смазочной пленки, что приводит к уменьшению вязкости и ухудшению характеристик подшипников. Например, для широко применяемого масла ISO VG32 вязкость при 40°C составляет 0.0325 Па·с, а при 100°C падает до 0.0054 Па·с. Между тем температуры 40–50°C часто являются температурами поступающего масла, а температуры около 100°C могут достигаться в смазочной пленке. Это делает необходимым учет зависимости вязкости от температуры при расчете подшипников.

Для повышенных условий эксплуатации [2], стандартом стало применение подшипников с самоустанавливающимися вкладышами. Подшипники и являются более дорогими и сложными по сравнению с подшипниками с фиксированной геометрией, они широко применяются, благодаря своей повышенной устойчивости. В то же время наличие подвижных вкладышей и увеличение числа степеней свободы приводит к увеличению сложности расчета подшипника. Полный расчет включает в себя решение ряда подзадач, для которых разработаны различные методы [1]. Выбор конкретных методов приводит к различным вычислительным схемам. В то же время при проектировании приходится много раз проводить расчеты для различных значений конструктивных параметров. Поэтому возникает необходимость в достаточно точной

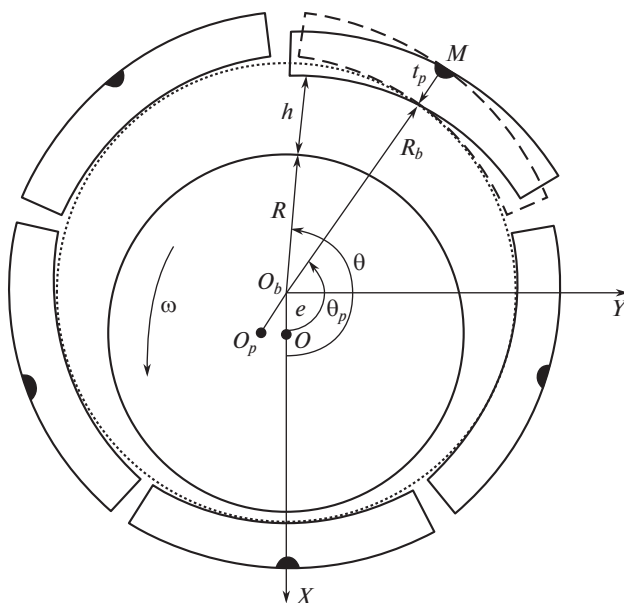


Рис. 1. Геометрия подшипника.

модели подшипника, имеющей умеренную вычислительную сложность. Такая модель строится в настоящей статье.

Повышенное внимание уделяется тепловым процессам, возникающим в смазочном слое. Для подшипников с самоустанавливающимися вкладышами вопрос о расчете температурного режима между вкладышами до конца не решен. В настоящей статье подробно анализируются различные схемы моделирования такого процесса.

Геометрия подшипника схематически показана на рис. 1. Смазочный слой находится между поверхностями вала и вкладышей. Вал вращается с угловой скоростью ω , а вкладыши могут поворачиваться вокруг точки (или линии) закрепления (точка M), реагируя таким образом на изменения режима работы подшипника. На рис. 1 показан поворот одного из вкладышей. Обычно делается четыре или пять вкладышей. Смазка подается в смазочный слой через промежутки между вкладышами – карманы. Размеры карманов на порядок больше толщины смазочного слоя, поэтому давление в них можно считать равным давлению окружающей среды. На рис. 1 кроме того обозначены: O_b – центр подшипника, R_b – его радиус, O – центр вала, R – радиус вала, $e = |O_b O|$ – эксцентриситет подшипника, O_p – центр кривизны вкладыша, R_p – радиус вкладыша, θ_p – угол положения точки закрепления вкладыша, t_p – толщина вкладыша.

Толщина смазочного слоя h в пределах отдельного вкладыша определяется по формуле

$$h = \Delta R_p - e \cos(\theta - \theta_c) - \Delta R_p m \cos(\theta - \theta_p) - \psi_p (R_p + t_p) \sin(\theta - \theta_p),$$

где $\Delta R_p = R_p - R$ – радиальный зазор вкладыша, θ_c – угол между линией центров и направлением нагрузки, $m = 1 - \Delta R / \Delta R_p$ – коэффициент преднагруженности вкладыша, $\Delta R = R_b - R$ – радиальный зазор подшипника, ψ_p – угол наклона вкладыша. Величины θ_p и ψ_p имеют разные значения для каждого вкладыша, в то время как ΔR_p , m и t_p на практике обычно одинаковы.

Предположим, что на подшипник действует нагрузка, под действием которой вал и вкладыши занимают некоторое равновесное положение. Оно определяется параметрами, задающими положение центра масс вала e и θ_c и углами наклона вкладышей ψ_p (перекосы вала не учитываются). Для их вычисления решим систему уравнений статического равновесия, которая выражает равенство нулю равнодействующих сил и моментов, действующих на вал и вкладыши. Эту систему решаем методом Ньютона, на каждой итерации которого вычисляем силовые характеристики подшипника (реакцию на внешнюю нагрузку). Для вычисления силовых характеристик необходимо знать распределение давления p в смазочном слое. Его определяем из уравнения Рейнольдса, которое в случае учета зависимости вязкости от температуры имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(F_2 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = U \frac{\partial f_C}{\partial x}, \quad (1)$$

где

$$F_0 = \int_0^h \frac{dy}{\mu}, \quad F_1 = \int_0^h \frac{y dy}{\mu}, \quad F_2 = \int_0^h \frac{y^2}{\mu} \left(y - \frac{F_1}{F_0} \right) dy, \quad f_C = h - \frac{F_1}{F_0},$$

$U = \omega R$ – скорость поверхности вала, μ – динамическая вязкость смазки, которую вычисляли по формуле Фальца $\mu/\mu_0 = (T_0/T)^k$, где μ_0 – вязкость, соответствующая температуре подачи смазки T_0 , T – температура в смазочном слое, k – константа, зависящая от сорта масла. Координаты x , y , z вводятся в смазочном слое: $x = R\theta$ – окружная координата, направленная вдоль слоя, z – осевая координата ($z = 0$ соответствует среднему сечению подшипника), y – координата, направленная поперек слоя, причем $y = 0$ соответствует границе смазка–вкладыш, а $y = h$ границе смазка–вал. Область, занятая смазочным слоем, разбивается карманами на ряд подобластей, соответствующих вкладышам, на границах которых задавались условия равенства давления давлению окружающей среды p_a .

Однако в зависимости от условий эксплуатации в подшипнике могут возникнуть зоны кавитации. Границы таких зон определяли из условий Свифта–Штибера $p(x, z) = p_a$, $\partial p/\partial x = 0$. Уравнение (1) вместе с дополнительными условиями решали численно. Дискретизация строится методом конечных объемов, обеспечивающим на разностной сетке выполнение закона сохранения расхода, выражаемого уравнением (1). Отметим, что уравнение (1) решается в двумерной области, так как давление постоянно по толщине смазочного слоя и не зависит от y .

Учет зависимости вязкости от температуры принципиально усложняет расчет подшипника, так как уравнение Рейнольдса становится связанным через вязкость с уравнением энергии в смазке.

В отличие от давления температура меняется как вдоль слоя, так и поперек него. Для достаточно длинного подшипника температура слабо меняется в осевом направлении [3], поэтому теплопередачей в этом направлении часто пренебрегают. Принимая это предположение, полагаем, что температура является функцией только двух переменных x , y и будем определять ее в центральной плоскости $z = 0$. Уравнение энергии запишем в виде

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где ρ – плотность смазки, c_p – теплоемкость, u, v – скорости вдоль осей x и y соответственно, λ – коэффициент теплопроводности. Для вычисления скоростей используем уравнения движения смазки для тонкого слоя и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

с граничными условиями $u = v = 0$ при $y = 0$ и $u = U$ при $y = h$. В уравнении неразрывности учтено, что в силу симметрии относительно центрального сечения $\partial w / \partial z = 0$, где w – скорость в осевом направлении. Уравнения (3) легко решаются с учетом того, что p не зависит от y [4]. Уравнение (2) решается методом конечных разностей, при этом первые производные аппроксимируются разностями против потока.

Анализ размерностей показывает, что в уравнении (2) при члене, соответствующем теплопроводности в окружном направлении $\partial^2 T / \partial x^2$, появляется малый коэффициент ε^2 ($\varepsilon = \Delta R / R_b$), поэтому этим слагаемым пренебрегаем. Однако при больших эксцентриситетах может возникнуть обратное течение вблизи поверхности вкладыша ($u < 0$). В таких зонах алгоритм расчета становится неустойчивым. Здесь следует сохранить эллиптичность уравнения по обеим координатам, предупреждая возникновение вычислительной неустойчивости. Поэтому для таких областей решается полное уравнение (2), а для остальных уравнение

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Область, где решается уравнение энергии, представляет собой вертикальное сечение смазочного слоя, заключенного между валом и вкладышами. Она разбивается на подобласти, определяемые границами вкладышей. Это границы вдоль поперечной координаты y , соответствующие передней и задней кромкам вкладыша, а также границы смазка–вал и смазка–вкладыш. На этих границах ставились граничные условия для уравнения (2).

На передней кромке вкладыша температура определяется температурой, с которой смазка поступает из кармана. На задней кромке, если решается уравнение (4), граничное условие не нужно. Если в пространстве между валом и вкладышем возникает обратное течение и решается уравнение (2), то ставится “мягкое” граничное условие $\partial T / \partial x = 0$.

Для вычисления температуры во вкладышах в настоящей статье применяется подход, предложенный в [5]. При этом во вкладышах пренебрегаем теплопроводностью в окружном направлении. Учитывая, что в смазочном слое вдоль осевой координаты температура считается постоянной, то же самое принимаем и для вкладышей. Тогда уравнение теплопроводности во вкладыше становится одномерным и его можно решить аналитически. Интегрируя его при условии согласования значений температуры и тепловых потоков на границе смазка–вкладыш, получим уравнение для температуры на этой границе

$$T + \gamma \frac{\partial T}{\partial y} = T_a, \quad \gamma = -R_b \left(\frac{1}{Nu} + \frac{\lambda}{\lambda_p} \ln \frac{R_b + t_p}{R_b} \right),$$

где T_a – температура окружающей среды, $Nu = \alpha(R_b + t_p) / \lambda$ – число Нуссельта, λ_p – теплопроводность материала вкладыша, α – коэффициент теплообмена между вкладышем и окружающей средой.

Так как в положении статического равновесия вал прогревается практически равномерно, можно принять, что температура вала в установившемся состоянии будет одинаковой для всего вала. Такое предположение типично для термогидродинамиче-

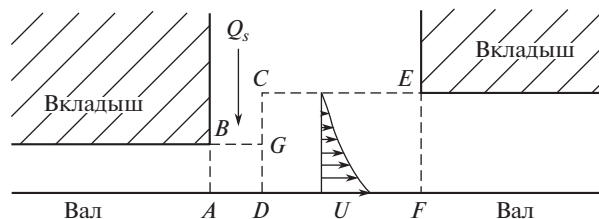


Рис. 2. Контрольный объем для течения в кармане.

ского анализа подшипников [6]. Введенное предположение приводит к тому, что равенство тепловых потоков между валом и смазкой надо понимать в интегральном смысле. Тогда окончательно получим граничное условие на границе смазка–вал в виде

$$T = T_w, \quad \int_0^{2\pi} \frac{\partial T}{\partial y} d\theta = 0.$$

В зоне кавитации не существует сплошной пленки смазки, и течение представляет собой сложный двухфазный поток жидкости и газа. Обычно в этом случае используется уравнение энергии с некоторой модификацией, учитывающей тем или иным способом эффект кавитации. Одним из таких способов является так называемый метод эффективной длины [4]. Поскольку объемный расход смазки должен сохраняться, предполагаем, что масляная пленка в зоне кавитации будет сплошной, но уменьшенной протяженности. Так как градиент давления в области кавитации равен нулю, то скорость будет иметь профиль, соответствующий течению Куэтта, и эффективную длину L_{eff} можно рассчитать с помощью равенства объемных расходов вдоль направления скольжения $L_{\text{eff}}(x) = h(x_{\text{cav}})/h(x) L$, где x_{cav} – окружная координата начала зоны кавитации.

Уравнение энергии решается в этой области с параметрами смазки (теплоемкость, плотность, вязкость, теплопроводность), определяемыми по формуле $\eta = \eta_g + (\eta_f - \eta_g) L_{\text{eff}}/L$, где η какой-либо из параметров, причем нижний индекс g относится к газу, а f к жидкости.

Смешивание смазки между вкладышами определяет температуру, с которой масло втекает под следующий вкладыш. Поскольку в уравнении энергии в окружном направлении преобладают конвективные слагаемые, то входная температура смазки является наиболее важным граничным условием для уравнения энергии. В то же время определение температуры смазки на входе каждого вкладыша является одной из наиболее сложных проблем при анализе подшипников с самоустанавливающимися вкладышами [7].

Процесс смешивания масла в кармане обычно учитывается с помощью общего баланса тепла. При этом предполагается, что холодное (поступающее извне) и горячее (поступающее из-под вкладыша) масло полностью перемешиваются [8]. В работе [9] в модель были включены эмпирические коэффициенты, которые определяют, в какой пропорции смешивается горячее и холодное масло. Однако эти коэффициенты не являются универсальными и связаны с конкретным подшипником.

Упомянутые модели могут определить только среднюю по толщине смазочного слоя температуру масла на входе в следующий вкладыш. Однако при использовании постоянной температуры на входе во вкладыш теряется информация о градиенте температуры и, следовательно, тепловом потоке на границе смазки и вала.

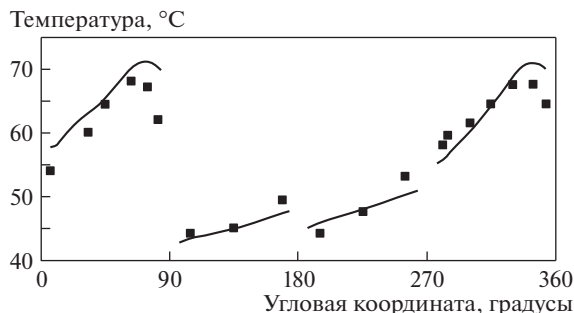


Рис. 3. Распределение температуры на поверхностях вкладышей.

В более подробных моделях предполагается, что в начале вкладыша температура имеет линейный или параболический профиль в радиальном направлении [10–12]. В случае параболического профиля для определения всех его параметров приходится привлекать дополнительные гипотезы.

Единично выполненные “точные” расчеты процесса течения в смазочном кармане последовательно указывают на то, что все смешивание происходит в тонком слое вблизи вала [13, 14].

Дж. Х. Вор [15] для расчета температуры смазки в кармане выделил контрольный объем — тонкий слой смазки, примыкающий к поверхности вала, и решая упрощенное уравнение конвективного переноса тепла рассматривал теплообмен в этом объеме. Однако при этом не моделировался отдельно процесс смешения горячей и холодной смазки.

В настоящей статье также выделяется контрольный объем $CDFE$ для течения в кармане, показанный пунктирными линиями на рис. 2. При этом надо иметь в виду, что протяженность кармана AF на 2–3 порядка больше толщины смазочного слоя (AB или FE).

Горячая смазка выходит из-под предыдущего вкладыша (линия AB), имея расход Q_{AB} , и входит в следующий (линия FE), где требуется расход Q_{FE} . Если $Q_{FE} > Q_{AB}$, то для компенсации разницы необходимо дополнительное масло Q_s с температурой T_s , которое поступает из кармана. Предполагается, что смешение происходит в объеме $BADG$ сразу же на выходе горячего масла из-под вкладыша [15]. Похожая схема смешения для упорного подшипника была рассмотрена в работе [16]. При этом выполняется равенство тепловых потоков

$$q_{DG} = q_{AB} + Q_s T_s. \quad (5)$$

Из равенства (5) можно определить среднюю температуру на линии DG . Однако при этом теряется информация о градиенте температуры и, следовательно, тепловом потоке к валу. Поэтому будем рассматривать равенство (5) локально. Для этого разобьем область $BADG$ на полоски высотой Δu_i по вертикали и запишем равенство (5) для каждой такой полоски. Фактически высота каждой полоски равняется высоте ячейки конечноразностной сетки. Таким образом вычисляется температура на линии DG (индекс полоски i для краткости записи опускаем)

$$T_{DG} = \frac{(u_{DG} - u_{AB})T_s + u_{AB}T_{AB}}{u_{DG}}. \quad (6)$$

На остальной границе контрольного объема GCE полагаем $T = T_s$.

Таблица 1

Количество вкладышей, $N_{\text{вк}}$	4
Диаметр вала, D	0.1 м
Длина подшипника, L	0.07 м
Радиальный зазор, ΔR	0.079 мм
Положение опоры первого вкладыша, $\theta_{\text{вк}}$	45°
Преднагруженность вкладыша, m	0.47
Угловая протяженность вкладыша, $\Delta_{\text{вк}}$	75°
Смещение опоры вкладыша	0.5 (посередине)
Нагрузка, F	10 000 Н
Скорость вращения вала, ω	3000 об/мин
Толщина вкладыша, $t_{\text{вк}}$	0.02 м
Плотность смазки, ρ	855 кг/м ³
Теплопроводность смазки, λ	0.15 Вт/(м·°С)
Теплоемкость смазки, c_p	1952 Дж/(кг·°С)
Вязкость смазки при 40°С, μ	0.028 Па с
Вязкость смазки при 99°С, μ	0.0047 Па с
Температура подачи смазки, T_0	40°С

Если $Q_{FE} < Q_{AB}$, то дополнительное масло не требуется и в формуле (5) полагаем $Q_s = 0$. Это приводит к равенству тепловых потоков $q_{DG} = q_{AB}$ или $u_{AB}T_{AB} = u_{DG}T_{DG}$, откуда находим T_{DG} для этого случая.

Скорости смазки в контрольном объеме определяли из уравнений для тонкого слоя (3) с учетом постоянства давления в кармане. При этом предполагали, что на границе СЕ скорость равна нулю. В частном случае, когда рассматривается модель с вязкостью, не зависящей от температуры, в продольном направлении получается профиль Куэтта, а поперечная скорость равна нулю.

В остальной части кармана температуру смазки рассчитывали путем решения в контрольном объеме уравнения энергии (4). При этом диффузионное слагаемое в угловом направлении не учитывали ввиду отсутствия здесь обратных течений.

После определения температурного поля в смазочном слое всего подшипника рассчитываются новые значения величины вязкости, вновь решается уравнение Рей-

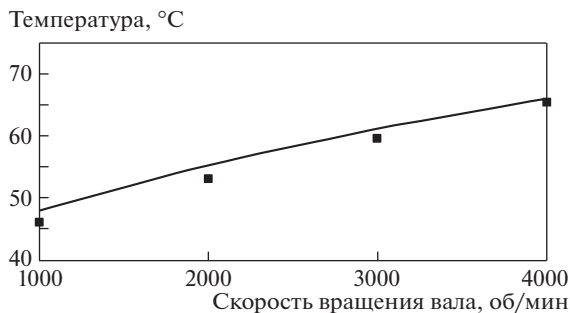


Рис. 4. Зависимость температуры вала от скорости его вращения.

нольдса, уравнение энергии и весь процесс повторяется до достижения заданной точности при определении параметров равновесного положения.

Для верификации модели проводили сравнение с экспериментальными данными работы [17] для подшипника с четырьмя самоустанавливающимися вкладышами. Во всех экспериментах внешняя нагрузка была приложена между вкладышами. Параметры подшипника приведены в табл. 1.

На рис. 3 представлено распределение температуры на поверхностях вкладышей. Сплошные линии – расчет, черные квадраты – эксперимент (аналогично и на рис. 4). В целом можно заключить, что имеет место удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных. Как и ожидалось, два вкладыша, между которыми направлена нагрузка, имеют значительно большую температуру, чем остальные. Это связано с тем, что в данной области зазор минимален.

Большой интерес представляет температура вала, так как чрезмерный нагрев поверхности вала может приводить к термической неустойчивости (эффект Мортон) [18]. На рис. 4 представлена зависимость температуры вала от скорости его вращения. Из рис. 4 видно, что температура вала возрастает с увеличением скорости вращения, хорошо согласуясь с экспериментальными данными. Отличие между рассчитанными значениями и экспериментальными не превышает 3%.

В заключение отметим, что в статье построена термогидродинамическая модель подшипника с самоустанавливающимися вкладышами, состоящая из ряда подмоделей. Для определения давления в смазочном слое использовали уравнение Рейнольдса в форме, учитывающей зависимость вязкости от температуры. Возможную кавитацию учитывали методом эквивалентной длины. Для определения температуры использовали уравнение энергии в предположении постоянства температуры в осевом направлении. Для описания процесса смешения с поступающим извне маслом в пространстве между вкладышами была построена модель, основанная на использовании уравнения энергии в тонком слое.

Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными позволяет заключить, что предложенная термогидродинамическая модель достаточно хорошо описывает процессы в смазочном слое подшипника с самоустанавливающимися вкладышами и может служить основой для проектирования таких подшипников.

Конфликт интересов: Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dimond T., Younan A., Allaire P.* A Review of Tilting Pad Bearing Theory // International Journal of Rotating Machinery. Volume 2011. Article ID 908469. 23 p.
2. *Zeidan F.Y., Paquette D.J.* “Application Of High Speed And High Performance Fluid Film Bearings In Rotating Machinery”. Proceedings of the Twenty-third Turbomachinery Symposium. Dallas, Texas. 1994. P. 209–234.
3. *He M., Cloud C.H., Byrne J.M.* Fundamentals of Fluid Film Journal Bearing Operation Modeling // Proceedings of the thirty-fourth turbomachinery symposium. Houston, Texas. 2005. P. 155–175.
4. *Zengeya M., Gadala M., Segal G.* Hydrodynamic and Thermal Behavior of Journal Bearings using Upwind Petrov-Galerkin FEM // Tribology Transactions. 2007. V. 50. № 2. P. 227–247.
5. *Szeri A. Z.* Fluid film lubrication. – 2nd ed. Cambridge University Press. 2011. 547 p.
6. *Kim J., Palazzolo A.B., Gadangi R.K.* TEHD Analysis for Tilting-Pad Journal Bearings Using Upwind Finite Element Method // Tribology Transactions. 1994. V. 37. № 4. P. 771–783.
7. *Pinkus O.* Thermal Aspects of Fluid Film Tribology. – ASME Press., Technology & Engineering. 1990. 506 p.
8. *Феррон Дж., Френе Д., Бонкомпен Р.* Исследование термодинамических характеристик простого радиального подшипника. Сравнение теории с экспериментом // Проблемы трения и смазки. 1983. Т. 105. № 3. С. 111–117.
9. *Хешимет Х., Пинкус О.* Температуры смешивания на входе в гидродинамические подшипники // Проблемы трения и смазки. 1986. Т. 108. № 2. С. 82–100.

10. *Boncompain R., Fillon M., Frene J.* Analysis of Thermal Effects in Hydrodynamic Bearings // *Journal of Tribology*. 1986. V. 108. № 2. P. 219–224.
11. *Bouard L., Fillon M., Frene J.* Thermohydrodynamic Analysis of Tilting-Pad Journal Bearings Operating in Turbulent Flow Regime // *Journal of Tribology*. 1996. V. 118. P. 225–231.
12. *Gethin D.* Modeling the Thermohydrodynamic Behavior of High Speed Journal Bearing // *Tribology International*. 1996. V. 29. P. 579–596.
13. *Этмлз С.М., Камерон А.* Анализ поперечного течения в канавке подшипника // *Проблемы трения и смазки*. 1968. Т. 90. № 4. С. 332–339.
14. *Этмлз С.М.* Обсуждение работы Хешмета и Пинкуса “Температуры смешивания на входе в гидродинамические подшипники” // *Проблемы трения и смазки*. 1986. Т. 108. № 2. С. 97–98.
15. *Вор Дж. Х.* Обсуждение работы Хешмета и Пинкуса “Температуры смешивания на входе в гидродинамические подшипники” // *Проблемы трения и смазки*. 1986. Т. 108. № 2. С. 95–97.
16. *Chmielowiec-Jablczyk M., Schubert A., Kraft C., Schwarze H., Wodtke M., Wasilczuk M.* Improvement of Thrust Bearing Calculation Considering the Convective Heating within the Space between the Pads // *Lubricants*. 2018. V. 6 (1). P. 22.
17. *Fillon M., Bligoud J., Frene J.* Experimental Study of Tilting-Pad Journal Bearings – Comparison with Theoretical Thermoelastohydrodynamic Results. // *Journal of Tribology*. 1992. V. 114. № 3. P. 579–587.
18. *Grigor'ev B.S., Fedorov A.E., Schmied J.* New Mathematical Model for the Morton Effect Based on the THD Analysis // *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*. V. 21 of the series *Mechanisms and Machine Science*. P. 2243–2253. Springer International Publishing. May 2015.