
**НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ
МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ**

УДК 51: 621.891

**РАДИАЛЬНЫЙ ПОДШИПНИК СКОЛЬЖЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ
РЕЖИМЕ ТРЕНИЯ С ЛЕГКОПЛАВКИМ ПОКРЫТИЕМ**© 2019 г. М. А. Мукутадзе^{1,*,#}, Д. У. Хасьянова^{2,**}¹ Ростовский государственный университет путей сообщения (ФГБОУ ВО РГУПС),
г. Ростов-на-Дону, Россия² Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия

*e-mail: murman1963@yandex.ru

**e-mail: dinara.khasyanova@mail.ru

Поступила в редакцию 15.01.2019 г.

Принята к публикации 24.04.2019 г.

В статье представлен метод формирования точного автоматического решения задачи гидродинамического расчета радиального подшипника скольжения, работающего на электропроводящем жидком смазочном материале, обусловленном расплавом поверхности подшипниковой втулки, с учетом влияния давления и температуры на вязкость и электропроводность жидкого смазочного материала в условиях адиабатического процесса. Асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений с учетом граничных условий на поверхности подшипниковой втулки $r = -\Phi(\theta)$ найдено в виде рядов по степеням малого параметра K , обусловленного расплавом и скоростью диссипации механической энергии.

Ключевые слова: гидродинамика, радиальный подшипник, вязкий несжимаемый жидкий электропроводящий смазочный материал, расплавленная поверхность подшипниковой втулки

DOI: 10.1134/S0235711919050067

Введение. В современном машиностроении трибоузлы для новых машин проектируются с учетом увеличения статических и ударных нагрузок, действующих на опоры скольжения, которые определяются задачами современной инженерной практики. Одним из важнейших равноправных конструктивных элементов подшипников жидкого трения является смазочная среда.

При передаче больших мощностей червячными редукторами трибосистем с использованием в качестве смазочного материала минерального масла возникают трудности из-за недостатка смазочного материала, необходимого для предотвращений схватывания и повышения температуры рабочих поверхностей.

Чтобы избежать подобных ситуаций предлагается применять дополнительный смазочный материал в виде расплава легкоплавких металлов.

Гидродинамическому расчету подшипников скольжения в условиях отсутствия смазочного вещества и учета зависимости вязкости смазочного материала от давления, посвящено большое количество работ [1–3]. Существенным недостатком рассматриваемой пары трения, работающей на смазывании расплавом, является низкая несущая способность. Кроме того, процесс смазывания смазочным материалом не является самоподдерживающимся.

<https://orcid.org/0000-0003-2810-3047>

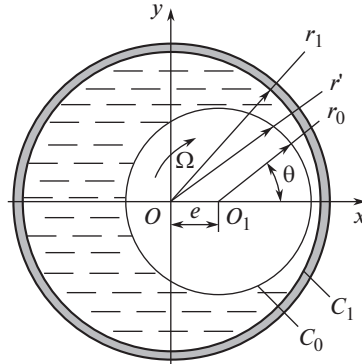


Рис. 1. Расчетная схема.

Разработка расчетной модели радиальных и упорных подшипников скольжения с учетом реологических свойств микрополярного, вязкоупругого смазочного материала при учете зависимости вязкости смазочного материала от давления и расплава легкоплавкого покрытия посвящены работы [4–12].

В данной статье рассматривается смазочный материал, обладающий электропроводящими свойствами, с учетом зависимости вязкости и электропроводности смазочного материала от давления и температуры, а также расплава легкоплавкого покрытия в условиях адиабатического процесса.

Постановка задачи. Рассмотрим турбулентное течение вязкого электропроводящего смазочного материала в рабочем зазоре радиального подшипника скольжения, покрытого расплавом легкоплавкого покрытия в условиях адиабатического процесса.

Вал вращается с угловой скоростью Ω (рис. 1), а подшипниковая втулка неподвижна. Предположим, что пространство между эксцентрично расположенным валом и подшипником полностью заполнено электропроводящим смазочным материалом, а подшипниковая втулка выполнена из материала с низкой температурой плавления.

В полярной системе координат r, θ , полюс которой расположен в центре подшипниковой втулки, уравнение контура вала, уравнение поверхности подшипниковой втулки, покрытой легкоплавким металлическим расплавом и расплавленной поверхности подшипниковой втулки, покрытой металлическим расплавом, запишем в виде

$$r' = r_0(1 + H), \quad r' = r_1, \quad r' = r_1 + \lambda f(\theta), \quad (1)$$

где $H = \varepsilon \cos \theta - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \theta + \dots$, $\varepsilon = \frac{e}{r_0}$; r_0 – радиус вала; r_1 – радиус подшипниковой втулки, покрытой металлическим расплавом; e – эксцентриситет; ε – относительный эксцентриситет; $\lambda f(\theta)$ – ограниченная функция при $\theta \in [0-2\pi]$ подлежит определению.

Влияние давления и температуры на вязкость и электропроводность смазочного материала выражается зависимостями

$$\mu' = \mu_0 e^{\alpha' p' - \beta' T}, \quad \sigma' = \sigma_0 e^{\alpha' p' - \beta' T}. \quad (2)$$

μ' – коэффициент динамической вязкости смазочного материала; p' – гидродинамическое давление в смазочном слое; α' – постоянная экспериментальная величина; σ_0 – характерная электропроводность смазочного материала; σ' – электропроводность смазочного материала.

Рассмотрим условия движения бесконечно радиального подшипника скольжения при допущениях: 1) жидкая среда является вязкой несжимаемой жидкостью; 2) все

тепло, выделяющееся в смазочной пленке, идет на плавление поверхности материала подшипниковой втулки; 3) влияние турбулентности можно отразить с помощью коэффициента $j > 1$, на который следует умножить вязкость, чтобы получить величину эффективной вязкости, коэффициент j можно выразить в виде следующей функции числа Рейнольдса $j = 0.0139 \text{Re}^{0.657}$, где $\text{Re} = \rho\Omega\delta^2/\mu_0$ – число Рейнольдса, μ_0 – характерная вязкость, ρ – плотность, Ω – угловая скорость, δ – радиальный зазор.

Исходные уравнения и граничные условия. Движение электропроводящего жидкого смазочного материала в рабочем зазоре бесконечного радиального подшипника скольжения с учетом (2), а также уравнение неразрывности при наличии электромагнитного поля запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial r'} = 0, \quad \frac{\partial^2 v_\theta'}{\partial r'^2} = \frac{1}{r'} \frac{1}{j\mu_0 e^{\alpha p' - \beta T}} \frac{\partial p'}{\partial \theta} - \frac{\sigma_0}{\mu_0} B(E - v_\theta' B), \\ \frac{\partial v_r'}{\partial r'} + \frac{v_r'}{r'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial v_\theta'}{\partial \theta} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где v_r' , v_θ' – компоненты вектора скорости; $\vec{E} = \{0, 0, E\}$ – вектор напряженности электрического поля; $\vec{B} = \{0, B, 0\}$ – вектор магнитной индукции. При этом значения $E(r, 0)$ и $B(r, 0)$ считаются заданными и удовлетворяющими уравнениям Максвелла

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad \text{rot } \vec{E} = 0. \quad (4)$$

Данные уравнения удовлетворяются при $E = \text{const}$, $B' = \frac{B_0}{r}$, $B_0 = \text{const}$.

Граничные условия в рассматриваемом случае с точностью до членов $O(\epsilon^2)$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} v_\theta' = 0, \quad v_r' = 0 \quad \text{при} \quad r' = r_1 + \lambda' f(\theta); \\ v_\theta' = r_0 \Omega, \quad v_r' = -\Omega e \sin \theta \quad \text{при} \quad r' = r_0 + e \cos \theta; \\ p'(0) = p'(2\pi) = \frac{P_g}{p^*}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для определения функции $\lambda' f(\theta)$, обусловленной расплавленной поверхностью подшипника, покрытой легкоплавким металлическим расплавом, воспользуемся формулой скорости диссипаций энергий

$$\frac{d\lambda' f(\theta) r_0}{d\theta} \Omega L' = 2j\mu' \int_{r_1 + \lambda' f(\theta)}^{r_0 + e \cos \theta} \left(\frac{\partial v_\theta'}{\partial r'} \right)^2 dr', \quad (6)$$

где L' – удельная теплота плавления на единицу объема.

Переход к безразмерным переменным реализуется на основе следующих формул

$$\begin{aligned} r' = r_1 - \delta r, \quad \delta = r_1 - r_0; \quad v' = \Omega r_0 v; \quad u' = \Omega \delta u; \quad p' = p^* p; \quad T = T^* T; \\ T^* = \frac{\mu_0 \Omega^2 r_0^2}{I \lambda}; \quad \beta = T^* \beta'; \quad p^* = \frac{\mu_0 \Omega r_0^2}{\delta^2}; \quad \mu' = \mu_0 \mu; \quad \sigma' = \sigma_0 \sigma; \quad \alpha' = \frac{\alpha}{p^*}. \end{aligned} \quad (7)$$

Выполняя подстановку (7) в систему дифференциальных уравнений (3) и (6) с учетом граничных условий (5) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{1}{j e^{\alpha p - \beta T}} \frac{dp}{d\theta} - A + N v, \quad \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{1}{j \mu(\theta)} \frac{d\Phi(\theta)}{d\theta} = K \int_{-\Phi(\theta)}^{h(\theta)} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 dr, \end{aligned} \quad (8)$$

где $K = \frac{2\mu_0\Omega r_0}{\delta L'}$ – параметр, характеризующий скорость диссипации механической энергии, $h(\theta) = 1 - \eta \cos \theta$ – толщина смазочного слоя, L' – удельная теплота плавления на единицу объема, $N = \frac{\sigma_0 B_0^2 \delta^2}{\mu_0 r_0^2}$ – число Гартмана, $A = \frac{\sigma_0 B_0 E \delta^2}{\mu_0 r_0^2 \Omega}$ – величина, обусловленная наличием электрического поля.

Для решения системы уравнений (8) применим граничные условия

$$\begin{aligned} u = 1, \quad v = -\eta \sin \theta \quad \text{при} \quad r = 1 - \eta \cos \theta = h(\theta); \\ v = 0, \quad u = 0 \quad \text{при} \quad r = 0 - \Phi(\theta); \quad p(0) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\eta = \frac{e}{\delta}$; $\eta_1 = \frac{\lambda'}{\delta}$, η_1 – относительный эксцентриситет с учетом расплавленной поверхности легкоплавкого покрытия, η – относительный эксцентриситет подшипниковой втулки, покрытой легкоплавким металлическим расплавом.

Найдем функцию $\Phi(\theta)$

$$\Phi(\theta) = -K\Phi_1(\theta) - K^2\Phi_2(\theta) - K^3\Phi_3(\theta) - \dots = H, \quad (10)$$

где K – малый параметр, обусловленный расплавом и скоростью диссипации энергии.

Граничные условия для безразмерных компонентов скорости u и v на контуре $r = -\Phi(\theta)$ запишем в виде

$$\begin{aligned} v(0 - H(\theta)) = v(0) - \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=0} H(\theta) - \left. \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right|_{r=0} H^2(\theta) - \dots = 0 \\ v(0 - H(\theta)) = u(0) - \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=0} H(\theta) - \left. \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right|_{r=0} H^2(\theta) - \dots = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Асимптотическое решение системы дифференциальных уравнений (8) с учетом граничных условий (9) и (11) найдем в виде рядов по степеням малого параметра K

$$\begin{aligned} v &= v_0(r, \theta) + K v_1(e, \theta) + K^2 v_2(r, \theta) + \dots; \\ u &= u_0(r, \theta) + K u_1(r, \theta) + K^2 u_2(r, \theta) + \dots; \\ \Phi(\theta) &= -K\Phi_1(\theta) - K^2\Phi_2(\theta) - K^3\Phi_3(\theta) - \dots; \\ p &= p_0 + K p_1(\theta) + K^2 p_2(\theta) + K^3 p_3(\theta) \dots, \\ T &= T_0(\theta) + K T_1(\theta) + K^2 T_2(\theta) + K^3 T_3(\theta) \dots, \\ \mu &= \mu_0(\theta) + K \mu_1(\theta) + K^2 \mu_2(\theta) + K^3 \mu_3(\theta) \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Выполняя подстановку (12) в систему дифференциальных уравнений (8) с учетом граничных условий (9), получим

– для нулевого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial r^2} = \frac{1}{j\mu_0(\theta)} \frac{dp_0}{d\theta} + N v_0 - A, \quad \frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \quad (13)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} u_0 = 1, \quad v_0 = -\eta \sin \theta \quad \text{при} \quad r = 1 - \eta \cos \theta; \\ v_0 = 0, \quad u_0 = 0 \quad \text{при} \quad r = 0; \\ K\Phi_0(0) = K g_0; \quad p_0(0) = p_0(2\pi) = \frac{p_a}{p^*}; \end{aligned} \quad (14)$$

– для первого приближения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} &= -\frac{\mu_1(\theta)}{j\mu_0^2(\theta)} \frac{dp_0}{d\theta} + \frac{1}{j\mu_0(\theta)} \frac{dp_1}{d\theta}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial \theta} + \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0; \\ \frac{1}{j\mu_0(\theta)} \frac{d\Phi_1(\theta)}{d\theta} &= K \int_0^{1-\eta \cos \theta} \left(\frac{\partial v_0}{\partial r} \right)^2 dr; \end{aligned} \quad (15)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_1 &= \left(\frac{\partial v_0}{\partial r} \right)_{r=0} \Phi_1(\theta); \quad u_1 = \left(\frac{\partial u_0}{\partial r} \right)_{r=0} \Phi_1(\theta); \\ v_1 &= 0; \quad u_1 = 0 \quad \text{при} \quad r = 1 - \eta \cos \theta; \\ p_1(0) &= p_1(2\pi) = 0; \quad K\Phi_1(0) = K\tilde{\alpha}, \quad \Phi(0) = \Phi(2\pi) = \tilde{\alpha}. \end{aligned} \quad (16)$$

Точное автомодельное решение. Точное автомодельное решение задачи для нулевого приближения найдем в виде

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{\partial \Psi_0}{\partial r} + V_0(r, \theta); \quad u_0 = -\frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta} + U_0(r, \theta); \\ \Psi_0(r, \theta) &= \tilde{\Psi}_0(\xi); \quad \xi = \frac{r}{h(\theta)}; \\ V_0(r, \theta) &= \tilde{v}(\xi); \quad U_0(r, \theta) = -\tilde{u}_0(\xi)h'(\theta). \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя (17) в систему дифференциальных уравнений (13) с учетом граничных условий (14), получим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_0'''(\xi) &= \tilde{C}_2; \quad \tilde{v}_0''(\xi) = \tilde{C}_1; \quad \tilde{u}_0'(\xi) + \xi \tilde{v}_0'(\xi) = 0; \\ \frac{dp_0}{d\theta} &= j\mu_0(\theta) \left(\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)} - (Nv_0 - A) \right). \end{aligned} \quad (18)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_0'(0) &= 0, \quad \tilde{\Psi}_0'(1) = 0; \quad \tilde{u}_0(1) = 0, \quad \tilde{v}_0(1) = -\eta \sin \theta; \\ \tilde{u}_0(0) &= 1, \quad \tilde{v}_0(0) = 0, \quad \int_0^1 \tilde{v}_0(\xi) d\xi = 0, \quad p_0(0) = p_0(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}. \end{aligned} \quad (19)$$

Непосредственным интегрированием получим

$$\tilde{\Psi}_0'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2} (\xi^2 - \xi), \quad \tilde{v}_0(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left(1 + \frac{\tilde{C}_1}{2} \right) \xi + 1, \quad \tilde{C}_1 = 6. \quad (20)$$

Из условия $p_0(0) = p_0(2\pi) = \frac{p_g}{p^*}$ получим выражение

$$\tilde{C}_2 = -12 \frac{1 - \eta^2}{2 + \eta^2} - 2(N + A) \frac{\sqrt{(1 - \eta^2)^5}}{2 + \eta^2} \quad (21)$$

Определение гидродинамического давления. Для определения гидродинамического давления необходимо сначала определить функцию $\mu_0(\theta)$.

Продифференцировав выражение для $\mu_0(\theta)$, получим

$$\frac{d\mu_0(\theta)}{d\theta} = \mu_0(\theta) \left(\alpha \frac{dp_0}{d\theta} - \beta \frac{dT_0}{d\theta} \right). \quad (22)$$

Для определения $\frac{dT_0}{d\theta}$ используем формулу для скорости диссипации энергии

$$\frac{dT_0}{d\theta} = -\frac{24\mu_0\mu_0(\theta)\beta\Omega r_0 h(\theta)}{T^*c_p\delta^2\tilde{C}_2} \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\Psi}_0''(\theta)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_0'(\xi)}{h(\theta)} \right)^2 d\xi. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22) и сделав ряд преобразований, получим

$$\frac{1}{\mu_0^2(\theta)} \frac{d\mu_0(\theta)}{d\theta} = \frac{\alpha\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\alpha\tilde{C}_2}{h^3(\theta)} + \frac{24\mu_0\beta\Omega r_0 h(\theta)}{T^*c_p\delta^2\tilde{C}_2} \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\Psi}_0''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_0'(\xi)}{h(\theta)} \right)^2 d\xi, \quad (24)$$

где c_p – теплоемкость при постоянном давлении.

Интегрируя (24), получим

$$\frac{1}{\mu_0(\theta)} = 1 - \alpha[\tilde{C}_1 J_2(\theta) + \tilde{C}_2 J_3(\theta)] - \frac{D}{\tilde{C}_2} [\Delta_1 J_3(\theta) + \Delta_2 J_2(\theta) + \Delta_3 J_1(\theta)], \quad (25)$$

где $D = \frac{24\mu_0\beta\Omega r_0}{T^*c_p\delta^2}$; $\Delta_1 = \int_0^1 (\tilde{\Psi}''(\xi))^2 d\xi$; $\Delta_2 = 2 \int_0^1 (\tilde{\Psi}''(\xi)\tilde{v}'(\xi)) d\xi$; $\Delta_3 = \int_0^1 (\tilde{v}'(\xi))^2 d\xi$; $J_k(\theta) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^k(\theta)}$.

Решая уравнение (25) с точностью до $O(\eta^2)$ и заменяя полученное уравнение ее усредненным интегральным значением для $\bar{\mu}_0$, получим

$$\bar{\mu}_0 = 1 - D\beta 2\pi^2 \left(6 + 2(N+A)^2 - N - A - \frac{(N+A)^3}{12} \right) - 2\pi^2 \alpha(N+A), \quad (26)$$

Тогда из уравнения $\frac{dp_0}{d\theta} = \bar{\mu}_0 \left(\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)} + N + A \right)$, для p_0 , получаем

$$p_0 = j\bar{\mu}_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}^3} \arctg \left(\sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \left(12 + \tilde{C}_2 \frac{2+\eta^2}{1-\eta^2} \right) + \frac{\eta}{1-\eta^2} \frac{\sin \theta}{1-\eta \cos \theta} \left(6 + \frac{3}{2}\tilde{C}_2 \right) + \tilde{C}_2 \frac{1}{2(1-\eta^2)} \frac{\sin \theta}{(1-\eta \cos \theta)^2} + (N+A)\theta \right] + \frac{p_g}{p^*}. \quad (27)$$

Для определения $\Phi_1(\theta)$ с учетом (20) получаем уравнение

$$\frac{d\Phi_1(\theta)}{d\theta} = j\bar{\mu}_0 h(\theta) \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\Psi}_0''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_0'(\xi)}{h(\theta)} \right)^2 d\xi. \quad (28)$$

Интегрируя уравнение (28), получим

$$\Phi(\theta) = \mu_0 \left(\int_0^\theta \frac{\Delta_1 d\theta}{h^3(\theta)} + \int_0^\theta \frac{\Delta_2 d\theta}{h^2(\theta)} + \int_0^\theta \frac{\Delta_3 d\theta}{h(\theta)} \right), \quad (29)$$

где $\Delta_1 = \int_0^1 (\tilde{\Psi}''(\xi))^2 d\xi = \frac{\tilde{C}_2^2}{12}$; $\Delta_2 = \int_0^1 2\tilde{\Psi}''(\xi)\tilde{v}'(\xi) d\xi = \frac{1}{6}\tilde{C}_1\tilde{C}_2$; $\Delta_3 = \int_0^1 (\tilde{v}'(\xi))^2 d\xi = 4$.

Решая уравнение (29) с учетом $K\Phi_1(0) = K\alpha$, получим

$$\Phi_1(\theta) = j\bar{\mu}_0 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2}} \arctg \left(\sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) \left(\frac{\tilde{C}_2^2}{12} \frac{2+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + \tilde{C}_2 \frac{2}{1-\eta^2} + 8 \right) + \frac{\eta}{1-\eta^2} \frac{\sin \theta}{1-\eta \cos \theta} \left(\frac{3}{2} \frac{\tilde{C}_2^2}{12} + \tilde{C}_2 \right) + \frac{\tilde{C}_2^2}{12} \frac{1}{2(1-\eta^2)} \frac{\sin \theta}{(1-\eta \cos \theta)^2} \right] + \alpha. \quad (30)$$

Для первого приближения автомодельное решение находим в виде

$$v_1 = \frac{\partial \Psi_1}{\partial r} + V_1(r, \theta); \quad u_1 = -\frac{\partial \Psi_1}{\partial \theta} + U_1(r, \theta);$$

$$\Psi_1(r, \theta) = \tilde{\Psi}_1(\xi); \quad \xi = \frac{r}{h(\theta)}; \quad (31)$$

$$V_1(r, \theta) = \tilde{v}_1(\xi); \quad U_1(r, \theta) = -\tilde{u}_1(\xi)h'(\theta);$$

Подставляя (31) в систему дифференциальных уравнений (15) с учетом граничных условий (16), получаем систему дифференциальных уравнений

$$\tilde{\Psi}_1'''(\xi) = \tilde{C}_2; \quad \tilde{v}_1''(\xi) = \tilde{C}_1; \quad \tilde{u}_1'(\xi) + \xi \tilde{v}_1'(\xi) = 0;$$

$$\frac{1}{j\tilde{\mu}_0} \frac{dp_1}{d\theta} - \frac{\mu_1(\theta)}{j\tilde{\mu}_0^2} \frac{dp_0}{d\theta} = \left(\frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)} \right). \quad (32)$$

и граничные условия

$$\tilde{\Psi}_1'(0) = 0, \quad \tilde{\Psi}_1'(1) = 0, \quad \tilde{u}_1(1) = 0, \quad \tilde{v}_1(1) = 0; \quad p_1(0) = p_1(2\pi) = 0;$$

$$\tilde{u}_1(0) = 0, \quad \tilde{v}_1(0) = M, \quad \int_0^1 \tilde{v}_1(\xi) d\xi = 0. \quad (33)$$

Интегрируя (32), получим

$$\tilde{\Psi}_1'(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{C}_1 = 6M, \quad \tilde{v}_1(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left(\frac{\tilde{C}_1}{2} + M \right) \xi + M, \quad (34)$$

где

$$M = \sup_{\theta \in [0; 2\pi]} \left| \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=0} \Phi_1(\theta) = \sup_{\theta \in [0; 2\pi]} \left| \left[-\frac{\eta \sin \theta}{1 - \eta \cos \theta} - \frac{3}{1 - \eta \cos \theta} - \frac{\tilde{C}_2}{2(1 - \eta \cos \theta)^2} \right] \Phi_1(\theta) \right|.$$

Чтобы найти \tilde{C}_2 и решить уравнение для гидродинамического давления $\frac{1}{j\tilde{\mu}_0} \frac{dp_1}{d\theta} - \frac{\mu_1(\theta)}{j\tilde{\mu}_0^2} \frac{dp_0}{d\theta} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3(\theta)}$ сначала определим $\mu_1(\theta)$. Для этого выражение $\mu_1(\theta) = e^{\alpha p_1 - \beta T_1}$ продифференцируем

$$\frac{d\mu_1(\theta)}{dx} = \alpha \mu_1(\theta) \frac{dp_1}{d\theta} + \alpha \mu_1(\theta) \frac{dp_0}{d\theta} - \beta \mu_1(\theta) \frac{dT_0}{d\theta} - \beta \mu_1(\theta) \frac{dT_1}{d\theta}. \quad (35)$$

Для определения $\frac{dT_1}{d\theta}$ используем формулу для скорости диссипации энергии

$$\frac{dT_1}{d\theta} = \frac{24\mu_0\mu_1(\theta)\beta\Omega h(\theta)r_0}{T^*c_p\delta^2\tilde{C}_2} \int_0^1 2 \left(\frac{\tilde{\Psi}_0''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_0'(\xi)}{h(\theta)} \right) \left(\frac{\tilde{\Psi}_1''(\xi)}{h^2(\theta)} + \frac{\tilde{v}_1'(\xi)}{h(\theta)} \right) d\xi. \quad (36)$$

Подставляя (36) в (35) и сделав ряд преобразований с точностью до членов $O(K\alpha\mu_1(\theta))$, получим

$$\frac{1}{\mu_1(\theta)} = 1 - \frac{D}{\tilde{C}_2} [\tilde{\Delta}_1 \tilde{J}_3(\theta) + \tilde{\Delta}_2 \tilde{J}_2(\theta) + \tilde{\Delta}_3 \tilde{J}_2(\theta) + \tilde{\Delta}_4 \tilde{J}_1(\theta)], \quad (37)$$

где $\tilde{\Delta}_1 = \int_0^1 \tilde{\Psi}_0''(\xi) \tilde{\Psi}_1''(\xi) d\xi$; $\tilde{\Delta}_2 = \int_0^1 \tilde{\Psi}_0''(\xi) \tilde{v}_1'(\xi) d\xi$; $\tilde{\Delta}_3 = \int_0^1 \tilde{\Psi}_1''(\xi) \tilde{v}_0'(\xi) d\xi$; $\tilde{\Delta}_4 = \int_0^1 \tilde{v}_0'(\xi) \tilde{v}_0'(\xi) d\xi$; $\tilde{J}_k(\theta) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^k(\theta)}$.

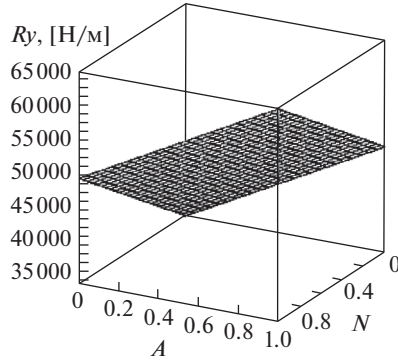


Рис. 2. График зависимости составляющей вектора поддерживающей силы от параметра A , обусловленного наличием электрического поля и N , числа Гартмана.

Решая уравнение (37) с точностью $O(\eta^2)$ и заменяя полученные уравнения ее усредненным интегральным значением, получим

$$\tilde{\mu}_1 = 1 + 2\pi^2 D\beta \left(-\frac{3}{2} - \frac{N+A}{12} + M \left(\frac{10+N+A}{\tilde{C}_2} \right) \right), \quad (38)$$

Из условия $p_1(0) = p_1(2\pi) = 0$ получим

$$\tilde{C}_2 = -6M. \quad (39)$$

Подставляя \tilde{C}_2 в (38) получим

$$\tilde{\mu}_1 = 1 - 2\pi^2 D\beta \left(4 + \frac{3(N+A)}{2} \right). \quad (40)$$

Тогда

$$\begin{aligned} p_1 = j\tilde{\mu}_0 \left[\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^3}} \arctg \left(\frac{\sqrt{1+\eta} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{\sqrt{1-\eta}} \right) \left(\left(12 + \tilde{C}_2 \frac{2+\eta^2}{1-\eta^2} \right) \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_0} - \frac{18M\eta^2}{1-\eta^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\eta}{1-\eta^2} \frac{\sin \theta}{1-\eta \cos \theta} \left(\left(6 + \frac{3}{2} \tilde{C}_2 \right) \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_0} - 3M \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2(1-\eta^2)(1-\eta \cos \theta)^2} \left(\tilde{C}_2 \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_0} - 6M \right) + \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_0} (N+A)\theta \right] \quad (41) \end{aligned}$$

Результаты исследований и их обсуждение. С учетом (13), (15), (27) и (41) для составляющей вектора поддерживающей силы и силы трения получаем

$$\begin{aligned} R_x = \frac{\mu_0 \Omega r_0^3}{\delta^2} \int_0^{2\pi} \left(p_0 - \frac{p_g}{p^*} + Kp_1 \right) \cos \theta d\theta = 0, \\ R_y = \frac{\mu_0 \Omega r_0^3}{\delta^2} \int_0^{2\pi} \left(p_0 - \frac{p_g}{p^*} + Kp_1 \right) \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 \Omega r_0^3 \pi}{\delta^2} \left[\frac{2\eta}{(1+\eta)(1-\eta^2)} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\eta^2 + 4\eta - 1}{\eta(1+\eta)} + \frac{1-\eta^2}{4\eta^2} \left(1 - \sqrt{\frac{1+\eta}{1-\eta}} \right) \right) \left(6 + \frac{3}{2} \tilde{C}_2 + K \left(\left(6 + \frac{3}{2} \tilde{C}_2 \right) \frac{\tilde{\mu}_1}{\tilde{\mu}_0} - 3M \right) \right) + \right. \end{aligned}$$

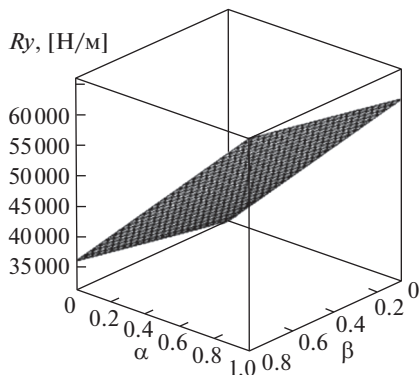


Рис. 3. График зависимости составляющей вектора поддерживающей силы от параметра α , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления и β – параметра, характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

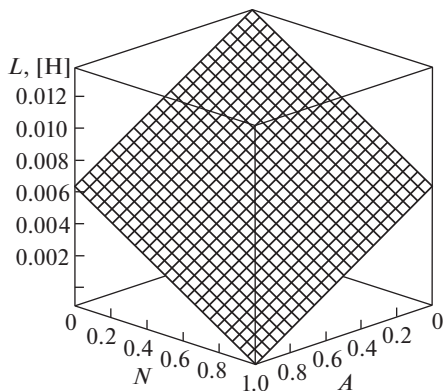


Рис. 4. График зависимости силы трения от параметра A , обусловленного наличием электрического поля и N , числа Гартмана.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{8}{(1+\eta)^2(1-\eta^2)} \left(\frac{\eta(1-\eta)}{(1+\eta)^2} \left(1 - \frac{\sqrt{1+\eta}}{\sqrt{1-\eta}} \right) + \frac{1}{1-\eta} \frac{\sqrt{1+\eta}}{\sqrt{1-\eta}} \right) \left(\bar{C}_2 + K \left(\bar{C}_2 \frac{\bar{\mu}_1}{\bar{\mu}_0} - 6M \right) \right) \\
 L_{\text{тр}} &= \frac{\mu_0 \Omega r_0^3}{\delta} \int_0^{2\pi} \left[\left. \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=0} + K \left. \frac{\partial v_1}{\partial r} \right|_{r=0} \right] d\theta = \\
 &= \frac{j\mu_0 \Omega r_0^3 \pi}{\delta} \left[-\frac{2\pi}{\sqrt{1-\eta^2}} \left(6 - \frac{12}{2+\eta^2} - 2(N+A) \right) \frac{\sqrt{(1-\eta^2)^3}}{2+\eta^2} - \frac{2KM}{\sqrt{1-\eta^2}} \left(4 + \frac{3}{1-\eta^2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Для численного анализа использован диапазон изменения параметров:

$$\mu_0 = 0.001022 \text{ Нс/м}^2; \quad \eta = 0.3, \dots, 1 \text{ м}; \quad r_0 = 0.0019995, \dots, 0.0493 \text{ м};$$

$$\Omega = 100, \dots, 1800 \text{ с}^{-1}; \quad \delta = 0.05 \times 10^{-3}, \dots, 0.07 \times 10^{-3};$$

$$K = 0.00052, \dots, 0.0000022;$$

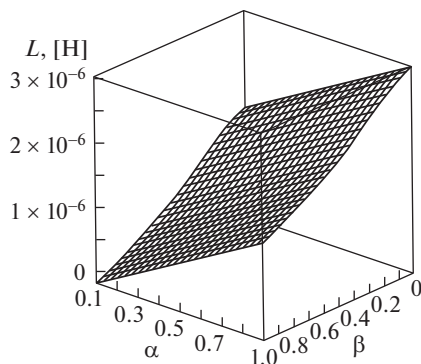


Рис. 5. График зависимости силы трения от параметра α , характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления и β – параметра, характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от температуры.

$$p_a = 0.08 - 0.101325 \text{ МПа}; \quad \alpha = 0, \dots, 1; \quad L' = 35.33, \dots, 38.1 \text{ Н/м}^2.$$

По результатам численных расчетов построены графики (рис. 2–5).

Выводы. Анализ полученных расчетных моделей и графиков позволяет сделать следующие выводы: 1) получена уточненная расчетная модель радиального подшипника скольжения, работающего в условиях гидродинамического смазывания расплавом легкоплавкого покрытия, с учетом реологических свойств электропроводящего жидкого смазочного материала под действием электромагнитных полей, а также зависимости вязкости и электропроводности смазочного материала от давления и температуры; 2) показан значительный вклад конструктивного параметра K , характеризующего скорость диссипации механической энергии, параметра α , обусловленного зависимостью вязкости смазочного материала от давления, параметра β , обусловленного зависимостью вязкости смазочного материала от температуры, параметра A , обусловленного наличием электрического поля, и числа Гартмана N . С увеличением параметров α , K , A и N коэффициент трения уменьшается на 27%, а несущая способность увеличивается на 15%.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Федеральной целевой программы “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы”. Соглашение о предоставлении субсидии № 14.607.21.0191 от 26.09.2017 г., проект RFMEFI60717X0191.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уилсон. Смазка с расплавом / Уилсон // Ж. Проблемы трения и смазки. 1976. № 1. С. 19.
2. Беретта. Подшипники скольжения, смазываемые собственным расплавом или продуктом сублимации / Под ред. Беретта, Ниро, Сильвестри // Труды Амер. о-ва инж.-мех. 1992. № 1. С. 86.

3. Приходько В.М., Котельницкая Л.И. Математическая модель гидродинамической смазки при плавлении опорной поверхности радиального подшипника // Ж. Трение и износ. 2001 (22). № 6. С. 606.
4. Vasilenko V.V., Lagunova E.O., Mukutadze M.A., Prikhodko V.M. Calculation Model of the Radial Bearing, Caused by the Melt, Taking into Account the Dependence of Viscosity on Pressure // International Journal of Applied Engineering Research 2017. V. 12. № 19. P. 9138.
5. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Замшин В.А., Семенко И.С. Гидродинамический расчет радиального подшипника скольжения, работающего в турбулентном режиме трения при неполном заполнении зазора вязкоупругой смазкой // Ж. Вестник машиностроения. 2009. № 7. С. 11.
6. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Семенко И.С. Гидродинамический расчет упорного подшипника скольжения, работающего на вязкоупругой смазке в турбулентном режиме трения // Ж. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 69.
7. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала // Ж. Вестник РГУПС. 2017. № 2(66). С. 129.
8. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Клиновидные опоры скольжения, работающие на микрополярном смазочном материале, обусловленном расплавом // Ж. Вестник РГУПС. 2017. № 3(67). С. 8.
9. Ахвердиев К.С., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Расчетная модель радиального подшипника, смазываемого расплавом, с учетом зависимости вязкости от давления // Ж. Вестник ДГТУ. 2017. № 3(90). С. 27.
10. Василенко В.В., Лагунова Е.О., Мукутадзе М.А. Гидродинамический расчет радиального подшипника, смазываемого расплавом легкоплавкого покрытия при наличии смазочного материала // Интернет-журнал "НАУКОВЕДЕНИЕ". 2017. Т. 9. № 5; <https://naukovednie.ru/PDF/20TVN517.pdf>.
11. Ахвердиев К.С., Мукутадзе М.А., Лагунова Е.О., Василенко В.В. Расчетная модель клиновидной опоры скольжения, работающей на смазочном материале с расплавом // Ж. Трение и износ. 2018. Т. 39. № 1. С. 461.
12. Lagunova E.O., Mukutadze M.A. Radial Friction Bearings Conditioned by Melt // Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering, Lecture Notes in Mechanical Engineering (ICIE 2018). P. 897.